

数字图像HW6

范翔宇 PB18000006

Q1

7.1. (1) 请说明是否能用变长编码压缩一幅已直方图均衡化的具有2n级灰度的图？

(2) 这样的图像中包含像素间冗余吗？

A1

解：

(1)对数字图像进行直方图均衡化所得到的结果中各灰度值的出现概率并不相等，故仍存在编码冗余，但均衡化再用变长编码法得到的数据压缩效率一般不高。

(2)因为直方图是1-D的，所以均衡化后图像中由几何或者结构关系所产生的像素间相关性仍然存在，即仍然有像素间的冗余，仍然可以进行压缩。

Q2

7.2. (1) 计算下表中给出符号概率的信源的熵；

(2) 对信源符号构造哈夫曼码，解释这样构造的码与表中第2种码的区别；

(3) 构造最优的B1码；

(4) 构造最优的2bit二元平移码；

(5) 将所有符号分成2组，每组4个，然后构造最优的哈夫曼平移码；

(6) 对每个码计算平均字长，并将它们与 (1) 中算得的熵进行比较。

S_k	$p_s(s_k)$	自然码	自然码 $l(s_k)$	变长码	变长码 $l(s_k)$
$r_0 = 0$	0.19	000	3	11	2
$r_1 = 1/7$	0.25	001	3	01	2
$r_2 = 2/7$	0.21	010	3	10	2
$r_3 = 3/7$	0.16	011	3	001	3
$r_4 = 4/7$	0.08	100	3	0001	4
$r_5 = 5/7$	0.06	101	3	00001	5
$r_6 = 6/7$	0.03	110	3	000001	6
$r_7 = 1$	0.02	111	3	000000	6

A2

解：

$$(1) H(u) = -\sum_{j=1}^7 P(\alpha_j) \log P(\alpha_j)$$

$$= -(0.19 \log 0.19 + 0.25 \log 0.25 + 0.21 \log 0.21 + 0.16 \log 0.16 + 0.08 \log 0.08 + 0.06 \log 0.06 + 0.03 \log 0.03 + 0.02 \log 0.02)$$

$$= 2.65$$

(2)哈夫曼表如下

符号	概率	码字	概率	码字	概率	码字	概率	码字	概率	码字	概率	码字	概率	码字
α_2	0.25	01	0.25	01	0.25	01	0.25	01	0.35	00	0.40	1	0.60	0
α_3	0.21	10	0.21	10	0.21	10	0.21	10	0.25	01	0.35	00	0.40	1
α_1	0.19	11	0.19	11	0.19	11	0.19	11	0.21	10	0.25	01		
α_4	0.16	001	0.16	001	0.16	001	0.19	000	0.19	11				
α_5	0.08	0001	0.08	0001	0.11	0000	0.16	001						
α_6	0.06	00000	0.06	00000	0.08	0001								
α_7	0.03	000010	0.05	00001										
α_8	0.02	000011												

表中的第二种码也是一种哈夫曼码，其特点是可以每次随机地赋0或1，并不影响编码效果。

(3)最优 B_1 码如下

符号	α_2	α_3	α_1	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
概率	0.25	0.21	0.19	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
码字	CO	C1	C0C0	C0C1	C1C0	C1C1	C0C0C0	C0C0C1

(4)最优2bit二元平移码如下

符号	α_2	α_3	α_1	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
概率	0.25	0.21	0.19	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
码字	00	01	10	1100	1101	1110	111100	111101

(5)最优哈夫曼平移码如下

符号	α_2	α_3	α_1	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
概率	0.25	0.21	0.19	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
码字	01	10	11	001	00001	00010	00011	000001

