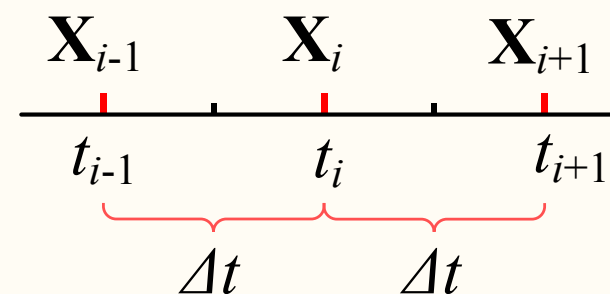


当 Δt 较小时，相邻几个时间点上结构的位移、速度会很接近。如果能够很好地利用前面已经求出的时间步的运动信息，则微分方程的求解将变得容易，这样的方法被称为时间步进法（数值方法）。常用的方法有：中心差分法、Newmark- β 法、Wilson- θ 法等。

*.3.1 中心差分法

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \frac{\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_{i-1}}{2\Delta t}$$

$$\ddot{\mathbf{X}}_i = \frac{\mathbf{X}_{i+1} - 2\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_{i-1}}{\Delta t^2}$$



线弹性体系时：

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{X}_{i+1} - 2\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_{i-1}}{\Delta t^2} + \mathbf{C} \frac{\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_{i-1}}{2\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{X}_i = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_{g,i}$$

$$\Rightarrow \mathbf{X}_{i+1} = \left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} \right)^{-1} \left[-\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_{g,i} - \left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} - \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} \right) \mathbf{X}_{i-1} - \left(\mathbf{K} - \frac{2\mathbf{M}}{\Delta t^2} \right) \mathbf{X}_i \right]$$

启动条件：第 $i+1$ 步的位移，可以由第 $i-1$ 步和第 i 步的信息求出。求第1步的位移时，需要知道第0步的位移和外力信息，和第-1步位移信息。第-1步信息是未知的，但根据第0步的位移、速度，以及第0步的运动微分方程成立可求出。

例如当第0步的位移、速度为0时，有：

$$\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_{-1} = 0 \quad \frac{\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_{-1}}{(\Delta t)^2} = -\ddot{\mathbf{X}}_{g,0} \Rightarrow \mathbf{X}_{-1} = -\frac{1}{2} \ddot{\mathbf{X}}_{g,0} (\Delta t)^2$$

弹塑性体系时：

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{X}_{i+1} - 2\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_{i-1}}{\Delta t^2} + \mathbf{C} \frac{\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_{i-1}}{2\Delta t} + \mathbf{F}(\mathbf{X}_i) = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_{g,i}$$

↑ 不再要 \mathbf{X}_i

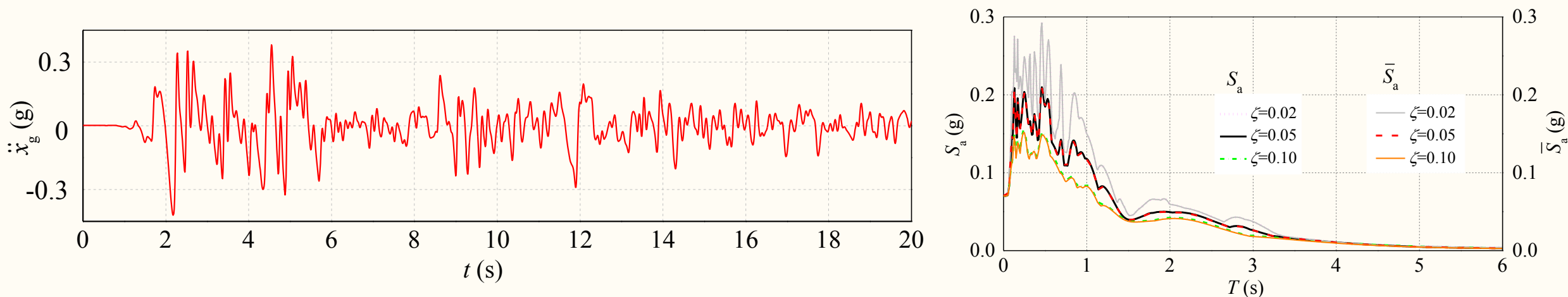
$$\Rightarrow \mathbf{X}_{i+1} = \left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} \right)^{-1} \left[-\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}}_{g,i} - \left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} - \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} \right) \mathbf{X}_{i-1} - \mathbf{F}(\mathbf{X}_i) + \frac{2\mathbf{M}}{\Delta t^2} \mathbf{X}_i \right]$$

由 $\ddot{\mathbf{X}}_{g,i}$ 和 $\mathbf{X}_i, \dot{\mathbf{X}}_i$ 即可推出 \mathbf{X}_{i+1}

