

Prof. Giuseppe Bianchi

E-MAIL: giuseppe.bianchi@uniroma2.it

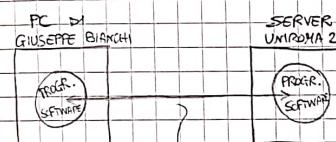
TESTI: • PARTE RETI →

Catene Mackow (G. Bianchi)  
Reti di TLC (Pattavina)

→ NON LE ULTIME VERSIONI

• PARTE SEGNALI → Fondamenti di segnali e trasmissione

03/03/2020



I due programmi software sono in comunicazione tra loro  
tramite HTTP (Hyper Text Transfer Protocol); è un protocollo.

Un protocollo ancora più alla base è TCP (Transmission Control Protocol).  
Talvolta corredato a TLS (Transport Layer Security).

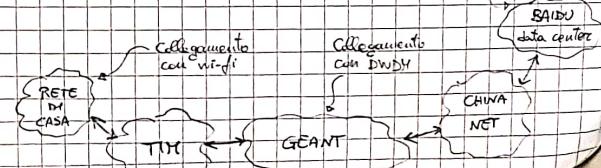
→ DEFINITO CON HTTPS

→ TCP si occupa del controllo dell'ordine di trasmissione dei vari messaggi, del controllo dell'errore (per esempio che un messaggio arrivi effettivamente a destinazione), del controllo flessibile (per trasmettere i messaggi alla velocità che essi siano ricevuti), del controllo di congestione (per rallentare il traffico quando si rischia un intasamento nella rete) INTRODOTTO DA VAN JACOBSSON NEL 1986 PER EVITARE L'INTERNET MELTDOWN

→ PROTOCOLLI CONNECTION-ORIENTED: prima di mantenere dati, si preoccupano di instaurare una comunicazione; per le telefonate ce n'è bisogno, per le e-mail no; TCP è connection-oriented.

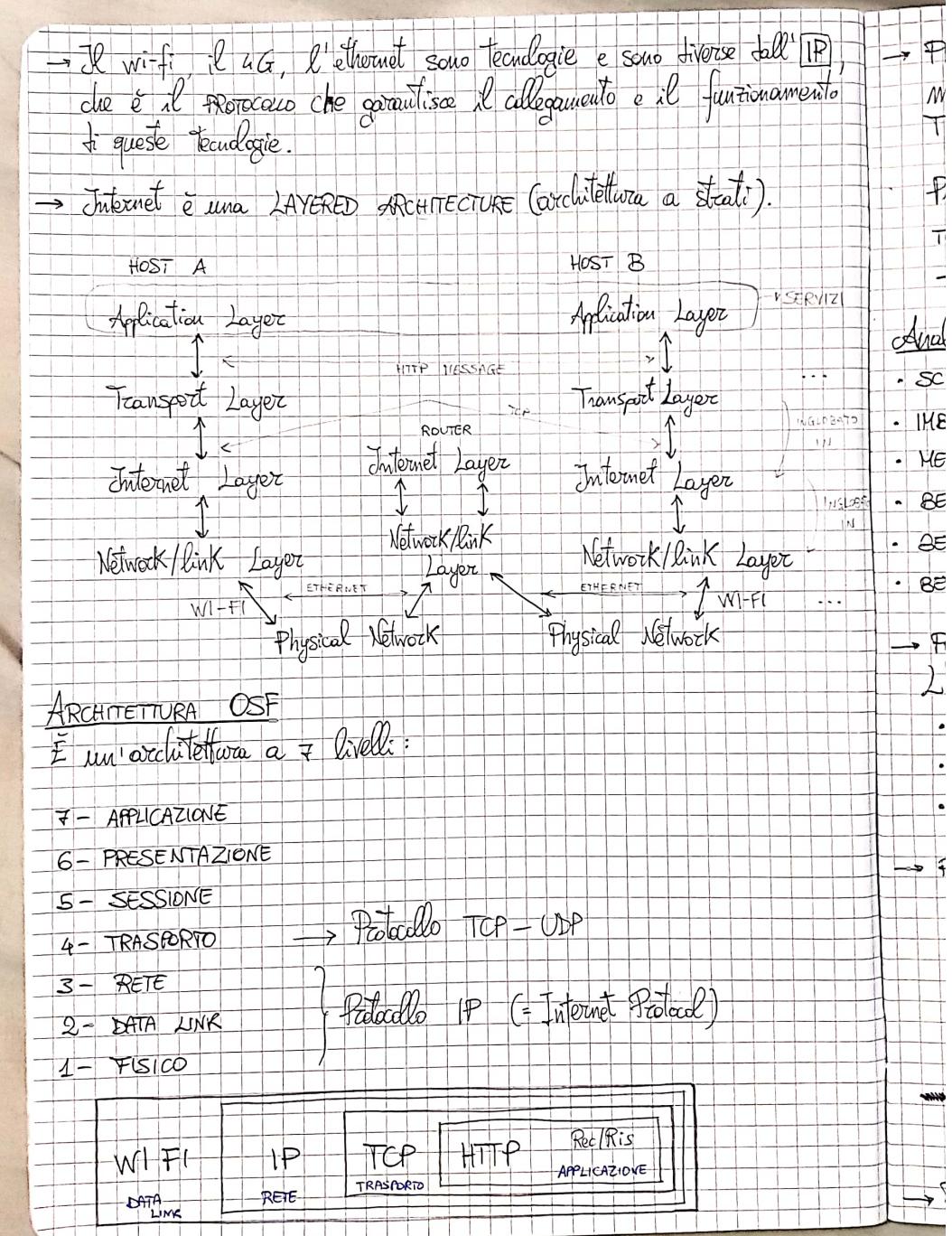
10/03/2020

INTERNET = rete di reti:



→ Il wi-fi, il 4G, l'ethernet sono tecnologie e sono diverse dall'IP, che è il protocollo che garantisce il collegamento e il funzionamento di queste tecnologie.

→ Internet è una LAYERED ARCHITECTURE (architettura a strati).



→ PROTOCOLLO = insieme di regole e convenzioni che devono essere implementati tramite un programma software.

Tipicamente include meccanismi per identificare dispositivi (chi parla con chi).

Può includere meccanismi per stabilire connessioni (connection-oriented, TCP - connectionless, UDP) e riconoscere ricezione (affidabile, WiFi - inaffidabile, Ethernet).

Analoga col servizio postale:

- SCRIVO UNA LETTERA A BETTY → Applicazione
- INCUSTO LA LETTERA → Header = parte del pacchetto che contiene informazioni di controllo necessarie al funzionamento della rete
- METTO LA LETTERA NELLA CASSSETTA DELLA POSTA → Sistema operativo
- BETTY PRENDERE LA LETTERA DALLA CASSSETTA DELLA POSTA }
- BETTY CONTROLLA SE LA LETTERA È PER LEI } IP
- BETTY LEGGE LA LETTERA

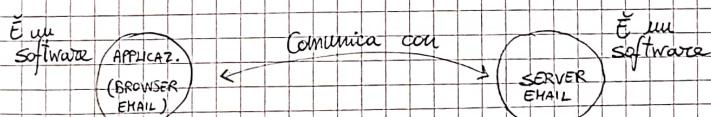
→ PAGINA WEB = risorsa con un URL.

L'URL è composto di 3 componenti:

- PROTOCOLLO (per esempio http)
- HOST NAME : dove si trova la pagina? (per esempio netguru.unizam.it)
- FILE NAME : come si chiama la pagina?

→ PROTOCOLLO POP: Postal Office Protocol

↳ Manda user-name e password in chiaro: chiunque può accederci.

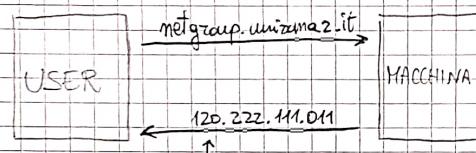


→ Immettendo TELNET, nome del server, porta 25, sostituisco praticamente il software con un essere umano.

→ Per le e-mail viene utilizzato un altro protocollo, SMTP

(= Simple Mail Transfer Protocol).

→ Gli HOST NAME (per esempio netgroup.unizama2.it) non sono soggetti al protocollo IP, che si occupa solo di network; attraverso il protocollo DNS (Domain Name System) viene trascritto in codice numerico.



Così che mi riporta al sito che sono andato a cercare  
↪ nel caso in cui mi porta da un'altra parte (per truffa),  
si tratta di SPOOFING ATTACK.

Indirizzi IP:

Sono stringhe di 32 bit (anche se gli IP versione 6 sono composti da 128 bit). Come si leggono questi 32 bit?

Noi utilizziamo il formato MNEMONICO (che è fuorviante!)

ESEMPIO: 10010011. 10100011. 00010110. 10000010

↓  
167. 163. 22. 130

In realtà, tali stringhe sono composte da due parti effettive:

10010011. 10100011. 000101 | 10. 10000010  
PREFISSO DI RETE HOST (= nome specifico della macchina)

Dove finisce il prefisso lo decide chi configura la rete. Per esempio, se sono 27 bit, sto utilizzando un indirizzo del tipo /27. Effettivamente anche in telefonia il numero di cifre per il prefisso non è costante.

Ma torniamo a chi parla con chi...

### HYPertext Transfer Protocol (HTTP)

Richiesta - - - - - > verso un indirizzo IP e una porta

CLIENT

Risposta

SERVER

Processo software:  
WEB BROWSER

Processo software:  
WEB SERVER

PROCESSO SERVER = un "programma" nel PC / server.

Tornando alla struttura URL, il valore della porta di default per il protocollo HTTP è 80. Perciò:

HTTP://cerbero.elet.polimi.it/... EQUIVALE A

HTTP://cerbero.elet.polimi.it:80/... HA È DIVERSO DA

HTTP://cerbero.elet.polimi.it:8080/... (SE ESISTE)

→ Supponiamo di avere bisogno di parlare con un Baidu Server, con indirizzo IP 119.63.198.99.

- Se tale indirizzo si trova nella mia rete, posso effettuare una comunicazione diretta (DIRECT FORWARDING).

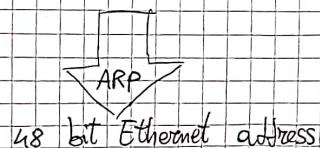
- Se non si trova nella mia rete, devo chiamare in gioco un GATE WAY (router), gli affido il pacchetto: ci farà pensare lui a mandarlo.

Per affinche un indirizzo IP sia nella mia rete, il prefisso del mio indirizzo IP e il prefisso dell'indirizzo IP del sito a cui sto accedendo devono coincidere.

Ma chi mi dice quale indirizzo è associato a un indirizzo IP?  
Address Resolution Protocol (ARP)

32 bit IP address

ARP Poisoning:  
è un attacco che sfrutta i mappaggi dinamici



12/03/2020

### ETHERNET

È una delle tecnologie per la connessione in rete.

Il problema è: come posso gestire gli accessi multipli in rete, in cui  $n$  utenti ( $n > 1$ ) vogliono comunicare senza interferenze?

#### FDMA

(Frequency Division Multiple Access)

UNA RISORSA VIENE PARTIZIONATA IN  
PIÙ FREQUENZE DIVERSE (CIASCUNA  
VALORE DI UNA FREQUENZA RAPPRESENTA  
UN CANALE)

#### TDMA

(Time Division Multiple Access)

UNA RISORSA VIENE PARTIZIONATA IN  
PIÙ ISTANTI DI TEMPO (SLOT);  
L'INSIEME DI SLOT COSTITUISCE LA  
TRAMA

→ Entrambi i concetti di gestione di Multiple Access sono di tipo DE terministico, in cui ciascuno degli slot contrassegnati da una frequenza o da un tempo deve essere assegnato a un utente specifico. Ciò avviene solo in presenza di un CONTROLLO CENTRALE, che assegna appunto i canali.

Nel 1960, un certo Norman Abramson volle sviluppare una tecnica di accesso multiplo alle Hawaii ma non aveva la possibilità di usare un CONTROLLO CENTRALE e non erano possibili le sincronizzazioni. Allo stesso tempo intuì il concetto di RANDOM ACCESS, per cui si trasmettessero i canali in maniera completamente casuale. In questo modo, dati due canali A e B, mentre A trasmette, anche B può trasmettere e possono esserci momenti di interferenza: il throughput, ovvero il rapporto tra il tempo utile (in cui NON si hanno interferenze) e il tempo totale, è dovuto solo se si hanno trasmissioni per massimo il 18% del tempo (in altre parole il throughput è del 18%).

Nel 1973, Bob Metcalfe introdusse il concetto di CARRIER SENSE,

in cui ogni canale diventa capace di trasmettere e ascoltare contemporaneamente, e il concetto di collision detection: il throughput aumenta dal 18% all' 80-90%.

Nel 1980, la piccola azienda XEROX, si alleò con DIGITAL e INTEL per sperare di accaparrarsi un numero molto maggiore di clienti e di ottenere comunque  $\frac{1}{3}$  del ricavato totale, avendo comunque complessivamente un vantaggio (DIGITAL-INTEL-XEROX  $\Rightarrow$  DIX).

Nel 1985 la tecnologia DIX diventa IEEE 802.3 (quel che noi conosciamo come ETHERNET; il WI-FI equivale a IEEE 802.11).

Inizialmente, la velocità di trasmissione standard di un cavo Ethernet era di 10 mbps (10 megabit per secondo). Oggi arriviamo fino a 100 gigabit per secondo.

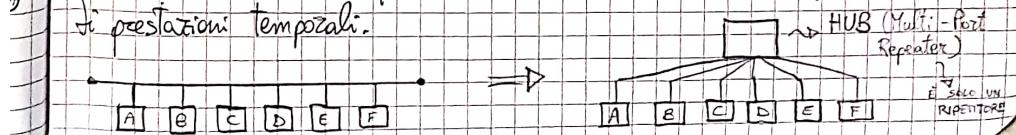
Ethernet è una tecnologia CASLATA (funziona attraverso cavo). I cavi possono essere più grossi (con fino a 500 m di gittata di trasmissione), oppure più piccoli (con fino a 185 m di gittata di trasmissione). Un cavo Ethernet può essere identificato con: VELOCITÀ, METODO DI SEGNALE e MEZZO (per es. 100 Base-T).

Dati più canali, se un canale A deve trasmettere un segnale a un canale B, a livello fisico tale segnale viene portato ovunque.

Perciò si interviene NIC (Network Interface Card; SCHEDA DI RETE), che riceve i messaggi che non sono destinati a me. Perciò:

- LIVELLO FISICO  $\rightarrow$  broadcast: si trasmette a tutti
- LIVELLO DATALINK  $\rightarrow$  unicast: si trasmette a uno solo

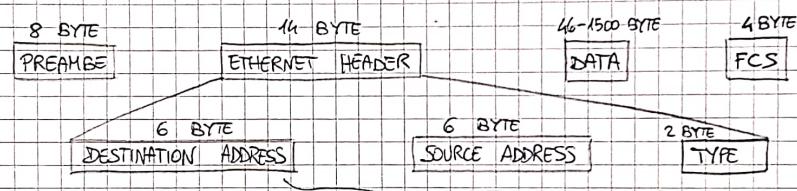
Nel 1990, si passa dalla rappresentazione Bus, alla topologia a Stella. Le due strutture sono equivalenti, ma la seconda è più efficiente a livello di prestazioni temporali.



Il salto di qualità sta nella sostituzione dell' HUB con uno switch, che è molto più potente e ha più funzioni.

### Ethernet Frame (trama Ethernet o pacchetto Ethernet):

- HA UN PREAMBOLO
- HA UN'INTESTAZIONE CHE CONTIENE GLI INDIRIZZI DI DESTINAZIONE E DI SORGENTE
- HA UNA SEZIONE PER I DATI

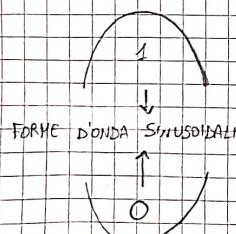


NIC controlla se sono io l'effettivo destinatario del segnale (tramite la DESTINATION ADDRESS) e lo manda in una specifica destinazione a seconda del TYPE (se è un IP, va mandato al sistema operativo, per esempio).  
L'unico campo del pacchetto

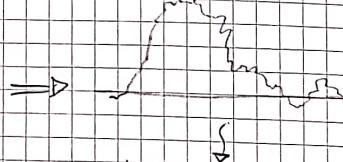
Problema: CAPIRE DOVE INIZIA IL PACCHETTO.

- Se siamo nel caso sincrono, posso capire dall'istante definito dal clock.
- Se siamo nel caso asincrono (RANDOM ACCESS), si ha un problema di tipo tecnologico.

SIMBOLO TRASMESSO

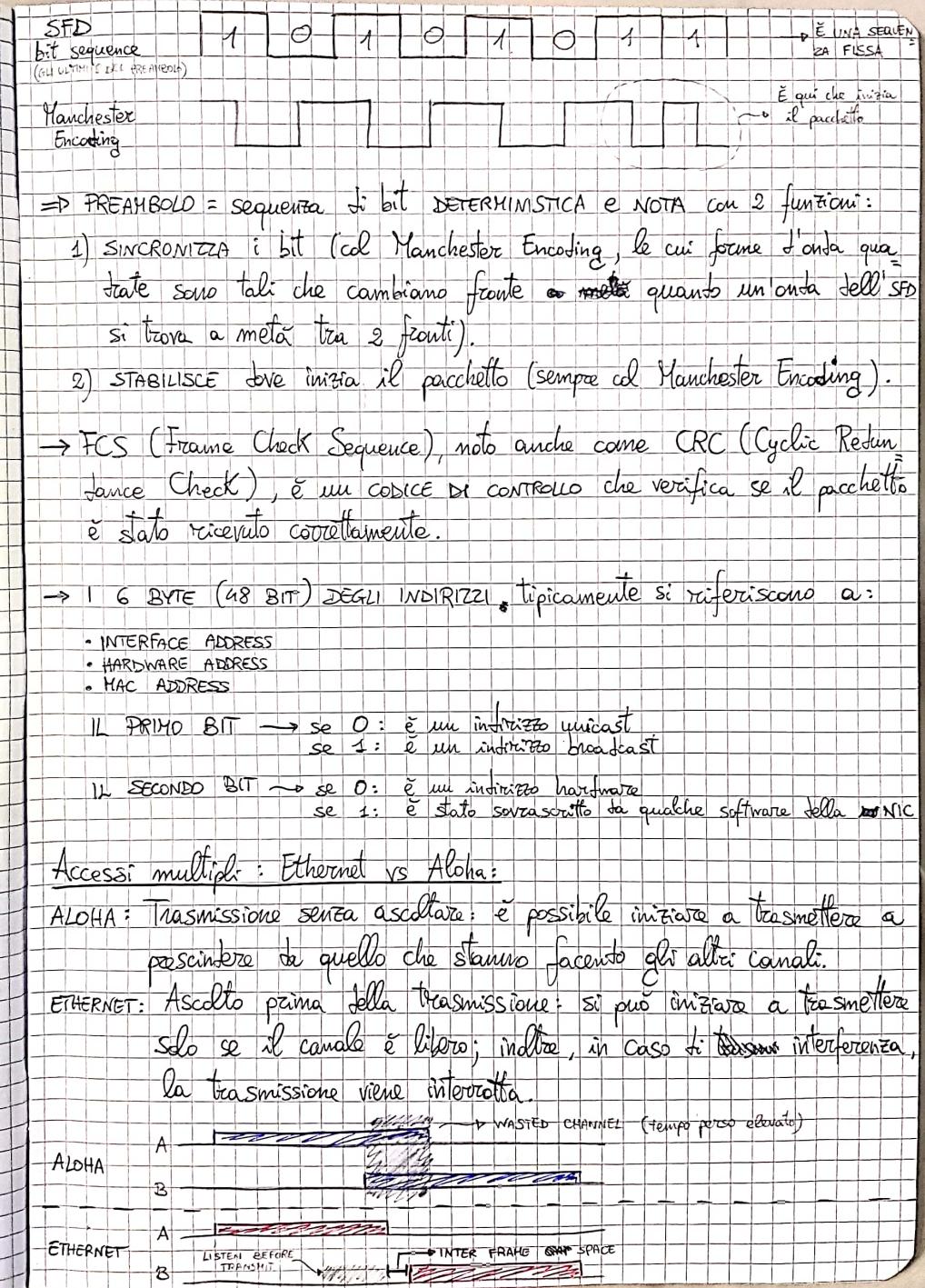


SIMBOLO RICEVUTO



Decido se è una forma d'onda 1 o una forma d'onda 0 calcolando l'area con l'integrale.

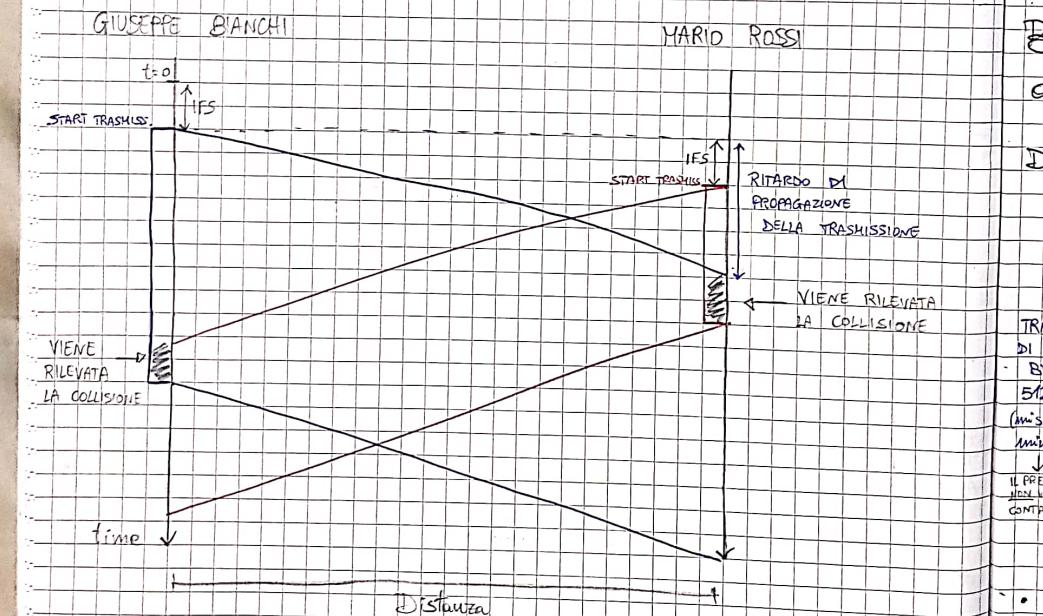
Un problema è anche capire dove inizia e dove finisce una forma d'onda.



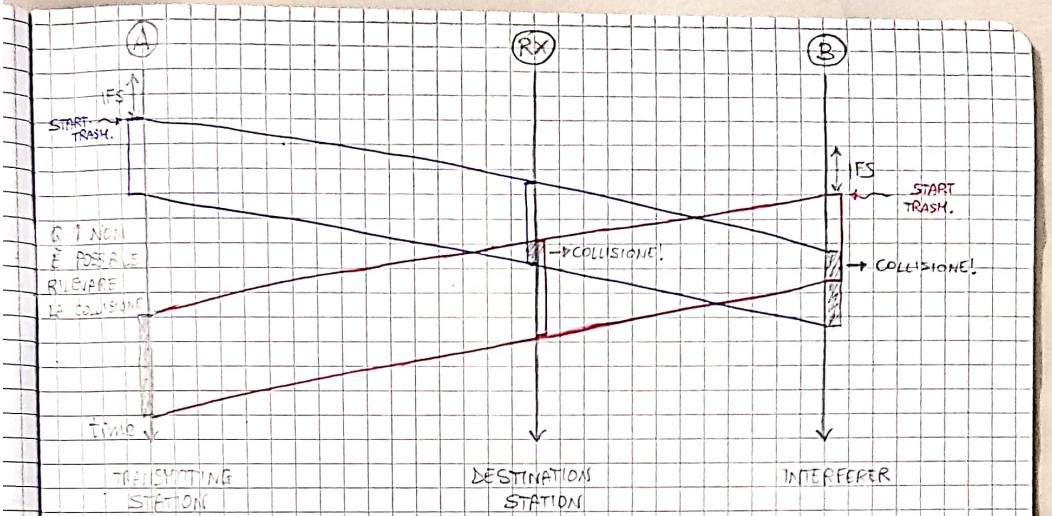
Nel caso in cui due canali B e C sono in ascolto mentre A trasmette, hanno dei tempi di attesa prefissati, e incidenti e casuali dopo dei quali possono iniziare a trasmettere. Si ha una collisione solo nel caso in cui i due tempi sono uguali. Il fenomeno dell'attesa si chiama BACKOFF.

→ INTER FRAME SPACE = tempo tecnico per capire se il canale è libero o occupato; se è libero, si parte con la trasmissione.

PROBLEMA: la propagazione del segnale è a velocità finita! In un cavo, è circa i  $\frac{2}{3}$  della velocità della luce (ovvero 200 m/ $\mu$ s).

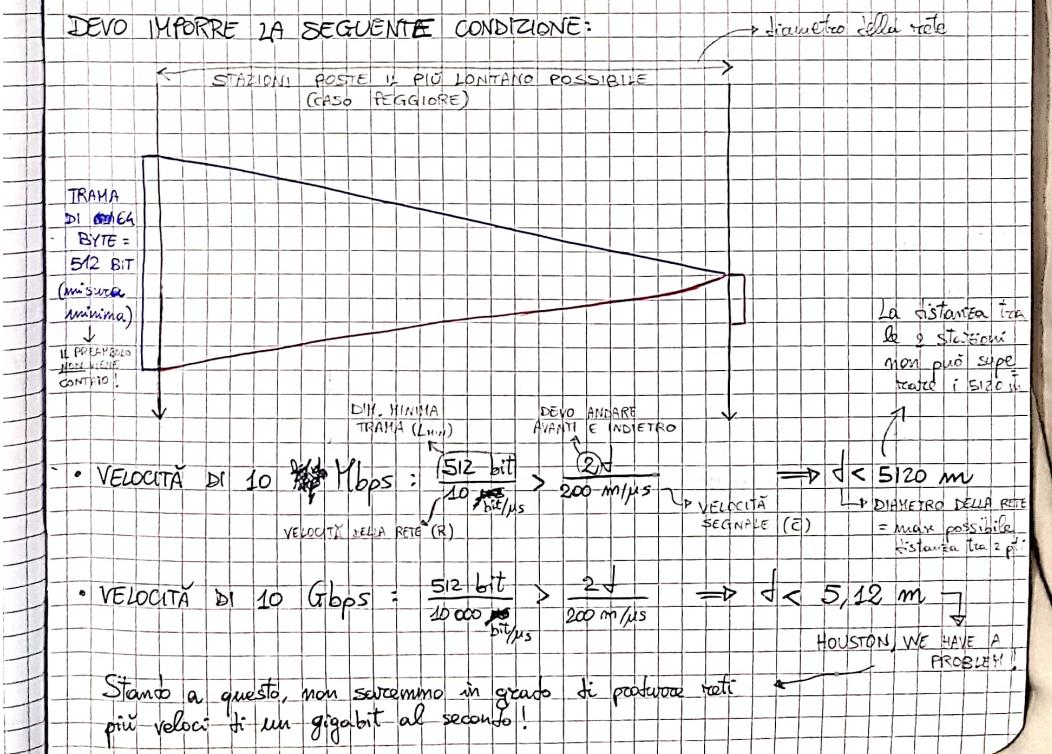


→ Le collisioni non dipendono solo dagli istanti di tempo in cui si trasmette ma anche dalla distanza spaziale.



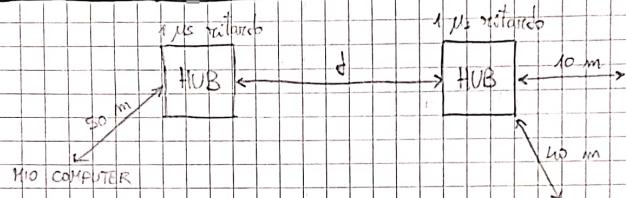
Bisogna fare in modo che tutte le stazioni rilevino la collisione oppure che nessuna stazione la rilevi!

DEVO IMPORRE LA SEGUENTE CONDIZIONE:



Oggi Ethernet non usa più CSMA, proprio per il motivo appena spostato. Infatti oggi si usa la Switched Ethernet, che può collegare Roma e Milano senza questo tipo di problema.

Esempio di esercizio di esame:



$$VP = 200 \text{ m/}\mu\text{s}$$

$$L = 512 \text{ bit}$$

$$T_{MAX} = ?$$

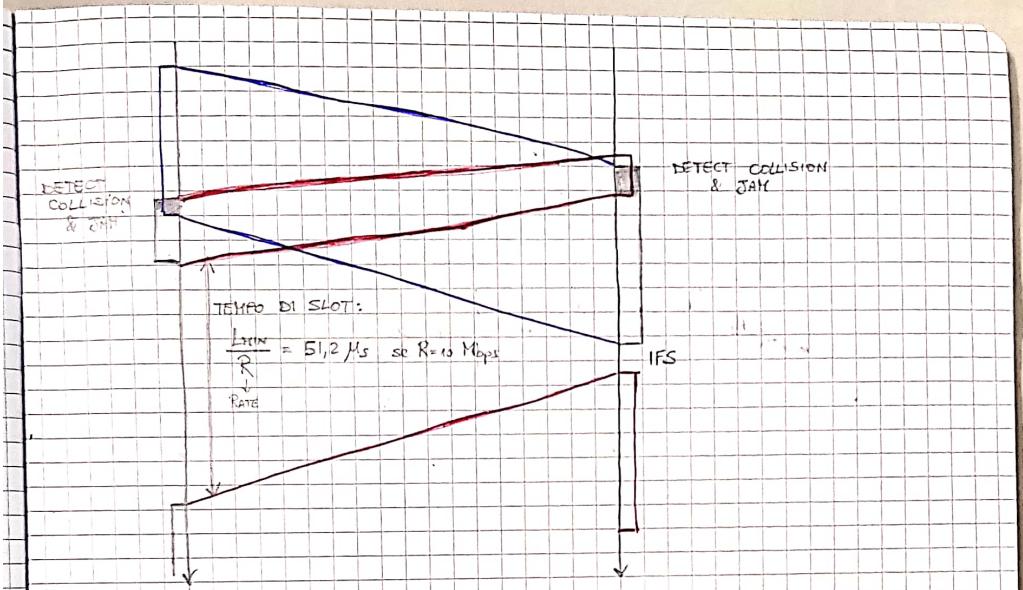
$$R = 100 \text{ mbps}$$

L'equazione che devo impostare è:

$$\frac{512}{100} > \frac{2(f + 50 + 40)}{200} + \underbrace{2(1+1)\mu\text{s}}_{\text{RITARDI DOVUTI ALE HUB}} \Rightarrow f < 22 \text{ m}$$

13/03/2020

Supponiamo di avere una collisione tra la stazione A e la stazione B. Succede che entrambe feriscono la trasmissione per un tempo pari a un INTER FRAME SPACE; se esso è uguale per A e B, si avranno in loop trasmissioni che colpiscono e pause. Per risolvere la questione, più che non c'è un controllo o un criterio su chi deve trasmettere prima e chi dopo, si generano dei tempi di attesa CASUALI. Se per caso sono uguali, si fa un secondo tentativo ma comunque prima o poi il problema si risolve.



