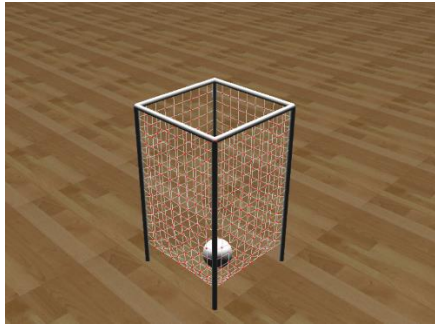


HW1

0516208 黃郁恬

### 1. Introduction:

這是一個模擬丟球到籃子的小動畫，可以觀察到各物體之間的力及速度在與彼此作用之後的變化！



### 2. Fundamentals:

首先：

網子的建立是先建好點，再建立彈簧來連接相鄰的點！

而這些點除了會受重力，還因為透過彈簧的連接而受到彈簧內力影響，彈簧的內力包含彈性力(Spring Force)以及阻尼力(Damper Force)。

彈性力是會讓物體恢復原本形狀的恢復力。在系統中加了彈性力，可以讓網子具有彈性，而不是直直落在地面上。

阻尼力是系統在振動時，因為外界作用（如流體阻力、摩擦等）或系統本身原因造成的振動幅度逐漸下降的特性。在系統中加了阻尼力，讓網子不會因為有了彈性力一直振動，阻尼力考慮的現實生活中的摩擦導致的能量消耗狀況，也讓此模擬更接近現實。

再來，在射球的過程中，物體彼此之間一定會有碰撞，球跟球，球跟地板，網子跟地板，球跟網子。碰撞的條件，除了要檢查彼此間是否碰在一起，還要考慮相對速度，也就是兩者是否「正在接近」，然後再計算碰撞之後的速度及力。

### 3. Implementation:

#### 彈簧內力

彈性力：

影響因子：彈簧長度改變量、彈性係數

利用公式  $F = -k(\Delta L)*L$

$L$  是另一點相對於該點的位置向量(例如 AB 兩點，則對 A 來說， $L$  就是

$$P_A - P_B)$$

加負號是因為，彈性力會將正在遠離的兩點拉近，將正在接近的兩點推開，也就是會和兩端點距離改變方向相反！

**阻尼力：**

影響因子：彈簧原長、彈簧長度改變量、彈簧速度改變量、阻尼係數

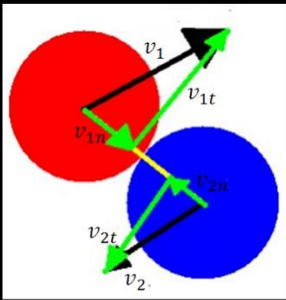
利用公式  $F = -k * (\Delta V * \Delta L / \text{length}) * (L / \text{length})$

→彈簧的內力是由彈簧力及阻尼力組成，故在計算彈簧現在的受力時，加上彈簧力及阻尼力即可。

## 碰撞

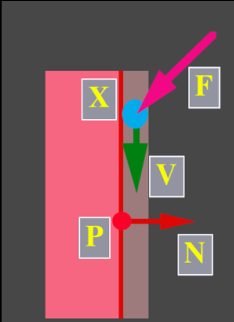
球體和球體、球體和網子上的粒子 是利用以下公式：

$$v'_1 = \frac{v_{1n}(m_1 - m_2) + 2m_2v_{2n}}{m_1 + m_2} + v_{1t}$$

$$v'_2 = \frac{v_{2n}(m_2 - m_1) + 2m_1v_{1n}}{m_1 + m_2} + v_{2t}$$


地面和球體、地面和網子上的粒子 是利用以下公式：

(在還沒做這個之前，網子會直直地穿越地面往下到地獄都不會停)



- On the wall  
 $|\mathbf{N} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p})| < \varepsilon$
- Moving along the wall  
 $|\mathbf{N} \cdot \mathbf{v}| < \varepsilon$
- A force  $\mathbf{f}$ , e.g., gravity, pushes the particle into the wall  
 $\mathbf{N} \cdot \mathbf{f} < 0$

$\|\mathbf{N}\| = 1$

接觸力(垂直地面，抵銷原本力量的法向分量，讓物體不會直直穿過地面):

$$\mathbf{f}^c = -(\mathbf{N} \cdot \mathbf{f}) \mathbf{N} \quad \mathbf{N} \cdot \mathbf{f} < 0$$

摩擦力(平行地面，抵銷原本力量的切線分量，讓物體滾一滾之後會停止):

$$\mathbf{f}^f = -k_f (-\mathbf{N} \cdot \mathbf{f}) \mathbf{v}_t \quad \mathbf{N} \cdot \mathbf{f} < 0$$