(6)列表如下

题号	(2)	(3)	(4)	(5)
平均字长	2.7	3.18	2.8	2.75

总的来说，它们均大于(1)中算得的熵。

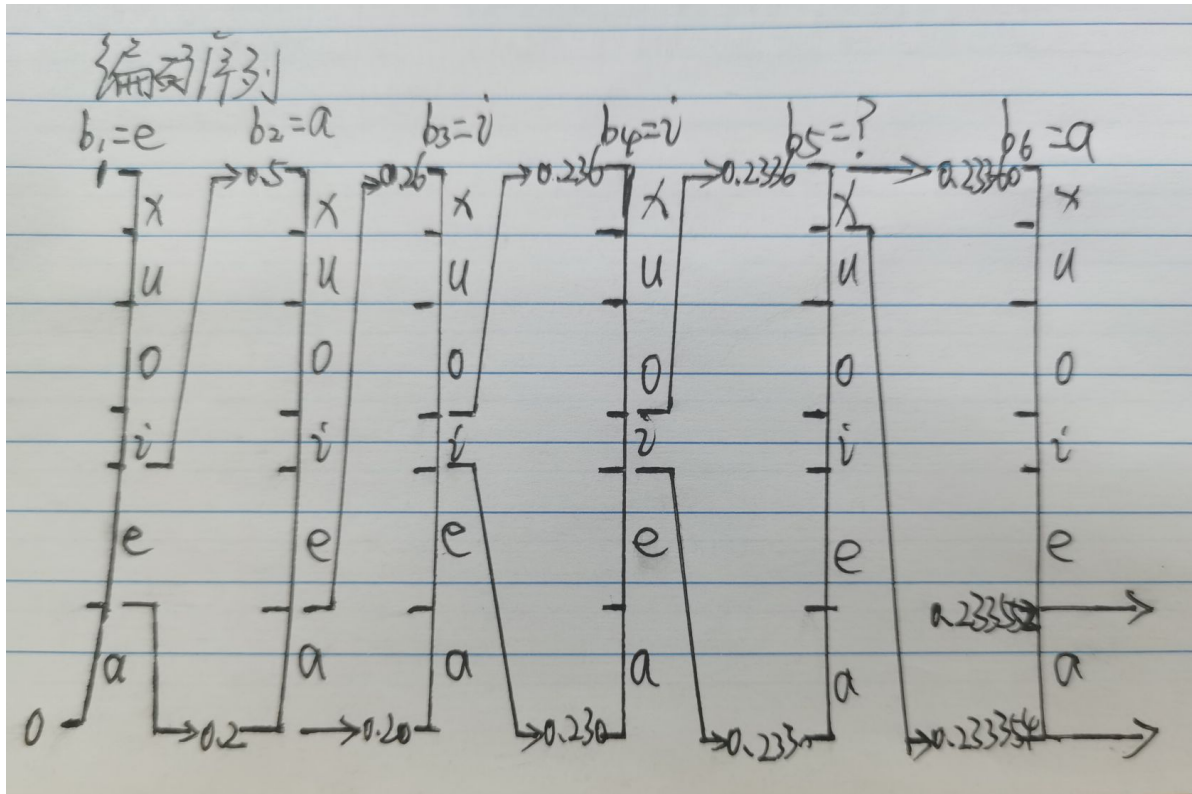
Q3

7.3 已知符号a,e,i,o,u,x的出现概率分别是0.2,0.3,0.1,0.2,0.1,0.1，对0.23355进行算术解码。

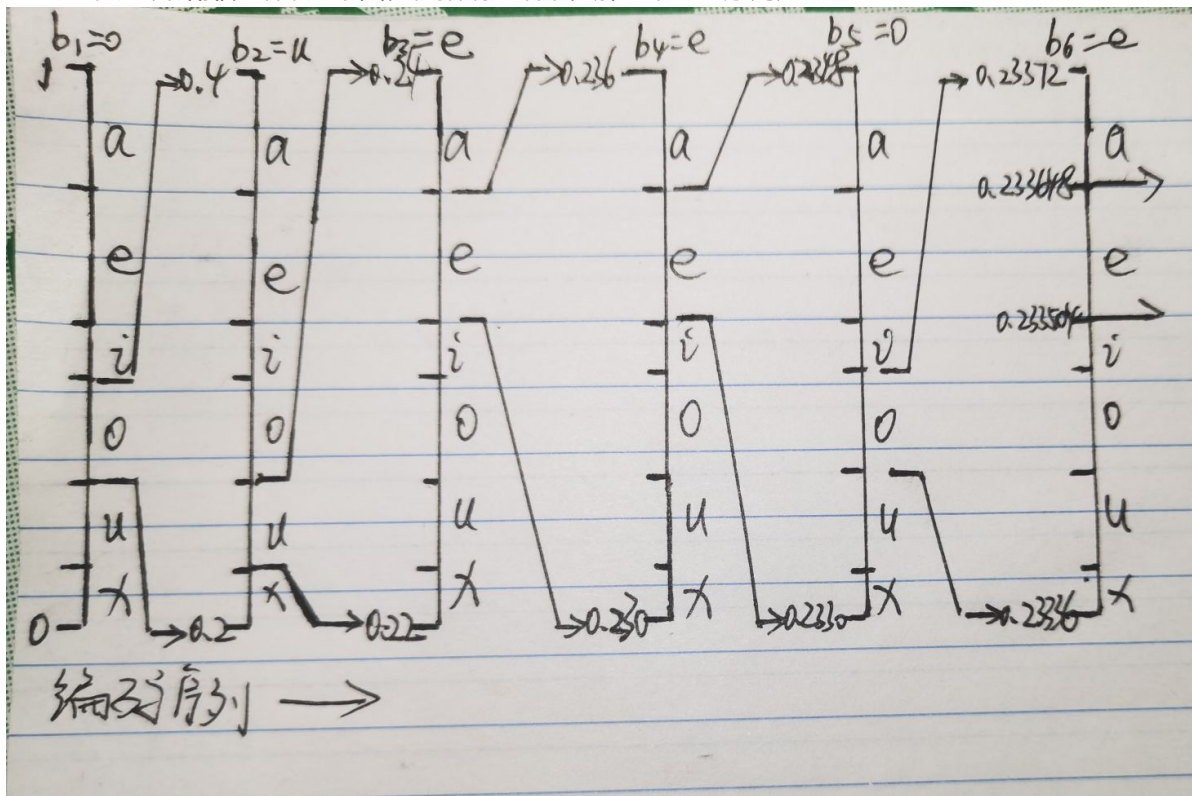
A3

解:

如果从0开始排, 结果如下图, 根据编码结果, 解出来的码序列为eaiixa



如果从1开始排, 结果如下图, 根据编码结果, 解出来的码序列为oueeoe



Q4

7.4 将下面给定的图像分解成3个位面，然后用游程编码方法逐行编码，给出码字，计算编码效率。

1	0	0	0	4	4	0	0
1	0	0	7	4	4	0	0
1	2	0	7	6	5	4	3
2	2	2	2	6	6	0	0

A4

解：

先如下分解为3个位平面

第二位平面：

0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0

第一位平面：

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

第零位平面：

1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0

游码编程时设每行均由白色(0)游程开始。

对第二位平面(最高位): 4 2 2, 3 3 2, 3 4 1, 4 2 2;

对第一位平面(中间位): 8, 3 1 4, 1 1 1 2 2 1, 0 6 2;

对第零位平面(最低位): 0 1 7, 0 1 2 1 4, 0 1 2 1 1 1 1 1, 8

