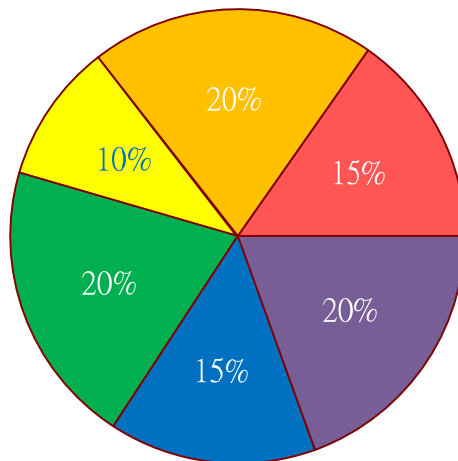


Exercise 5

5.1 飛鏢投擲 假設我們有個轉盤,轉盤個顏色的面積比例如下圖所示,小明在轉盤前投擲飛鏢,若飛鏢落在轉盤各處的機率為均勻分布,請寫出程式模擬飛鏢的落點,並產生 10^5 次落點,以直方圖統計飛鏢落在個顏色區塊的機率.



5.2 Rayleigh 分佈 Rayleigh 隨機變數 X 的機率密度函數為

$$p(x) = 2x \cdot \exp(-x^2), \quad x \geq 0.$$

- (1) 請計算它 CDF 且利用這個 CDF,寫出產生 Rayleigh 隨機變數的程式
- (2) 統計這個隨機變數的平均值及變異數.
- (3) 產生 10^6 次隨機變數,畫出這些隨機變數的直方圖,因為 $p(4)$ 的數值已經相當小,因此我們只需畫出 $0 \sim 4$ 區間內,間隔為 0.01 的直方圖即可.並將此直方圖轉換成機率密度函數圖,圖上也畫出 $p(x)$ 在 $0 \sim 4$ 區間的數值做為比對.
- (4) 令 $Y=X^2$,請推導 Y 的機率分佈.同時利用你的程式產生 Y ,並以(3)的方式畫出 Y 的機率密度函數,驗證看看你推導的結果是否正確.

5.3 威力彩 威力彩是一種樂透型遊戲,開獎時,開獎單位將從第 1 區 $01 \sim 38$ 的號碼中隨機開出六個號碼,再從第 2 區 $01 \sim 08$ 的號碼中隨機開出一個號碼,這一組六個+一個號碼,就是該期威力彩的中獎號碼.假設每個數字被開出的機率是公平平均等的,請寫出程式產生威力彩的開獎號碼.(請注意,開獎號碼不能重複,也就是第一個號碼開出時,在第二次開獎時必須移除第一個中獎號碼的可能性)

5.4 三元高斯隨機向量 在 Matlab 中,你可以利用 `randn` 產生高斯隨機變數,平均值為 **0**,變異數為 **1**,請利用此函數,產生三個高斯隨機變數 $\mathbf{x}=[X_1, X_2, X_3]^T \sim N(\mathbf{m}, \mathbf{K})$ 且

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$$