*.3.2 地震记录选择

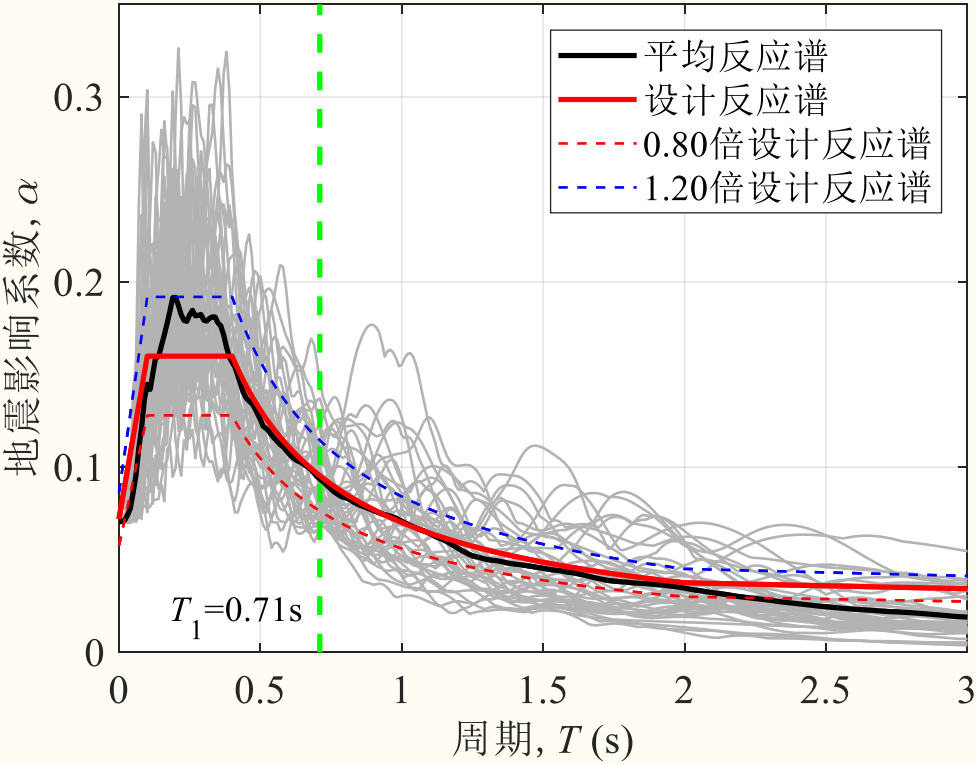
应按建筑场地类别和设计地震分组选用实际强震记录和人工模拟的加速度时程曲线，其中实际强震记录的数量不少于总数的2/3。多组时程曲线的平均地震影响系数曲线应与振型分解反应谱法所采用的地震影响系数曲线在统计意义上相符。

弹性时程分析时，每条时程曲线计算所得结构底部剪力不应小于振型分解反应谱法计算结果的65%，且不大于135%，多条时程曲线计算所得结构底部剪力的平均值不应小于振型分解反应谱法计算结果的80%，且不大于120%。



EL Centro (1940年, N-S向)地震记录的前20s，及其反应谱

地震记录三要素：频谱特征、峰值、持时



频谱特征：平均反应谱在基本周期处于设计反应谱接近。

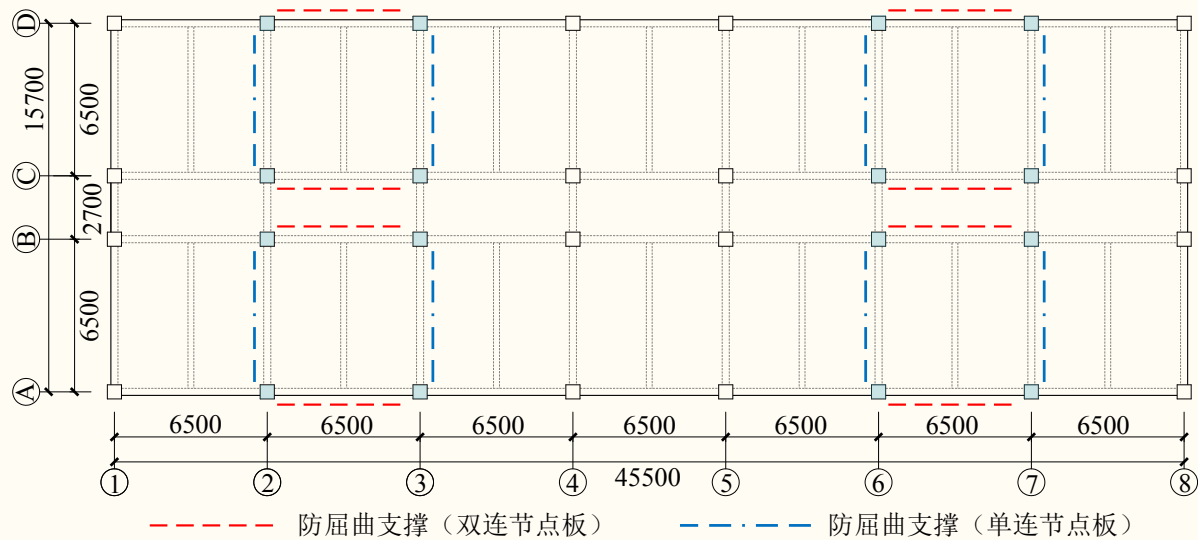
时程分析所用地震加速度时程最大值
(cm/s² 或 Gal)

