

# DSP Homework #3

B103012002 林凡皓

1. 採用不同的方式計算當輸入  $x[n] = 10u[n]$  時，

$$y[n] + y[n-1] - 12y[n-2] = x[n]$$

$$, y[-1] = -1, \quad y[-2] = -0.5$$

之  $y[n]$ 。

- (1) 使用 LCCDE：

計算過程如圖(一)所示。

Handwritten solution for LCCDE calculation process:

$$\begin{aligned} & y[n] + y[n-1] - 12y[n-2] = x[n], \quad y[-1] = -1, \quad y[-2] = -0.5 \\ & \text{Let } y_c[n] = \lambda^n \\ & \Rightarrow \lambda^n + \lambda^{n-1} - 12\lambda^{n-2} = 0 \\ & \Rightarrow \lambda^{n-2}(\lambda^2 + \lambda - 12) = 0 \\ & \Rightarrow (\lambda + 4)(\lambda - 3) = 0 \\ & \Rightarrow \lambda = -4 \text{ or } 3 \\ & \therefore y_c[n] = \alpha_1(-4)^n + \alpha_2 \cdot 3^n \\ & \text{Assume } y_p[n] = \beta \\ & \text{When input } x[n] = 10u[n] \Rightarrow \beta + \beta - 12\beta = 10 \\ & \Rightarrow \beta = -1 \\ & \therefore y[n] = y_c[n] + y_p[n] = \alpha_1(-4)^n + \alpha_2(3)^n - 1 \\ & \text{When } n=0 \Rightarrow y[0] + y[-1] - 12y[-2] = x[0] \\ & \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 - 1 - 1 + 6 = 10 \\ & \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 6 \\ & \text{When } n=1 \Rightarrow y[1] + y[0] - 12y[-1] = 10 \\ & \Rightarrow -4\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_1 + \alpha_2 - 2 + 12 = 10 \\ & \Rightarrow -3\alpha_1 + 4\alpha_2 = 0 \\ & \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = 6 \\ -3\alpha_1 + 4\alpha_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{24}{7} \\ \alpha_2 = \frac{18}{7} \end{cases} \\ & \therefore y[n] = \frac{24}{7}(-4)^n + \frac{18}{7}(3)^n - 1 \end{aligned}$$

圖(一)、LCCDE 計算過程

(2) 使用 for loop：直接利用 for loop 計算

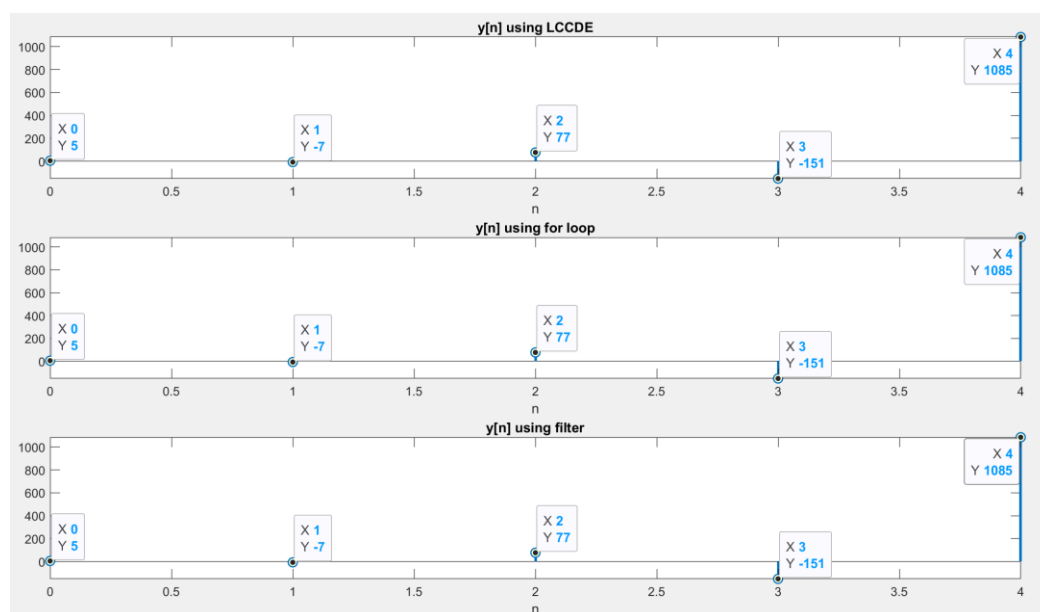
$$y[n] + y[n-1] - 12y[n-2] = x[n]$$

$$, y[-1] = -1, \quad y[-2] = -0.5$$

求得  $y[n]$ 。

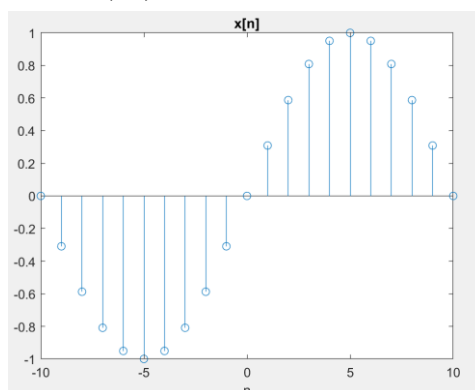
(3) 使用 filtic 和 filter：filtic 主要用來設置 initial condition。filter 可以根據方程式中的係數，利用濾波器計算出輸出結果。