Explicit Euler

用來計算球/粒子下一時刻的位置跟速度(每一時刻間隔 0.001 秒)

→ 也就是 路徑

利用以下公式:

$$\mathbf{x}(t+h) = \mathbf{x}(t) + h \cdot f(\mathbf{x}, t)$$

把當前時刻球/粒子的位置及速度分別加上改變量(也就是速度及加速度):

$$\rightarrow V = V_0 + at$$

$$\rightarrow X = X_0 + vt$$

作為下一時刻的位置及速度

### Runge-Kutta

跟尤拉法一樣是用來計算球/粒子下一時刻的位置跟速度(每一時刻間隔 0.001 秒), 但比尤拉法來得更加精確(此系統用的是四階的 Runge-Kutta) 利用以下公式:

### Runge-Kutta 4th Order Method

$$\mathbf{x}(t_0 + h) = \mathbf{x}(t_0) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + O(h^5)$$

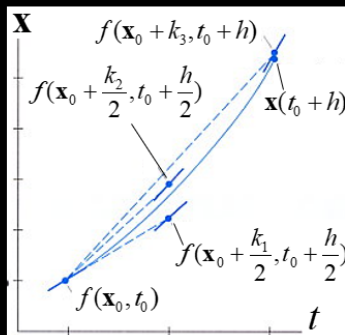
- Using a weighted average of slopes obtained at four points

$$k_1 = hf(\mathbf{x}_0, t_0)$$

$$k_2 = hf\left(\mathbf{x}_0 + \frac{k_1}{2}, t_0 + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(\mathbf{x}_0 + \frac{k_2}{2}, t_0 + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_4 = hf(\mathbf{x}_0 + k_3, t_0 + h)$$



#### 4. Result and Discussion:

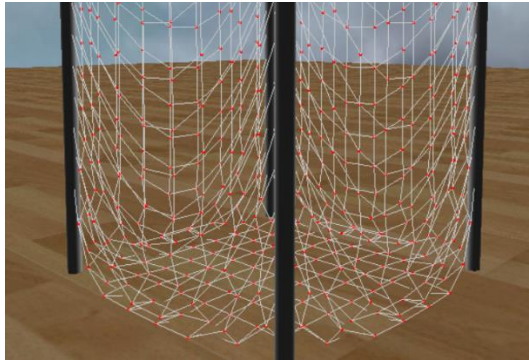
##### Effect of Parameters

##### EPLISON:

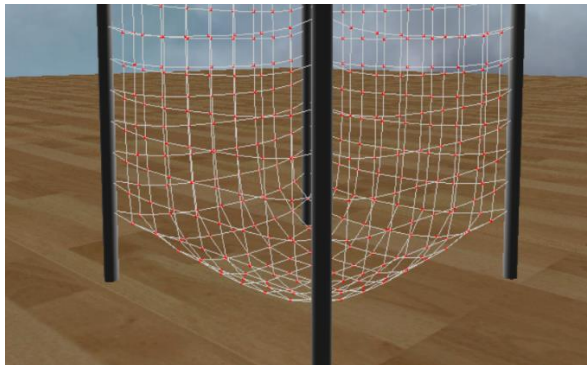
原本給定的 eEPSILON 太小, 造成碰撞處理時會有穿過去的狀況, 經測試, 由原來的 0.01 改成 0.02~0.04 之間可改善問題

##### Spring Coefficient:

調小: 粒子間的恢復力極弱, 網子幾乎塌在地面上



調大：粒子間的恢復力較強，網子看來較有彈性



#### Damper Coefficient:

調小：網子移動地弧度較大，看起來軟軟的飄忽不定

調大：網子移動地弧度較小

(不過調到 100 多時會發生網子爆炸的恐怖現象，天空一片血紅)

#### 5. Conclusion:

1.雖然沒有實作 RUNGE-KUTTA 的部分，但用 RUNGE-KUTTA 4(RK4)絕對會比尤拉法更接近現實，因為它是四階方法(一階二階三階四階都有，最後乘上權重並相加)，而尤拉法則只是一階方法

2.把 `eEPSILON` 調大可讓物體之間比較不會嵌在一起

3.彈簧的係數決定很重要，要幾經測試才會知道哪樣比較接近現實生活

4.物體之間相對移動方向是計算碰撞時候很重要的一環

#### 6. Thoughts:

這次的作業讓我會考慮到一些現實中會遇到的狀況，且也意識到還有很多現實生活中的因素沒考慮到的，像是 bending spring 和 shear spring，以及轉動啊，球撞到監框啊，光影啊，風啊...卻已讓我寫到天荒地老沒日沒夜，要寫一份大型程式著實不易(且助教已經幫我們寫好的一大部分了)