Questo schema serve per capire che non ha senso fornire dei tempi di attesa casuali, ma, per evitare collisioni, è sufficiente che una stazione trasmetta una trama all'istante 0<sup>μs</sup>, un'altra stazione trasmetta una trama all'istante 51,2  $\mu$ s, un'altra stazione ancora trasmetta una trama all'istante 102,4  $\mu$ s (2 · 51,2  $\mu$ s) e così via (posto che il Rate sia pari a 10 Mbps). Perciò consideriamo il backoff come valore discreto e non più come valore continuo (consideriamo 1 slot di tempo come tempo pari a 51,2  $\mu$ s; quindi un backoff pari a 1 corrisponde a un istante pari a 51,2  $\mu$ s). → ETHERNET BACKOFF RULE

Il problema ora è:

- SE PRENDO UN LASSO DI TEMPO ELEVATO MA HO POCHE STAZIONI, SPERCO TEMPO
  - SE PRENDO UN LASSO DI TEMPO BASSO MA HO TANTE STAZIONI, HO TROPPE COLLISIONI
- ⇒ Come scelgo il numero di slot-time?

Exponential backoff:

→ LA PRIMA TRASMISSIONE CHE FACCIO, O LA FACCIO AL TEMPO 0 O AL TEMPO 1 (scelta casuale); se HO ANCORA UNA COLLISIONE, LA TRASMISSIONE LA FAZZO O AL TEMPO 0, O AL TEMPO 1, O AL TEMPO 2 O AL TEMPO 3.

Praticamente, a ogni collisione, si raddoppiano gli slot disponibili tra cui scegliere per sperare di trarre progressivamente le collisioni.

Il problema è che, con l'esponentializzazione, si raggiungono presto dei tempi troppo elevati. C'è bisogno di altre regole.

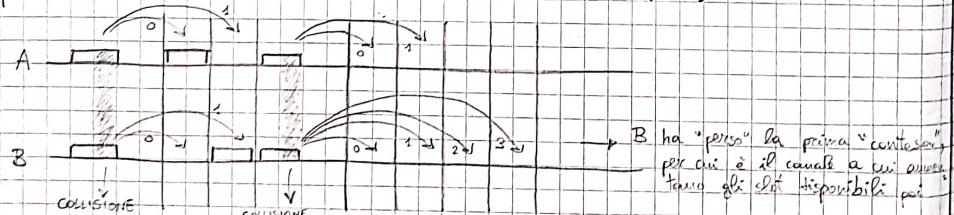
Chiamiamo  $N$  con il numero di RI-TRANSMISSIONI ( $N=0$  per la prima trasmissione,  $N=1$  per la seconda, ecc.).

→ Una possibile regola è che, per  $N=16$ , buttiamo via il pacchetto.

→ Un'altra regola è che il numero di slot disponibili è 1024 per  $N=10, 11, \dots, 16$ , senza raddoppiare più.

Quindi il tempo di backoff è  $R \cdot 51,2 \mu s$  (per 10 mbps), con  $R$  preso randomicamente tra i valori compresi tra 0 e  $\min(2^{10}, 2^N)$  (sempre se non si ha considerato un tentativo singolarmente e se non si hanno ulteriori collisioni).

ATTENZIONE: non è difficile che si arrivi a buttare un ~~buon~~ pacchetto dopo 16 ri-tentativi con solo 2 stazioni che trasmettono.



In questo modo si presenta il seguente scenario:

$$\rightarrow P(\text{win at first try}) = \frac{1}{16} \text{ vs } \frac{1}{16}$$

$$\rightarrow P(\text{win at second try}) = \frac{1}{8} \text{ vs } \frac{5}{8}$$

$$\rightarrow P(\text{win at third try}) = \frac{1}{16} \text{ vs } \frac{13}{16}$$

→ PACKET STARVATION EFFECT

...

Chi attende di più dopo la prima trasmissione, poi ha sempre meno probabilità di trasmettere, soprattutto se l'altra stazione è GREEDY (ha sempre un pacchetto da trasmettere)!

Per risolvere la questione si avviò a man mano più collisioni con l'Ethernet.

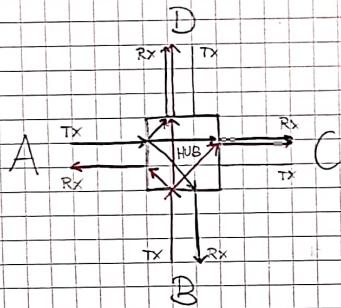
### Ethernet Repeaters:

Hanno lo scopo di aiutare a raggiungere distanze più elevate rispettando comunque le norme sul massimo diametro di rete (d).

In pratica:

- RISISTEMANO LA FORMA DI ONDA (Re-Shaping)
- RISISTEMANO IL CLOCK (Re-Timing)
- RITRASMETTONO IL SEGNALE (Re-Transmitting)

Supponiamo che un canale A voglia trasmettere a C e B voglia trasmettere a D:



→ Abbiamo visto che l'hub lavora solo a livello fisico, non Data Link! Quindi non può sapere chi è il destinatario del messaggio, e lo trasmette a tutti. CONSEGUENTEMENTE si hanno collisioni in C e in D.

SOLUZIONE: utilizzo di un ETHERNET BRIDGE al posto del classico hub che è in grado di leggere i destinatari dei messaggi.

Quindi, per n canali, la capacità di trasmissione diventa  $\frac{M}{2}$  perché, in teoria, non si può trasmettere e ricevere contemporaneamente.

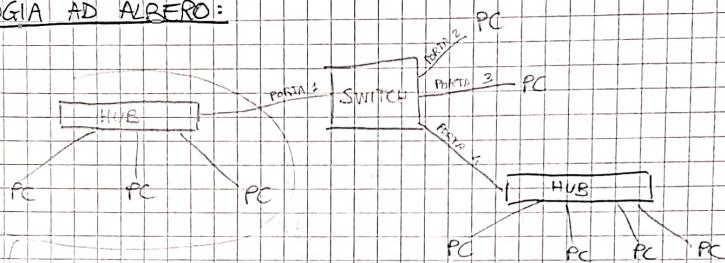
In realtà, secondo lo schema qui sopra, ci sarebbero 2 canali differenti abiliti a trasmettere e ricevere, per cui si può introdurre il

SHAPED FULL DUPLEX STANDARD che rende possibile la contemporaneità di trasmissione e ricezione ( $\Rightarrow$  possibilità raddoppiate) e in cui l'Ethernet bridge è un vero e proprio switch in cui le collisioni sono praticamente impossibili (perché, se sono due segnali ricevuti, vengono memorizzati in un buffer o in una coda finché il canale RX non è libero).

16/03/2020

Col FULL DUPLEX, la capacità diventa  $n \cdot \text{link}$ .

### TOPOLOGIA AD ALBERO:



(Qui si hanno collisioni:  
Troviamo che gli utenti trasmettono  
i messaggi su tutti i canali)

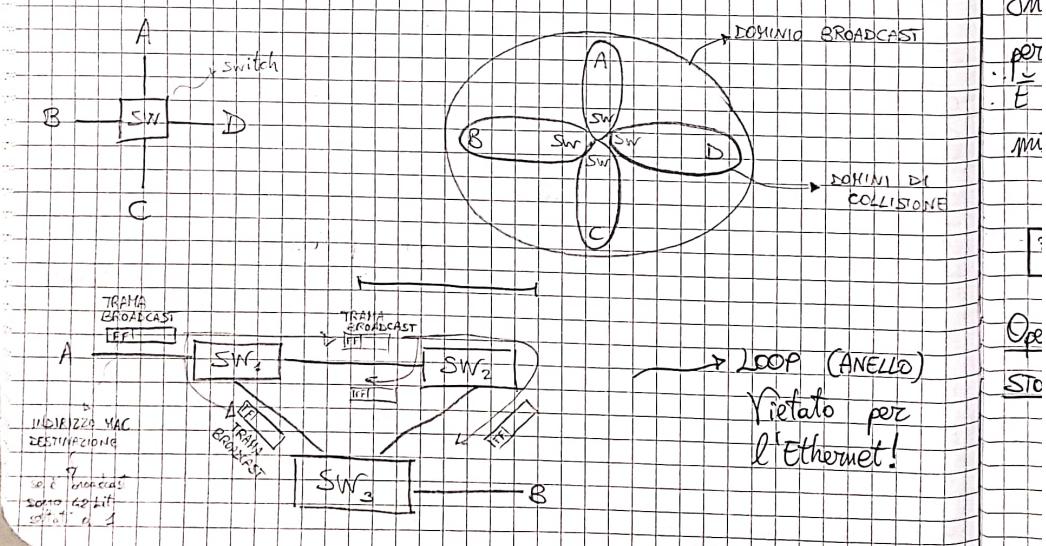
DOMINIO DI COLLUSIONE = zona della rete raggiunta da una trama sentita a livello fisico.

DOMINIO BROADCAST = zona raggiunta da una trama intrattenuta (livello Data Link).

→ Un HUB fa parte del dominio di collisione

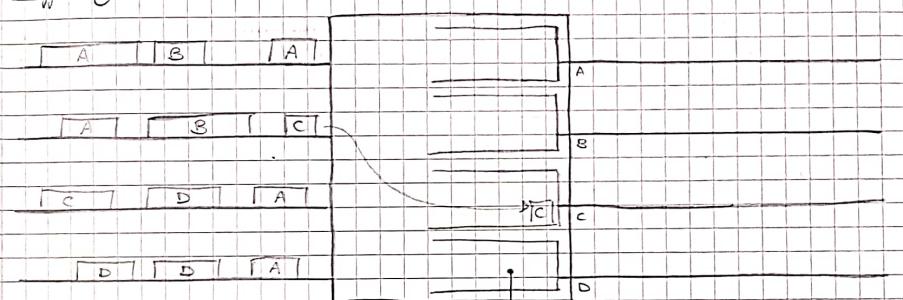
→ Uno switch interrompe il dominio di collisione

Esempio:



Come si può notare dal grafico, lo schema ad anello è rotato perché la trama broadcast da inviare a B viene duplicata all'infinito e continua perpetuamente a circolare tra gli switch, fino ad avvavare, nel caso peggiori, alla congestione della rete (BROADCAST "STORM").

Buffering:

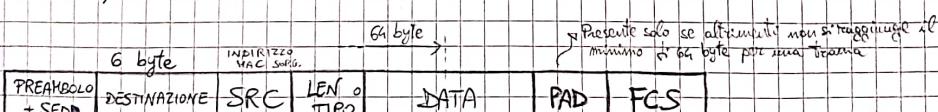


BUFFER = coda che memorizza trame finché non vengono trasmesse

Questa tecnica dello switch evita le collisioni ma non le perde: infatti, può succedere che uno dei buffer si saturi e non lasci spazio ad altre trame che, a tal punto, annulleranno perse (OVER PROVISIONING).

In ogni caso, è una tecnica che viene adottata perché è meglio una perdita che un ritardo eccessivo nella trasmissione dei pacchetti.

È una tecnica che introduce la LATENZA (il ritardo), che non è deterministico, bensì statistico.



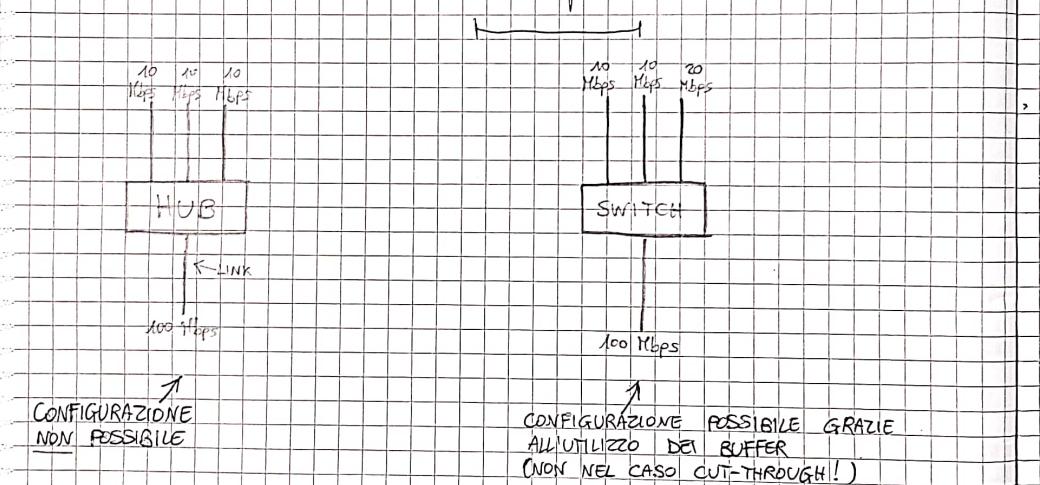
Operazioni dello switch:

- STORE & FORWARD:
- Verifica se la trama è consistente (senza bit errati)
  - Verifica se la trama ha dimensione compresa tra 64 e 1518 byte
  - Controlla su quale porta è attestata la trama
  - Manda la trama alla porta COMUTANDOLA

CUT-THROUGH: Mentre legge la trama, la commuta e la spedisce direttamente alla porta d'uscita, senza particolari controlli.

→ Col cut-through si ha una velocizzazione di trasmissione di 2 ordini di grandezza, ma si tratta di un miglioramento significativo a ~~verso~~ fino a 10 Mbps (in cui si passa da 1,2 ms a 11,2 μs).

Sopra i 10 mbps il cut-through perde di significato (l'ordine di grandezza sarebbe sotto il millisecondo a prescindere.)



Nell'invio di una trama a un dispositivo, vengono specificati l'indirizzo MAC del dispositivo e la porta a cui accedere per raggiungere l'indirizzo stesso. Questi dati sono raccolti in una TABELLA FORWARDING; nella tabella non deve essere necessariamente precompilata ~~tabella~~, perché non è un problema se non contiene un indirizzo che serve: in questo caso, la trama viene mandata a tutti i canali tranne il mittente, e ciò è possibile proprio perché la topologia non è ad anello. Ciascun indirizzo, oltre a una porta, all'interno della tabella viene associato a un tempo di vita (che indica da quanto tempo si trova nella tabella); raggiunto un certo valore di tempo, se un dato indirizzo non

è stato mai refreshato, ~~ma~~ si suppone che si sia scollegato dalla comunicazione.

La Tabella forwarding è il cuore dello switch, ~~non~~ dell'HUB.

→ OPERAZIONE DI FORWARDING: trasmissione di una trama tramite la ~~let~~  
tura dell'indirizzo MAC del destinatario, che consente di conoscere la porta d'uscita.

→ OPERAZIONE DI LEARNING: aggiunta di un nuovo indirizzo MAC all'interno della tabella forwarding, nel caso in cui non fosse trovato.

→ OPERAZIONE DI REFRESH: aggiornamento del campo "tempo di vita" di un indirizzo che era già presente nella tabella di refresh.

→ Nel caso in cui una stazione si sposta e cambia porta, viene eliminato l'indirizzo MAC corrispondente dalla tabella forwarding e viene aggiunto nuovamente con la porta aggiornata (cioè avviene se la stazione ~~non ha facchetti~~). \*

N.B.: Tra le varie cose, lo switch deve controllare che la porta di destinazione ~~non~~ sia abilitata, perché potrebbe non esserlo.

\* Se la stazione che cambia porta è una stazione destinataria e non invia mai pacchetti (ipotesi improbabile), non si ~~avrà~~ ha un aggiornamento nella tabella forwarding e la stazione stessa non viene trovata più; di conseguenza, si avrebbe un'inconsistenza e una perdita di tutti i pacchetti destinati a essa.

E questo è uno dei motivi per cui, dopo un certo tempo di vita, un indirizzo viene rimosso dalla tabella forwarding.

17/03/2020

Esercizio 1:

COMPUTER A - - - BRIDGE B - - - X - - - ROUTER R - - - Y - - - COMPUTER B

Si manda un pacchetto IP da A a B. Si rilevi con due sniffer

piantati nelle posizioni X e Y un medesimo pacchetto originato da A e destinato a B.

→ Gli indirizzi IP del pacchetto sono identici per X e per Y.

→ MAC

X: Destinazione: MAC<sub>ROUTER</sub> (INTERFACCIA SINISTRA)

Sorgente: MAC<sub>A</sub>

Y: Destinazione: MAC<sub>B</sub>

Sorgente: MAC<sub>ROUTER</sub> (INTERFACCIA DESTRA)

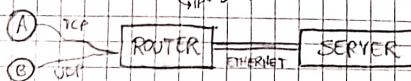
→ Il bridge (=switch) è trasparente: fa semplicemente passare la trama, commuta quella (NON È IL CASO DELLA TRAMA WI-FI).

→ Il router interfa reti fisiche diverse: il suo compito è fare da collante per il pacchetto IP.

### Esercizio 2:

Un server si trova su una rete locale Ethernet connessa a internet attraverso un router. Allo stesso server sono connessi due utenti remoti su internet. Un utente B accede al server con un'applicazione di video streaming in tempo reale (protocollo RTP, su trasporto UDP). Un altro utente A sta accedendo al server con un'applicazione web (protocollo HTTP, su trasporto TCP). Se guardiamo l'header delle trame Ethernet che viaggiano sul collegamento tra il router e il server, e confrontiamo gli header delle trame che contengono l'informazione generata dall'utente A con quelli delle trame che contengono le informazioni generate dall'utente B, possiamo dire che:

→ GLI HEADER ETHERNET SONO IDENTICI (STESMO INDIRIZZO ORIGINE, DESTINAZIONE E TIPO), ANCHE SE IL LORO CONTENUTO È DIVERSO.



\* IL TIPO È APP. QUANDO IL DISPOSITIVO DEVE RISPOSTERE ALL'INDIRIZZO MAC IN BASE ALL'INDIRIZZO IP

	SORG.	DEST.	SORG.	FIREW.
	MAC (ETH)	IP	IP	PROT.
A:	s	Y <sub>R</sub>	IP <sub>S</sub>	IP <sub>A</sub>
				TCP
B:	Y <sub>S</sub>	Y <sub>R</sub>	IP <sub>S</sub>	IP <sub>B</sub>
				UDP

### Esercizio 3:

Con riferimento alle funzionalità di un bridge/switch Ethernet:

→ PER POTER GESTIRE CORRETTAMENTE IL LEARNING, UNO SWITCH PUÒ ESSERE ANCHE CUT-THROUGH (NON È VIETATO, INSOMMA)

→ UNO SWITCH ETHERNET NON PROPAGA ANCHE UNA COLLUSIONE

→ PER POTER GESTIRE LINK A VELOCITÀ DIFFERENTE, UNO SWITCH NON DEVE ESSERE CUT-THROUGH

→ LO SWITCH ETHERNET <sup>NON</sup> CAMBIA GLI INDIRIZZI SORGENTE E DESTINAZIONE

### Esercizio 4:

Un bridge è configurato con AGEING TIME = 180 sec. Il forwarding database (TABELLA) del bridge è initialmente vuoto. Al bridge arrivano le seguenti trame:

TEMPO DI ARRIVO DELLA TRAMA A PARTIRE DA ZERO	PORTE DI ARRIVO	INDIRIZZO SORGENTE	INDIRIZZO DESTINAZIONE
T=000	1	11	broadcast
T=060	2	33	11
T=120	3	44	22
T=200	4	33	66
T=210	3	22	11
T=220	2	22	22

FORWARDING DATABASE (brutta copia)	MAC	PORTE	TEMPO DI ARRIVO
Cancellato dopo 180 sec (scaduto per ageing time)	-11	1	0
	-33	2	60
	44	3	120
	33	4	200
	-22	3	210
	22	2	220

Forwarding database per  $T = 230$ :

MAC	PORTE	AGE
22	2	10
33	4	30
44	3	110

• Trame  
- Tram  
Eserc  
Mn  
base

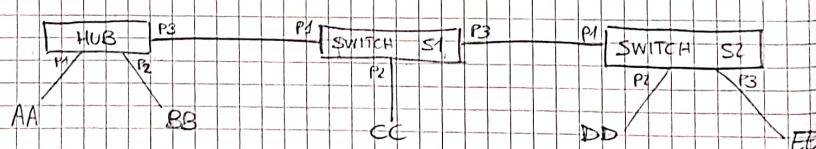
Una stazione in ascolto su una quinta porta #5, quali tra le precedute trame sentirebbe?

- 1° Sì perché la destinazione è broadcast
- 2° NO perché viene sentito solo da 11 (già presente nel forwarding database)
- 3° Sì perché 22 non è presente nel forwarding database
- 4° Sì perché 66 non è presente nel forwarding database
- 5° Sì perché nel frattempo 11 è stato cancellato dal forwarding database
- 6° NO perché viene sentito solo da 22 (già presente nel forwarding database)

Esercizio 5:

- $t=1 \Rightarrow$  stazione AA manda trama 1 alla stazione CC
- $t=2 \Rightarrow$  stazione BB manda trama 2 alla stazione AA
- $t=3 \Rightarrow$  stazione DD manda trama 3 alla stazione CC
- $t=4 \Rightarrow$  stazione DD manda trama 4 alla stazione AA
- $t=5 \Rightarrow$  stazione DD manda trama 5 alla stazione BB

Forwarding



Esercizio  
 $R = 10$

- $t=1$ : S1 e S2 imparano che AA sono dietro la porta P1
- $t=2$ : S1 impara che BB è dietro la porta P1
- $t=3$ : S1 impara che DD è dietro la porta P3 e S2 impara che DD è dietro la porta P2

$\frac{512}{100}$

L'uc

- Frame ricevuti da EE: 1-3-5
- Frame ricevuti da BB: 1-3-~~4~~-5

Il hub non sa che il destinatario è A2

### Esercizio 6:

Un bridge è configurato con AGEING TIME = 10 sec. Il forwarding database è inizialmente vuoto. Al bridge arrivano le seguenti frame:

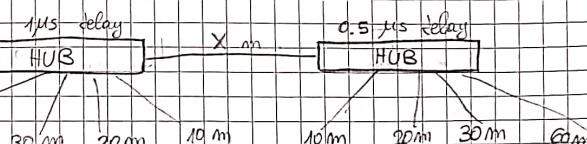
TEMPO DI ARRIVO DELLA TRAMA	PORTE DI ARRIVO	INDIRIZZO SORGENTE	INDIRIZZO DESTINAZIONE
T=0	1	11	22
T=2	2	22	33
T=4	3	33	11
T=7	4	44	55
T=9	3	22	11
T=11	3	22	33
T=12	3	22	55

Forwarding database per T=13:

MAC ADDRESS	PORTE	REMAINING TIME
22	3	9
44	4	4
33	3	1

### Esercizio 7:

$$R = 100 \text{ mbps}$$



$$\frac{512}{100} = \frac{2(60 + X + 60)}{200} + 2(1 + 0.5) \Rightarrow X = 92 \text{ m}$$

Tempo trasmissione = 2 · (Tempo propagazione + Ritardo hub)

L'uguaglianza mi dà la lunghezza massima

NB: 1 mbps =  
= 1 bit/μs  
1 mega-bit per sec.

19/03/2020

## ETHERNET RADIO - WIRELESS LAN (Wi-Fi)

Obiettivo originale: strutturare una tecnologia Ethernet non cattata ma che funzionasse via radio.

→ IEEE 802.11 (Wi-Fi) ebbe una prima origine nel 1990.

1997: primo standard

1999: secondo standard (utilizzato da tutti)

2009: introduzione di MIMO (Multiple In Multiple Out)

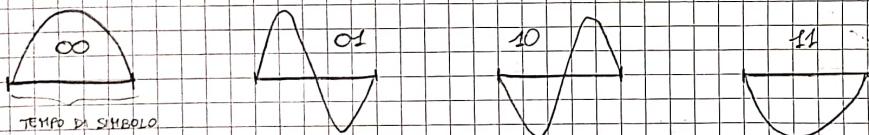
+ ANTENNE CHE MANDANO I SEGNALI  
IN MODO OPPORTUNAMENTE COLLEGATO  
PER AUMENTARNE LA CAPACITÀ (e quindi la velocità)

+ ANTENNE CHE COMBINANO IL  
SEGNALE PER RICEVERLO MEGLIO

Come mai questa tecnologia possa andare a varie velocità contemporaneamente?

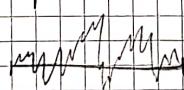


Vediamo come in realtà si ha un più possibilità (quanti più bit per simbolo).



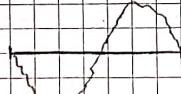
Il costo è che n bit per simbolo implicano dover decodificare una forma d'onda reale con  $2^n$  possibilità.

CANALE CATTIVO  $\Rightarrow$



← alta probabilità  
di sbagliare;  
è già tanto se riesce a gestire  
2 forme d'onda

CANALE BUONO  $\Rightarrow$



→ 1 BIT PER SIMBOLO: modulazione binaria

→ 4 BIT PER SIMBOLO se il canale è buono

→ 6 BIT PER SIMBOLO se il canale è eccellente

In ogni caso, il tempo di simbolo non varia tra un caso e l'altro.

Quindi: CANALE BUONO  $\Rightarrow$  PIÙ BIT/SIMBOLI  $\Rightarrow$  AUMENTO DI CAPACITÀ E VELOCITÀ

$$\text{BIT RATE} = \text{symbol rate} \left( \frac{\text{simboli}}{\text{secondo}} \right) \cdot m \left( \frac{\text{bit}}{\text{simbolo}} \right)$$

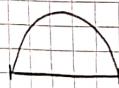
Un altro parametro per accelerare / rallentare la ricezione di segnale

è la RIDONDANZA DI CODIFICA.

Soprattutto se il segnale è cattivo, posso convertire un bit informazione

in più (per es. 3) bit che decodifichino forme d'onda, in modo da avere meno probabilità di errore ma un rallentamento nella ricezione di segnale (nel nostro es. la capacità sarebbe  $\frac{1}{3}$  rispetto a condizioni standard).

Cioè (con 3 bit di decodifica):

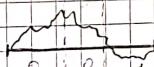


onda 0 che ~~deco~~ decodifico con 000



onda 1 che decodifico con 111

ONDA REALE:



→ decodificato con 001;  
più 0 che 1  $\Rightarrow$  lo associo all'onda 0

una

Esempio:

Se ho 64 forme d'onda possibili e, nella trasmissione, ogni 3 simboli che ricevo, li decodifico con 4 bit (per ogni 3 bit ne aggiungo 1), la velocità di trasmissione diventa:

$$(12) \log 64 \cdot R = 12 \cdot 6 \cdot \frac{3}{4} = 54 \text{ Mbps}$$

↳ CODING RATE

→ TASSO SIMBOLI AL SECONDO

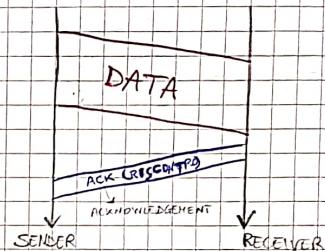
PROBLEMA DEL CANALE RADIO: può diventare da ottimo a pessimo in pochi

millisecondi → come si fa ad andare a velocità costante?

→ si può toccare un tasso di errore nei segnali del 60%

→ È necessario avere un riscontro da parte del destinatario per accertarsi che il pacchetto sia stato veramente ricevuto o meno e, nel caso affermativo, che sia stato ricevuto senza errori (in casi più sofisticati il pacchetto viene eventualmente corretto).

→ Non si può rilevare una collisione: è impossibile trasmettere e ascoltare contemporaneamente, poiché:



① Una circuiteria per una singola antenna può permettere di trasmettere o di ricevere. Due circuiterie implicano uno spreco dell'hardware.

② È problematico anche avere due antenne, tra cui una trasmette e una riceve: l'intensità di un segnale si misura in decibel, che è una grandezza logaritmica. Se la prima antenna trasmette a  $-10 \text{ dBm}$  e l'altra riceve a  $-70 \text{ dBm}$ , si hanno ben 9 ordini di grandezza di differenza: questo scenario è tecnologicamente impossibile.

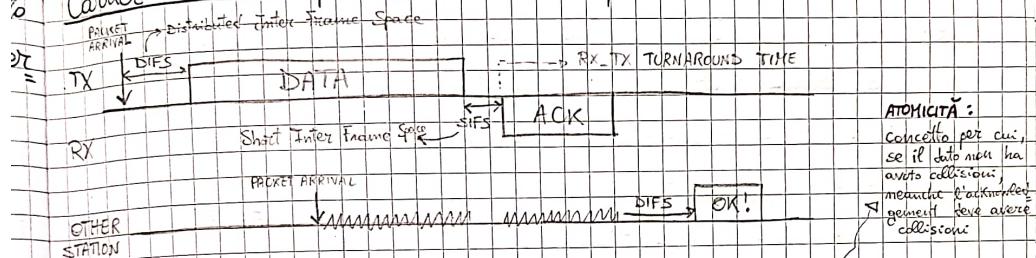
③ Quando un'antenna trasmette, all'aumentare della distanza il segnale diventa via via più debole; perciò, i canali vicini sentono il segnale, mentre i canali lontani no. Si può avere il seguente scenario:



- A riceve solo i segnali di B → NO COLLISION
- C riceve solo i segnali di B → NO COLLISION
- B riceve solo i segnali sia di A che di C → COLLISION

20/03/2020

## Carrier Sense Multiple Access (CSMA) per wi-fi:



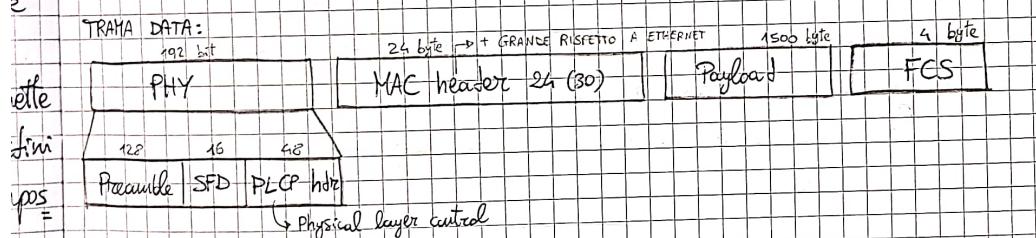
ATOMICITÀ:  
concetto per cui,  
se il dato non ha  
avuto collisioni  
meanche l'acknowledgement  
avrà avuto collisioni

SIFS < DIFS per evitare collisioni nelle altre stazioni (in particolare, collisioni tra la trasmissione di un secondo canale e l'acknowledgement di risposta al primo).

Nel wi-fi tradizionale (802.11 b):  
DIFS = 50 μs = 15IFS + 2 slot-times  
SIFS = 10 μs

per motivi di protocollo

per motivi tecnologici



WIFI 802.11 → MODULAZIONE CODIFICA ADATTATIVA: ogni pacchetto usa il livello di modulazione codifica che vuole, in modo indipendente; tuttavia, il ricevitore deve sapere qual è la modulazione usata. Da qui, serve il campo PLCP hdr nella trama.

→ Solo l'intestazione di ogni pacchetto ~~è~~ è scritta con la modulazione BPSK, che è la più robusta possibile.

→ Se A invia un pacchetto a B con una certa modulazione e B non riesce a coglierne il segnale, allora A deve provare a mandare il pacchetto con una modulazione più bassa. Se si hanno problemi anche con la modulazione più bassa possibile, vuol dire che B non è proprio porto sulla rete.

→ PHY composta da  $128 + 16 + 48$  bit = 192 bit. Con una velocità di 1 mbps, per trasmettere solo PHY ci vogliono 192 μs.

NB: PHY, in realtà, viene trasmessa a 1 mbps a prescindere (si scala marcia solo successivamente).

$$\cdot 1 \text{ Mbps: } 192 + 8 \cdot (24 + 1500 + 4) = 12480 \mu\text{s}$$

» PHY+MAC overhead = 3.3%

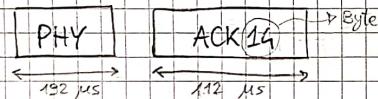
$$\cdot 11 \text{ Mbps: } 192 + 1117.1 = 1309.1 \mu\text{s}$$

» PHY+MAC overhead = 16.0%

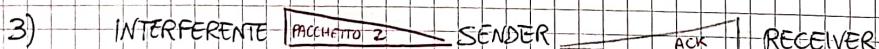
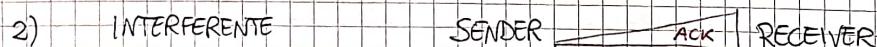
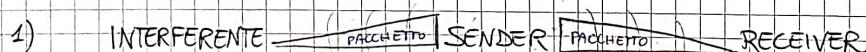
→ L'OVERHEAD CRESCE PER VELOCITÀ ALTE

OVERHEAD = tutto quello che "spacca" per inviare una certa informazione  
ACK, DIFS, SIFS E OVERHEAD

TRAMA ACKNOWLEDGEMENT:



L'acknowledgement viene sempre trasmesso col BASIC RATE (tipicamente con velocità di 1 mbps, al massimo di 2 mbps), per evitare rischi di perdita (e sappiamo che perdere l'acknowledgement comporta perdita dell'intero pacchetto).