三個不同方式之計算結果如圖(二)，不管採用哪一種方式計算，結果都相同。

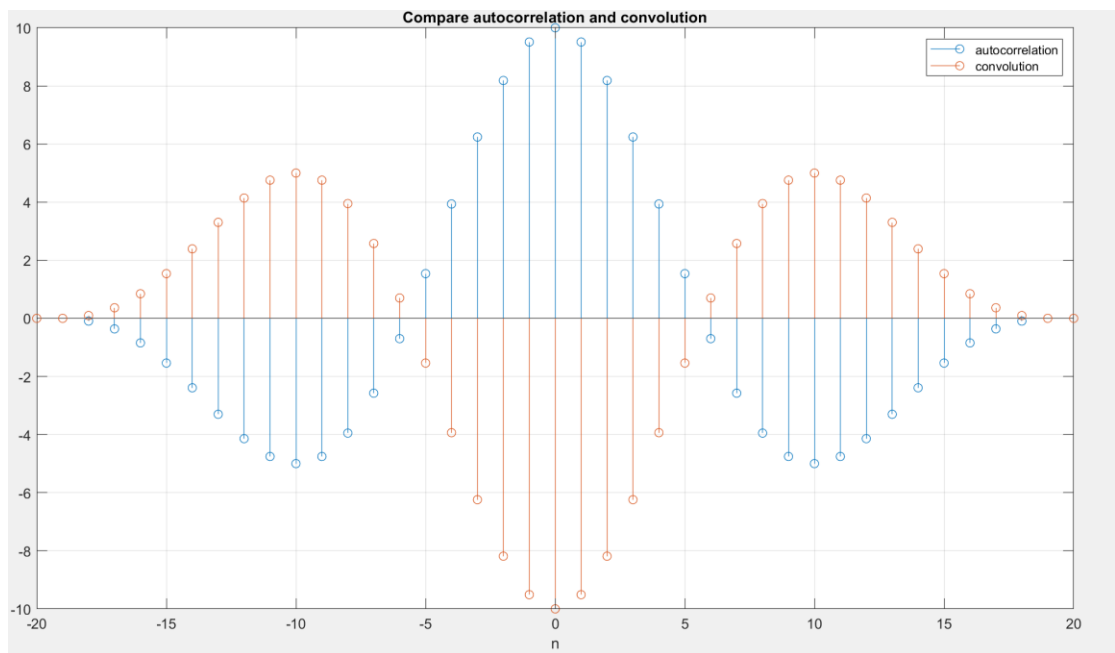


圖(二)、結果比較

2. 我們對  $x[n] = \sin \frac{1}{10} \pi n$ ，如圖(三)所示，計算其 autocorrelation 與 convolution。計算結果如圖(四)所示。

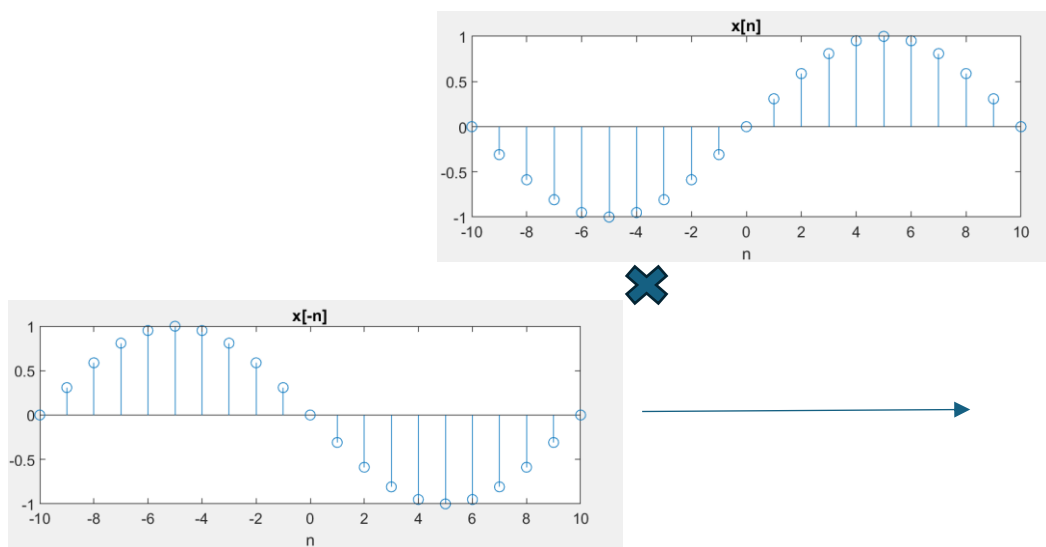


圖(三)、 $x[n] = \sin \frac{1}{10} \pi n$



圖(四)、autocorrelation v.s. convolution

由圖(四)結果可以看到 autocorrelation 在 0 附近最大，主要原因是 autocorrelation 是計算訊號與延遲訊號之間的相關性，而延遲為 0 時，訊號會與延遲訊號完全相同，因此 autocorrelation 最大。Convolution 是將一個訊號對垂直軸翻轉、滑動，並與另外一個訊號相乘之結果，如圖(五)所示。



圖(五)、Convolution 計算