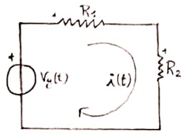
Resistore ideale	Induttore ideale	Condensatore ideale
EQUAZIONE DEFINIZIONE: $v(t)=R\,i(t)$	EQUAZIONE DEFINIZIONE: $v(t)=L\frac{di(t)}{dt}$ $i(t)=\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}v(\tau)\,d\tau+i(t_0)$	EQUAZIONE DEFINIZIONE: $i(t)=C\frac{dv(t)}{dt}$ $v(t)=\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\tau)\,d\tau+v(t_0)$
COMPONENTE ISTANTANEO (La forma d'onda di tensione segue quella di corrente)	COMPONENTE CON MEMORIA (Forme d'onda di tensione e di corrente differenti)	COMPONENTE CON MEMORIA (Forme d'onda di tensione e di corrente differenti)
POTENZA ENTRANTE: $p(t)=R\,i^2(t)$ Non è mai negativa per $R>0$	POTENZA ENTRANTE: $p(t)=L\,i(t)\cdot\frac{di(t)}{dt}$ Il segno dipende dal valore e dall'andamento di $i(t)$	POTENZA ENTRANTE: $p(t)=C\,v(t)\,\frac{dv(t)}{dt}$ Il segno dipende dal valore e dall'andamento di $v(t)$
COMPONENTE DISSIPATIVO (Vi è un trasferimento irreversibile di energia elettrica verso il componente)	COMPONENTE REATTIVO (Può sia assorbire che cedere potenza al circuito)	COMPONENTE REATTIVO (Può sia assorbire che cedere potenza al circuito)
	ENERGIA IMMAGAZZINATA $(L>0)$: $E=\int p(t)\,dt=\frac{1}{2}Li^2\geq 0$	ENERGIA IMMAGAZZINATA $(C>0)$: $E=\int p(t)\,dt=\frac{1}{2}Cv^2\geq 0$
	$i(t)$ È UNA VARIABILE DI STATO che non può crollare a zero in un intervallo di tempo tendente a zero	$v(t)$ È UNA VARIABILE DI STATO che non può crollare a zero in un intervallo di tempo tendente a zero
	COMPONENTE SENZA PERDITE ENERGETICHE (Vi è un trasferimento reversibile di energia)	COMPONENTE SENZA PERDITE ENERGETICHE (Vi è un trasferimento reversibile di energia)

Partitore di tensione



$$i(t)=\frac{V_g(t)}{R_1+R_2}$$

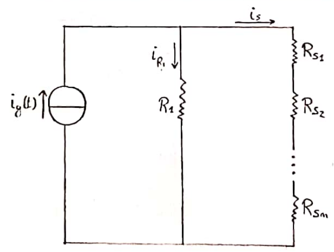
$$V_{R_1}(t)=R_1\,i(t)$$

$$V_{R_2}(t)=R_2\,i(t)$$

$$\Rightarrow V_{R_1}(t)=V_g(t)\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$V_{R_2}(t)=V_g(t)\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

Partitore di corrente

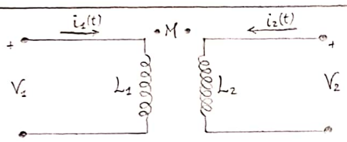


$$i_s(t)=i_{R_{s_1}}(t)=i_{R_{s_2}}(t)=\ldots=i_{R_{s_m}}(t)=$$

$$=i_g(t)\,\frac{G_s}{G_1+G_s}$$

$$\text{con } G_s=\frac{1}{R_{s_1}+R_{s_2}+\ldots+R_{s_m}}$$

INDUTTORI ACCOPPIATI



L_1 = INDUTTANZA PRIMARIA

L_2 = INDUTTANZA SECONDARIA

M = COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE

EQUAZIONI DI DEFINIZIONE:

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

POTENZA ENTRANTE:

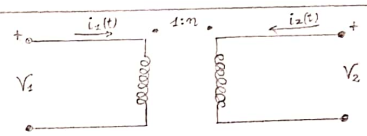
$$p(t) = L_1 i_1(t) \frac{di_1(t)}{dt} + M i_1(t) \frac{di_2(t)}{dt} + M i_2(t) \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 i_2(t) \frac{di_2(t)}{dt}$$