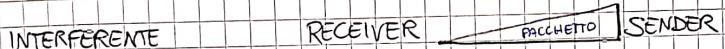
↳ l'interferente non sente l'ACK del receiver, e trasmette distruggendo l'ACK: il pacchetto trasmesso da sender è come se non fosse mai esistito!

SOLUZIONE: Lettura del campo DURATION del MAC header da parte di chi sente un segnale (come l'interferente). Così quest'ultimo sa per quanto tempo è

effettivamente occupato il canale e aspetta in modo tale da non interferire con l'ACK. Questo costituisce il CARRIER SENSE VIRTUALE.

→ TEMPO NAV (DEL VIRTUAL CARRIER SENSING) = SIFS + ACK

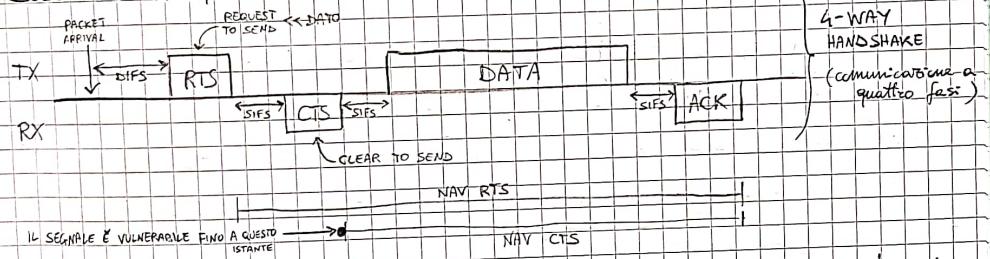
Se invertissimo la posizione di SENDER e RECEIVER...



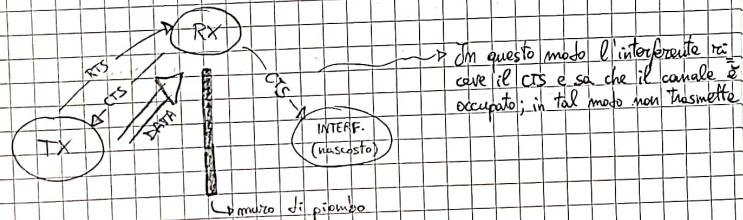
In questo caso, l'interferente non sente nulla e può creare collisioni e distruggere tutto anche con il virtual carrier sensing!

e distruggere tutto anche con un muro di piombo tra interferente e sensore.  
Peggio ancora se ci fosse un muro di piombo tra interferente e sensore.

## SOLUZIONE RTS/CTS:



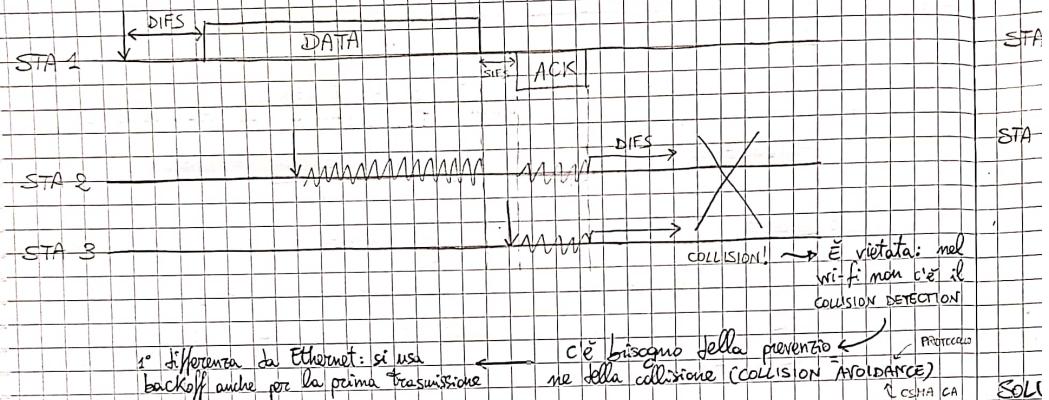
Il fatto che la soluzione sia vantaggiosa si vede dal seguente schema:



È una soluzione molto elegante ma richiede che il tasto sia molto meglio dell'RTS (altrimenti tanto vale rischiare), soprattutto se la velocità di trasmissione è alta (in ogni caso, RTS/CTS viaggiano con basic rate); altrimenti, l'overhead aumenterebbe vertiginosamente (anche RTS / CTS appartengono all'overhead).

23/03/2020

Poche il backoff?

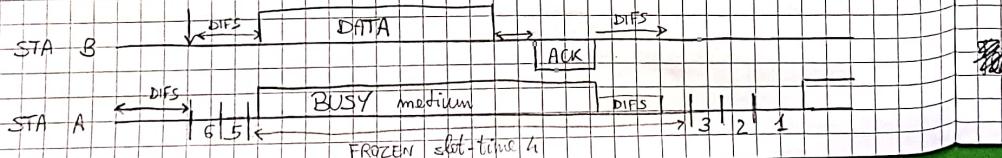


Anche col wi-fi si ricorre allo SLOTTED BACKOFF: il tempo viene diviso in slot in modo tale che, se una stazione trasmette a partire dall'istante di uno slot  $w$ , tutte le altre, nello slot  $w+1$  riescono a sentire il segnale (si evitano collisioni solo se più stationi trasmettessero a partire dallo stesso tempo  $w$  slot).

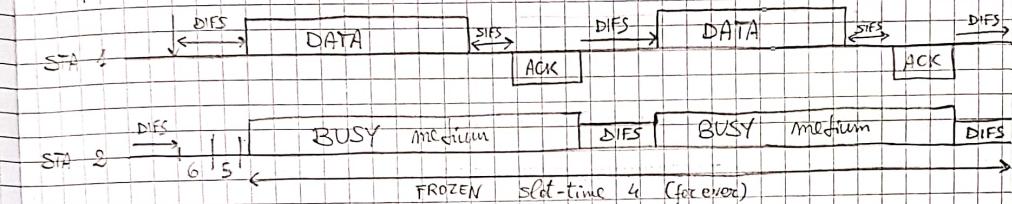
Anche se il ritardo di propagazione  $d$  è un segnale può essere  $d = 1 \mu s$ , uno slot è lungo  $20 \mu s$ : c'è bisogno ~~anche~~ infatti di  $9 \mu s$  per affinare la stazione che vuole trasmettere capisca che il canale è libero (BUSY DETECT TIME), e di  $10 \mu s$  per iniziare effettivamente a trasmettere (PROPAGATION DELAY).

2° DIFFERENZA DA ETHERNET: già dalla prima trasmissione, la scelta dello slot di tempo in cui iniziare a trasmettere varia tra 0 e  $W-1$  (dove  $W$  è il CONTENTION WINDOW ed è una potenza di 2 - tipicamente 16 o 32).

Questo per ridurre al minimo la probabilità di collisione già da subito.



3° DIFFERENZA DA ETHERNET: appena la stazione A rileva che il canale è occupato (BUSY medium), lo slot-time viene congelato (BACKOFF FREEZING).



Questa è una situazione non valida, poiché, se la stazione 1 invia una quantità sproporzionale di pacchetti, la stazione 2 ha lo slot-time perennemente congelato!

SOLUZIONE E 4° DIFFERENZA DA ETHERNET: necessita di backoff anche dopo ogni singola trasmissione: viene generato un tempo randomico tra 0 e  $W-1$  di attesa in modo tale che la stazione 2 abbia il tempo per decrementare lo slot-time.

L'UNICO CASO IN CUI NON VIENE GENERATO BACKOFF - è una combinazione di 3 condizioni:

- ① La trasmissione è nuova
- ② È sufficientemente separata dalla precedente (di un certo tempo di post-backoff)
- ③ Ha rilevato il canale inattivo

Regole di backoff esponenziali:

→ PRIMO VALORE DI BACKOFF : nel range  $(0, CW_{min})^{W-1}$

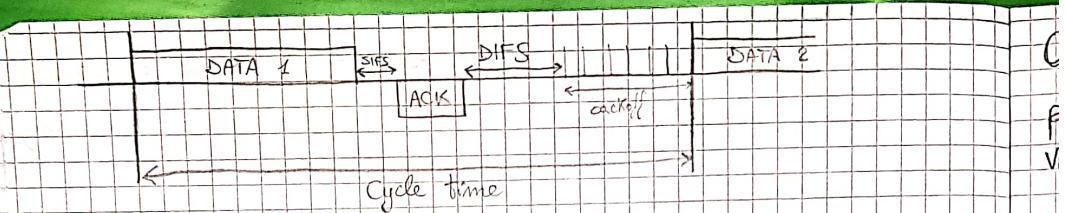
→ COLLISIONE → SECONDO VALORE DI BACKOFF: nel range  $(0, 2 \cdot (CW_{min} + 1) - 1)$

→ E così via

In pratica, per ogni retry gli slot disponibili per il backoff raddoppiano fino a quanto il range non diventa  $(0, 2^5 \cdot (CW_{min} + 1) - 1)^{CW_{max}}$

Dopo un numero di retry ( $\geq 5$ ) il pacchetto viene buttato.

→ può essere 5, 6, 7, 8, ...



Se  $\text{HOPREAD} = 0$  e  $\text{THROUGHPUT} = \text{max...}$

DATA 1	DATA 2	DATA 3	DATA 4
--------	--------	--------	--------

PAYLOAD (dati utili)

In ogni caso, nella realtà, una la parte di header nell'overhead è necessaria per far funzionare la trasmissione.

⇒ Tutto ciò che non è PAYLOAD (DATA) è overhead!

$$\text{THROUGHPUT} = \text{Thr} = \frac{\text{bit trasmessi in 1 ciclo di trasmissione (PAYLOAD)}}{\text{tempo di ciclo (in secondi)}}$$

→ È UNA VELOCITÀ (bit/s)

All'interno la "teoria dei processi regenerativi", si può semplicemente mettere al numeratore la metà dei bit trasmessi in 1 ciclo (DATA è un blocco variabile di bit) e al denominatore il valore medio di tempo di ciclo (DATA e BACKOFF sono variabili)

$$\text{Thr} = \frac{E[\text{PAYLOAD}]}{E[\text{TEMPO DI CICLO}]} \rightarrow \text{una metà di bit per pacchetto}$$

$$E[\text{TEMPO DI CICLO}] = E[T_c] = E[\text{TRASH. DATA}] + \text{SIFS} + \text{TRASH. ACK} + \text{DIFS} + E[\text{BACKOFF}]$$

→ SE  $W=1=3 \Rightarrow E[\text{BACKOFF}] = 15.5 \text{ sot} = 310 \mu\text{s}$

$$\rightarrow E[\text{TRASH. DATA}] = 192 \mu\text{s} + 8 \cdot \frac{(28 + \text{byte data})}{R}$$

TRASH. RATE → FISICA (prevedibile)  
in byte

Throughput = velocità di trasmissione effettiva del payload; in genere è sensibilmente minore di  $R$  (velocità della rete)

→ È UNA VELOCITÀ SOLO NOMINALE

Limite del throughput:

$$\text{DATA RATE DI } 11 \text{ mbps} \Rightarrow \text{thr} = 6.07 \text{ mbps}$$

$$\text{DATA RATE DI } 54 \text{ mbps} (\text{oltre 5 volte maggiore}) \Rightarrow \text{thr} = 12.01 \text{ mbps}$$

→ QUESTO PERCHÉ MOLTE COMPONENTI DELL'OVERHEAD NON DIMINUISCONO IL LORO PESO

Questo è il motivo per cui può essere preferibile avere  $w-1=15$  piuttosto che  $w-1=31$ .

VELOCITÀ DATA RATE INFINTA (SEMPRE CON  $w-1=31$ )  $\Rightarrow \text{thr} = 15.91 \text{ mbps}$   
(si annullano solo i tempi di trasmissione dei PAYLOAD e dei ACK).

Ma quindi come facciamo oggi ad arrivare all'ordine dei gigabit per secondo?

→ CI SONO DELLE TECNICHE CHE NON ABBIANO ANCORA VISTO...

24/03/2020

RIGENERAZIONE → ripetizione di un ciclo dal punto di vista statistico (non per forza deterministico).

Performance anomaly (emerso nel 2001, risolto nel 2006):

DOMANDA 1: Assumiamo che il throughput misurato per una singola stazione greedy sia di circa 6 mbps. Quanto sarebbe il throughput per ogni stazione quando due stazioni greedy competono?

→ CIRCA 3 mbps (facile)

DOMANDA 2: Assumiamo che il throughput misurato per una singola stazione greedy sia di circa 1.7 mbps. Quanto sarebbe il throughput per ogni stazione quando due stazioni greedy competono?

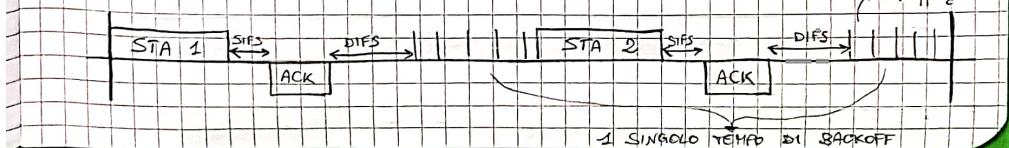
→ CIRCA 0.85 mbps (facile)

DOMANDA 3: Qual è il throughput per ogni stazione quando una stazione greedy a 11 mbps compete con un'altra greedy a 2 mbps?

→ LA RISPOSTA QUI NON È BANALE...

\* Per le prime 2 domande si può affermare che STATISTICAMENTE parlano, le due stazioni trasmettono alternativamente.

caso i backoff delle due stazioni si sovrappongono



### CASO 1:

$$T_{\text{pdu}} = 192 + 8(28 + 1500) / 11 \approx 1303$$

$$T_{\text{ACK}} = 192 + 8 \cdot 14 / 1 = 304$$

$$SIFS = 10 \quad DIFS = 50$$

$$E[\text{Backoff}] = \frac{31}{2} \cdot 20 = 310$$

$$Thr = \frac{1500 \cdot 8}{2(1303 + 10 + 304 + 50) + 310} \approx 3.3 \text{ Mbps}$$

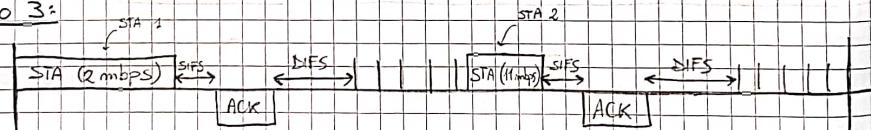
→ La somma dei throughput delle due stazioni ( $6.6 \text{ Mbps}$ ) è maggiore del throughput nel caso della singola stazione ( $6.07 \text{ Mbps}$ ) per il fatto che il backoff "si spezza" tra le due trasmissioni, per cui va contata una volta sola in un tempo di ciclo (e di conseguenza si avrebbe una lieve diminuzione dell'overhead).

### CASO 2:

Del tutto analogo al caso 1;  $Thr = 0.88 \text{ Mbps}$

Da questi esempi, si capisce ancora meglio che, a partire da regole del backoff, 802.11 garantisce possibilità FAWE di trasmissione alle due stazioni.

### CASO 3:



RISULTATO: STESSO THROUGHPUT PER LE DUE STAZIONI!

$$Thr[1] = Thr[2] = \frac{E[\text{payload}]}{E[\text{cycle time}]} =$$

$$= \frac{1500 \cdot 8}{T_{\text{pdu}}[1] + SIFS + ACK + DIFS + T_{\text{pdu}}[2] + SIFS + ACK + DIFS + E[\text{backoff}]} =$$

$$= \frac{1500 \cdot 8}{6304 + 1303 + 2(10 + 304 + 50) + 310} = 1.39 \text{ Mbps}$$

**SOLUZIONE DEL 2006:** Dura la possibilità all' ~~canale~~ stazione più veloce di trasmettere tutti i pacchetti possibili all'interno di un tempo tecnico prefissato.

### Esercizio 1:

Una stazione WLAN 802.11 b adotta un meccanismo di accesso che prevede la trasmissione di due trame consecutive prima di lasciare il canale. Si confronti il throughput di questa tecnica e lo si confronti col throughput nel caso di accesso normale.

DATI:

Trame da 1500 byte

Slat time = 20  $\mu$ s

Preamble = 192  $\mu$ s

ACK = 14 byte

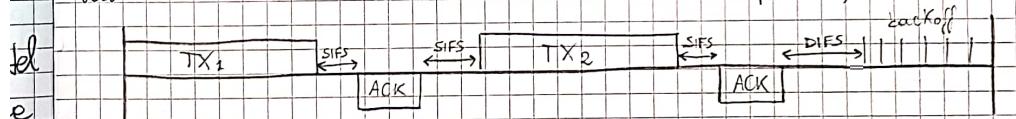
DIFS = 50  $\mu$ s

CW<sub>min</sub> = 31

SIFS = 10  $\mu$ s

CW<sub>max</sub> = 1023

Trame di controllo trasmesse a basic rate ( $1 \text{ Mbps}$ ) ; rate = 11 Mbps



thic =

$$E[\text{backOff}] + \frac{224}{\text{basic rate}} + \text{DIFS} + 4 \text{ preamble} + \frac{2 \cdot 8 \text{ (28+payload)}}{\text{rate}} + 3 \text{ SIFS}$$

$$\approx 6.66 \text{ Mbps}$$

### Esercizio 2:

Una stazione 802.11 b usa il seguente meccanismo di rate adaptation. Ogni pacchetto inizialmente è trasmesso a 11 Mbps. Se la trasmissione fallisce, riprova una seconda volta sempre a rate 11 Mbps; in caso di secondo fallimento, utilizza 2 Mbps.

Si calcoli il throughput della stazione, assumendo che le trasmissioni a 11 Mbps falliscono nel 40% dei casi, mentre quella a 2 Mbps abbia sempre successo.

DATI

Payload = 1500 byte

DIFS = 50 μs

SIFS = 10 μs

ACK = 14 byte

Preamble = 192 μs

CW<sub>min</sub> = 31

ACK Timeout = tempo ricezione ACK

Trasmissione ACK a basic rate (1Mbps)

26/

BSS

E μ

BS

S

<

PROBE

PROBE

E po.

in cc

me.

Wi-Fi

E me.

CONSE

fa;

① No

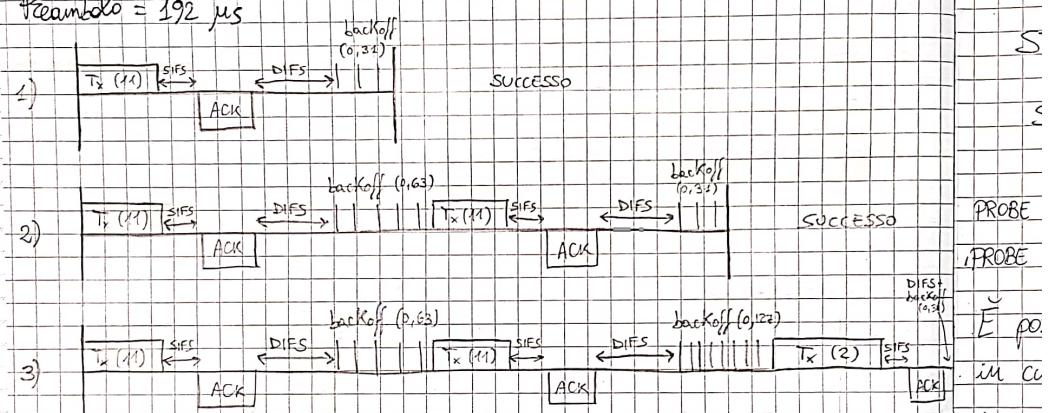
co

it

② Jr

4

st



PROBABILITÀ CASO 1: 60%

PROBABILITÀ CASO 2: 24%

PROBABILITÀ CASO 3: 16%

$$\text{Throughput} = \frac{E[\text{payload}]}{E[\text{ciclo}]} = \frac{8 \cdot 1500}{\text{Prob. 1} \cdot \text{Caso 1} + \text{Prob. 2} \cdot \text{Caso 2} + \text{Prob. 3} \cdot \text{Caso 3}} \approx 2.88 \text{ Mbps}$$

$$\text{Ciclo caso 1} = 192 + 8 \cdot \frac{1528}{11} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 310 \approx 1977 \mu\text{s}$$

$$\begin{aligned} \text{Ciclo caso 2} &= 192 + 8 \cdot \frac{1528}{11} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 62 + 630 + \\ &+ 192 + 8 \cdot \frac{1528}{11} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 310 \approx 4275 \mu\text{s} \end{aligned}$$

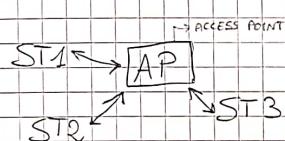
$$\begin{aligned} \text{Ciclo caso 3} &= 192 + 8 \cdot \frac{1528}{11} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 630 + \\ &+ 192 + 8 \cdot \frac{1528}{11} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 1270 + \\ &+ 192 + 8 \cdot \frac{1528}{2} + 10 + 192 + 8 \cdot \frac{14}{1} + 50 + 310 \approx 1213 \mu\text{s} \end{aligned}$$

26/03/2020

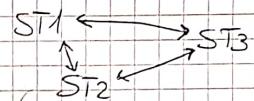
BSS (Basic Service Set): → o CELLA RADIO WI-FI

È un gruppo di stationi che possono comunicare l'una con l'altra.

BSS SEMPLICE (o BSS INFRASTRUTTURATA)



BSS INDIPIENDENTE (IBSS)



→ AD HOC  
(tratta su  
scopo Temporaneo)

Praticamente mai utilizzata

PROBE RESPONSE

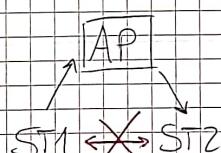
PROBE REQUEST

Trame che servono per sapere se determinate stationi sono attive nella rete

È possibile, con un'unica rete fisica, effettuare una configurazione virtuale, in cui possono essere articolate più reti con diversi meccanismi di autenticazione, diverse gestioni di sicurezza, ecc.

Wi-Fi non permette di mettere in diretta comunicazione due dispositivi!

È necessaria l'intermediazione dell'Access Point.



CONSEGUENZA: dupliciamo la trasmissione ricopriando l'uso della banda; ma così paghiamo il doppio! Perché facciamo così? 2 vantaggi:

① Non c'è bisogno di gestire una relazione di vicinanza/lontananza con tutti i dispositivi vicini: basta registrarsi all'AP (operazione di associazione).

↳ TRAME DI MANAGEMENT (IN BASIC RATE); esempio: beacon

② Introduzione di meccanismi POWER-SAVING, per cui viene introdotto lo stato di STAND-BY, per ridurre il costo per tenere in piedi.

PER LE SCHEDE DI RETE

Una comunicazione radio.

$$\text{DUTY CYCLE} = \frac{\text{TEMPO IN CUI SONO ATTIVO}}{\text{TEMPO TOTALE}} : \text{obiettivo: } 1\% - 5\%$$

Ve:

FRE  
COM

La comunicazione tra stazione e AP si articola in:

→ UPLINK: trasmissione delle stazioni all'AP, in cui l'AP è sempre pronto a ricevere i pacchetti.

→ DOWNLINK: trasmissione dell'AP alla stazione, in cui l'AP conserva i pacchetti per la stazione (che non è per forza sottata a ON) finché non si sveglia.

Le stazioni non possono conservare i pacchetti in tal senso, per cui senza AP, le stazioni devono essere permanentemente sveglie, consumando più energia.

PROT  
VER:  
2.

La  
te

Addressing in BSS (ad hoc):

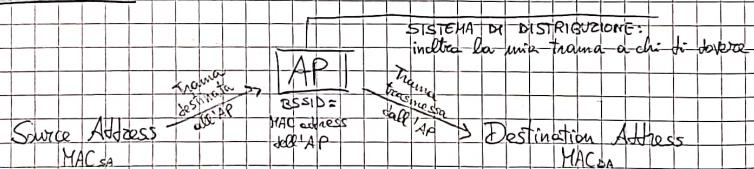
Vediamo com'è organizzata la trama:



a

Exte

Addressing in RSS:



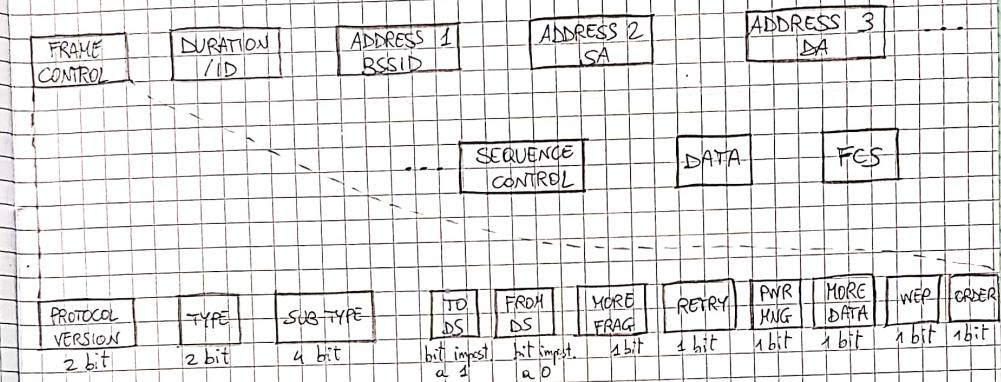
→ ADDRESS 1 = ricevitore radio = BSSID = indirizzo MAC dell'AP

→ ADDRESS 2 = indirizzo MAC della ricevente stazione sottostante

→ ADDRESS 3 = destinazione reale

PER LA TRAMA DESTINATA ALL'AP

Vediamo com'è organizzata la trama destinata all'AP:



La trama trasmessa dall'AP al destinatario effettiva è strutturalmente identica ma con un paio di differenze:

→ ADDRESS 1 = destinazione

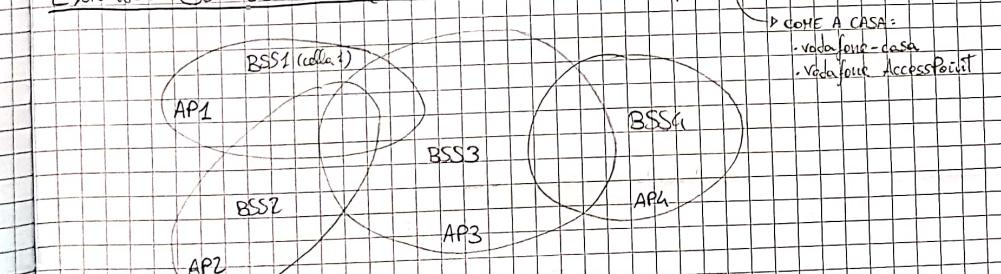
→ ADDRESS 2 = BSSID = indirizzo MAC dell'AP

→ ADDRESS 3 = sorgente reale (SA)

} PER LA TRAMA  
TRASMESSA DALL'AP

Inoltre, il bit TO DS è impostato a 0 e il bit FROM DS è impostato a 1.

Extended Service Set (estensione del wi-fi a più celle):



► COME A CASA:  
- vedo fino a casa  
- vedo fino a AccessPoint

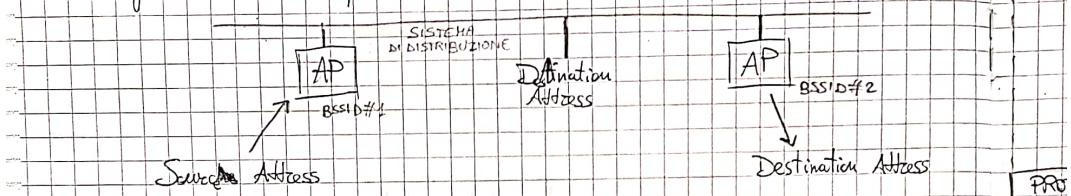
→ Gli Access Point si comportano come degli switch

⇒ Sia i dispositivi cablati che non cablati sono sulla stessa

SWITCHED LAN (quindi tipicamente si tratta di una rete switchata)

È comunque possibile implementare la rete in modi diversi e/o più complicati.

Addressing in ESS (con più Access Point):



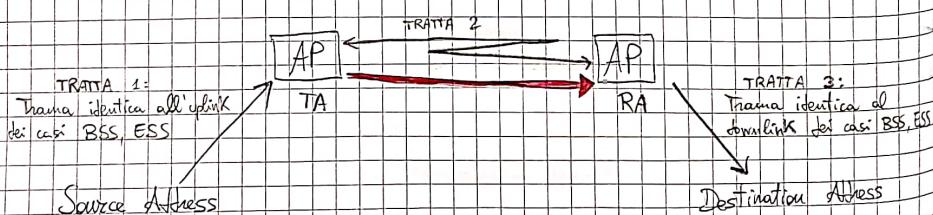
La trama destinata all'AP e quella trasmessa dall'AP sono identiche rispetto al caso BSS. C'è solo da ricordarsi che:

- ADDRESS 1 = BSSID#1
  - ADDRESS 2 = SA
  - ADDRESS 3 = DA
  - BIT TO DS : 1
  - BIT FROM DS: 0
- ~~SA, DA, BSSID~~
- ADDRESS 1 = DA
  - ADDRESS 2 = BSSID#2
  - ADDRESS 3 = SA
  - BIT TO DS: 0
  - BIT FROM DS: 1
- ~~SA, DA, BSSID~~

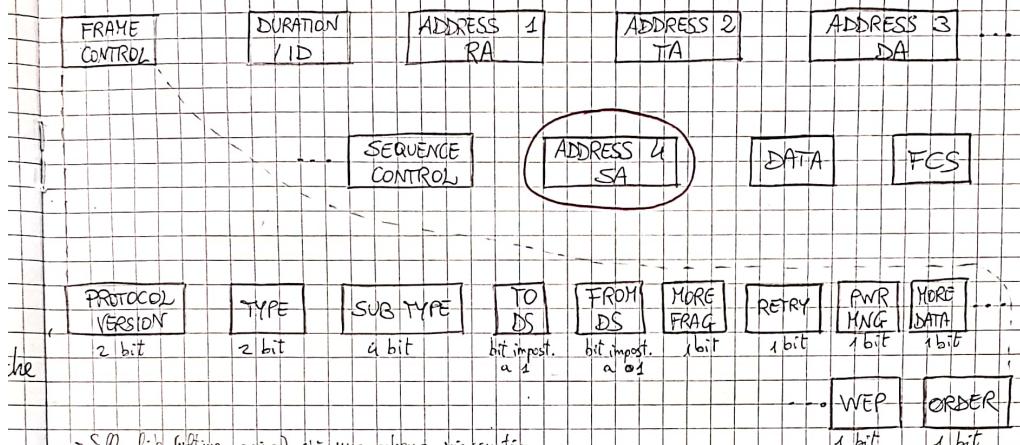
PER LA TRAMA  
DESTINATA ALL'AP

PER LA TRAMA  
TRASMESSA DALL'AP

Addressing within WDS (Wireless Distribution System):



Vediamo com'è organizzata la trama nella tratta 2:



**PROMEMORIA:** L'indirizzo IP serve solo per verificare se determinate altre stazioni si trovano sulla <sup>mia</sup> stessa rete.

Gli indirizzi presenti nelle varie trame sono tutti indirizzi MAC.