图像共需42个游程，码本中共有8个码字(0,1,2,3,4,6,7,8)，它们的出现频率分别为0.095238, 0.35714, 0.23809, 0.095238, 0.11904, 0.02439, 0.023809, 0.047619

全图原需 $3 \times 8 \times 4 = 96$ 个比特来表达，现在考虑对各个码字用哈夫曼进行编码。

信源相减，即得下图：

初始信源		信源的消减与聚					
符号	概率	1	2	3	4	5	6
1	0.35714	0.35714	0.35714	0.35714	0.35714	0.40476	0.59524
2	0.23809	0.23809	0.23809	0.23809	0.23809	0.35714	0.40476
4	0.11904	0.11904	0.11904	0.19048	0.2428	0.23809	
0	0.09524	0.09524	0.09524	0.11904	0.19048		
3	0.09524	0.09524	0.09524	0.09524			
8	0.04762	0.04762	0.09524				
6	0.02381	0.04762					
7	0.02381						

由上图，经过赋值可得到

符号	1	2	4	0	3	8	6	7
码字	00	01	100	101	110	1110	11110	11111

$$\text{平均长度 } L_{avg} = \sum_{k=0}^{L-1} l(s_k) p_s(s_k) = 2.5476$$

因为图像共需42个游程，所以表达图像需要 $42 \times 2.53656 = 107$ 个比特来表达，比直接用原始图的表达方法需要的比特还多，主要因为这里图像尺寸较小和游程较短。