È UN COMPONENTE PASSIVO SE L'ENERGIA IMMAGAZZINATA NON È MAI NEGATIVA

$$E = \int p(t)dt = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

COMPONENTE CON MEMORIA
(Forme d'onda di tensione e di corrente differenti)

TRASFORMATORE IDEALE



$1:n$ = RAPPORTO DI TRASFORMAZIONE

EQUAZIONI DI DEFINIZIONE:

$$v_2(t) = n\, v_1(t)$$

$$i_2(t) = -\frac{1}{n} i_1(t)$$

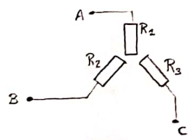
POTENZA ENTRANTE:

$p(t) = 0$ ⇝ Né dissipazione né generazione di potenza

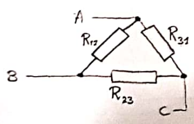
COMPONENTE ISTANTANEO
(La forma d'onda di tensione segue quella di corrente)

TRIPOLI RESISTIVI

COLLEGAMENTO A STELLA (Y):



COLLEGAMENTO A TRIANGOLO (Δ):



TRASFORMAZIONE DA Δ A Y:

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases}$$

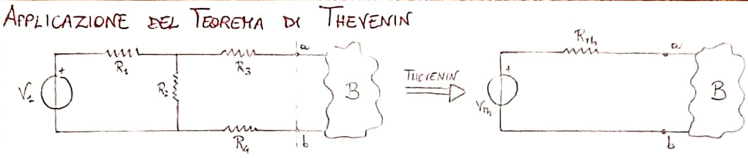
TRASFORMAZIONE DA Y A Δ:

$$\begin{cases} R_{12} = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_3} \\ R_{23} = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1} \\ R_{31} = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2} \end{cases}$$

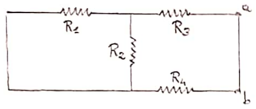
$+R_{31}$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_2}$$

Applicazione del Teorema di Thevenin

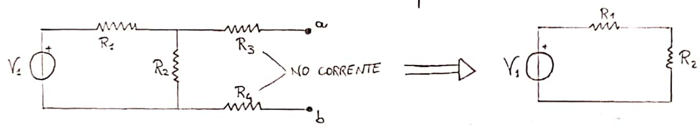


Per calcolare R_{Th}, devo disattivare il generatore V_1 e devo trovare la resistenza equivalente del circuito vista dalla porta.



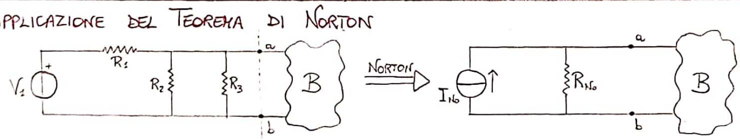
In questo modo R_1 e R_2 sono in parallelo, quindi R_{Th}, vista dalla porta, è: $R_{Th} = R_3 + (R_1 /\!/ R_2) + R_4 = R_3 + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_4$

Per calcolare V_{Th}, devo riattivare il generatore e aprire il circuito. In tal caso ciò significa che sulle resistenze R_3 e R_4 non scorre più corrente.

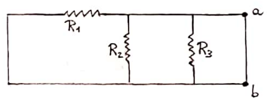


Applico il partitore di tensione: $V_{Th} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_1$

Applicazione del Teorema di Norton

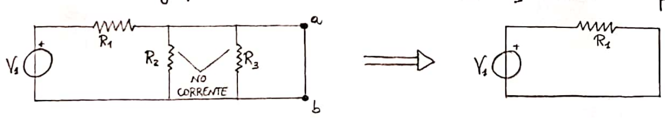


Il calcolo di R_{No} è identico a quello di R_{Th}.



In questo modo R_1, R_2 e R_3 sono in parallelo, quindi R_{No}, vista dalla porta, è: $R_{No} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}$

Per calcolare I_{No}, devo riattivare il generatore e collegare i punti a, b con un corto circuito. In tal caso ciò significa che sulle resistenze R_2 e R_3 non scorre più corrente.