27/03/2020

Due scenari di trasmissione di un pacchetto:

A ————— B

HOP BY HOP (Protocollo DATA LINK - livello 2)

A — [network] — B

END TO END (Protocollo DI TRASPORTO - livello 4)

**PROBLEMA:** Abbiamo gestire gli errori di trasmissione.

→ FORWARD ERROR CORRECTION (codici di trasmissione d'errore)

Consiste nel decodificare ciascun bit trasmesso con randomanza

(il bit 0 viene tradotto con 000; il bit 1 viene tradotto con 111;

in caso di lettura di una tripla diversa, si guarda il bit prevalente)

**SVANTAGGI:**

- Aumento dell'overhead

• Alta probabilità di perdere pacchetti (SOLUZIONE: NETWORK CODING; se voglio inviare 2 pacchetti,  $m(A, B)$ , ne trasmetto effettivamente 3, tra cui il terzo è  $A \oplus B$ ; se ne vengono ricevuti 2 su 3, il ricevitore può riconoscere il terzo applicando l'operazione di XOR  $\oplus$ )

#### → RETRANSMISSION

Consiste nell'invitare, insieme al suo pacchetto, una ridondanza di dimensione costante.

ESEMPIO:

1	0	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	1

} PACCHETTO

→ RIDONDANZA (bit=0 se nella colonna corrispondente del pacchetto c'è un numero di 1 pari e viceversa)

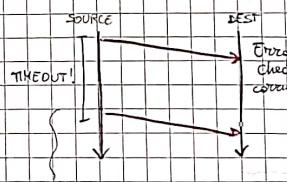
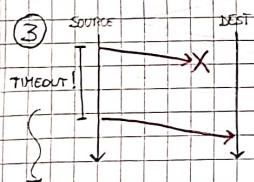
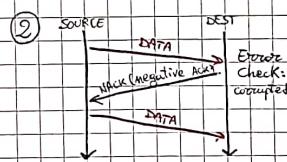
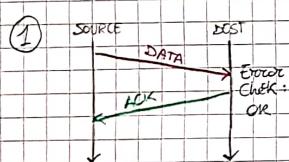


Venne rilevato un errore se il codice della ridondanza non corrisponde; è una tecnica blanda perché potrebbe non rilevare un errore quanto invece c'è.

Stop

#### ARQ (Automatic Retransmission reQuest):

Si possono presentare 3 scenari diversi per la trasmissione di un pacchetto:



Si impone un tempo RTO (Retr. Timeout), dopo cui, se non viene ricevuto l'ACK, il pacchetto si considera perduto e si trasmette nuovamente.

È possibile utilizzare il timeout anche la tecnica del NACK nel caso di errore nella trasmissione (proprio come nel caso del wi-fi sez. 1 b)

TEMPO PROPAGAZIONE DI RITORNO

Thrc

Thrc

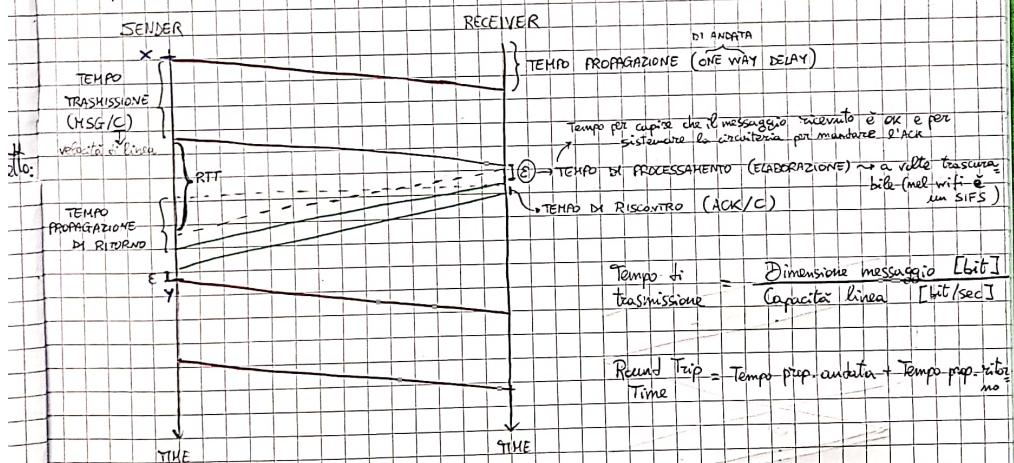
Thrc

Tuttavia, può esserci un inconveniente:



Se i pacchetti vengono trasmessi uno per volta, basta (~~un~~ bit) in più, che vale 0 se si tratta del vecchio pacchetto (il primo), 1 se si tratta di un pacchetto nuovo.

### Stop & Wait:



$$\text{Tempo di trasmissione} = \frac{\text{Dimensione messaggio [bit]}}{\text{Capacità linea [bit/sec]}}$$

$$\text{Round Trip} = \frac{\text{Tempo prep. andata} + \text{Tempo prep. ritorno}}{\text{Time}}$$

$$Thrc = \frac{\text{Dimensione messaggio [bit]}}{\text{Tempo che intercorre tra } X \text{ e } Y} = \frac{\text{MSG}}{\text{RTT} + \text{MSG/C} + \text{ACK/C} + 2E}$$

$$Thrc_{MAX} = \frac{\text{MSG}}{\text{RTT} + \text{MSG/C}} \rightarrow \text{si ottiene minimizzando i tempi più piccoli}$$

Percentuale di tempo in cui il canale è effettivamente usato

$$\text{Thrc normalizzato} = \text{efficienza} = \frac{\text{Thrc}}{C} = \frac{1}{\frac{\text{RTT}}{\text{MSG/C}} + 1} < 1$$

NB: Il tempo di propagazione penalizza enormemente il throughput: all'aumentare del ritardo l'efficienza crolla; in questo senso, le velocità più penalizzate sono le più alte.

$$\text{thr}_{\infty} = \lim_{C \rightarrow \infty} \frac{\text{MSG}}{\text{RTT} + \frac{\text{MSG}}{C}} = \frac{\text{MSG}}{\text{RTT}}$$

Abbiamo visto una cosa analoga anche nel wi-fi:  
1.2 Mbps per MSG = 8 · 1000 bit  
RTT = 10 ms

P:

1-P

GESTIONE DEGLI ERRORI CON LO STOP & WAIT:

È necessario settare il timeout in modo appropriato: l'ideale sarebbe farla smettere il pacchetto ~~tag~~ nell'istante in cui sarebbe arrivato l'ACK da parte del destinatario, e cioè:

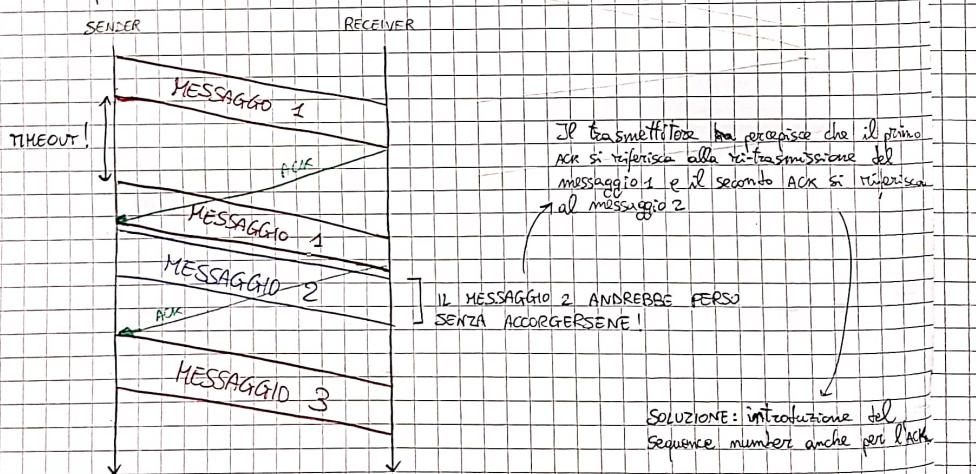
$$\text{TIMEOUT} = \text{RTT} + \frac{\text{ACK}}{C} (+2\varepsilon)$$

Non sempre è banale settarli così!

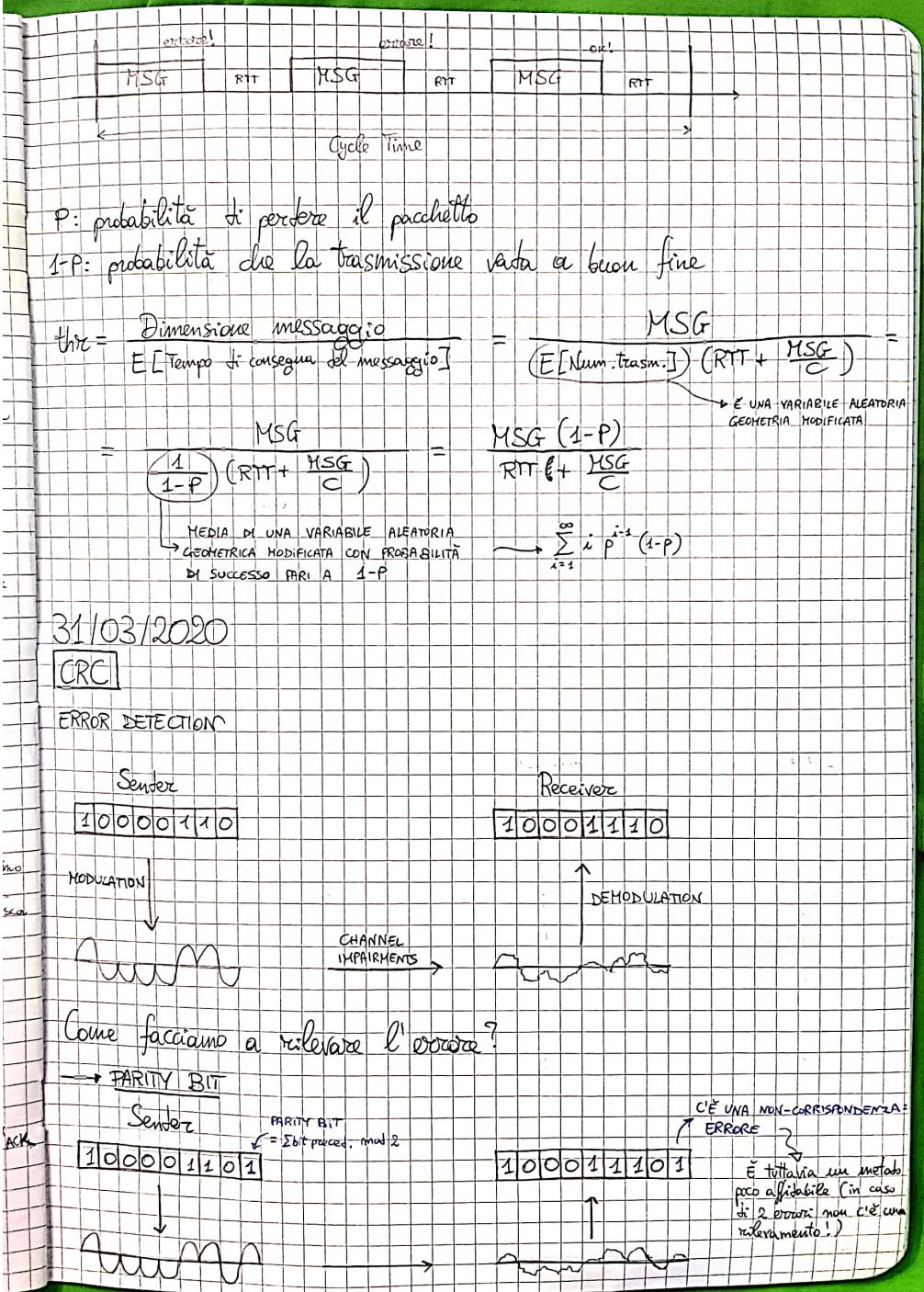
SE TROPPO CORTO → ci sarebbero retransmissioni non necessarie e il pacchetto lo diventerebbe inconsistente.

SE TROPPO LUNGO → si perderebbe tempo.

Cosa potrebbe succedere in caso di TIMEOUT Troppo corto (DA EVITARE!)

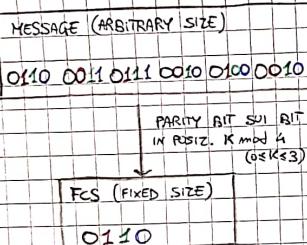


Calcoliamo ora il throughput considerando anche le perdite dei pacchetti.



## → RIDONDANZA (Longitudinal Redundancy Check - LRC)

Transmitter



TRANSMIT DATA  
+ REDUNDANCY CHECK

Receiver

È una tecnica già  
migliore della precedente  
perché gestisce meglio  
gli errori **BURST**  
(che si propagano per +  
bit)

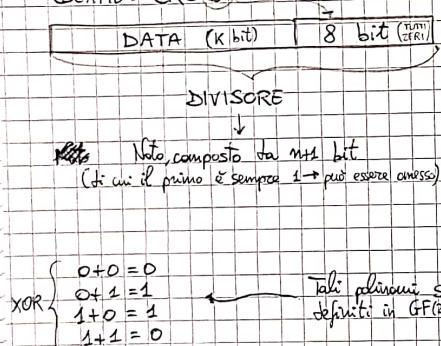
È comunque pos-  
sibile che + errori  
si annullino

DATA  
(1)

DIVIS.

## → RIDONDANZA (Cyclic Redundancy Check - CRC)

ESEMPIO: CRC8



La sequenza di bit può  
essere espressa anche come:

- NOTAZIONE ESEADECICALE
- FOLINOMIO

Esempio: 100000111  
corrisponde a  $x^8+x^5+x+1$

Moto

È chiaro che i coefficienti  
di termini possono essere solo 0, 1

Quello che in pratica bisogna fare:

- PRENDERE IL DATO (K bit)
- ALLUNGARLO CON  $m$  ZERI (in questo caso  $m=8$ )
- DIVIDERE IL TUTTO PER IL DIVISORE (NOTO)
- SI OTTIENE UN RESTO: LO SI APPICCICA AL DATO Y E SI INVIA IL TOTTO
- VERIFICA: IL PACCHETTO RICEVUTO È DIVISIBILE PER IL DIVISORE?

SÍ → tutto ok      NO → errore!

Esempio:

$$\text{DATA} = 10, 0110, 0101 \quad (\text{in questo caso } 10 \text{ bit}) \Rightarrow x^9+x^6+x^5+x^2+1$$

$$\text{CRC8 (DIVISORE)}: (1)000, 0111 \quad (8+1 \text{ bit}) \Rightarrow x^8+x^5+x^3+x+1$$

10

RISULT.

Propri

DATA ESTESO CON 8 ZERI:  $10.0110.0101.0000.0000 \Rightarrow$

$$(x^9 + x^6 + x^5 + x^2 + 1) \cdot x^8 = x^{17} + x^{14} + x^{13} + x^{10} + x^8$$

DIVISIONE TRA POLINOMI IN GF(2):  $\frac{x^{17} + x^{14} + x^{13} + x^{10} + x^8}{x^8 + x^2 + x + 1} =$

$$= x^9 + x^6 + x^5 + x^3 + x + \frac{(x^4 + x^2 + x)}{x^8 + x^2 + x + 1} \quad \begin{matrix} \text{RESTO} \\ \text{CRC} \end{matrix}$$

$$\left( P(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)} \right)$$

$$\hookrightarrow \text{VERIFICA: } (x^9 + x^6 + x^5 + x^3 + x)(x^8 + x^2 + x + 1) + (x^4 + x^2 + x) =$$

$$= 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + 2x^5 + 2x^6 + 2x^7 + 2x^8 + 2x^9 + x^{10} + 2x^{11} + x^{12} + x^{13} + x^{14} + x^{15} =$$

$$= (\text{mod } 2) x^8 + x^{10} + x^{13} + x^{14} + x^{15}$$

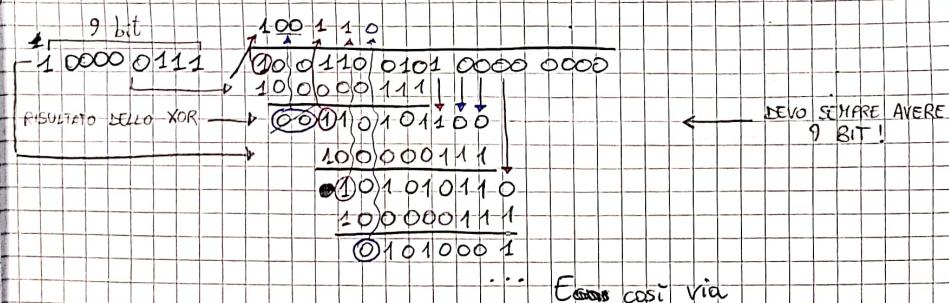
TRASMETTO DATA+CRC:  $10.0110.0101.0001.0110$

VERIFICA DEL RICEVITORE:  $\frac{10.0110.0101.0001.0110}{(1)0000.0111} =$

$$= \frac{x^{17} + x^{14} + x^{13} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^2 + x}{x^8 + x^2 + x + 1} = (\text{mod } 2) = x^9 + x^6 + x^5 + x^3 + x + \text{RESTO CHE DEVE ESSERE ZERO}$$

Metodo facile per fare la divisione tra polinomi BINARI:

$$\begin{array}{r} 100110.0101.0000.0000 \\ 10000.0111 \end{array}$$



Proprietà del CRC:

→ Linearità rispetto all'operazione di XOR:

$$\text{CRC}(\text{Data} \oplus \Delta) = \text{CRC}(\text{Data}) \oplus \text{CRC}(\Delta)$$

→ Rilevazione degli errori anche con scambio di bit.

In realtà, un errore <sup>modello</sup> non è intuito solo se esso è invisibile per il polinomio CRC8 (o CRC16, CRC32... → si chiama GENERATING POLYNOMIAL).  
Questo è un caso davvero poco frequente!

→ NEL CASO DI CRC16 ACCADE 1 VOLTA SU 65536

→ NEL CASO DI CRC32 ACCADE 1 VOLTA SU 4294967296

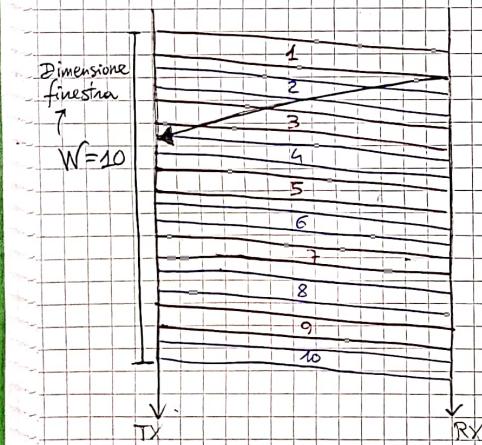
02/04/2020

### Pipelining (Continuous ARQ):

IDEA: Non aspettare l'ACK per trasmettere nuovi pacchetti (quindi tra smettere di più in un "tempo di ciclo").

Il protocollo usato è lo SLIDING WINDOW (finestra scorrevole).

Scopo: Avere un throughput che sia uguale alla capacità della rete (eliminando i tempi di attesa).



$W =$  numero di messaggi che, contenuti contemporaneamente, possono essere trasmessi senza ricezione dell'ACK.  
Se  $W$  non è abbastanza grande, si rischia o comunque degli istanti di tempo inutilizzati in cui si attende che almeno uno degli ~~messaggi~~ <sup>500/2</sup> che ultimi  $W$  pacchetti trasmessi risulti ricevuta l'ACK per poter mandare il messaggio successivo.

Per sfruttare al massimo la capacità (e quindi per non mettersi mai in pausa), deve verificarsi la seguente condizione:

$$W \cdot \frac{\text{MSG}}{C} > \text{RTT} + \frac{\text{MSG}}{C}$$

Tempo per trasmettere  $W$  pacchetti      Tempo per ricevere l'ACK della prima frame

→ la fascia nera dell'ACK dello schema precedente non deve andare più sotto del  $w$ -esimo pacchetto trasmesso

$$\text{In definitiva: } \text{thrc} = \min \left( C, \frac{W \cdot \text{MSG}}{\text{RTT} + \text{MSG}/C} \right) \rightarrow \begin{array}{l} \text{VALE SOLO SE} \\ \text{NON HO HEADER} \\ \text{NELLE TRAME!} \end{array}$$

chiaramente a più della velocità  
della linea non si può andare

velocità linea

tempo tra trasmissione dell'ultimo  
bit del pacchetto e ricezione del  
primo bit dell'ack corrispondente

→ Se i pacchetti contengono anche l'header:

$$\text{CONDIZIONE PER AVERE TRASMISSIONE CONTINUA: } W \cdot \frac{(H+P)}{C} \geq \text{RTT} + \frac{H+P}{C}$$

$$\text{TRASMISSIONE CONTINUA} \Rightarrow \text{thrc} = \frac{W \cdot P}{\frac{H+P}{C}}$$

$$\text{TRASMISSIONE NON CONTINUA} \Rightarrow \text{thrc} = \frac{W \cdot P}{\text{RTT} + \frac{H+P}{C}}$$

} Non è più possibile  
andare alla velocità  
della linea

Esempio:

MSG = 500 byte

W = 4

C = 2 Mbps

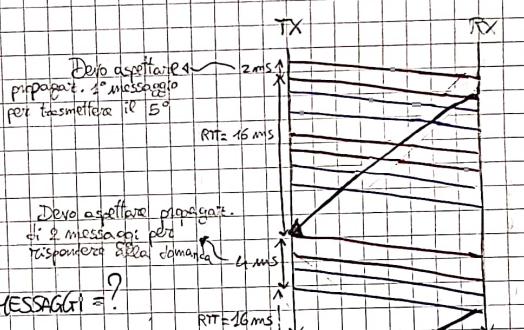
T. Propagazione = 16 ms

S: TEMPO PER TRASMETTERE 6 MESSAGGI = ?

$$\frac{500 \cdot 8 \text{ bit}}{2 \text{ Mbps}} = 2000 \mu s = 2 \text{ ms} \times 16 \text{ ms} \Rightarrow$$

⇒ trasmissione non continua

$$\text{RISPOSTA: } 2 \text{ ms} + 16 \text{ ms} + 4 \text{ ms} + 16 \text{ ms} = 38 \text{ ms}$$



Possiamo esprimere la condizione per la trasmissione continua nel  
seguente modo:

$$W \cdot \text{MSG} > \text{RTT} \cdot C + \text{MSG} \approx \text{RTT} \cdot C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W \cdot \text{bit} \approx C \cdot \text{RTT}$$

W · MSG = W espresso in bit → prodotto banda-retardo → definisce la capacità della rete  
uscita chatto → non deve essere minore → può essere inteso come numero di bit che ho nel "buffer" di trasmissione

IN POCHE PAROLE:  
i bit trasmessi devono occupare tutta la rate disponibile (senza lasciare "buchi")

→ LFN = Long Fat Networks (el-ef-ants) : elevato protocollo  
banda - ritardo

W<sub>s</sub>

Ma come si gestiscono gli eventuali errori?

PROCEDURA BASE: Protocollo Go Back N:

IDEA: Tenere traccia di due puntatori sulla sequenza di pacchetti da trasmettere: uno punta all'ultimo al prossimo pacchetto da inviare, l'altro punta al prossimo pacchetto di cui si riceverà l'acknowledgement. Se una trasmissione fallisce, supponendo che la stazione ricevente sia in grado di rilevare gli errori, essa manderà un NACK alla stazione che trasmette la quale, in questo modo, invierà nuovamente tutti i pacchetti a partire da quello indicato dal puntatore agli ACK.

Pun  
agk  
ack  
Met  
ris

PRO: è un protocollo molto semplice da implementare.

CONTRO: si ha un aumento anche elevato dell'overhead dovuto alle retransmissioni inutili.

→ I vari pacchetti possono essere enumerati con  $b$  bit ( $N = 2^b$  valori differenti, da 0 a  $N-1$ , ripetuti modulo  $N$ ).

NUMERI DI SEQUENZA

PROC

03/04/2020

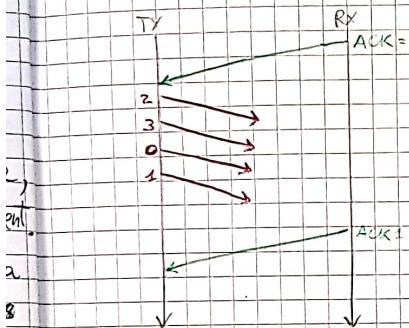
→ Numero di finestre  $W_s = N-1$  (al massimo)

→ Quasi tutti i protocolli, in realtà, utilizzano il CUMULATIVE ACK (ricezione dell'ACK per ogni frame tranne inviate; non c'è lo obbligo di un ACK per ogni singolo pacchetto)

→ PIGGYBACKING: possibilità da parte del ricevitore di inviare un normalissimo pacchetto di sequenza con incorporato un ACK relativo a una frame ricevuta precedentemente. È anche possibile inviare sia un ACK a parte e un pacchetto dati con incorporato lo stesso ACK (per avere una possibilità in più che il trasmettitore riceva

l'ack prima del TIMEOUT).

$W_s = N-1$  per evitare ~~inconsistenza~~ inconsistenze.



ESEMPIO CON  $W_s = N = 4$ :

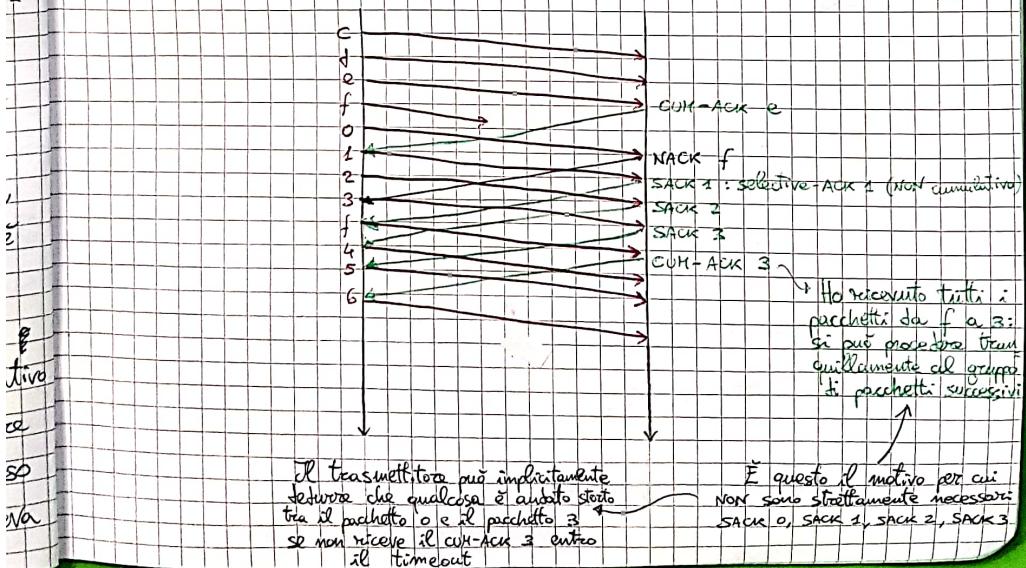
Tutti gli ack sono indistinguibili.

In questo caso specifico i due ack mostrati in figura si riferiscono a gruppi di frame inviati precedentemente.

=> Può succedere che il trasmettitore interpreti l'ultimo ack come relativo agli ultimi  $n$  pacchetti, che sono persi tutti andati persi! → DISASTRO

il Mettendo  $W = N-1$ , i vari ACK non sono più distinguibili, perciò si risolve l'inconsistenza.

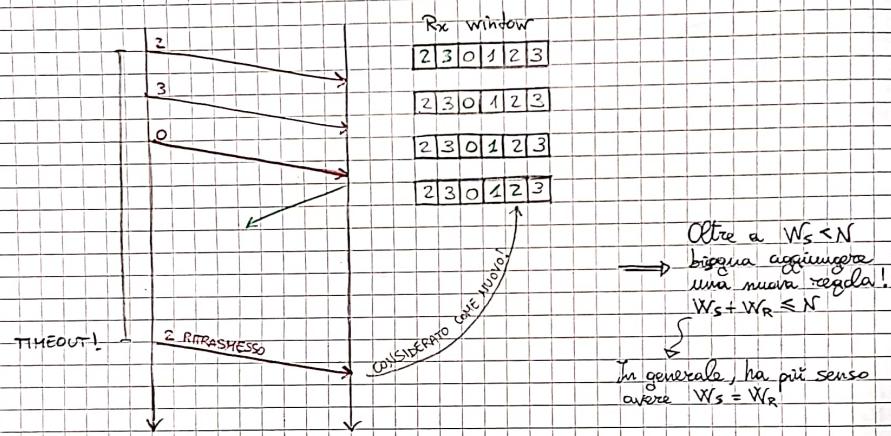
PROCEDURA AVANZATA: Protocollo Selective Repeat:



$W_R$  = finestra di ricezione = numero di pacchetti che il ricevitore può memorizzare.

→ ATTENZIONE ALLE INCONISISTENZE PROTOCOLLARI ANCHE CON  $W_R$ !

Esempio ( $N=4$ ,  $W_S=3$ ,  $W_R=2$ ):



for an  
⇒

$thr =$

Eserc

RTT =

C = 5

• NUMER

• A CGN  
Calcol

$thr =$

Contri

⇒ λ

Nel s

$thr =$

LOGIC

$thr$

Esercizio 1:  
PACCHETTI DA 128 byte ED HEADER DA 32 byte

CAPACITÀ = 256 Kbps = C

ACK = 32 byte

RTT = 20 ms

Calcolare:

- $thr$  se  $W=3$
- $W$  minimo per avere trasmissione continua
- $thr$  per  $W$  appena calcolato

$$\text{Tempo di trasmissione: } T_{tx} = \frac{32 \cdot 8 + 128 \cdot 8}{C} = \frac{32 \cdot 8 + 128 \cdot 8}{256} \text{ ms} = 5 \text{ ms}$$

$$\text{Tempo di ack: } T_{ack} = \frac{32 \cdot 8}{256} \text{ ms} = 1 \text{ ms}$$

$$thr = \frac{W \cdot P}{RTT + \frac{H+P}{C} + \frac{Ack}{C}} = \frac{3 \cdot 1024}{20 + 5 + 1} = 118 \text{ Kbps}$$

Con 1

Con 1

Per avere trasmissione continua:  $W \cdot \frac{H+P}{C} \geq RTT + \frac{H+P}{C} + \frac{A}{C} \rightarrow$

$$\Rightarrow W \cdot 5 \geq 20 + 5 + 1 \rightarrow W \geq \frac{26}{5} \rightarrow W \geq 6$$

$$thr = C \cdot \frac{P}{H+P}$$

### Esercizio 2:

- $RTT = 13.2 \text{ ms}$

- $C = 5 \text{ mbps}$

- NUMERO DI BYTE IN PAYLOAD IN VOLO NON DEVE SUPERARE 10080

- A OGNI TRAMA È NECESSARIO AGGIUNGERE 40 BYTE DI INTESTAZIONE

- Calcolare:  $thr$  se  $W=3$

- $thr$  se  $W=30$

- Per quale  $W$  il throughput è massimizzato

$$thr = \frac{3 \cdot 13 \cdot 10080 \cdot 8}{RTT + \frac{(8 \cdot 10080 + 40) \cdot 2}{5000}} = 8.44 \text{ Mbps} \quad \begin{matrix} 4.33 \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{SOLO SE NON SIAMO IN} \\ \text{TRASMISSIONE CONTINUA!} \\ \text{VERIFICHIALO...} \end{matrix}$$

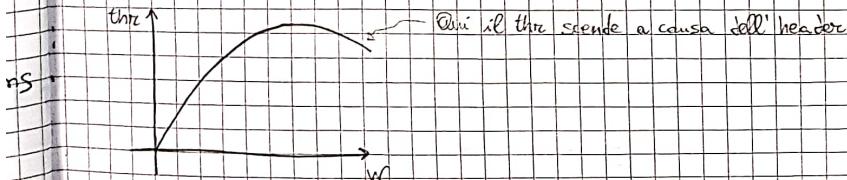
- Controllare per la trasmissione continua:  $W \cdot \frac{H+P}{C} \geq RTT + \frac{H+P}{C}$

- $\Rightarrow$  Non siamo in trasmissione continua

- Nel secondo caso ( $W=30$ ), invece, siamo in trasmissione continua:

$$thr = C \cdot \frac{P}{P+H} = 5 \cdot \frac{2688}{2688+320} = 4.47 \text{ mbps} \quad \left( \text{dove } P = \frac{8 \cdot 10080}{30} \right)$$

LOGICA PER LA 3° RICHIESTA:



$$\text{Con } W=5 \Rightarrow \text{trasmissione non continua; } thr = \frac{10080 \cdot 8}{13.2 + 3 \cdot 2896} = 4.89 \text{ Mbps}$$

$$\text{Con } W=6 \Rightarrow \text{trasmissione continua MA } thr = 5 \cdot \frac{16 \cdot 10080}{16 \cdot 10080 + 40} = 4.88 \text{ Mbps}$$

### Esercizio 3:

PROTOCOLLO GO-BACK N

W=4

MESSAGGIO DI 3280 byte

Ogni TRAMA DA ~~500~~<sup>max</sup> 500 byte

RTT = 84 ms

VELOCITÀ DELLA LINEA = 400 Kbps

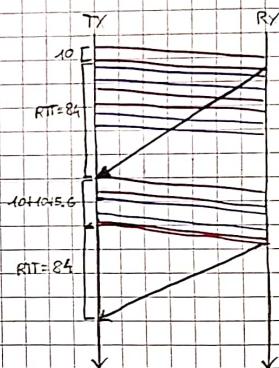
Calcolare il tempo che intercorre dall'inizio della trasmissione della prima trama all'istante di ricezione dell'ACK per l'ultima trama.