地震影响	6度	7度	8度	9度
多遇地震	18	35 (55)	70 (110)	140
设防地震	50	100 (150)	200 (300)	400
罕遇地震	125	220 (310)	400 (510)	620

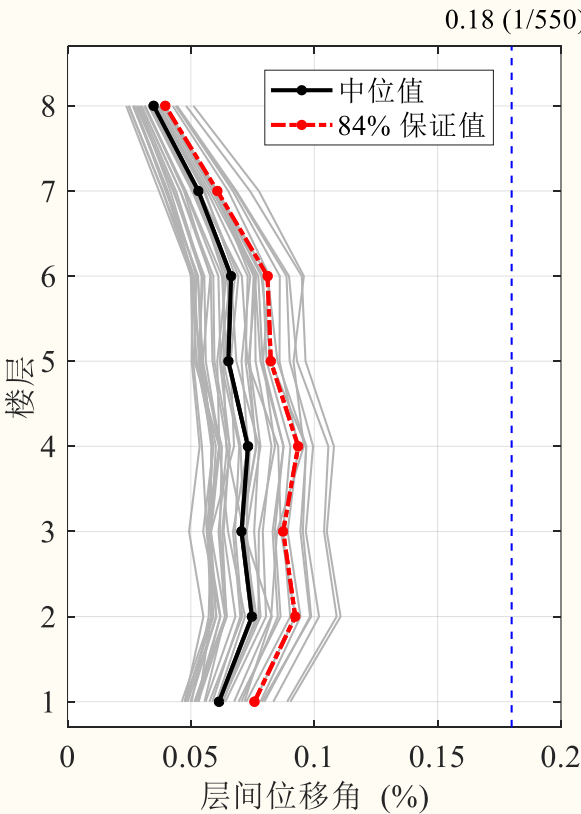
三向地震分析时，计算度最大值通常按1（水平1）：0.85（水平2）：0.65（竖向）的比例调整。

*. 3 时程分析法

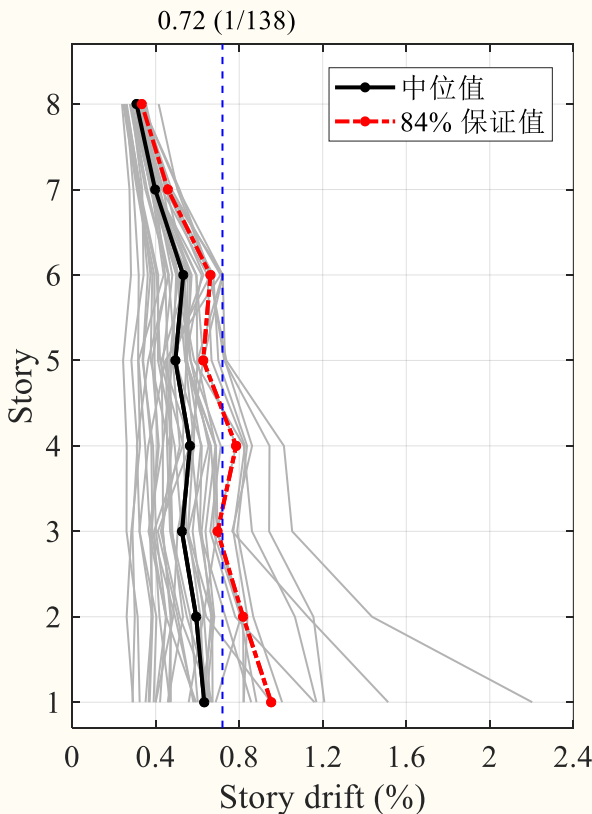
输入的地震加速度时程曲线的有效持续时间，一般从首次达到时程曲线最大峰值的10%那一点算起，到最后一点达到最大峰值的10%为止；不论是实际的强震记录还是人工模拟波形，有效持续时间一般为结构基本周期的5~10倍，即结构顶点的位移可按基本周期往复5~10次。



8层防屈曲支撑钢筋混凝土框架时程分析



8度小震，弹性分析



8度大震，弹塑性分析