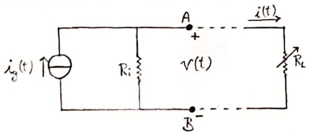
Applico la legge di Ohm: $I_{No} = \frac{V_1}{R_1}$

R_1

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_2}$$

RESISTORE IN REGIME PERMANENTE	INDUTTORE IN REGIME PERMANENTE	CONDENSATORE IN REGIME PERMANENTE
EQUAZIONE DOMINIO DEL TEMPO: $v(t) = Ri(t)$	EQUAZIONE DOMINIO DEL TEMPO: $v(t) = L\frac{di(t)}{dt} = V\cos(\omega t + \varphi)$	EQUAZIONE DOMINIO DEL TEMPO: $i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = I\cos(\omega t + \psi)$
EQUAZIONE DOMINIO DEI FASORI: $\underline{V} = R\underline{I} \Rightarrow Ve^{j\varphi} = RIe^{j\psi}$ $\Rightarrow$ MODULO: $V = RI$; FASE: $\varphi = \psi$. $\Rightarrow \underline{V}$ e $\underline{I}$ sono in fase	EQUAZIONE DOMINIO DEI FASORI: $\underline{V} = j\omega L\underline{I} \Rightarrow Ve^{j\varphi} = \omega LIe^{j(\psi + \frac{\pi}{2})}$ $\Rightarrow$ MODULO: $V = \omega LI$; FASE: $\varphi = \psi + \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow \underline{I}$ in ritardo di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto a $\underline{V}$	EQUAZIONE DOMINIO DEI FASORI: $\underline{I} = j\omega C\underline{V} \Rightarrow Ie^{j\psi} = \omega CVe^{j(\varphi + \pi/2)}$ $\Rightarrow$ MODULO: $I = \omega CV$; FASE: $\psi = \varphi + \pi/2$ $\Rightarrow \underline{I}$ in anticipo di fase di $\pi/2$ rispetto a $\underline{V}$
	IMPEDENZA: $\underline{Z} = \underline{V}/\underline{I} = j\omega L$ REATTANZA: $Im[\underline{V}/\underline{I}] = \omega L$ AMMETTENZA: $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{V} = \frac{1}{j\omega L}$ SUSCETTANZA: $Im[\underline{I}/\underline{V}] = -\frac{1}{\omega L}$	IMPEDENZA: $\underline{Z} = \underline{V}/\underline{I} = \frac{1}{j\omega C}$ REATTANZA: $Im[\underline{V}/\underline{I}] = -\frac{1}{\omega C}$ AMMETTENZA: $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{V} = j\omega C$ SUSCETTANZA: $Im[\underline{I}/\underline{V}] = \omega C$
POTENZA ATTIVA: $P_a = \frac{1}{2}Re[\underline{V}\underline{I}^*] = \frac{1}{2}RI^2 \geq 0$	POTENZA ATTIVA: $P_a = \frac{1}{2}Re[\underline{V}\underline{I}^*] = 0$	POTENZA ATTIVA: $P_a = \frac{1}{2}Re[\underline{V}\underline{I}^*] = 0$
POTENZA REATTIVA: $Q = \frac{1}{2}Im[\underline{V}\underline{I}^*] = 0$	POTENZA REATTIVA: $Q = \frac{1}{2}Im[\underline{V}\underline{I}^*] = \frac{1}{2}\omega LI^2 \geq 0$	POTENZA REATTIVA: $Q = \frac{1}{2}Im[\underline{V}\underline{I}^*] = -\frac{1}{2}\omega CV^2 \leq 0$

GENERATORE REALE DI CORRENTE

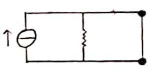


$i_g(t)$ con R_i = generatore reale di corrente

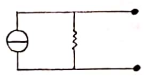
R_i = resistenza interna

R_L = resistenza di carico

CONDIZIONI LIMITE DI CARICO:



CORTO CIRCUITO $(R_L \to 0)$: $v(t) = 0$; $i(t) = i_g(t) - \underbrace{\frac{v(t)}{R_i}}_{=0} = i_{cc}$ ← CORRENTE DI CORTO CIRCUITO



CIRCUITO APERTO $(R_L \to \infty)$: $v(t) = R_i \cdot i_g(t) = V_{ca}$; $i(t) = 0$