→ Trame da:  $500 + 500 + 500 + 500 + 500 + 500 + 280$  byte

$$T_{Tx\ 500} = \frac{500 \cdot 8}{400} = 10 \text{ ms}$$

$$T_{Tx\ 280} = \frac{280 \cdot 8}{400} = 5,6 \text{ ms}$$

$$T_{tot} = 10 + 84 + 10 + 10 + 5,6 + 84 = 203,6 \text{ ms}$$



06/04/2020

### HDLC

È un protocollo di livello 2, che si occupa di:

→ Come ottenere una struttura simil-pacchetto destinato a noi (FRAMING).

→ Gestione degli errori.

→ Controllo del flusso (capacità di bloccare o trasmettere + piano se il destinatario non è in grado di trasmettere i nostri pacchetti).

### FRAMING:

Può essere bit-oriented o byte-oriented.

Un <sup>(TRAMA)</sup> FRAME è un'informazione STRUTTURATA che dà un significato ai bit / byte.

### Formato della trama HDLC:

FLAG	ADDRESS	CONTROL	INFORMATION variabile	FCS	FLAG
1 byte	1 m. byte	1-2 byte		(2-4 byte)	1 byte

DELIMITATORE DI TRAMA → Ha un pattern ben preciso: 0111110

→ ERRORE DI INCONISISTENZA: all'interno di una trama potrebbe comparire il byte 0111110 e potrebbe essere scambiato per un flag.

SOLUZIONE: bit stuffing → se dovessero comparire più di cinque 1 consecutivi all'interno di una trama, il trasmettitore inserisce uno zero extra dopo il quinto 1. Il ricevitore poi dovrà rimuovere tali zero extra per leggere la trama (de-stuffing).

#### Esempio 1 (TRASMETTITORE):

DATA DA INVIARE: 01101111111100

DOPO LO STUFFING: 0111110 0110111110 1111000 0111110

si aggiunge anche se non c'è il costo i per semplificare la vita al ricevitore

#### Esempio 2 (RICEVITORE - LA TRAMA È DIVERSA QUI!):

DATA RICEVUTO: 011111000011101111101111001111110

DOPO IL DE-STUFFING: \*0001110 11111-1111-110\*

→ Se il ricevitore legge sette o più 1 consecutivi, c'è stato per forza un errore.

- g). → C'è un errore anche se vengono trasmessi sei 1 consecutivi (con conseguente spezzettamento della trama) grazie al fatto che il ricevitore ipotizza la presenza di un CRC prima del flag falso e ne analizza la consistenza.

Nel caso byte oriented, si ricorre al byte stuffing; il flag 0111110 viene scritto come 0x7E, per cui si avrebbe un equivoco se all'in-

termine della trama compariranno i byte **ox FE**. Il byte stuffing consiste nell'introduzione di simboli speciali.

Nel protocollo che prendiamo in considerazione (PPP - Point to Point Protocol) viene utilizzato il simbolo di escape **ox FD**.

L'idea di base è quella di utilizzare il simbolo di escape FD ogni volta nella trama compare la coppia di byte FD o anche la stessa coppia di byte FD.

Esempio:

DATA DA INVIARE: 11 32 FD FD FE

DOPPO LO STUFFING: FE 11 32 FD FD FD FD FD FE FE

PROBLEMA: il FD "data" e il FD "escape" sono facilmente confondibili dal ricevitore (come il FE "data" e il FE "flag").

SOLUZIONE: il FD "data" e il FE "data" vengono modificati nella trasmissione in modo da risolvere l'equivoco e sarà compito del ricevitore decodificare i byte in maniera corretta.

In particolare, il FE "data" diventa 5E e il FD "trama" diventa 5D tramite un'operazione di XOR.

Esempio:

DATA DA INVIARE: 01 11 FD FE FD

DOPPO LO STUFFING: FE 01 11 FD 5D FD 5E FD 5D FE  
↑ escape ↑ data

Se dopo lo stuffing i byte 5D, 5E non sono preceduti da simboli di escape, si deduce che non sono byte modificati (sono proprio originalmente 5D, 5E).

Campo di controllo della trama (1-2 byte):

TRE TIPI:

- PRIMO BIT A 0 → information frame
- PRIMI DUE BIT PARI A 10 → ACK, NACK, SACK (trame controllo)
- PRIMI DUE BIT PARI A 11 → unnumbered frame

SE 1 BYTE (8 bit) → si avrebbero 4 bit per la parte <sup>"tipo" = S</sup> e 3 bit per la parte ACK

↳ SAREBBERO CONSENTITI FINO A  $2^3$  PACCHETTI IN VOLO

SE 2 BYTE (16 bit) → si avrebbero 7 bit per la parte <sup>"tipo" = S</sup> e 7 bit per la parte ACK

↳ SAREBBERO CONSENTITI FINO A  $2^7$  PACCHETTI IN VOLO

→ S=RR → Receive Ready

→ S=RNR → Receive Not Ready → comunica al trasmettitore di non inviare + pacchetti

→ S=REJ → Reject

→ S=SREJ → Selective Reject

Esercizio:

UANTÀ DATI = 1200 byte

TRASMISSIONE A → R E Poi R → B

A → R: C = 640 Kbps

RTT = 25 ms

R → B: C = 960 Kbps

RTT = 30 ms

Calcolare: • thz se W=3

• thz max e W per avere thz max

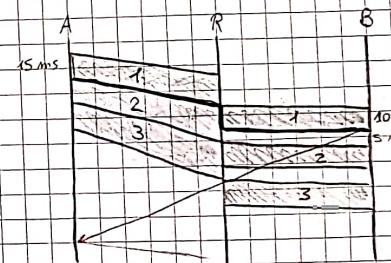
$$T_{TX \text{ A} \rightarrow \text{R}} = \frac{1200 \cdot 8}{640} = 15 \text{ ms}$$

$$T_{TX \text{ R} \rightarrow \text{B}} = \frac{1200 \cdot 8}{960} = 10 \text{ ms}$$

$$T_{\text{ciclo}} = T_{TX_A} + RTT_1 + T_{TX_B} + RTT_2 =$$

$$= 15 + 25 + 10 + 30 = 80 \text{ ms}$$

$$thz_{W=3} = \frac{1200 \cdot 8 \cdot 3}{80} = 360 \text{ Kbps}$$



CONDIZIONE TRASMISSIONE CONTINUA:

$$W = 15 + 10 + 25 + 30$$

$$\sum_{i=1}^4 T_{TX_i} RTT_i$$

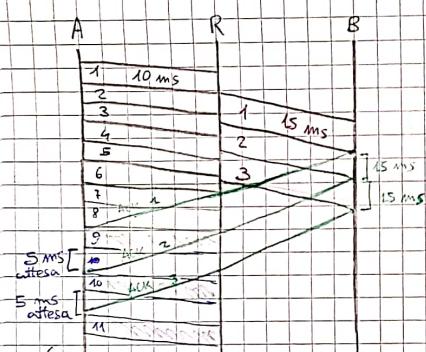
Tempo coda tra - ritorno  
1 messaggio

$$W = 6$$

$$thz_{\text{max}} = 640 \text{ Kbps}$$

(velocità 2° linea)

Caso bastardo: inversione delle velocità delle due trame (con la prima più veloce della seconda).



→ PRIKI N PACCHETTI: trasmissione continua

DAL N+1-ESIMO PACCHETTO: nuovo pattern: 10 ms + 5 ms, poiché gli ACK arrivano sempre ogni 15 ms.

Il throughput massimo rimane comunque quello della linea più lenta (esso Kbps). Leggi

⇒ Cambiando l'ordine dei rate il risultato non cambia.

07/04/2020

## WIRELESS CELLULAR NETWORKS

$$\text{SEGNALE: } s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

AMPIZZA FREQUENZA FASE

$$\text{LUNGHEZZA D'ONDA: } \lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \text{VEL. LUCE}$$

→ Più è alta la frequenza, più è alta la capacità, e meno è il caos ma più è l'attenuazione (si sente meno, un po' come il suono)

⇒ ANTENNA DI TRASMISSIONE E ANTENNA DI RICEZIONE DOVREBBERO ESSERE VISIBILI L'UNA CON L'ALTRA

→ Modello radio gestito dalle ANTENNE.

→ ANTENNA ISOTROPICA: invia il segnale in tutte le direzioni con la stessa identica potenza.

DENSITÀ DI POTENZA ARRIVATA :  $P_a = \frac{P_t}{4\pi d^2}$  → POTENZA TRASMESSA  
 A UNA DISTANZA  $d$  → SUPERFICIE SFERA

Area efficace: superficie in cui la potenza può essere ricevuta (superficie di cattura).

POTENZA CATTURATA →  $P_r(d) = P_a(d) \cdot A_e$  → AREA EFFICACE  
 (IN RICEZIONE)

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sim \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2$$

→ ANTENNA NON ISOTROPICA: trasmette il segnale più potente in alcune direzioni piuttosto che in altre.

$G_t$ : GUADAGNO DELL'ANTENNA IN UNA CERTA DIREZIONE (ANGOLI)



$$P_a(d) = \frac{G_t P_t}{4\pi d^2}$$

$$P_r(d) = P_a(d) G_r A_e = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} G_r \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Legge di attenuazione dello spazio libero (Legge di Friis):

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2} = P_t \frac{G_t G_r}{4\pi} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \quad d > 0$$

COSTANTE CHE DIPENDE DAL SISTEMA  
 (INDICA PERDITE/ATTENUAZIONE)

⇒ NELLO SPAZIO LIBERO,  $P_r(d)$  È PROPORZIONALE A  $\frac{1}{d^2}$  ( $P_r(d) \propto \frac{1}{d^2}$ )  
 → IL PAVIMENTO GIÀ NON RAPPRESENTA LO SPAZIO LIBERO

→ Utilizzo di unità di misura logaritmiche:

DECIBEL → indica il rapporto tra due potenze:  $10 \log_{10} \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$  [dB]

ESEMPIO:  $P_A = 1 \text{ WATT}$ ,  $P_B = 50 \text{ mW} \Rightarrow \text{DECIBEL} = 10 \log_{10} \left( \frac{1000}{50} \right) = 13 \text{ dB}$

dBm → è una misura di un milliwatt in scala logaritmica:

$$\text{POTENZA IN dBm} = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{potenza}}{1 \text{ mW}} \right)$$

ESEMPIO:  $10 \text{ mW} = 10 \log_{10} \left( \frac{0.01}{0.001} \right) = 10 \text{ dBm}$

$10 \mu\text{W} = 10 \log_{10} \left( \frac{0.0001}{0.001} \right) = -20 \text{ dBm}$

ALTRI ESEMPI:  $26 \text{ dBm} = ?$

Sapendo che  $10 \log_{10}(2) \approx 3$  (ogni  $3 \text{ dBm}$ , LA POTENZA RADOPPIA)

$$10 \text{ dBm} = 10 \text{ mW} \Rightarrow 20 \text{ dBm} = 100 \text{ mW} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 23 \text{ dBm} = 200 \text{ mW} \Rightarrow 26 \text{ dBm} = 400 \text{ mW}$$

$$\cdot \frac{S}{N} = \frac{\text{Potenza del segnale}}{\text{Potenza del rumore}} = -3 \text{ dB} \Rightarrow$$

⇒ La potenza del rumore è il doppio della potenza del segnale

$$\text{PERDITA DI POTENZA SUL PERCORSO} = \text{PATH LOSS} = \frac{\text{Potenza ricevuta}}{\text{Potenza trasmessa}}$$

$$\Rightarrow |\text{Perdita}| [\text{dB}] = \text{Potenza trasmessa} [\text{dBm}] - \text{Potenza ricevuta} [\text{dBm}]$$

Supponiamo di conoscere la potenza ricevuta di un segnale a una distanza  $d_0$ . Ecco come calcolare in modo facile la potenza ricevuta a una qualunque distanza  $d$ , sapendo che  $P_r(d) \propto \frac{1}{d^2}$ :

$$P_r(d) = P_r(d_0) \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^2$$

$$\text{FORMULA LOGARITMICA: } P_r(d) (\text{dBm}) = 10 \log_{10} [P_r(d_0)] + 20 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d}\right) =$$

$$= P_r(d_0) (\text{dBm}) + 20 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d}\right)$$

N.B.: A distanze molto vicine le formule cambiano perché subentraano delle interferenze.

→ In generale, l'attenuazione del segnale wireless non segue la legge  $\frac{1}{d^2}$  !!

Nel mondo reale si ha che  $P_r(d) \propto \frac{1}{d^\gamma}$ ,  $\gamma > 2$

$$\Rightarrow P_r(d) (\text{dBm}) = 10 \log_{10} [P_r(d_0)] + 10 \gamma \log_{10} \left(\frac{d_0}{d}\right)$$

quindi  $P_r(d) = P_r(d_0) \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^\gamma$

DI NORMA, VARIA TRA 3,3 E 4,5

PERCHE IN GENERALE  
RALE NON SIAMO IN  
CONDIZIONI DI SPAZIO LIBERO

NELLA REALTA  
 $\gamma = 4$  "makes sense"  
(MODELLO A 2 RAGGI)

→ Modelli di attenuazione empirici:

- PRENDIAMO UN CONTESTO
- PRENDIAMO UN MODELLO DI TRASMISSIONE
- EFFETTUAMO DELLE MISURE E NE RICAVIAMO EURISTICALEMENTE UNA LEGGE

SENZA  
BASE SCIENTIFICA!

MODELLO OKURURA-HATA (Vecchio): → considera che è semplice...



$$\text{PATH LOSS: } L_{\text{path}} (\text{dB}) = 69.55 + 26.16 \log_{10} f + (44.9 - 6.55 \log_{10} h_{\text{bs}}) \log_{10} f + \\ - 13.82 \log_{10} h_{\text{bs}} - a(h_{\text{ms}})$$

HEIGHT OF BASE STATION ANTENNA

HEIGHT OF MOBILE ANTENNA

→ Ci sarebbero dei riadattamenti per città grandi, per zone rurali...

$$44.9 - 6.55 \log_{10} h_{\text{bs}} = 10 \text{ dB}$$

09/04/2020

$P_{\text{th}}$  = THRESHOLD POWER = potenza di soglia → potenza sopra cui il segnale si sente in modo accettabile (e sotto cui non si sente).

$$\text{PATH LOSS: } L_p = P_t - P_{\text{th}} \quad [\text{dB}]$$

Esempio (parte 1 - non c'è nessun problema):

POTENZA RICEVUTA A 10 METRI = 0.1 W = 100 mW = 20 dBm

$$P_{\text{th}} = -50 \text{ dBm}$$

$$M = 3.7$$

$$P_{\text{ricevuta}}(R) [\text{dBm}] = P_{\text{ricevuta}}(10 \text{ m}) - 10 M \log_{10} \left( \frac{R}{10} \right) + 10 M \log_{10} \left( \frac{10}{R} \right)$$

$$P_{\text{ricevuta}}(R) = P_{\text{th}} \quad \xrightarrow{\text{SOSTITUISCO } -50 \text{ dBm}} \quad 20 - 37 \log_{10} \left( \frac{R}{10} \right) = -50 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 10 \cdot 10^{7.22} = 780 \text{ m}$$

PROBLEMA: Qui abbiamo considerato solo l'attenuazione dovuta alla propagazione del segnale, ma esiste anche una fluttuazione statistica

da modellizzare! A 780 m, in realtà, il 50% del tempo la potenza ricevuta è più di -50 dBm e il tempo restante è di meno.

OUTAGE  
P(OUTAGE)

Fenomeni di propagazione:

DIETRO A UN MURO NON SENTO

RIFLESSIONE - DIFFRAZIONE - SCATTERING - SHADOWING

⇒ Sono tutti variabili nel tempo!

→ Per:

$\mu = 0$

CONSEGUENTE

ARBITRIO

ERROR FUNCTION:

RICEVO + DEL PREVISTO  
RICEVO - DEL PREVISTO  
ERROR FU COMPLETAMENTE

→ erf

CARATTERISTICHE MULTIPATH:

I segnali, sommarsi, possono amplificarsi oppure cancellarsi a vicenda.

FADING = fluttuazione del segnale che può essere sia di tipo amplificativo, sia di tipo attenuativo. → RICEVO - DEL PREVISTO

FADING < slow (ordine di sotto il millisecondo)  
FADING < fast (ordine del millisecondo o più)

FADING < short term = FAST  
FADING < long term = SLOW

Noi tratteremo lo slow fading (il fast fading è stato affrontato tramite la tecnologia).

Con queste PG

SLOW FADING → Trattata con DISTRIBUZIONE LOGNORMALE (= GAUSSIANA IN SCALA LOGARITMICA)

1 - NORMA

$$P_r(d) (\text{dBm}) = 10 \log_{10} P_r(\text{d}) + 10 \mu \log_{10} \left( \frac{d}{d_0} \right) + Y$$

VARIABILE ALEATORIA

Y = VARIABILE ALEATORIA GAUSSIANA con media = 0

↪ È simmetrica (in decibel)

1° PARAMETRO ( $\mu$ )

SCALA LOGARITMICA

2° PARAMETRO: deviazione standard  $\sigma_{dB}$

Premendo sulla v.a. gaussiana: FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Potenzialità si avverte sotto soglia rispetto a una certa potenza

$$P(X \leq z) = \int_{-\infty}^z f_X(x) dx$$

Tendente a scostarsi dal valore medio

$$\text{MEDIA} = \mu$$

$$\text{VARIANZA} = \sigma^2$$

CONSEGUENZA MA

FADING

(in dB)

DEFINIZIONE

ESEMPIO

POTENZA

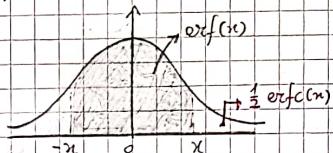
$$P_{th} = -z$$

OUTAGE = FUORI SERVIZIO  $\rightarrow$  si verifica se  $P_{\text{ricevuta}} < P_{\text{th}}$   
 $P(\text{OUTAGE}) = P(P_{\text{ricevuta}} < P_{\text{th}})$

$\rightarrow$  Per leggere la tabella della distribuzione gaussiana standard (con  $\mu=0$ ,  $\sigma=1$ ):

CONSIDERARE LO SPOSTAMENTO DA  $\mu$  DELLA GAUSSIANA STANDARD EQUIVALENTE A  $\sigma$  VOLTE LO SPOSTAMENTO DA  $\mu$  DELLA GAUSSIANA CON  $\sigma$  ARBITRARIO.

ERROR FUNCTION:  $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$



• ERROR FUNCTION COMPLEMENTARE:  $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$

$$\sim \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\frac{1}{\sqrt{2}})} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}} dt$$

Distribuzione gaussiana con  $\mu=0$ ,  $\sigma=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Con questa funzione, abbiamo un modo leggermente diverso per calcolare  $P(\text{OUTAGE})$ :

1 - NORMALIZZAZIONE:  $g = -\frac{P_{\text{th}} - P_{\text{medio}}}{\sqrt{2} \sigma_{\text{dB}}} \quad g > 0$

2 - OUTAGE:  $P(\text{OUTAGE}) = \frac{\text{erfc}(g)}{2} = \frac{1}{2} (1 - \text{erf}(g))$

CONSEGUENZA: Necessità di rimpicciolire la cella (e quindi la distanza massima a cui il segnale si sente bene).

FADING MARGIN =  $M$  = metà della potenza ricevuta al bordo della cella (in dB) meno  $P_{\text{th}}$  (in dBm)  $\rightarrow M = P_{\text{medio}} - P_{\text{th}}$

DEFINIZIONE DI BORDO CELLA =  $R$  = distanza tale che  $P_{\text{ricevuta}}(R) = P_{\text{th}} + M$

Esempio (parte 2):

POTENZA RICEVUTA A 10 m = 0.1 W = 20 dBm

$$P_{\text{th}} = -50 \text{ dBm} ; \quad \eta = 3.7 ; \quad M = 6$$

$$P_r(R) [\text{dBm}] = P_r(10 \text{ m}) [\text{dBm}] - 10\eta \log_{10} \left( \frac{R}{10} \right)$$

$$P_r(R) = P_{th} + M \Rightarrow 20 - 37 \log_{10} \frac{R}{10} = -50 + 6 \Rightarrow R = 10 \cdot 10^{\frac{61}{37}} = 537 \text{ m}$$

→ Non abbiamo considerato la deviazione standard perché aveva  
mo come fatto il fading margin.

Esempio (parte 3):

POTENZA RICEVUTA A 10 m = 0.1 W = 20 dBm

$P_{th} = -50 \text{ dBm}$        $M = 3.7$

→ Qual è il fading margin e il raggio massimo per  $P[\text{OUTAGE}] = 2\%$   
con  $\sigma_{db} = 4 \text{ dB}$ ?

$$P[\text{OUTAGE}] = 0.02 = \frac{\operatorname{erfc} \left( \frac{M}{\sqrt{2}\sigma} \right)}{2} \Rightarrow \frac{M}{\sqrt{2}\sigma} = 1.4522 \Rightarrow M = 8.21$$

$$R = 10 \cdot 10^{\frac{61.79}{37}} = 10 \cdot 10^{\frac{61.79}{37}} = 468 \text{ m}$$

10 m di riferimento

$$P_r(R) = P_r(10 \text{ m}) + 10\eta \log_{10} \left( \frac{10 \text{ m}}{R} \right)$$

$$\Rightarrow P_{th} + M = 20 + 10\eta \log_{10} \left( \frac{10}{R} \right)$$

14/04/2020

Copertura cellulare:

→ SEGNALE OK SE  $P_{rx} > -X \text{ dBm}$

→ SE  $P_{rx} = C P_{tx} J^{-4}$ ;  $P_{tx}$  MAGGIORE →  $J$  MAGGIORE

→ Capacità della cella radio = numero di conversazioni temporanee possibili:

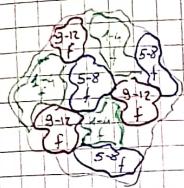
→ PER ESEMPIO UNA CELLA PUÒ SUPPORTARE  $n$  FREQUENZE E QUINDI  $n$  CANALI CHE POSSANO TRASMETTERE CONTEMPORANEAEMENTE ( $\rightarrow n$  conversazioni temporanee possibili).

→ È possibile suddividere la cella originaria in più sottocelle.

Ciascuna sottocella può così trasmettere con una potenza  $P_{tx}$  MINORE.

Supponiamo di avere in totale 12 frequenze e modulare 6

sotto celle ~~sono~~ in modo che ciascuna di esse ~~supporti~~ le frequenze (e quindi si suddividerà le 12 frequenze in 3 gruppi da 4).



→ VANTAGGIO: POSSIBILITÀ DI RIUSO: è possibile usufruire in più trasmissioni contemporaneamente della stessa frequenza (comunicazioni della stessa frequenza <sup>solo</sup> sufficientemente distanti da non interferire).

COSÌ AVVIENE SE: Rapporto segnale trasmittitore Segnale interferente → IL RAPPORTO È INDEPENDENTE ALL'INTENSITÀ DELLE POTENZE INVE

→ CASO PEGGIOR: Tutti gli utenti si trovano nella stessa sotto cella  $\Rightarrow$  capacità = 4 (max 4 chiamate in contemporanea).

→ CASO MIGLIORE: tutti gli utenti sono equipartiti nella max - cella  $\Rightarrow$  capacità = 4: numero di sotto celle

È IL NUMERO DI FREQUENZE NELLA STESSA CELLULA; CHIARO CHE VI È SOLO IN QUESTO ESEMPIO

SVANTAGGI DI QUESTA SUDDIVISIONE:

- Handover  $\rightarrow$  è necessario "lavorare" un pochino di più nella gestione della mobilità; in particolare, se si vuole cambiare frequenza, è possibile che sia necessario spostarsi.

→ CASO REALE: celle di forme e dimensioni diverse (a causa di shadowing e simili).

→ CASO IDEALE: celle circolari tutte uguali

IL PUNTINO È UNA STAZIONE RADIO GPE

SI PUÒ ASSUMERE CHE LA PARTE SINISTRA DELLA SOVRAPPOSIZIONE SI CONFERMA SUA CELLA A E VICEVERSA



- PATTERN DI RIUSO = numero di gruppi in cui stiamo dividendo le frequenze.

- CLUSTER = gruppo di celle (tutte con frequenze diverse) che si ripete in tutto il territorio.

$\Rightarrow$  MAXI-CELLA

La capacità cellulare:

- Migliora attraverso il riuso di frequenze.
- Peggiora con cluster troppo grandi (che causerebbero una capacità di ogni singola cella troppo bassa).
- Ma peggiora anche con l'aumentare dell'interferenza, che si ha con celle con stesse frequenze molto vicine.

$\downarrow$  DISTANZA DI RIUSO PICCOLA

Perciò, a parità di stazioni radio base:

$\rightarrow$  MAGGIORE DISTANZA DI RIUSO  $\Rightarrow$  MINORE INTERFERENZA

sono proprietà in conflitto

$\rightarrow$  MINORE DISTANZA DI RIUSO  $\Rightarrow$  MAGGIORE CAPACITÀ

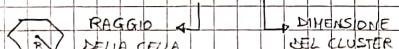
con loro!

DISTANZA DI RIUSO<sup>(1)</sup> = distanza tra stazioni radio base che usano le stesse frequenze (dipende dalla dimensione del cluster K):

CLUSTER MAGGIORE  $\rightarrow$  DISTANZA DI RIUSO MAGGIORE

In generale:  $D = R\sqrt{3}K$

$\rightarrow$  FORMULA VALIDA PER LA GEOMETRIA EULORIANA



FATTORE DI RIUSO ( $q$ ) = distanza di riuso normalizzata:  $q = \frac{D}{R}$ ; dipende solo dalla dimensione del cluster ( $q = \sqrt{3}K$ ).

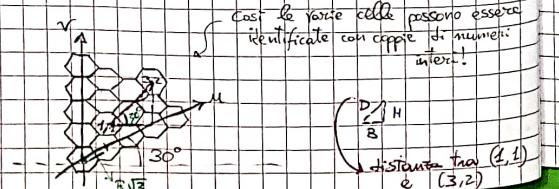
NB: K NON è arbitrario. Può assumere solo i seguenti valori:

3 - 4 - 7 - 9 - 12 - 13 - 16 - 19 - ...

$\rightsquigarrow$  Per esempio, con  $K=2$  è impossibile avere celle dello stesso gruppo che non confinino mai.

Dim. della formula:

- PRENDIAMO LE COORDINATE OBLIQUE



Generalizziamo  $(1,1)$  con  $(\mu_1, \nu_1)$  e  $(3,2)$  con  $(\mu_2, \nu_2)$

$$D = \sqrt{[(\mu_2 - \mu_1) \cos 30^\circ]^2 + [(\nu_2 - \nu_1) + (\mu_2 - \mu_1) \sin 30^\circ]^2} = \quad \left[ D = \sqrt{E^2 + H^2} \right]$$

$$= \sqrt{(\mu_2 - \mu_1)^2 + (\nu_2 - \nu_1)^2 + (\mu_2 - \mu_1)(\nu_2 - \nu_1)}$$

$\Rightarrow$  Distanza della cella  $(i,j)$  da  $(0,0)$ :  $\rightarrow$  Multipli di  $\sqrt{3}R$

$$D = \sqrt{i^2 + j^2 + ij} \sqrt{3}R$$

$$\Rightarrow D_R = \sqrt{i^2 + j^2 + ij}$$

$$\text{Si ha che } K = D_R^2 = i^2 + j^2 + ij$$

$$\Rightarrow D = R \sqrt{3K}$$

$i, j$  sono coordinate di celle, quindi devono essere valori interi!

Non tutti i valori di  $K$  sono esprimibili con  $i, j$  interi.

(è per questo che  $K$  non è del tutto arbitrario).

PERCHÉ  $K = i^2 + j^2 + ij$ :

$\rightarrow$  A prescindere dalla dimensione del cluster  $K$ , ciascuna cella ha 6 celle "vicine" con la stessa frequenza.

$$\text{AREA CELLA} = A_c = \frac{3}{2} \sqrt{3} R^2$$

Geometricamente è un esagono più grande

$$\text{AREA CLUSTER} = A_K = K A_c = \text{ma anche } A_c + \cancel{\text{area}} 2(K-1) \frac{A_c}{2} =$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt{3} \left( \frac{2H}{\sqrt{3}} \right)^2 = 2\sqrt{3} H^2$$

l'area dell'esagono più grande

$$\text{Ma } H = \frac{D}{2} \rightarrow A_K = 2\sqrt{3} \frac{D^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} D^2$$

$$A_K = K A_c \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} D^2 = K A_c \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} D^2 = K \cdot \frac{3}{2} \sqrt{3} R^2 \Rightarrow K = \frac{D^2}{3R^2} = D_R^2$$

INTERFERENZA CO-CHANNEL (CCI) = somma delle interferenze ~~dalle~~  
Sapendo  
le celle remote (~~che~~ non ci interessano le trasmissioni).  
I canali NON interferiscono se trasmettono in istanti di tempo di  
verso (ovvero in CANALI diversi).

→ La somma delle interferenze ~~sarebbe~~ coinvolgere infinite  
cellule ma è un'altra approssimazione considerare solo le 6,  
cellule che usano le stesse frequenze più vicine.

$$\text{SNR} = \text{Signal to Noise Ratio} = \text{Rapporto segnale/rumore} = \frac{S}{N} = \frac{S}{\text{POTENZA DEL SEGNALE (S)} + \text{RUMORE DI FONDO (N}_s\text{)}}{\text{POTENZA DEL SEGNALE INTERFERENTE (I)}}$$

Alcanto le potenze di TUTTE le celle, il rumore di fondo divenuta tra  
scurabile:  $\frac{S}{N} \approx \frac{S}{I}$ .

Dobbiamo quantificare il rapporto  $S/I$ .

ASSUNZIONI:

→ Consideriamo  $N_I = 6$  celle interferenti (che si trovano sul primo anello);  
sono tutte alla stessa distanza dalla cella interessata indipenden-  
temente da K.

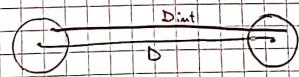
→ Assumiamo il rumore di fondo trascurabile.

→ ~~Assumiamo~~ assumiamo  $R^{-M}$  come legge di propagazione del segnale.

→ Assumiamo le stationi radio base tutte con gli stessi parametri:  
(stessi quadri delle potenze trasmesse, ecc.).

→ Approssimiamo le distanze tra le ~~radio base~~ e gli inter-  
ferenti alla distanza tra i centri delle celle:

Ecco considerare il caso particolare  
in cui mi metto a lato della cella più  
vicina la tratta.



$$D_{\text{int}} \sim D$$

→

ULTIMA ASSUNZIONE

$$\frac{S}{N} \approx \frac{S}{I} = \frac{\text{cost. } R^{-M}}{\sum_{k=1}^{N_I} \text{cost. } D^{-M}} = \frac{1}{N_I} \left( \frac{R}{D} \right)^{-M} = \frac{1}{N_I} \left( \frac{D}{R} \right)^M = \frac{1}{N_I} q^M$$

Inter

Oltre

Sappiamo che  $D = R\sqrt{3K} \Rightarrow \frac{S}{N} \approx \frac{S}{I} = \frac{1}{N^2} \left( \frac{R}{R\sqrt{3K}} \right)^{-1} = \frac{(3K)^{1/2}}{N^2}$   
 $\Rightarrow$  Il rapporto segnale-rumore NON dipende dal raggio delle celle.

Esempio 1:

$\frac{S}{I} = 9 \text{ dB} \rightsquigarrow$  CON RAPPORTO 9 dB, VIENE GARANTITO  
 CHE IL PACCHETTO NON VENGA DANNEGGIATO DAGLI INTERFERENTI.

$$M = 4$$

$$K = ?$$

$$\frac{S}{I} [\text{dB}] = 10 \log_{10} \left( \frac{S}{I} \right) \Rightarrow \frac{S}{I} = 10^{9/10} = 7.94 \approx 8$$

$$\frac{S}{I} = \frac{(3K)^{1/2}}{6} \Rightarrow K \geq \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{S}{I}} = 2.3 \rightsquigarrow$$

SAREBEBE UN FRATTIONARY CLUSTER;  
ESISTE MA NON CI RIGUARDA ANCORA

$$\Rightarrow K = 3$$

Per  $K = 3$ , un utente a bordo cella quale  $\frac{S}{I}$  riceve?

$$\frac{S}{I} = \frac{(3K)^{1/2}}{6} = 11.3 \text{ dB}$$

Esempio 2:

$\frac{S}{I} = 18 \text{ dB} \rightsquigarrow$  RAPPORTO PIÙ ELEVATO PER POTER UTILIZZARE  
 MODULAZIONI PIÙ SPINTE

$$M = 4.2$$

$$K = ?$$

le.

Effettuiamo i calcoli mantenendo la scala logaritmica:

$$\frac{S}{I} [\text{dB}] = 10 \log_{10} (3K) - 10 \log 6$$

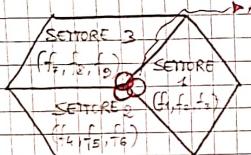
$$\log (3K) = \frac{18 + 7.78}{21} = 1.23$$

$$\Rightarrow K \geq \frac{10^{1.23}}{3} = 5.63 \Rightarrow K = 7$$

Interferenti artificionali:  
 Oltre ai 6 interferenti del primo anello, si possono considerare

i 12 interferenti del secondo anello (che hanno distanze leggermente diverse ~~dalle~~ a 6 a 6 dalla mia cella).  
Comunque sia, il loro contributo è marginale.

### Celle Tri-settorizzate:



► ANTENNE DIREZIONATE (TRI-SETTORIZZATE) → nel nostro caso trasmettono solo a  $120^\circ$

→ È possibile suddividere una cella con n frequenze in più settori (meglio 3) con  $\frac{m}{3}$  frequenze ciascuno.

CONTRO: Cresce l'handover e si riduce il guadagno di traffico.

PRO: Diminuisce l'interferenza co-channel ( $\Rightarrow$  aumenta  $\frac{S}{I}$ ).

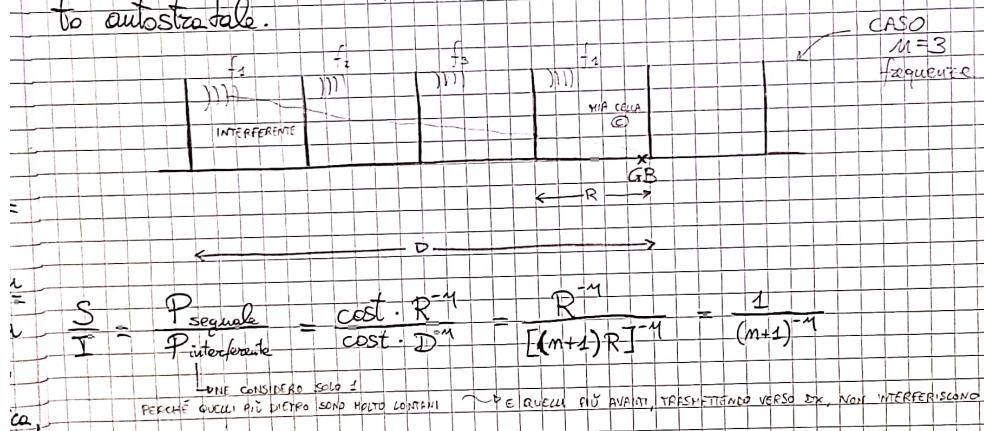
Infatti, l'idea delle antenne tri-settorizzate è quella di minimizzare il numero di interferenti nel calcolo di  $\frac{S}{I}$ .

IDEALIZZAZIONE: nella tri-settorizzazione assumiamo che ciascuna antenna emette potenza massima nell'arco di  $120^\circ$ , ed emette potenza nulla fuori dall'arco di questi  $120^\circ$ . In questo modo avremmo che le stazioni interferenti sono solo 2 (anche se, nella pratica, non è una cosa fattibile).

Comunque sia, nella pratica, poiché si avrebbe una diminuzione di potenza graduale vicino ai bordi dell'angolo di  $120^\circ$ , ~~avremmo~~ ~~che~~ avremmo 3 antenne che interferiscono, di cui una come nel caso ideale, una un po' meno e un'altra (poco oltre il bordo, che infatti ~~non~~ ~~risulta~~ ~~interferisce~~ nel caso ideale) ancora meno (le altre tre antenne rimangono ancora ampiamente fuori dal raggio di interesse). Si conclude che la somma delle 3 interferenze delle 3 antenne ~~nella~~ ~~caso~~ ~~reale~~ è approssimabile alla somma delle interferenze delle 2 antenne nel caso ideale.

### Esercizio:

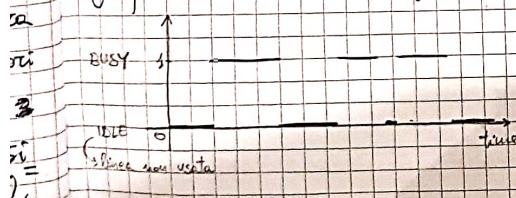
Un operatore razionalmente deve coprire un percorso autostradale con stazioni radiobase distanti tra loro 500 metri. Il segnale si attesta secondo una legge  $f^{-\gamma}$ , con  $\gamma=3$ . Al fine di garantire la comunicazione, è necessario impostare un rapporto segnale / interferenza maggiore o uguale a 19 dB. Nell'ipotesi di celle settoriali (ogni stazione radiobase emette il segnale in una sola direzione), si calcolino quante frequenze occorrono per coprire il tratto autostradale.



$$\text{Dobbiamo impostare: } \frac{R^{-\gamma}}{D^{\gamma}} > \text{SNR} \Rightarrow \frac{1}{(m+1)^{\gamma}} > 10^{1.9} \Rightarrow \\ \Rightarrow (m+1)^{\gamma} > 79.4 \Rightarrow \boxed{m=4}$$

17/04/2020

2) Grafico di un utente che effettua chiamate al telefono:



→ Il traffico è un processo STOCASTICO (che varia nel tempo)  
→ PUÒ PRENDERE DA QUELLO CHE È SUCESSO NEL PASSATO

ESEMPIO

### Intensità del traffico ( $A_i$ ):

Può essere definito in 4 modi:

$$1) A_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{TEMPO IN CUI LA LINEA È OCCUPATA}}{\Delta t \text{ (TEMPO TOTALE)}}$$

$$2) A_i = \text{NUERO MÉDIO DI CHIAMATE } \lambda \text{ AL MINUTO} \times (\text{DURATA MÉDIA } \bar{T} \text{ DI UNA CHIAMATA})$$

$$3) A_i = \text{PROBABILITÀ CHE, IN UN ISTANTE } t \text{ CASUALE, L'UTENTE È NELLO STATO Busy}$$

$$4) A_i = \text{VALOR MÉDIO DEL PROCESSO}$$

Le quattro definizioni sono equivalenti se il processo è stazionario (non dipende per esempio dall'ora del giorno). Ma è chiaramente una assunzione non realistica: per questo si considera il caso peggiore che si ha nell'ora della giornata in cui il traffico è più "busy" possibile.

Esempio:

→ L'UTENTE FA IN MEDIA 1 CHIAMATA ALL'ORA

→ OGNI CHIAMATA DURA IN MEDIA 120 s

$$A_i = \frac{120 \text{ s}}{3600 \text{ s}} = \frac{2 \text{ min}}{60 \text{ min}} = \frac{1}{30}$$

$$P[\text{L'UTENTE È OCCUPATO}] = \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$$

→ L'intensità del traffico sarebbe ADIMENSIONALE, ma le è stata comunque applicata un'unita di misura chiamata ERLANG.

Traffico generato da più utenti ( $n$ ):

$$\text{INTENSITÀ DEL TRAFFICO } A = \sum_{i=1}^n A_i = n A_i \quad \begin{array}{l} \text{SOMMARE È SENSATO} \\ \text{MA NON È SENSATO SOMMARE} \\ \text{IL VALORE 1 (GRATANDOSI) } \\ \text{DI UNA PROBABILITÀ} \end{array}$$

Più rigorosamente, con  $n$  utenti diversi, si possono considerare  $n+1$  stati (0 utenti occupati, 1 utente occupato, ...,  $n$  utenti occupati).

ESEMPIO:  $P[0 \text{ UTENTI ATTIVI}] =$  con  $P[\text{L'-ESIMO UTENTE ATTIVO}] = A_i$   
 $= (1-A_i) \cdot (1-A_i) \cdot \dots \cdot (1-A_i) = (1-A_i)^n$

$$P[1 \text{ UTENTE ATTIVO}] = (1-A_i)^{m-1} \cdot A_i \cdot m \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{bisogna considerare tutte} \\ \rightarrow \text{le combinazioni} \end{matrix}$$

In generale:  $P[K \text{ UTENTI ATTIVI}] = \binom{m}{k} (1-A_i)^{m-k} A_i^k \quad \rightarrow \text{DISTRIBUZIONE BINOMIALE}$

Di conseguenza, abbiamo che  $\sum_{i=1}^m A_i (= m A_i)$  è la MEDIA del numero di chiamate attive in corso (di utenti attivi) in un certo istante t.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^m A_i = E[\text{UTENTI ATTIVI}] \quad \rightarrow \text{ANCHESSA MISURATA IN ERLANG}$$

ESEMPIO:

→ 5 UTENTI

→ OGNI UTENTE FA MEDIANTE 3 CHIAMATE ALL'ORA

→ OGNI CHIAMATA, IN MEDIA, DURA 4 MINUTI

$$A_i = \lambda \tau = 3 \cdot \frac{4}{60} = \frac{1}{5} \text{ erl}$$

$$A = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1 \text{ erl} \quad \rightarrow \text{MEDIANTE HO 1 UTENTE ATTIVO ALLA VOLTA}$$

$$P[1 \text{ UTENTE ATTIVO}] = \binom{5}{1} \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \approx 0.41$$

Il nostro compito è stabilire quale frequenze è meglio mettere all'interno di una cella cercando di non "esagerare" ma garantendo più tempo possibile senza collisioni (VEDREMO MEGLIO QUESTO ASPECTO DOPO).

Altro esempio:

→ 30 UTENTI

→ OGNI UTENTE FA MEDIANTE 1 CHIAMATA ALL'ORA

→ OGNI CHIAMATA, IN MEDIA, DURA 4 MINUTI

$$A = 30 \lambda \tau = 30 \left(1 \cdot \frac{4}{60}\right) = 2 \text{ erl}$$

$$P(\text{UTENTI ATTIVI} \leq 5) = 0.987006 \quad \rightarrow \text{GIÀ SI VIDE CHE NON HA SENSO METTERE} \\ \text{30 FREQUENZE ALL'INTERNO DI UNA CELLA RADIO!}$$

Cum(5) =  $\sum_{i=0}^5 P(i \text{ UTENTI ATTIVI})$

\* C'È UN COSTO ECONOMICO NEL METTERE TANTE FREQUENZE IN UNA CELLA

N.B.: La distribuzione binomiale è valida se gli utenti sono tutti indipendenti tra loro (assunzione ragionevole).

Può succedere però che gli utenti siano coniugati da un fenomeno esterno (che, magari, porta tutti quanti a telefonare).

NOTA SUI COEFFICIENTI BINOMIALI:

Sulle calcolatrici si potrebbe avere overflow a causa di numeri troppo grandi. Facciamo un esempio:

$$\binom{60}{12} = \frac{60!}{12! \cdot 48!}$$

$$\binom{60}{12} = \frac{\log(\binom{60}{12})}{e} = e^{(\log(60!) - \log(12!) - \log(48!))} = e^{\left(\sum_{i=1}^{60} \log(i) - \sum_{i=1}^{12} \log(i) - \sum_{i=1}^{48} \log(i)\right)}$$

Perciò:

$$\binom{60}{12} A_i^{12} (1-A_i)^{48} = e^{\left(\sum_{i=1}^{60} \log(A_i) - \sum_{i=1}^{12} \log(A_i) - \sum_{i=1}^{48} \log(A_i) + 12 \log(A_i) + 48 \log(1-A_i)\right)}$$

Avere 30 utenti con  $A_i = \frac{1}{15}$  erl,

300 utenti con  $A_i = \frac{1}{150}$  erl,

3000 utenti con  $A_i = \frac{1}{1500}$  erl,

non è forse (quasi) la stessa cosa a livello globale (a livello di numero di utenti attivi contemporaneamente)?

Quindi: aumentare il numero di utenti e minimizzare il traffico a ciascun utente all'infinito non porta forse a una convergenza del traffico complessivo utilizzato?

$$P[K \text{ CHIAMATE ARRIVE CON } M \text{ UTENTI TOTALI}] = \binom{M}{K} A_i^K (1-A_i)^{M-K} = \frac{M!}{(K-M)! M!} \left(\frac{A}{M}\right)^K \frac{(1-A/M)^{M-K}}{(1-A_i)^K}$$

• Facciamo riunire  $M$  all'infinito, mantenendo costante  $A$ ...

$$\begin{aligned} & P[K \text{ CHIAMATE ATTIVE CON } M \text{ UTENTI TOTAL}] = \\ & = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M!}{(M-K)!} \frac{1}{K!} \frac{A^K}{M^K} \left(1 - \frac{A}{M}\right)^M \left(1 - \frac{A}{M}\right)^{-K} = \\ & \stackrel{K \text{ fattori}}{\approx} \frac{A^K}{K!} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M(M-1)\dots(M-K+1)}{M^K} \left[ \left(1 - \frac{A}{M}\right)^{-\frac{M-A}{M}} \right]^{-A} \left[ \left(1 - \frac{A}{M}\right)^{-\frac{K}{M}} \right] = \boxed{e^{-A} \frac{A^K}{K!}} \end{aligned}$$

DISTRIBUZIONE DI POISSON

21/04/2020

Problema: in generale, il numero di canali  $\bar{c}$  a disposizione è minore del numero di utenti  $M$ .

Può succedere che, in un certo istante  $t$ , i canali sono tutti sati e un'ulteriore utente tenta una chiamata, la quale viene bloccata. Per ora assumiamo che quest'ultimo utente non rientri alla chiamata ma aspetti direttamente la successiva (BLOCKED CALLS CLEARED).

N.B.: Il numero di ~~contemporanee~~ chiamate contemporanee effettive non è un semplice troncamento alla capacità della rete ~~del~~ del numero di chiamate che ci sarebbero state con infiniti canali! (vedi SCHEMI SULLE SLIDES)

Dimostreremo con la teoria delle code che:

$$P[\text{ci sono } K \text{ CHIAMATE ACCETTATE}, K \in (0, C)] = \frac{P[\text{ci sono } K \text{ CHIAMATE OFFERTE}]}{\sum_{i=0}^C P[\text{ci sono } i \text{ CHIAMATE OFFERTE}]}$$

tentate

SE  $K > C$  LA PROBABILITÀ È ZERO

PROBABILITÀ DI SUCCO =  $P[\text{ci sono } C \text{ CHIAMATE ACCETTATE}]$

SE ASSUMEMO  $M=00$   
(caso chiamate offerte trattato con una variazione)

$$P[K \text{ UTENTI ACCETTATI}] = \frac{P[K \text{ UTENTI OFFERTI}]}{\sum_{i=0}^C P[i \text{ UTENTI OFFERTI}]} = \frac{\frac{A^K}{K!} e^{-A}}{\sum_{i=0}^C \frac{A^i}{i!} e^{-A}} =$$

$$= \frac{A^K}{\sum_{i=0}^C A^i} \xrightarrow{\text{DISTRIBUZIONE DI ERLANG}} \text{(È UNA POISSONIANA NORMALIZZATA)}$$

$$P[\text{succo}] = \frac{A_0^C}{C!} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^C \frac{A_0^j}{j!}} = E_{1,C}(A_0) \xrightarrow{\text{DISTRIBUZIONE ERLANG-B}} \text{con } A_0 = \text{traffico offerto in Erlang}$$

Si può scrivere anche

$$E_{1,c}(A_0) = \frac{A_0 E_{1,c-1}(A_0)}{C + A_0 E_{1,c-1}(A_0)}$$

probabilità di blocco con una call in uscita  
a disposizione

Che succede se il numero di chiamate offerte viene trattato con una variabile aleatoria binomiale (fissando a  $M$  il numero di utenti totali)?

$$P[\text{blocco}] = P[\text{blocco}] = \frac{\sum_{k=0}^C A_i^C \binom{M-1}{k}}{\sum_{k=0}^M A_i^k \binom{M-1}{k}}, \quad A_i = \frac{A_0}{M}$$

FORMULA DI ERLANG

→ L'Erlang-B ha due grossi vantaggi:

- Approssima molto bene la formula di Erlang riportata qui sopra.
- È conservativa: la sua  $P[\text{blocco}]$  risulta leggermente maggiore di quella effettiva che si calcolrebbe senza approssimazione (il che è buono).

→ Esistono delle tabelle che esplicitano la relazione tra numero di canali, traffico offerto in Erlang e probabilità di blocco.

### Esercizio 1:

16 CANALI

IN CONDIZIONI NORMALI,  $P[\text{blocco}]$  NON SUPERIORE ALL'1%

DURANTE UNA FESTA, SI PRESEDE UN INCREMENTO DEL TRAFFICO DEL 35%

- 1) Quale sarebbe il traffico risultante se l'operatore non facesse nulla?
- 2) Quanti canali supplementari, per l'occasione, l'operatore deve installare al fine di continuare a garantire una probabilità di blocco non superiore all'1%?

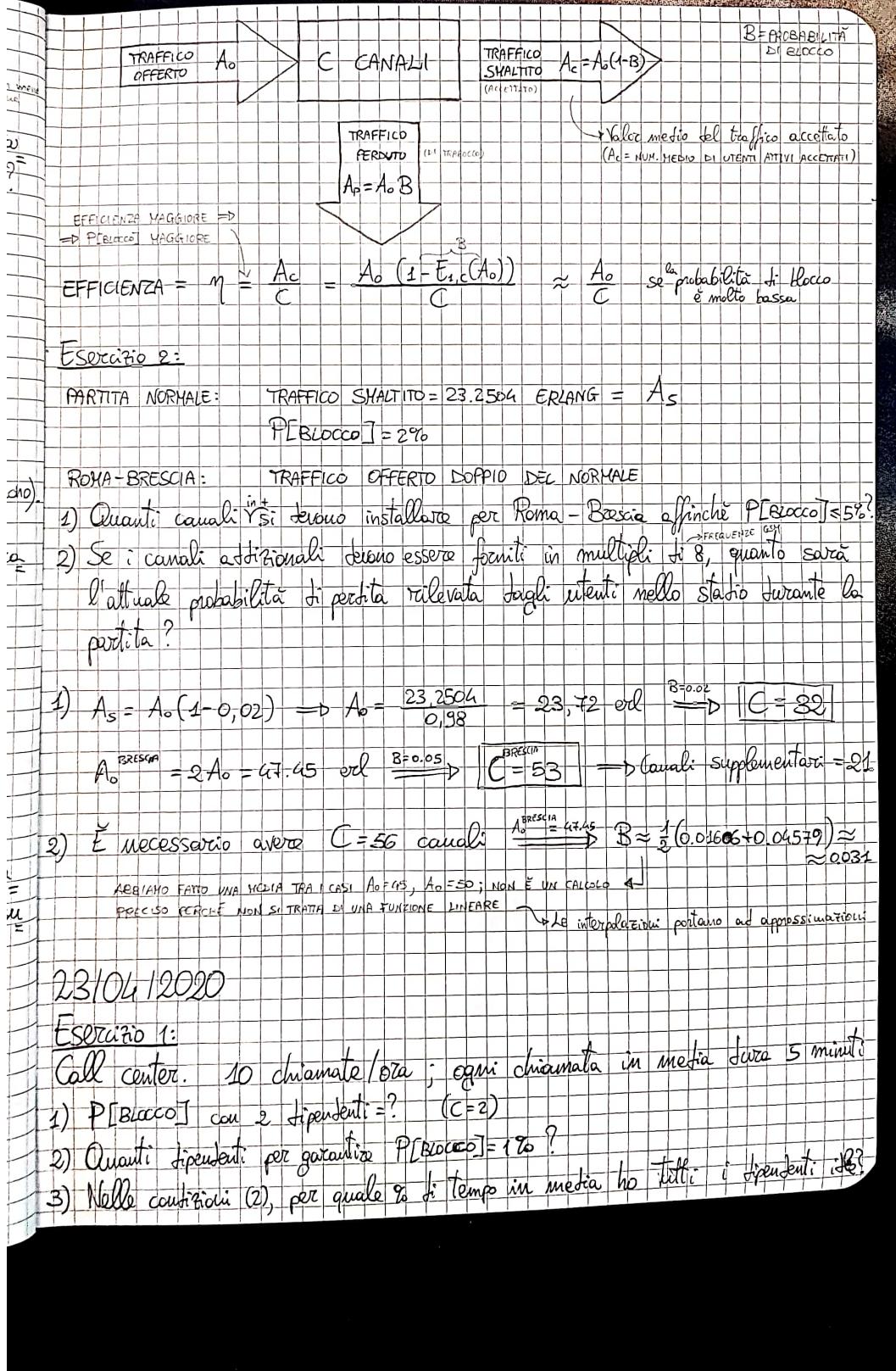
1) Calcoliamo  $P[\text{blocco}]$  (non conosciamo ancora il traffico supplemento)

→ CONDIZIONI NORMALI:  $A_0 = 8,8750$  erl

→ DURANTE LA FESTA:  $A'_0 = 8,8750 \cdot 1,35 \approx 12$  erl

→  $P[\text{blocco}] (C=16, A_0=12) \approx 0,06 = 6\%$

2)  $C=20 \Rightarrow$  bisogna installare 4 canali supplementari



4) Nelle condizioni (2), in una giornata di 8 ore, per quanto tempo in media ho meno di 2 dipendenti utilizzati?

$$1) \lambda_0 = \lambda \bar{x} = \frac{10}{60} \cdot 5 = \frac{5}{6} \text{ ed}$$

$$2) P[\text{BLOCCO}] = \frac{\lambda_0^c / c!}{\sum_{i=0}^c \lambda_0^i / i!} = \frac{(\frac{5}{6})^2 / 2}{1 + \frac{5}{6} + (\frac{5}{6})^2 \cdot \frac{1}{2}} \approx 15.9\%$$

2) Il primo valore  $\overset{+C}{Y}$  per cui  $B \leq 1\%$  è  $C=4$ .

$$3) P[\text{TUTTI IDLE}] = \frac{(\lambda_0 / 0!)^4}{1 + \lambda_0 + \frac{\lambda_0^2}{2} + \frac{\lambda_0^3}{6} + \frac{\lambda_0^4}{24}} \underset{\lambda_0 = \frac{5}{6}}{\approx} 93\%$$

$$4) P[\text{CHIAMATE ACC. = 0}] + P[\text{CHIAMATE ACC. = 1}] = \frac{\lambda_0^0 / 0! + \lambda_0^1 / 1!}{\sum_{i=0}^c \lambda_0^i / i!} \approx 80\%$$

Tempo con meno di 2 dipendenti utilizzate =  $80\% \cdot 8 \text{ ore} \approx 6 \text{ h } 23 \text{ min}$

### Esercizio 2:

Un call center opera a pura perdita, ovvero le chiamate in arrivo che non trovano un operatore libero vengono perdute. Il call center sta attualmente operando col 3% di perdita e con un'efficienza del 18.3%.

- 1) Quanti operatori sono al momento assunti nel call center?
- 2) Qual è la riduzione percentuale della furta delle chiamate che permetterebbe al gestore di licenziare un operatore mantenendo la perdita del 3%?
- 3) Nel caso (1), quanti operatori complessivamente potrebbero essere licenziati, sempre mantenendo la perdita del 3%, se il gestore aggregasse il traffico attualmente gestito da 3 call center della stessa dimensione in un unico centro?

$$1) \eta = \frac{A_s}{C} = \frac{A_0(1 - B(A_0, C))}{C} = \frac{A_0 \cdot 0,97}{C} = 0,4834$$

$$\begin{cases} A_0 \cdot 0,97 = C \cdot 0,4834 \\ B(A_0, C) = 0,03 \end{cases} \Rightarrow C = 8 ; A_0 \approx 3,9865 \text{ erl}$$

$$2) C' = 7 \xrightarrow{B \text{ resta } 0,03} A'_0 \approx 3,2497 \text{ erl}$$

$$\frac{A'_0}{A_0} = \frac{\lambda' \tau'}{\lambda \tau} = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{3,2497}{3,9865} \approx 0,815 \Rightarrow \text{RIDUZIONE DEL } 18,5\% \text{ DEL TEMPO DELLE CHIAMATE}$$

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_1, C_2, C_3$
8 dipendenti	8 dipendenti	8 dipendenti	
$B = 3\%$	$B = 3\%$	$B = 3\%$	
$A_0 = 3,9865 \text{ erl}$	$A_0 = 3,9865 \text{ erl}$	$A_0 = 3,9865 \text{ erl}$	

$$A_0 = 11,94 \text{ erl} \approx 12 \text{ erl}$$

$$B = 3\%$$

Il num. di dipendenti non è 24 perché le relazioni non sono lineari!

Per mantenere lo stesso  
restorativo, bisogna che i  
centri di dipendenti:

con l'appragliazione  
di prestazioni aumentano

se rimanessero 24 dipendenti, B scenderà  
a 0,025%

Dalle tabella si deduce che, con  $A_0 = 12 \text{ erl}$ ,  $B = 3\%$ ,  $C$  deve essere 18

$\Rightarrow$  Potrebbero essere licenziati  $24 - 18 = 6$  dipendenti.

### Esercizio 3:

Da misure effettuate, si rileva che un centralino telefonico sta operando con una probabilità di blocco del 3% ed un'efficienza (rapporto tra traffico smaltito e numero di circuiti) dell'81,36%. Di quanti circuiti è dotato il centralino?

$$\eta = 0,8136 = \frac{A_0 \cdot 0,97}{C} \Rightarrow A_0 = 0,8388 C$$

$$B(A_0, C) = 0,03 \Rightarrow C = 50$$

### Esercizio 4:

Un'operatore radiomobile ha 252 canali e vuole coprire un'area teritoriale in cui il traffico generato ha una densità di 80 erl/km<sup>2</sup>. L'operatore deve garantire  $B \leq 2\%$ . L'attenuazione segue una legge  $\frac{1}{d^m}$  con  $m = 3,4$  e l'operatore usa station base con antenne disallineate.

1) A quale distanza  $H$  deve posizionare tra loro 2 stazioni radiobase adiacenti considerando che l'operatore deve garantire un'interferenza co-canale non inferiore a  $14 \text{ dB}$ ?

2) Quale sarebbe il valore dell'interferenza co-canale in dB di un utente posto a distanza  $H/3$  da una delle stazioni radiobase?

$$1) \text{ Sappiamo che } CCI = 10^{\frac{H}{10}} = \frac{1}{(2)} (3K)^{-1/2} \Rightarrow K \geq 3.34 \Rightarrow K=4$$

$N_s = 2$  perché le antenne sono trisettoriizzate

settori:

$K=4$ ; celle trisettoriizzate  $\Rightarrow$  canali sovrapponibili in 12 gruppi  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \# \text{ servienti} (\# \text{ canali in ciascun gruppo}) = \frac{252}{12} = 21 \Rightarrow$$

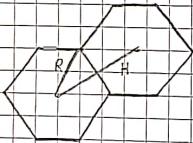
$$\underline{B \leq 2\%} \quad A_0 \text{ per settore} = 14.0360 \text{ m}^2 / \text{settore}$$

$$80 : 1 \text{ Km}^2 = 14.0360 : x \Rightarrow x = 0.175 \text{ Km}^2 \rightarrow \text{superficie di ogni settore}$$

$$\Rightarrow \text{Area settore} = \frac{R \cdot R\sqrt{3}/2}{2} \cdot 2 = 0.175 \Rightarrow R = 0.450 \text{ Km} = 450 \text{ m}$$

Un settore è composto da 2 triangoli.

$$H = R\sqrt{3} = 780 \text{ m}$$



$$2) CCI = \frac{\text{cost. } (H/3)^{-M}}{(N_s) \text{ cost. } D^{-M}} = \frac{(\frac{R\sqrt{3}}{3})^{-M}}{2 \cdot (\frac{R\sqrt{3}K}{4})^{-M}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}/3}{2\sqrt{3}} \right)^{-M} = \frac{1}{2} \cdot (6)^{-M}$$

$$\Rightarrow CCI [\text{dB}] = 10 \log_{10} \left( \frac{1}{2} \cdot (6)^{-M} \right) \approx -23.44 \text{ dB}$$

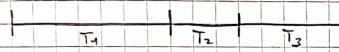
24/04/2020

$$P[K \text{ CHIAMATE OFFERTE}] = \frac{A^k}{k!} e^{-A_0}, A_0 = \text{traffico medio offerto in Erlang}$$

$$\text{Value medio} = \sum_{i=0}^{\infty} i \frac{A^i}{i!} e^{-A_0} = A_0$$

$$\text{Varianza} = \sum_{i=0}^{\infty} (i - \text{Value medio}) \cdot P(i) \quad \begin{array}{l} \text{è MINORE DELLA POISSON PER QUANTO RIGUARDA LE CHIAMATE ACCETTATE} \\ \text{è MAGGIORE DELLA POISSON PER QUANTO RIGUARDA LE CHIAMATE BLOCCATE} \end{array}$$

Se consideriamo  $\lambda = \text{FREQUENZA DELLE CHIAMATE}$  e un lasso di tempo  $\Delta t$ ...