↳ TENSIONE A VUOTO

Generatore reale di corrente che eroga $i_g = \frac{V_g}{R_i}$ con in parallelo R_i

EQUIVALENTE A

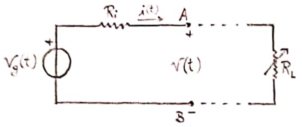
Generatore reale di tensione con $fem = V_g$ e resistenza interna R_i

eroga $i_g = \frac{V_g}{R_i}$ con in parallelo R_i

VALENTE A

$= V_g$ e resistenza interna R_i

GENERATORE REALE DI TENSIONE

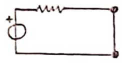


$V_g(t)$ con R_i = generatore reale di tensione

R_i = resistenza interna

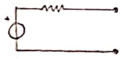
R_L = resistenza di carico

CONDIZIONI LIMITE DI CARICO:



CORTO CIRCUITO $(R_L \to 0)$: $i(t) = \frac{V_g(t)}{R_i} = i_{cc}$; $v(t) = 0$

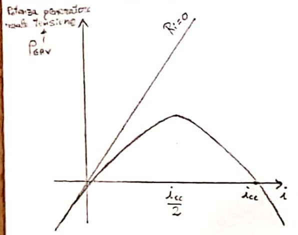
i_{cc} → CORRENTE DI CORTO CIRCUITO



CIRCUITO APERTO $(R_L \to \infty)$: $i(t) = 0$; $v(t) = V_g(t) - \underbrace{R_i \cdot i(t)}_{=0} = V_{ca}$

V_{ca} → TENSIONE A VUOTO

POTENZA EROGATA:



$P_{GRV} = V_{GRV}\, i_{GRV} = (V_g - R_i\, i)\, i = V_g\, i - R_i\, i^2$

$P_{GRV} = 0$ per $i = 0$, $i = \frac{V_g}{R_i} = i_{cc}$

P_{GRV} è massima per $i = \frac{V_g}{2R_i} = \frac{i_{cc}}{2}$

$\Rightarrow P_{GRV\,max} = R_i\, i^2 = R_i \left(\frac{V_g^2}{4R_i^2}\right) = \frac{V_g^2}{4R_i}$

Non stiamo ancora facendo considerazioni su R_L.

POTENZA UTILE: $P_u = i^2 R_L$

POTENZA EROGATA: $P_e = P_u + P_i = i^2 (R_i + R_L)$

RENDIMENTO: $\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{(R_L/R_i)}{1 + (R_L/R_i)}$ se $R_L \gg R_i$: MASSIMO RENDIMENTO $(\eta \to 1)$

Attribuiamo ora la variazione di i a quella del carico R_L.

EQUAZIONE DELLA MAGLIA: $i = \frac{V_g}{R_i + R_L}$

Come già visto, la potenza è massima per $i = \frac{V_g}{2R_i}$.

$\Rightarrow$ MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA SUL CARICO PER $\frac{V_g}{R_i + R_L} = \frac{V_g}{2R_i}$ $\Rightarrow R_L = R_i$

$R_L = R_i$ → CONDIZIONE DI ADATTAMENTO

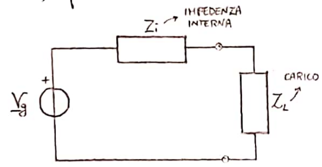
con un parallelo R_i

TE A

e resistenza interna R_i

MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA IN REGIME PERMANENTE SINUSOIDALE

Noti V_g e Z_i, quale valore deve avere Z_L affinché il carico assorba la massima potenza media?



$Z_i = R_i + j X_i$ — REATTANZE

$Z_L = R_L + j X_L$

$Re[Z_L] = R_L > 0$; $Re[Z_i] = R_i > 0$

CORRENTE SUL CARICO: $\underline{I} = \frac{V_g}{Z_i + Z_L}$

POTENZA MEDIA SUL CARICO: $P_{R_L} = \frac{1}{2} R_L |\underline{I}|^2 = \frac{1}{2} R_L \frac{|V_g|^2}{(R_i+R_L)^2 + (X_i+X_L)^2}$

Teorema:

Un generatore di impedenza interna Z_i trasferisce al carico la massima potenza media se $Z_L = Z_i^*$. $\rightsquigarrow$ CONDIZIONE DI ADATTAMENTO CONIUGATO

Dimostrazione:

La potenza sul carico risulta massima se è minima la seguente quantità:

$$\frac{(R_i+R_L)^2 + (X_i+X_L)^2}{R_L}$$

Le reattanze, a differenza delle resistenze, possono assumere sia valori positivi che valori negativi $\Rightarrow X_L = -X_i$

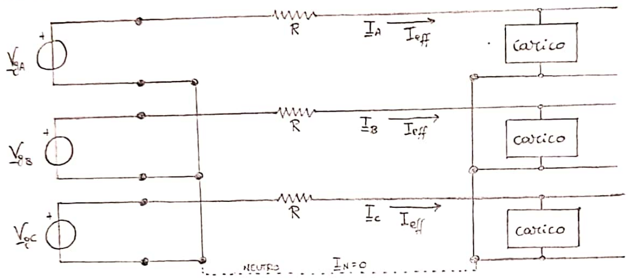
La funzione da minimizzare diventa: $f(R_L) = \frac{(R_i+R_L)^2}{R_L}$

che ha un minimo per $\frac{df}{dR_L} = -\frac{R_i^2}{R_L} + 1 = 0 \Rightarrow R_L^2 = R_i^2 \Rightarrow R_L = R_i$

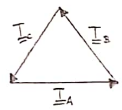
$\Rightarrow$ MASSIMA POTENZA MEDIA SUL CARICO = POTENZA DISPONIBILE = $P_{disp} = \frac{|V_g|^2}{8R_i}$

RENDIMENTO: $\eta = \frac{P_L}{P_L + P_i} = \frac{R_L}{R_L + R_i}$

TRASMISSIONE DELL'ENERGIA ELETTRICA



Se scegliamo le fasi di due onde, la loro combinazione ci darà la fase della terza onda.



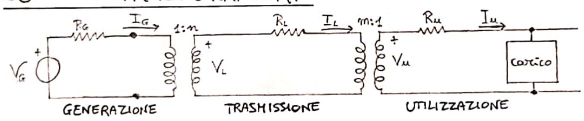
CIRCUITO TRIFASE EQUILIBRATO : $I_N = I_A + I_B + I_C = 0$

→ Poiché $I_N = 0$, il conduttore neutro in linea può essere eliminato.

$P_{ac} = 3R_c I_{eff}^2$ $\qquad$ $P_{al} = 3RI_{eff}^2$

A parità di potenza utile, in un sistema monofase equilibrato è dissipata metà potenza in linea rispetto a un sistema monofase.

USO DI TRASFORMATORI:



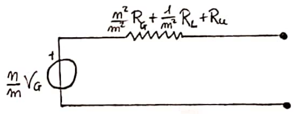
$nV_G = V_L$ $\qquad$ $\frac{1}{m} V_L = V_u$

$\frac{1}{n} I_G = I_L$ $\qquad$ $m I_L = I_u$

→ Le elevate tensioni e le basse correnti in linea permettono la trasmissione di energia elettrica a grande distanza, limitando le perdite di energia e le cadute di tensione.

→ I trasformatori servono a modulare la differenza di potenziale nei tre tratti e a garantire un rendimento energetico > 99%.

DAL TEOREMA DI THÉVENIN:



SISTEMA TRIFASE

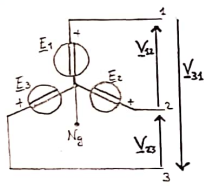
È un sistema di produzione, trasmissione, trasformazione e utilizzazione dell'energia elettrica basato su tre tensioni sinusoidali con tali caratteristiche:

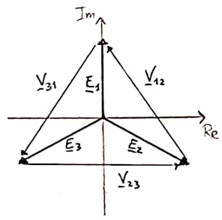
- ISOFREQUENZIALI
- CON STESSO VALORE EFFICACE
- SFASATE TRA LORO DI 120°

GENERATORE TRIFASE:

Un sistema trifase viene generato da un alternatore trifase, formato da tre generatori monofase, ognuno dei quali sviluppa una f.e.m. alternata sinusoidale.