→ Tempo che intercorre tra l'inizio di una chiamata e l'inizio della chiamata successiva

→ TRATTABILE CON UNA DISTRIBUZIONE ESPONENZIALE (negativa)

$$\text{Value medio} = \lambda \Delta t$$

$$\text{Varianza} = \lambda \Delta t^2$$

$$\text{COEFFICIENTE DI VARIAZIONE} = \frac{\text{VARIANZA}}{(\text{VALOR MEDIO})^2} = \frac{\lambda \Delta t^2}{\lambda^2 \Delta t^2} = \frac{1}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{nella v.a. esponenziale} \\ \text{ma anche nella v.a. poissoniana} \end{array}$$

Nelle distribuzioni LIVELLATE, coeff. variazione  $< 1$  (per esempio, TRAFFICO SHALTATO)

Nelle distribuzioni PICCATE, coeff. variazione  $> 1$  (per esempio, TRAFFICO PERSUITO)

Un traffico livellato si comporta di più come un modello deterministico, mentre un traffico piccato è più imprevedibile e quindi più difficile da trattare. *BURSTY TRAFFIC*

#### Esercizio 1:

Una centrale telefonica ha 20 circuiti, per far fronte a sovraccarichi, l'operatore mette a disposizione 12 circuiti supplementari di "trabocco" per accomodare le chiamate che trovano tutti i circuiti della centrale occupati. Alla centrale sono attestati 600 utenti. Il 75% di essi genera  $\frac{1}{30}$  di Erlang ciascuno. Gli altri generano chiamate di durata media  $7'30''$  a un tasso di una chiamata ogni due ore.

a) Assumendo che il traffico di trabocco sia ancora di Poisson, qual è

il traffico smaltito dai sidi 12 circuiti di tracollo?

b) Qual è la probabilità che una chiamata sia bloccata (oltre trovando occupati sia i circuiti della centrale sia quelli di tracollo)?

a)  $A_0 = \frac{3}{4} \cdot 640 \cdot \frac{1}{30} + \frac{1}{4} \cdot 640 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}$   $\lambda \leftarrow \frac{1}{30} = 1/30 \text{ h}^{-1}$   $= 26 \text{ erl}$

TRAFFICO OFFERTO DAL SECONDO GRUPPO DI UTENTI:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16} \text{ erl}$

$P[\text{Blocco per i circuiti della centrale, con } A_0 = 26, C = 20] = 30,18\% = B_1$

TRAFFICO ACCETTATO DAI CIRCUITI DELLA CENTRALE =  $A_0(1 - B_1) \approx 18,15 \text{ erl} = A_s$ ,

TRAFFICO PERDUTO DAI CIRCUITI DELLA CENTRALE =  $A_0 - A_s = 7,85 \text{ erl} = A_p$ ,

$P[\text{Blocco per i circuiti di tracollo, con } A_0 = 7,85, C = 12] \approx 9,7\% = B_2$

TRAFFICO ACCETTATO DAI CIRCUITI DI TRACOLLO =  $A_p(1 - B_2) \approx 7,47 \text{ erl} = A_{s2}$ .

b)  $P[\text{Blocco per tutti i circuiti}] = B_1 \wedge B_2 = B_1 \cdot B_2 \approx 1,42\%$

↳ Avremmo potuto calcolare anche considerando  $A_0 = 26 \text{ erl}, C = 20+12$ ; il risultato sarebbe stato  $B = 4,1\%$ ! Questo fa capire quanto sia "sbagliato" approssimare il traffico di tracollo, che è piccolo, trattandolo come una v.a. di Poisson.

Per calcolare  $A_{s2}$  in modo esatto...

$$A_{s_{\text{ex}}.} = A_{s2} + A_{s1}$$

$$A_{s_{\text{ex}}.} = A_0(1 - B_{\text{nr}}) \approx 24,93 \text{ erl} \Rightarrow A_{s2} = A_{s_{\text{ex}}.} - A_{s1} = 6,78 \text{ erl}$$

### Esercizio 2:

Un internet service provider ha 40 modemi a cui si connettono utenti per una sessione di durata media di 50 minuti. Durante ogni sessione, un utente genera traffico a pacchetto ad un rate medio di 88 Kbps. Il traffico ricevuto dai modemi viene indirizzato verso un multipletore con capacità 4 mbps. Il fattore di utilizzo della linea uscita del multipletore è di 65,29%.

TRAFFICO A CIRCUITO VS TRAFFICO A PACCHETTO  
L BUSY/BUSY (Erlang)  
L BIT TRANSMISSI

- 1) Qual è l'attuale frequenza di arrivo (arrivi/ora) delle richieste di connessione ai modem da parte degli utenti?
- 2) Qual è la probabilità che una connessione venga bloccata a causa di non disponibilità di un modem di accesso?
- 3) Quanti modem supplementari l'operatore deve allocare per ridurre la probabilità di blocco al 2%?

1) LINEA DA 4 Mbps USATA AL 65,29%  $\Rightarrow$  RATE TOT =  $R_{TOT} = 4 \cdot 0,6529 = 2,611,6 \text{ Kbps}$

2) NUM UTENTI IN MEDIA CONNESSI =  $\frac{R_{TOT}}{R_{UTENTE}} = \frac{2611,6 \text{ Kbps}}{82 \text{ Kbps}} \approx 31,8488$

$A_s = 31,8488 \text{ ord}$  Numero di chiamate medio ACCERTATE dal sistema.

$A_s = A_0 (1 - B(C, A_0)) \Rightarrow 31,8488 = x(1 - B(x_0, x))$  MI FACCIO AIUTARE DALLA TABELLA

$\Rightarrow A_0 = 33 \text{ ord} ; B = 0,034864$

$A_0 = \lambda \tau \Rightarrow \lambda = \frac{A_0}{\tau} = \frac{33}{5/6} = 39,6 \text{ chiamate/ora}$

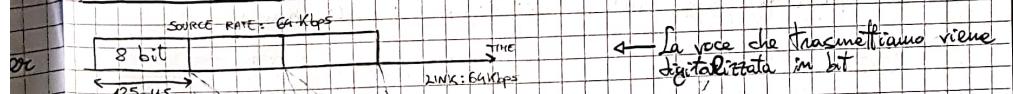
- 3) Si ha  $B \leq 2\%$  per  $C \geq 43 \Rightarrow$  l'operatore deve allocare 3 modem supplementari.

28/04/2020

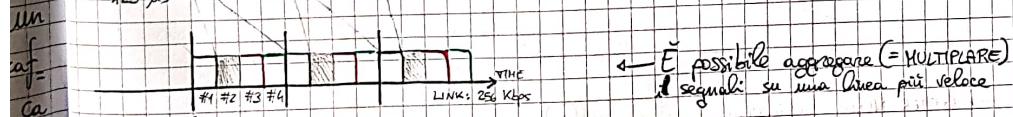
### Concetti base di commutazione (switching):

COMMUTAZIONE STORE & FORWARD  
 ↗ di circuito → reti telefoniche (di tempo fijo)  
 ↗ di messaggio → invio di e-mail al server che a sua volta ce lo reinviava indietro  
 ↗ di pacchetto

#### CIRCUIT SWITCHING:



← La voce che trasmettiamo viene digitalizzata in bit

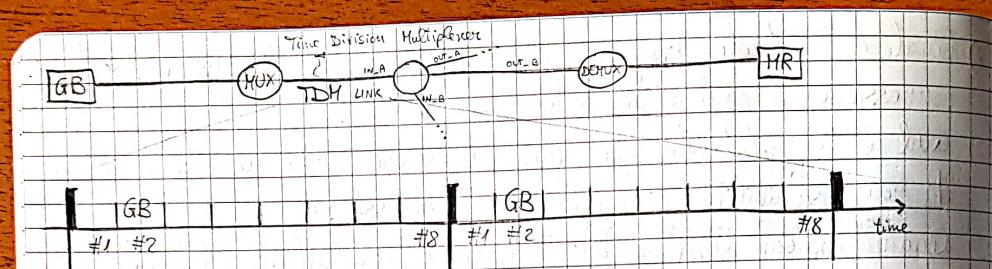


← È possibile aggregare (=MULTIPLEXARE) i segnali su una linea più veloce

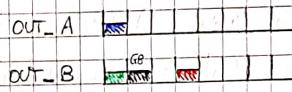
#### DELIMITATORE DI TRAMA:

• permette di numerare e distinguere i vari slot;  
 • è una sorta di preamble

→ QUINDI SAREBBERE NECESSARIO CHE LA LINEA ARRASSE UN PD DI PIÙ DI 256 Kbps



ESEMPIO DI COME FUNZIONA IL MULTIPLIPIRE:



Tutti i dati  
L'UNICO HEADER È VERAMENTE  
QUELLO DEI DELIMITATORI

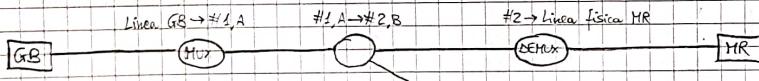
Non c'è bisogno di header  
aggiuntivo per specificare  
per es. indirizzo di destinazione.  
perché è stato tutto specificato  
prima

Switching Table

IN	OUT
A,1	B,2
A,3	B,4
B,1	B,1
B,6	A,1

È una tabella dinamica: si aggiornano  
ma per ogni chiamata (appena appoggia  
il telefono, c'è la linea, per esempio)

IMPOSTAZIONE DELLA  
TABELLA AL MOMENTO  
DELLA SEGNALIZZAZIONE

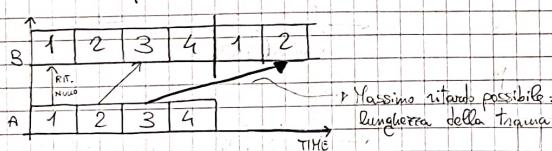


→ Ciascuno slot temporale decodifica un vero e proprio circuito

Vantaggi della commutazione a circuito:

→ OVERHEAD NULLO NELLA PARTE DATI (l'unico overhead è l'header dei delimitatori)

→ RITARDO NULLO (per chi va nello slot 1) o AL PIÙ RITARDO COSTANTE (per chi va negli altri slot), che comunque è un tempo nell'ordine dei microsecondi (molto basso)



→ GITTER NULLO (variazione di ritardo nulla)

→ ARCHITETTURE DI COMMUTAZIONE MOLTO EFFICIENTI

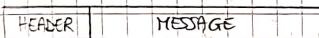
## Svantaggi della commutazione a circuito:

Traffic engineering

- RICHIENDE LA SEGNALAZIONE PER L'IMPOSTAZIONE DELLE TABELLE DI COMMUTAZIONE
  - ↳ non è un reale svantaggio, perché permette di scegliere "strade" alternative a quella più breve all'interno della rete, evitando così congestioni di traffico (infatti, non sempre la strada più breve è la più veloce!)
- UNO SLOT RISERVATO A UN UTENTE (che magari in un certo istante è anche in silenzio) NON PUÒ ESSERE ASSEGNAZIONATO A NESSUN ALTRO → se il traffico è variabile, le risorse non vengono usate in maniera ottimale
  - ↳ 1967: Brady conclude che solo il 37% della linea viene effettivamente usata, poiché il 63% del tempo, in una telefonata si è in silenzio (stato di OFF)

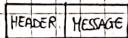
## MESSAGE VS PACKET SWITCHING:

### MESSAGE SWITCHING



Un unico datagramma che può essere ricevuto o perso

### PACKET SWITCHING



HEADER MESSAGE

HEADER MESSAGE

In particolare, i pacchetti della voce sono molto piccoli, per cui la dimensione dei loro payload è paragonabile a quella dell'header!

- Non c'è un'istruzione predefinita: viene tutto specificato in un header all'interno della trama.
- Il vantaggio è che ci può trasmettere quanto e quanto si vuole (a meno di congestionare la rete): non ci sono slot da assegnare.

### Vantaggi:

- LE RISORSE DELLA TRASMISSIONE VENGONO SFRUTTATE SOLO QUANDO STRETTAMENTE NECESS.

### Svantaggi:

- OVERHEAD ELEVATO
- NIENTE TRAFFIC ENGINEERING: utilizzo dei collegamenti (strade) è sbilanciato

→ PROBLEMI DI IMPLEMENTAZIONE PER LA RICERCA DELLA TABELLA DI ROUTING

Tornando al vantaggio, ciò che veramente premia il message switching e il packet switching è la possibilità di fare overbooking, in cui possono essere assegnati più utenti a uno stesso link; gli utenti, in base trasmettono alternativamente ma possono anche trasmettere contemporaneamente lasciando che i loro pacchetti vengano memorizzati in delle code per poi essere effettivamente inviati (ante evitare collisioni) → PROBLEMA: ritardo non deterministico (non costante)

#### → MULITPLIACIONE STATISTICA

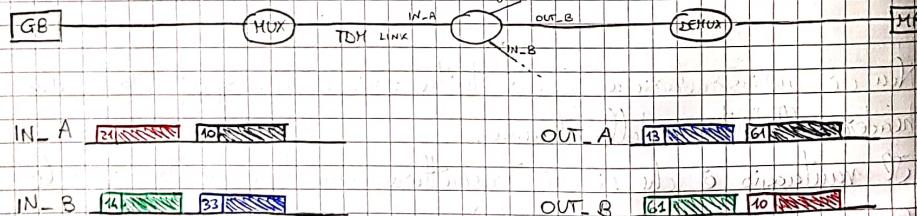
→ È possibile combinare i vantaggi del packet switching con i vantaggi del circuit switching introducendo il LABEL SWITCHING

Non ha preso piede perché "sottemesso" dal protocollo IP di internet (che in realtà è tecnicamente più "intelligente")

30/04/2020

→ MPLS = Multi Protocol Label Switching ← protocollo del label switching

Come funziona il Label Switching (con il circuito virtuale):



Label switching Table

LA SCAMBIAZIONE COSTRUISCE IL PERCORSO SELEZIONA E LE ETICHETTE → DA ASSEGNARE

LABEL-IN	OUT	LABEL-OUT
21	B	10
14	B	61
33	A	13
10	A	61

SWITCH LEGGE IL IN INGRESSO E SONO IN USCITA  
DEVE SOSTituIRE L'ETICHETTA DA CON L'ETICHETTA  
10 NELLA TRAMA

→ Il label switching, con l'introduzione di un'etichetta per ogni pacchetto,

elimina la dipendenza dalla posizione specifica in cui deve essere ogni slot (proprietà che invece caratterizzava il circuit switching).

COSA FA IL ROUTER / SWITCH:

1. Prende il pacchetto in ingresso e ne legge il label (l'etichetta).
2. Vede nella tabella switching qual è il LABEL-out corrispondente alla LABEL-in letta.
3. Cancella la vecchia label e la sostituisce con una nuova e, nel frattempo, fa forwarding verso la linea di uscita A/B indicata nella tabella.  
→ NEL NOSTRO CASO, A/B

→ IL LABEL SWITCHING ATTUA IL TRAFFIC ENGINEERING.

### LE CATENE DI MARKOV

Variabile casuale continua:

$$f_X(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} F_X(x)$$

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{FUNZIONE DI} \\ \text{DISTRIBUZIONE} \end{array}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} \text{DENSITÀ} \\ \text{DI PROBABILITÀ} \end{array}$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$VAR[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 f(x) dx$$

Distribuzione esponenziale (negativa):

È una variabile aleatoria  $T$  con parametro  $\lambda$  tale che:

$$F_T(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f_T(t) = \frac{d}{dt} F_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

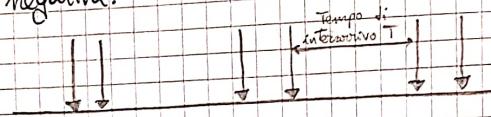
$$E[T] = \int_{-\infty}^{+\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \int_0^{+\infty} (1 - F_T(t)) dt = \frac{1}{\lambda}$$

Se  $T$  rappresenta un TEMPO, anche  $\frac{1}{\lambda}$  (chiaramente) è un tempo, e  $\lambda$  rappresenta una frequenza.

Processo degli arrivi markoviano:

È un processo degli arrivi la cui distribuzione dei tempi di interavv. è

esponenziale negativa.



Esempio:

Supponiamo che in un'ora (= 3600 secondi) avvino mediamente 2834 chiamate e che il tempo di interrivo tra due chiamate consecutive sia descritto con una distribuzione esponenziale negativa.

→  $E[T] = \frac{3600}{2834} = 1.27 \text{ sec}$   $\Rightarrow \lambda = \frac{1}{1.27 \text{ sec}} = 0.787 \text{ chiamate/sec}$

→  $P[T > 2] = 1 - P[T \leq 2] = 1 - (1 - e^{-0.787 \cdot 2}) = 0.207 = 20.7\%$

→  $P[1 < T < 2] = P[T < 2] - P[T < 1] = 1 - e^{-0.787 \cdot 2} - 1 + e^{-0.787 \cdot 1}$

05/05/2020

PROCESSO DI SERVIZIO MARKOVIANO: la distribuzione del tempo di servizio è anche essa esponenziale negativa.

→ A differenza del processo degli avviri, nelle realtà non è rigorosamente markoviano.

Proprietà fondamentali della distribuzione esponenziale negativa:

→ La probabilità di avere un avvio in un intervallo di tempo piccolo  $\Delta t$  è data da  $\lambda \Delta t$  (è proporzionale alla durata dell'intervalllo di tempo considerato).

→ ASSERZIONE DI MELORIA: la probabilità di avere un avvio a partire da un dato istante di tempo non dipende dalla storia precedente.

Consideriamo un processo di avviri markoviano, in cui il tempo di interrivo è  $\lambda$ , e consideriamo un generico intervallo  $t$ . ALLORA

Il numero di avviri in un intervallo  $t$  è una variabile casuale con distribuzione di Poisson:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

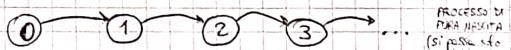
Esempio:

$$\lambda = 6 \text{ avviri/ora} \quad (\text{mediamente})$$

$$\Delta t = 20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$P[6 \text{ avviri nei primi } 20 \text{ minuti}] = P_6\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{(6 \cdot \frac{1}{3})^6}{6!} e^{-6 \cdot \frac{1}{3}}$$

→ È possibile descrivere un processo di avviri con uno schema di STATI e TRANSIZIONI DI STATO:



FREQUENZA DI TRANSIZIONE DI STATO = tra gli stati  $K, h =$   
= rapporto fra la probabilità che, assumendo di trovarci nello stato  $K$ ,  
avvenga una transizione di stato  $K \rightarrow h$  in un intervallo di tempo  $\Delta t$   
dalle 0, e l'intervallo di tempo considerato. E cioè:

$$\text{FREQUENZA DI TRANSIZIONE: } q(K \rightarrow h) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(K \rightarrow h \text{ in } \Delta t \mid \text{ci troviamo nello stato } K)}{\Delta t}$$

Considerando che gli avviri siano da prendere singolarmente e seguano una legge esponenziale, possiamo affermare che:

→ Le transizioni sono tutte del tipo  $K \rightarrow K+1 \quad \forall K$

$$\rightarrow P(K \rightarrow K+1 \mid \text{ci troviamo nello stato } K) = \lambda \Delta t$$

$$\Rightarrow q(K \rightarrow K+1) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\lambda \Delta t}{\Delta t} = \boxed{\lambda} \rightarrow \text{QUESTA È L'ETICHETTA CHE POSSIAMO METTERE SULLE TRANSIZIONI}$$

In particolare, la probabilità di transizione di stato dipende solo dallo stato in cui ci troviamo e NON da quanto tempo mi trovo nello stato.

FLUSSO DI PROBABILITÀ uscente dallo stato  $K$  ed entrante nello stato  $h$ , al tempo  $t$  = prodotto tra la probabilità di essere nello stato considerato al tempo  $t$  e la frequenza di transizione fra gli stati considerati.

→ È UNA PROBABILITÀ ASSOLUTA, FERCHÉ NON ASSUME CHE CI TROVIANO NELLO STATO  $K$

$$\text{FLUSSO DI PROBABILITÀ: } \varphi(K \rightarrow h, t) = P_k(t) \cdot q(K \rightarrow h) \rightarrow \text{È UNA probabilità che scende nel tempo}$$

Nel nostro caso specifico, considerando uno stato  $K$ , si ha che:

$$\text{FLUSSO ENTRANTE IN } K : P_{K-1}(t) \cdot \lambda$$

$$\text{FLUSSO USCENTE DA } K : \rightarrow P_K(t) \cdot \lambda$$

Bilancio del flusso di probabilità:

EQUAZIONE CK (Chapman-Kolmogorov)

Da queste considerazioni, vale la seguente equazione differenziale:

$$\dot{P}_k(t) = -\lambda P_k(t) + \lambda P_{k+1}(t)$$

→ VARIAZIONE ISTITANTEA DI PROBABILITÀ NELLO STATO X

CATENA = processo in cui lo spazio degli stati (in generale rappresentato sull'asse delle y dei grafici) è discreto.

Si tratta di CATENA DI MARKOV se la probabilità di transizione di stato di partenza <sup>NON dipende</sup> dalla ~~è anche~~ <sup>della</sup> evoluzione precedente del processo e/o dal tempo passato nello stato di considerato, bensì ~~è~~ dipende solo dallo stato di partenza.

Esercizio 1:

→ Qual è la probabilità che in 5 secondi arrivino 3+ chiamate sapendo che a una centrale arrivano mediamente 2 chiamate /sec?

$$\lambda = 2 \Rightarrow \text{TEMPO DI INTERARRIVO TRA CHIAMATE} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$P[3+ \text{ chiamate in } 5 \text{ sec}] = 1 - P[\max 2 \text{ chiamate in } 5 \text{ sec}] = \\ = 1 - \frac{(2 \cdot 5)^0}{0!} e^{-2 \cdot 5} - \frac{(2 \cdot 5)^1}{1!} e^{-2 \cdot 5} - \frac{(2 \cdot 5)^2}{2!} e^{-2 \cdot 5} \approx 99.7\%$$

→ Il software di gestione chiamate non è in grado di instaurare la chiamata quando arriva dopo un tempo inferiore a 50 ms rispetto alla chiamata precedente. Con che probabilità tale caso succede?

$$P[\text{chiamata arriva in } t \leq 50 \text{ ms}] = 1 - e^{-\lambda t} \Big|_{\substack{\lambda=2 \\ t=0.050 \text{ sec}}} = 1 - e^{-2 \cdot \frac{1}{20}} \approx 9.5\%$$

→ Una chiamata dura in media 90 sec. Assumendo che (2) non valga e che tutte le chiamate vengano gestite, con che probabilità ho meno di 2 chiamate attive in un dato istante di tempo?

$$A_0 = 2 \cdot 90 = 180 \text{ Erl}$$

$$P[0 \text{ utenti attivi}] + P[1 \text{ utente attivo}] = \frac{A_0^0}{0!} e^{-A_0} + \frac{A_0^1}{1!} e^{-A_0} = (1+A_0) e^{-A_0} \approx 1.2 \cdot 10^{-4}$$

### Esercizio 2:

8 utenti generano chiamate di durata media 30 s per un traffico complesso di 2,8 Erl.

→ Qual è la probabilità che tre o più utenti siano attivi in un istante d'ispezione casuale?

$$A_i = \frac{2,8 \text{ Erl}}{8} = 0,35 \text{ Erl}$$

$$\begin{aligned} P[3+ \text{utenti attivi}] &= 1 - P[0 \text{ utenti attivi}] - P[1 \text{ utente attivo}] - P[2 \text{ utenti attivi}] \\ &= 1 - \binom{8}{0} A_i^0 (1-A_i)^8 - \binom{8}{1} A_i^1 (1-A_i)^7 - \binom{8}{2} A_i^2 (1-A_i)^6 \approx 57,2\% \end{aligned}$$

→ Come cambia la probabilità precedente nel caso di utenti infiniti (a partita di traffico offerto)?

$$P[3+ \text{utenti attivi}] = 1 - \frac{A_0^0}{0!} e^{-A_0} - \frac{A_0^1}{1!} e^{-A_0} - \frac{A_0^2}{2!} e^{-A_0} \approx 53\%$$

→ Quale sarebbe la probabilità di trovare tre o più chiamate instaurate assumendo che le chiamate offerte al punto (2) siano gestite da 11 circuiti?

$$P[3 \text{ chiamate accettate}] = \frac{\frac{A_0^3}{K!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{A_0^k}{k!}} = \frac{A_0^3 / 3!}{1 + A_0 + \frac{A_0^2}{2!} + \frac{A_0^3}{3!} + \frac{A_0^4}{4!}} \approx 26,2\%$$

→ Con quale probabilità, nel caso (2), due chiamate consecutive sono instaurate da più di 25 secondi?

$$A_0 = \lambda T \Rightarrow \lambda = \frac{2,8 \text{ Erl}}{30 \text{ sec}} \approx 0,0833 \text{ chiamate/sec}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} \approx 10,7 \text{ sec (tempo medio di interraccio)}$$

$$P[0 \text{ chiamate nei primi 25 sec}] = P_0(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,0833 \cdot 25} \approx 9,7\%$$

→ Con quale probabilità si hanno esattamente 3 avvenimenti nell'intervallo di tempo compreso tra  $t_1 = 38 \text{ sec}$ ,  $t_2 = 47 \text{ sec}$ ?

$$P[3 \text{ avvenimenti}] = \frac{[\lambda(t_2-t_1)]^3}{3!} e^{-\lambda(t_2-t_1)} \approx 4,26\%$$

### Esercizio 3:

Un collegamento a 1 Mbps gestito con un protocollo slotted random ha un ritardo in condizioni normali di 20 ms.

- 1) Volendo mandare frame di 1250 byte, qual è la dimensione minima della finestra W da utilizzare?
- 2) Assumendo che  $W=3$ , che la PRIMA trama sia ritardata di 20 ms, e che, a causa di congestione, TUTTE LE TRAME SUCCESSIVE siano invece ritardate di 30 ms, qual è il tempo necessario per trasmettere un file di 7500 byte?

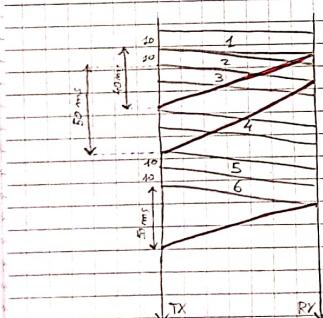
→ ASSUMO CHE RTT = 40 ms

$$1) W \frac{P}{C} = \frac{P}{C} + RTT \Rightarrow W = 5 \quad \text{Trasmissione continua}$$

2)  $W=3 \Rightarrow$  La trasmissione non è più continua.

1° PACCHETTO → RTT = 20 ms + 20 ms

GLI ALTRI PACCHETTI → RTT = 30 ms + 20 ms (assumo la congestione solo in attesa)



$$\begin{aligned} T_{\text{tot}} &= 10 \text{ ms} + 10 \text{ ms} + 50 \text{ ms} + 10 \text{ ms} + 10 \text{ ms} + 50 \text{ ms} \\ &= 160 \text{ ms} \end{aligned}$$

07/05/2020

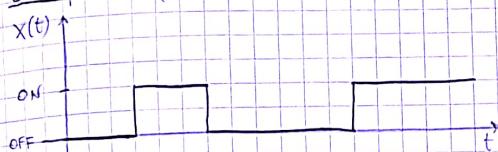
Definizione informale di Catena di Markov:

È un processo stocastico a stati discreti che gode di due proprietà:

- 1) Il tempo di permanenza in ogni stato è una variabile casuale con distribuzione esponenziale negativa.
- 2) Quando avviene una transizione di stato, la corrispondente probabilità

Si muove verso un dato altro stato dipende al più dal solo stato di partenza e non dagli stati visitati precedentemente (ASSENZA DI MEMORIA).

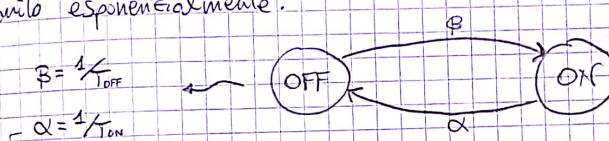
Esempio di processo ON/OFF:



$T_{ON}$  = tempo medio di permanenza in ON

$T_{OFF}$  = tempo medio di permanenza in OFF

È un processo Markoviano se il tempo di permanenza negli stati è fissato esponenzialmente.



Se mediamente sto nello stato ON per 1 secondi, allora mediamente effetto una transizione da ON a OFF una volta ogni 1 secondi ( $\frac{1}{\alpha} s^{-1}$ )



$$\Rightarrow P_{ON}(t+\Delta t) = P_{ON}(t) (1-\alpha \Delta t) + P_{OFF}(t) \beta \Delta t$$

La probabilità di trovarsi nello stato ON nell'istante  $t+\Delta t$  è pari alla probabilità di trovarsi allo stato ON all'istante  $t$  e non avere alcuna transizione nell'intervallo  $\Delta t$  + la probabilità di trovarsi allo stato OFF all'istante  $t$  e avere una transizione nell'intervallo  $\Delta t$ ; la probabilità di avere più di una transizione nell'intervallo  $\Delta t$  è trascurabile.

$$\text{ANALOGAMENTE: } P_{OFF}(t+\Delta t) = P_{ON}(t) \cdot \alpha \Delta t + P_{OFF}(t) \cdot (1-\beta \Delta t)$$

EQUAZIONI CIK:  
(risolvibili dal rapporto incrementale)

$$\begin{cases} P_{OFF}'(t) = \alpha \cdot P_{ON}(t) - \beta P_{OFF}(t) \\ P_{ON}'(t) = \beta \cdot P_{OFF}(t) - \alpha P_{ON}(t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Una si ricava dall'altra} \\ \text{sapendo che } P_{ON}(t) = 1 - P_{OFF}(t) \end{array}$$

Una possibile condizione iniziale di tali equazioni differenziali è:

$$t=0 \rightarrow \text{ON} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} P_{ON}(0) = 1 \\ P_{OFF}(0) = 0 \end{cases}$$

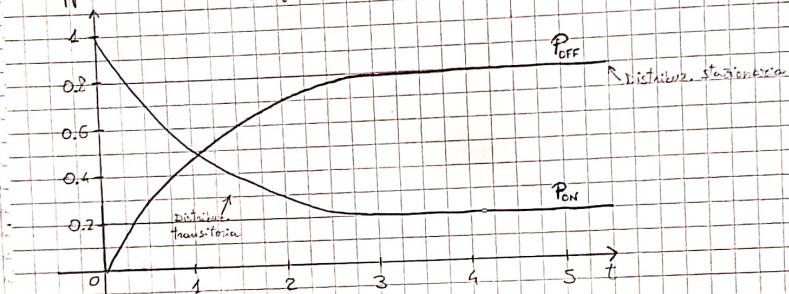
Soluzione del sistema delle equazioni differenziali (con la condizione iniziale scritta precedentemente):

$$P_{\text{on}}(t) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} e^{-(\alpha+\beta)t} \rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} P_{\text{on}}(t) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} + e^{-\infty} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

$$P_{\text{off}}(t) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} e^{-(\alpha+\beta)t} \rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} P_{\text{off}}(t) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} - e^{-\infty} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

Supponiamo di considerare un sistema in cui risultano  $T_{\text{on}} = 1 \text{ s}$ ,  $T_{\text{off}} = 4 \text{ s}$ .

Rappresentiamo graficamente i risultati ottenuti:



→  $P_{\text{on}}(t_0)$ : PER CALCOLARLO, BASTA SOSTITUIRE  $t_0$  A  $t$  NELLA SOLUZIONE DEL SISTEMA DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

$$\pi_{\text{on}} := P_{\text{on}}(\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} P_{\text{on}}(t)$$

DISTRIBUZIONE A REGIME  
DISTRIBUZIONE LIMITE DI STATO  
DISTRIBUZIONE STAZIONARIA  
DISTRIBUZIONE ASINTOTICA

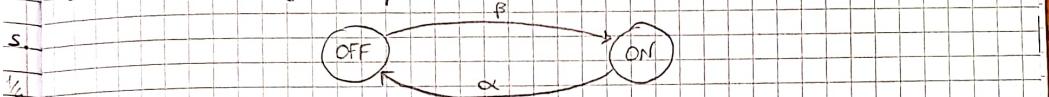
$$\pi_{\text{off}} := P_{\text{off}}(\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} P_{\text{off}}(t)$$

→ A regime le probabilità sono indipendenti dalle condizioni iniziali  
⇒ Il calcolo della distribuzione stazionaria NON richiede la soluzione delle equazioni di Chapman-Kolmogorov ma solo la loro formulazione: in altre parole, invece di risolvere prima le equazioni differenziali e poi fare il limite  $t \rightarrow +\infty$ , facciamo subito il limite  $t \rightarrow +\infty$ :

$$\begin{cases} P'_{\text{off}}(t) = \alpha P_{\text{on}}(t) - \beta P_{\text{off}}(t) \\ P'_{\text{on}}(t) = -\alpha P_{\text{on}}(t) + \beta P_{\text{off}}(t) \end{cases} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \begin{cases} 0 = \alpha \pi_{\text{on}} - \beta \pi_{\text{off}} \\ 0 = -\alpha \pi_{\text{on}} + \beta \pi_{\text{off}} \end{cases}$$

Il sistema che abbiamo ottenuto è costituito da 2 equazioni a 2 incognite lineariamente dipendenti  $\Rightarrow$  c'è bisogno di una terza equazione, l'EQUAZIONE DI CONGRUENZA, che mi dice che  $\pi_{\text{on}}, \pi_{\text{off}}$  sono probabilità:  $\pi_{\text{on}} + \pi_{\text{off}} = 1$

Cosa dobbiamo fare operativamente?



Quello che interessa è la distribuzione a regime  $(\pi_{\text{on}}, \pi_{\text{off}})$ .

$\rightarrow 1^{\circ}$  EQUAZIONE = somma algebrica dei flussi = 0  $\Rightarrow$

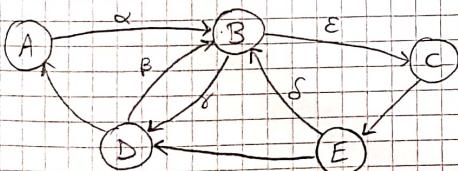
$$\Rightarrow \pi_{\text{off}} \cdot \beta = \pi_{\text{on}} \cdot \alpha \quad (\text{se ci sono } m \text{ stati, queste equazioni devono essere } m-1)$$

$\rightarrow 2^{\circ}$  EQUAZIONE: equazione di congruenza  $\Rightarrow \pi_{\text{on}} + \pi_{\text{off}} = 1$

Il sistema di equazioni da risolvere è:

$$\begin{cases} \pi_{\text{off}} \cdot \beta = \pi_{\text{on}} \cdot \alpha \\ \pi_{\text{on}} + \pi_{\text{off}} = 1 \end{cases}$$

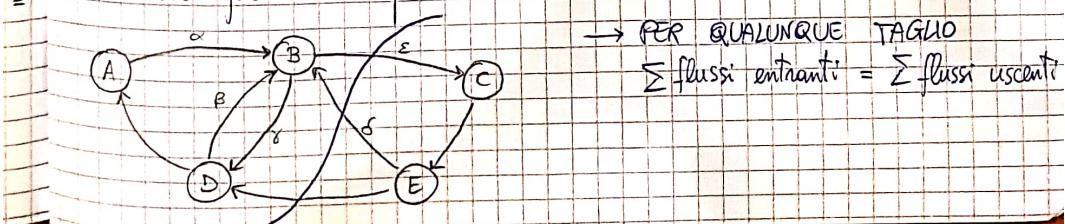
Facciamo un altro esempio di Catena di Markov:



Una delle 5 equazioni CR è:

$$P_B(t) = \alpha P_A(t) + \beta P_D(t) + \delta P_E(t) - P_B(t) (\gamma + \epsilon)$$

Quello che facciamo in pratica è:



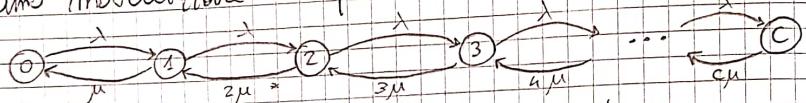
$\rightarrow$  PER QUALUNQUE TAGLIO

$$\sum \text{flussi entranti} = \sum \text{flussi uscenti}$$

Esempio di esercizio:

A una centrale telefonica arrivano chiamate con frequenza  $\lambda$  e durata media  $\bar{\tau}$ . La centrale ha  $C$  circuiti. Qual è la probabilità di blocco?

Possiamo modellizzare tale problema con una catena di Markov:



→ È UN PROCESSO DI NASCITA E MORTE (ha anche transizioni verso il basso)

$\bar{\tau} = \text{Durata media delle chiamate} \Rightarrow \mu = \frac{1}{\bar{\tau}} = \text{Frequenza media di servizio di una chiamata}$

\* Se ho  $c$  circuiti occupati, la probabilità che se ne liberi 1 in un intervallo  $\Delta t$  piccolo, è la somma delle probabilità che si liberi il primo circuito e le probabilità che si liberi il secondo ( $\frac{\mu \Delta t}{\Delta t} + \frac{\mu \Delta t}{\Delta t}$ ).

Il sistema di equazioni che ci interessa sarà quindi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_0 \lambda = \pi_1 \mu \\ \pi_1 \lambda = \pi_2 \cdot 2\mu \\ \pi_2 \cdot \lambda = \pi_3 \cdot 3\mu \\ \dots \\ \pi_{i-1} \lambda = \pi_i \cdot i\mu \\ \dots \\ \pi_{c-1} \lambda = \pi_c \cdot c\mu \end{array} \right.$$

← Il sistema si può risolvere ricorsivamente

EQUAZIONE DI CONGRUENZA

$$\pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 \quad \Rightarrow \quad \pi_2 = \frac{\lambda}{2\mu} \pi_1 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \pi_3 = \frac{\lambda}{3\mu} \pi_2 = \frac{\lambda}{3\mu} \cdot \frac{\lambda}{2\mu} \cdot \frac{\lambda}{\mu} \cdot \pi_0 = \frac{1}{3!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^3 \pi_0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{In generale: } \pi_i = \frac{1}{i!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^i \pi_0$$

Per calcolare  $\pi_0$ , sfruttiamo l'equazione di congruenza:

$$\sum_{i=0}^c \pi_i = 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^c \frac{(\lambda\mu)^i}{i!} \pi_i = 1$$

$$\Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^c \frac{(\lambda\mu)^i}{i!}}$$

$$\Rightarrow \pi_0 = \frac{(\lambda\mu)^k / k!}{\sum_{i=0}^c (\lambda\mu)^i / i!}$$

$$\Downarrow \quad \pi_0 = \frac{\pi_0 \cdot \frac{\lambda^k \mu^k}{k!}}{\sum_{i=0}^c \pi_i \cdot \frac{\lambda^i \mu^i}{i!}} = \frac{\pi_0 \cdot \frac{\lambda^k \mu^k}{k!}}{\sum_{i=0}^c \frac{\lambda^i \mu^i}{i!}}$$

$$\Downarrow \quad \pi_0 = \frac{\pi_0 \cdot \frac{\lambda^k \mu^k}{k!}}{\sum_{i=0}^c \frac{\lambda^i \mu^i}{i!}} = \frac{\pi_0 \cdot \frac{\lambda^k \mu^k}{k!}}{\sum_{i=0}^c \frac{\lambda^i \mu^i}{i!}} = P[\text{ci sono } k \text{ occupati}]$$

08/05/2020

Notazione di Kendall:

A / B / C / N / P  
 ↓      ↑      ↑      ↑  
 Processo    Processo    Numero    Popolazione  
 arrivo    servizio    serventi     
 (in alcuni testi è il numero di posti in coda)  
 ↓  
 Numero posti nel sistema di servizio =  
 = C + numero posti in coda

M = Distribuzione markoviana  
 G = Distribuzione generale  
 D = Distribuzione deterministica  
 H = Distribuzione iperespontanea  
 ...  
 A/B

• M/M/C/C → nella nostra notazione: C = NUMERO POSTI NEL SISTEMA DI SERVIZIO  
 $\Rightarrow$  NUMERO POSTI IN CODA = 0  $\Rightarrow$  SISTEMA A PURA PERDITA

• M/M/C → nella nostra notazione: NUMERO POSTI IN CODA =  $\infty$   
 $\Rightarrow$  SISTEMA A PURO RITARDO

• M/M/1/K → SISTEMA A PERDITA E RITARDO

↳ In tutti questi casi, il campo della popolazione non compare, per cui si intende una popolazione infinita (num. utenti: infinito).

• M/M/1/∞/K  $\equiv$  M/M/1/K/K → Sono sistemi equivalenti perché qualunque sistema con  $N \geq P$  è un SISTEMA A PURO RITARDO e funziona sempre allo stesso modo.

C'è inoltre un'ulteriore parametro: la **DISCIPLINA DI SERVIZIO**  
 (che può essere FIFO, LIFO, PS (= Processor Sharing)).

DEFAULT ↴

Casi importanti:

- $M/M/N/N \rightarrow Elang\ B$
- $M/M/1 \rightarrow$  Multiplattorre / reti a pacchetto

→ Imporre un processo di servizio MARKOVIANO è ragionevole se si hanno tanti utenti indipendenti.  
 → Imporre un processo di servizio MARKOVIANO è in realtà una grossa approssimazione ma è facile da trattare.

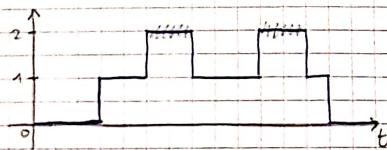
⇒ Il modello del multiplattorre è meglio rappresentabile con un sistema  
 $M/G/1$

D'altra parte, invece, si ha che il sistema  $M/M/N/N$  e il sistema  $M/G/1$  dell'Elang B sono equivalenti dal punto di vista della probabilità di blocco! (INSENSITIVITÀ A DISTRIBUZIONE DEL TEMPO DI SERVIZIO). In altre parole, la probabilità di blocco dipende solo dal valore medio  $\bar{t}$  della durata delle chiamate e non dalla sua distribuzione statistica.

PASTA (Poisson Accruals See Time Averages):

Le distribuzioni statistiche dipendono dal COME viene osservato il sistema!  
 Zeri, trattando un esempio sull'Elang B, siamo giunti alla conclusione che  $P[\text{Blocco}] = \pi_c$ . Ma questo, in generale, non è vero!

Paintiamo un sistema  $M/M/2/2$ :



PUNTO DI VISTA UTENTE → PUNTO DI VISTA ESTERNO  
 $\pi_0 = \% \text{ tempo nello stato } 0$   
 $\pi_1 = \% \text{ tempo nello stato } 1$   
 $\pi_2 = \% \text{ tempo nello stato } 2$   
 $= \% \text{ tempo in cui il sistema è PIENO}$

$$P[\text{BLOCCO}] = \pi_0$$

Infatti:  $P[\text{BLOCCO}] = P[\text{SISTEMA PIENO} | \text{UN UTENTE ARRIVA}] \neq P[\text{SISTEMA PIENO}]$

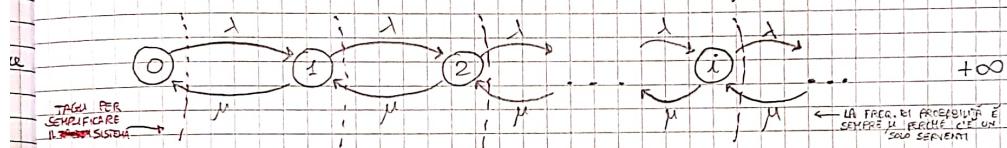
Conseguenza di FASTA: se gli arrivi sono misurabili con una distribuzione di Poisson  $\Rightarrow P[\text{Blocco}] = \pi_c$

Coda M/M/1:

$\rightarrow$  Arrivi con distribuzione esponenziale con parametro  $\lambda$

$\rightarrow$  Tempo di servizio con distribuzione esponenziale con parametro  $\mu = 1/\tau$

$\rightarrow$  1 servente  $\rightarrow$  Coda infinita



Tempo medio di permanenza nello stato 2 = ?

$\rightarrow$  Ci sono due transizioni uscenti dallo stato 2, una marcata da  $\lambda$  e l'altra marcata da  $\mu$   $\Rightarrow$  Il tempo di permanenza in 2 è dato da una V.a. esponenziale negativa con parametro  $\lambda + \mu$ .

$\Rightarrow$  Tempo medio di permanenza in 2 =  $\frac{1}{\lambda + \mu}$ .

Scriviamo ora il sistema:

$$\begin{cases} \lambda \pi_0 = \mu \pi_1 \\ \lambda \pi_1 = \mu \pi_2 \\ \dots \\ \lambda \pi_{k-1} = \mu \pi_k \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 \\ \pi_2 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_1 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \pi_0 \\ \dots \\ \pi_k = \frac{\lambda}{\mu} \pi_{k-1} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \pi_0 \end{cases}$$

EQUAZIONE DI CONGRUENZA:  $1 = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k = \pi_0 \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = \pi_0 \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}$   
converge per  $\frac{\lambda}{\mu} < 1$

$$\Rightarrow \pi_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{SE } \lambda < \mu$$

$$\pi_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$$

$\hookrightarrow$  In caso contrario, arrivano + clienti di quanti siamo a smaltire e così, il sistema NON ammette distribuzione stazionaria.

$\hookrightarrow$  Si può trattare solo con le equaz. CK.

Un sistema si dice ERGODICO (ricorrente) se ammette una distribuz. stazionaria.

In un sistema NON ERGODICO, si ha che con probabilità FINITA (anche molto vicina a 1), una volta che attraversiamo uno stato, non ci torneremo mai più sopra.

Tornando al nostro esempio, chiamiamo  $\rho := \frac{\lambda}{\mu} = \text{FATORE DI UTILIZZO}$

$$\text{In particolare, } P[\text{SERVENTE OCCUPATO}] = \rho = 1 - \pi_0 = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu} \quad \checkmark$$

$$\pi_k = (1-\rho) \rho^k \quad \rightsquigarrow \text{È UNA DISTRIBUZIONE GEOMETRICA}$$

$\hookrightarrow$  Distribuzione stazionaria  $\hookrightarrow$  Non dipende dalla disciplina di servizio (FIFO, LIFO, ecc.)

Supponiamo che a una linea di capacità 512 Kbps arrivino dei pacchetti con payload  $P$  di distribuzione di lunghezza esponenziale negativa con media 500 byte. Supponiamo inoltre che mediamente arrivino 112 pacchetti al secondo.

$$\text{TEMPO TRASMISSIONE DEL PACCHETTO} = \frac{6000 \text{ bit}}{512000 \text{ bps}} = \frac{1}{128} \text{ sec}$$

$\Rightarrow$  La linea è in grado di sostenere 128 pacchetti al secondo ( $\mu = 128 \text{ p/s}$ )

$$P[\text{LA LINEA È OCCUPATA}] = 1 - \pi_0 = \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{112 \text{ p/s}}{128 \text{ p/s}} = 87.5\%$$

$$\begin{aligned} P[\text{HO 3 O PIÙ CLIENTI IN CODA DAVANTI A ME}] &= 1 - P[0 \text{ CLIENTI DAVANTI A ME}] + \\ &- P[1 \text{ CLIENTI DAVANTI A ME}] - P[2 \text{ CLIENTI DAVANTI A ME}] \underset{\text{PASTA}}{\approx} 1 - \pi_0 - \pi_1 - \pi_2 = \\ &= 1 - (1-\rho) - (1-\rho)\rho - (1-\rho)\rho^2 = \rho^3 \end{aligned}$$

In generale,  $P[\text{HO } k \text{ O PIÙ CLIENTI IN CODA DAVANTI A ME}] = \rho^k$

Ma qual è il numero medio di utenti che troviamo nel sistema?

È il valore medio della distribuzione di probabilità:

$$\# \text{ MEDIO UTENTI} = \sum_{i=0}^{\infty} i \pi_i = \sum_{i=0}^{\infty} i (1-\rho) \rho^i = \frac{\rho}{1-\rho} \xrightarrow[\rho \rightarrow 1]{\text{PASTA}} +\infty$$

$$E[\text{UTENTI IN SERVIZIO}]$$

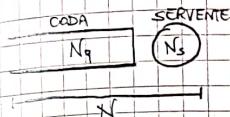
12/05/2020

Rimanevamo nel sistema M/M/1 che abbiamo già iniziato a trattare...

Probabilità di ritardo =  $P[\text{NON ESSERE SERVITO IMMEDIATAMENTE}] = P[\text{SERVENTE OCCUPATO}]$

$$= 1 - \pi_0 = p$$

$$E[\text{UTENTI (SOLO IN ATTESA)}] = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_{i+1} \cdot i \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{UTENTI IN ATTESA} = \text{UTENTI NEL SISTEMA} + \\ - \text{UTENTI IN SERVIZIO} = \text{UTENTI NEL SISTEMA} - 1 \end{array}$$



*Quindi non è vero scrivere*

$$E[\text{UTENTI NEL SISTEMA}] = E[\text{UTENTI IN ATTESA}] + 1$$

*↓ SOLO SE C'È ALMENO UN UTENTE NEL SISTEMA*

$$N_s = \text{variabile casuale di utenti in servizio} = \begin{cases} 1 & \text{con probabilità } p \\ 0 & \text{con probabilità } 1-p \end{cases}$$

$$\Rightarrow E[N_s] = p$$

$$N = N_q + N_s \Rightarrow E[N] = E[N_q] + E[N_s] = E[N_q] + p$$

$$\Rightarrow E[N_q] = E[N] - p = \frac{p}{1-p} - p \quad \leftarrow \text{numero medio di utenti in attesa}$$

TEMPO DI SERVIZIO  $T$ :  $P(T \leq t | \text{ho zero utenti davanti a me}) = 1 - e^{-\mu t}$   
 CAPITA CON PROBABILITÀ  $p$

$$P(T \leq t | \text{ho 1 utente davanti a me}) = \text{somma tra due esponenziali} \quad \leftarrow \text{tasso } \mu$$

SOMMA TRA  $\mu$  ESPONENZIALI: ERLANG  $N$   $\leftarrow$  HA DISTRIBUZIONE ERLANG(2)  $\leftarrow$   
 → È una somma fra due esponenziali (due tempi di servizio) perché il tempo di servizio totale è la somma fra il tempo per servire l'utente davanti a me e il tempo per servire me.

MA, detta  $T$  la distribuzione del tempo di attraversamento dell'intero sistema,  $T$  è una distribuzione esponenziale (fatta da una somma tra più v.a. NON esponenziali)  $\frac{1}{\mu}$  data da:

$$F_T(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\mu(1-p)t} = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t} \Rightarrow E[T] = \frac{1}{\mu(1-p)} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

Nello specifico:

$$E[\text{TEMPO DI ATTRAVERSAMENTO}] = E[T] = \underbrace{(1-p) \frac{1}{\mu}}_{T_q} + \underbrace{(1-p)p \left( \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu} \right) +}_{T_s} + (1-p)^2 \cdot \frac{3}{\mu} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i \frac{i+1}{\mu} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

$$E[T_q] = E[T] - E[T_s] = \frac{1}{\mu-\lambda} - \frac{1}{\mu} = \dots = \frac{p}{\mu-\lambda}$$

Esercizio:

1 CASELLO AUTOSTRAZIALE a cui arrivano in media 800 MACCHINE/ORA con distribuzione

• POISSON. Ogni utente viene servito al casello in un tempo misurabile con una v.a. esponenziale negativa di media 4 sec.

$$\mu = \frac{1}{4} \text{ s}^{-1}; \quad \lambda = \frac{800}{\text{ora}} = \frac{800}{3600 \text{ s}} = \frac{2}{9} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Coda M/M/1} \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{8}{9}$$

$$E[\text{Utenti nel sistema}] = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{8/9}{1-8/9} = 8$$

$$P[\text{ESSERE SERVITO IMMEDIATAMENTE}] = 1 - \rho = \pi_0 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$P[\text{TROVARE 5+ MACCHINE DAVANTI}] = \rho^5 = \left(\frac{8}{9}\right)^5$$

$$\text{Ritardo medio} = E[T] = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{8}{9}} = 36 \text{ s}$$

95° PERCENTILE DI RITARDO = valore  $x$  |  $P[T \leq x] = 0.95$

$$\text{Sappiamo che } P[e^{T \leq t}] = 1 - e^{-(\mu-\lambda)t} \quad \leftarrow \text{VALE SOLO PER DISCIPLINA FIFO}$$

$$\Rightarrow 0.95 = 1 - e^{-(\frac{1}{4} - \frac{8}{9})t} \Rightarrow 0.05 = e^{-t/36} \Rightarrow \ln 0.05 = -t/36$$

$$\Rightarrow t = 36 \ln 20 \approx 107 \text{ s}$$

Risultato di Little:

il numero medio di clienti  $E[N]$  in un sistema qualunque è uguale al tasso medio di ingresso  $\lambda$  dei clienti nel sistema moltiplicato per il tempo medio  $E[T]$  speso da ogni utente nel sistema:

$$E[N] = \lambda E[T]$$

NB: Tale risultato vale anche in qualunque sotto-sistema (per es. solo serventi o solo coda).

Per esempio, nel sistema M/M/1:

$$E[T_q] = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

$$E[N_q] = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\rho^2}{\mu - \lambda} = \frac{\rho^2 \mu}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{\mu - \lambda} \rho \mu = \lambda \frac{\rho}{\mu - \lambda} = \lambda E[T_q]$$

Vediamo un altro esempio:

SISTEMI

100 m

pacchett

Num.

$\lambda = m$

$E[N]$

14/10<sup>1</sup>

Utenti

(con  $\mu$ )

1) Il

sta

2) Il

Veriar

1 ut

$E[T]$

Sist

$\int \pi$

$\int \gamma$

in

sta

FRE

di

Nel

SISTEMA INTERNET, in cui c'è un ritardo medio di servizio di 200 ms; 100 mln di utenti; ogni utente scarica in media 105 Kbyte/sec; pacchetti mediamente da 1500 byte l'uno

Num. pacchetti in circolo = ?

$$\lambda = \text{num. pacchetti scaricati al secondo} = \frac{105 \cdot 8 \cdot 1000 \text{ bit/sec}}{1500 \cdot 8 \text{ bit/pacchetto}} = 70 \text{ p/s}$$

$$E[N] = \lambda E[T] = 70 \cdot 100 \text{ mln} \cdot 0,2 \text{ s} = \approx 1.4 \cdot 10^9 \text{ pacchetti}$$

14/05/2020

Utenti finiti:

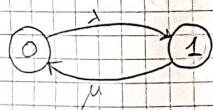
Con un numero finito di utenti ci sono 2 problemi:

1) Il tasso di arrivo dei clienti nel sistema diventa dipendente dallo stato in cui il sistema si trova.

2) Il principio PASTA cade.

Vediamo il caso più facile:

1 utente e 1 servere  $\rightarrow$  è un sistema modellizzabile con 2 stati:



$T = \text{v.a. del tempo di servizio}$

$Z = \text{v.a. del tempo nello stato } 0$

$$E[T] = \frac{1}{\mu}$$

$$E[Z] = \frac{1}{\lambda}$$

Sistema a regime:

$$\begin{cases} \pi_0 \lambda = \pi_1 \mu \\ \pi_0 + \pi_1 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \pi_0 &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} \\ \pi_1 &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \end{aligned} \quad \text{congestione temporale del sistema (che non è nulla)}$$

LA PROBABILITÀ DI SCOCCHIO È NULLA!  $\leftarrow$  MA

In particolare, ci sono due diverse frequenze di arrivo: una nello stato 0 ( $= \lambda$ ) e una nello stato 1 ( $= 0$ )

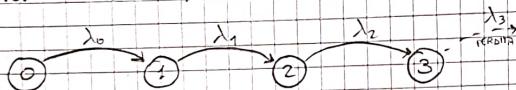
$$\text{FREQUENZA MEDIA DI ARRIVO: } \pi_0 \cdot \left( \text{frequenza di arrivo nello stato } 0 \right) + \pi_1 \cdot \left( \text{frequenza di arrivo nello stato } 1 \right) =: \Lambda$$

$$\text{nel nostro esempio: } \Lambda = \lambda \pi_0 + 0 \cdot \pi_1 = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu}$$

Ma, poiché l'utente arriva a ogni ciclo temporale  $T+Z$ , possiamo scrivere la frequenza media di arrivo  $\lambda$  come:

$$\lambda = \frac{1}{E[T] + E[Z]} = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu}$$

Vediamo adesso un altro scenario con PERDITA:



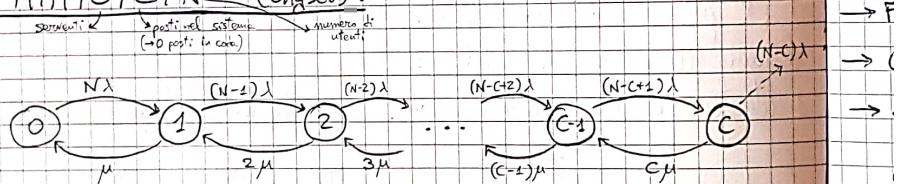
1) Frequenza media di arrivi (offerti):  $\Lambda_o = \pi_0 \lambda_0 + \pi_1 \lambda_1 + \pi_2 \lambda_2 + \pi_3 \lambda_3$

2) Frequenza media di arrivi perduti:  $\Lambda_p = \pi_3 \lambda_3$

3) Frequenza media di arrivi accettati:  $\Lambda_A = \pi_0 \lambda_0 + \pi_1 \lambda_1 + \pi_2 \lambda_2$

Chiaramente vale che  $\Lambda_o + \Lambda_A = \Lambda_o$ .

Sistema M/M/C/C/N (Engset):



Equazioni di regime:

$$\left. \begin{array}{l} N\lambda\pi_0 = \mu\pi_1 \\ (N-1)\lambda\pi_1 = 2\mu\pi_2 \end{array} \right. \Rightarrow \pi_1 = \frac{N\lambda}{\mu}\pi_0$$

$$\left. \begin{array}{l} (N-1)\lambda\pi_2 = 3\mu\pi_3 \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow \pi_2 = \frac{(N-1)\lambda}{2\mu}\pi_1 = \frac{N(N-1)}{2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \pi_0$$

$$\left. \begin{array}{l} (N-(K-1))\lambda\pi_{K-1} = K\mu\pi_K \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow \pi_K = \frac{(N-K+1)\lambda}{K\mu}\pi_{K-1} = \frac{N!}{(N-K)!K!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^C \pi_i = 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^C \binom{N}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^C \binom{N}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}$$

$$\Rightarrow \pi_K = \binom{N}{K} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K \pi_0 = \frac{\binom{N}{K} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K}{\sum_{i=0}^C \binom{N}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}$$

Formula di Engset  
(EdangB con numero finito di utenti)

Ma come si calcola la probabilità di blocco?

$P[\text{blocco}] = \frac{\text{frequenza delle chiamate in arrivo che vedono il sistema nello stato C}}{\text{frequenza media di arrivo delle chiamate}}$

$$= \frac{(N-C) \lambda \cdot \pi_C}{\sum_{i=0}^C (N-i) \lambda \cdot \pi_i} = \frac{\lambda \cdot \pi_C}{\lambda \cdot \pi_0} = \frac{\pi_C}{\pi_0} \quad \rightarrow \text{Formula che vale anche nel caso degli utenti infiniti (è una generalizzazione)}$$

$$= \frac{(N-C) \lambda \left(\frac{N}{C}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C}{\sum_{i=0}^C (N-i) \lambda \left(\frac{N}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} = \frac{N \left(\frac{N-1}{C}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C}{\sum_{i=0}^C N \left(\frac{N-1}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} = \frac{\left(\frac{N-1}{C}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C}{\sum_{i=0}^C \left(\frac{N-1}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}$$

Possiamo vedere  $P[\text{blocco}]$  anche come  $P[\text{SISTEMA IN STATO C} | \text{CHIAMATA IN ARRIVO}]$

Esercizio:

→ 2 GENITORI E 1 FIGLIO CON 2 LINEE TELEFONICHE

→ GENITORE, QUANDO INATTIVO, GENERA UNA NUOVA CHIAMATA A UN TASSO  $\lambda_G$

→ FIGLIO GENERA UNA NUOVA CHIAMATA A UN TASSO  $\lambda_F$

→ CHIAMATA MEDIA DEL GENITORE DI DURATA MEDIA  $1/\mu_G$

→ Se il figlio trova entrambe le linee occupate, viene bloccato; se un genitore trova entrambe le linee occupate, interrompe la chiamata del figlio.

→ DOPO UN'INTERRUZIONE, IL FIGLIO RIPROVA A CHIAMARE CON UN TASSO  $\lambda_H$

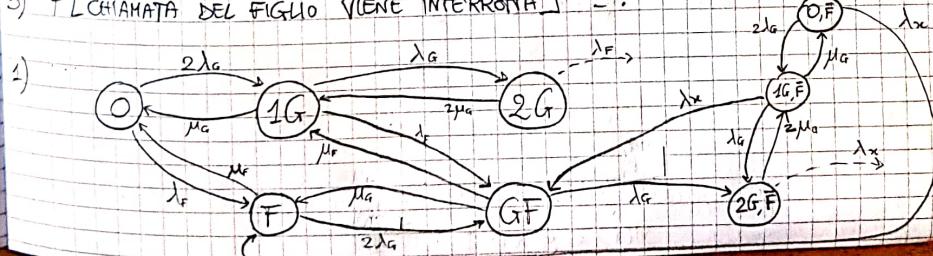
1) Modellare il sistema come una catena di Markov.

2) Scrivere il sistema lineare per calcolare la probabilità stazionaria di stato.

3)  $P[\text{NUOVA CHIAMATA GENERATA DAL FIGLIO È BLOCCATA}] = ?$

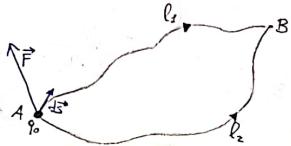
4)  $P[\text{CHIAMATA INTERROTTA DEL FIGLIO È BLOCCATA AL SUCCESSIVO TENTATIVO}] = ?$

5)  $P[\text{CHIAMATA DEL FIGLIO VIENE INTERROTTA}] = ?$



$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$zurativo \Rightarrow q_0 \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = q_0 \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



$$2) \int \Pi_{GF} (\lambda_G + \mu_G + \mu_F) = \Pi_{SGF} \lambda_x + \Pi_F \cdot 2\lambda_G + \Pi_{1G} \cdot \lambda_F$$

+ 6 equazioni  
EQUAZIONE DI CONGRUENZA

$$3) P[\text{NUOVA CHIAMATA DEL FIGLIO È BLOCCATA}] = \frac{\text{freq. arrivo nuovo del figlio bloccato}}{\text{freq. arrivo del figlio (non arrivati)}}$$

$$= \frac{\Pi_{2G} \lambda_F}{\Pi_0 \lambda_F + \Pi_{1G} \lambda_F + \Pi_{2G} \lambda_F} = \frac{\Pi_{2G}}{\Pi_0 + \Pi_{1G} + \Pi_{2G}}$$

15/05/2020

## PARTE SEGNALI

SEGNALE = funzione del tempo  $x(t)$

Tratteremo  $x(t)$  reali  
 $x(t) = a(t) + j b(t) = p(t) e^{j\varphi(t)}$

$$e^{j\varphi(t)} = \cos [\varphi(t)] + j \sin [\varphi(t)]$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

SEGNALI MODULATI: hanno un andamento di questo genere:

$$A(t) \cdot \cos [2\pi f_0 t + \varphi(t) + \alpha] = \operatorname{Re} [A(t) e^{j[2\pi f_0 t + \varphi(t) + \alpha]}]$$

Spesso utilizzeremo una notazione semplificata (per lavorare):

$$A(t) e^{j\varphi(t)} \quad \text{anche chiaramente non è equivalente}$$

$$p(t) = \sqrt{a^2(t) + b^2(t)}$$

$$\varphi(t) = \arctan \left( \frac{b(t)}{a(t)} \right) + \frac{\pi}{2} [1 - \operatorname{sgn} a(t)]$$

COORDINATE POLARI

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$$



Trasformazione di segnale fedele:  $y(t)$  è una copia di  $x(t)$ :

$$y(t) = (g)x(t-t_0) \rightarrow \text{RITARDO}$$