Connessione a stella:





N_g: NEUTRO DEL GENERATORE

$E_1, E_2, E_3 \rightarrow$ tensioni stellate
$V_{12}, V_{23}, V_{31} \rightarrow$ tensioni concatenate

} SONO SIMMETRICHE $\Rightarrow$ la somma vettoriale di ciascuna terna è sempre nulla

$E_1 = Ee^{j\pi/2} = jE$

$E_2 = Ee^{-j\pi/6} = \frac{\sqrt{3}}{2}E - j\frac{1}{2}E$

$E_3 = Ee^{j\frac{7}{6}\pi} = -\frac{\sqrt{3}}{2}E - j\frac{1}{2}E$

$V_{12} = E_1 - E_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}E + j\frac{3}{2}E$

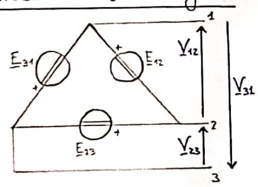
$V_{23} = E_2 - E_3 = \sqrt{3}E$

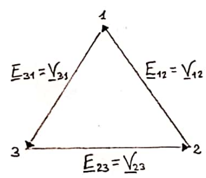
$V_{31} = E_3 - E_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}E - j\frac{3}{2}E$

MODULI: $V = \sqrt{3}E$

FASI: $\angle V_{mn} = \angle E_m + \pi/6$

Connessione a triangolo:





$V_{12} = E_{12}$

$V_{23} = E_{23}$

$V_{31} = E_{31}$

MODULI: $V = E$

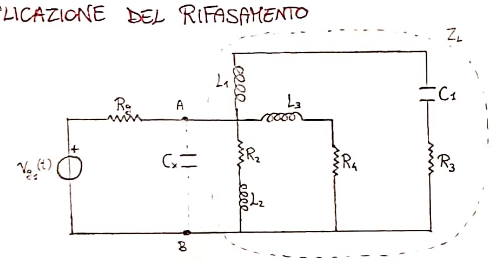
FASI: $\angle V = \angle E$

CARICO TRIFASE:

I carichi trifase possono essere rappresentati con terne di impedenze; anch'esse sono collegate a stella o a triangolo.
I due collegamenti sono ELETTRICAMENTE EQUIVALENTI se le impedenze misurate alle medesime coppie di morsetti sono uguali.
Le trasformazioni dei carichi trifase da Δ a stella e viceversa sono analoghe a quelle delle resistenze (basta sostituire l'impedenza Z al posto di R).

→ Un carico trifase si dice EQUILIBRATO se le correnti di linea hanno la stessa ampiezza.

APPLICAZIONE DEL RIFASAMENTO



$V_{g_1}(t) = 5\cos(2t) \Rightarrow \omega = 2$

$R_g = 4\,\Omega$ $\quad R_2 = R_3 = R_4 = 3\,\Omega$

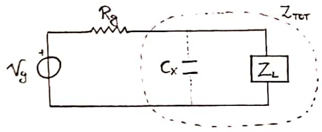
$L_1 = 1H$ $\quad L_2 = 2H$ $\quad L_3 = 3H$

$C_1 = 0{,}5\,F$

C_x è il condensatore da aggiungere per rifasare il circuito

$$Z_L = (R_2 + j\omega L_2) \,//\, (R_4 + j\omega L_3) \,//\, \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_3\right) =$$

$$= (3+4j) \,//\, (3+6j) \,//\, (2j - j + 3) = 1{,}24 + j$$



← SITUAZIONE ATTUALE

$$Z_{TOT} = Z_L \,//\, \frac{1}{j\omega C_x} = \frac{1{,}24 + j}{2jC_x(1{,}24+j)+1} = \frac{1{,}24 + j(1 - 5{,}1\,C_x)}{(1-2C_x)^2 + (2{,}48\,C_x)^2}$$

Affinché il circuito sia rifasato, devo porre $\mathrm{Im}(Z_{TOT}) = 0$ $\quad \Longrightarrow C_x = 0{,}196\,F$

$$P_C = P_A = \frac{1}{2}\,\frac{|V|^2}{R_g + Z_{TOT}} = 2{,}07\,W$$

P_C: POTENZA COMPLESSA $\quad P_A$: POTENZA ATTIVA $\quad C_x = 0{,}196\,F$