中国矿业大学 2017-2018 学年第 2 学期

《高等数学 A(3)》试卷（A）卷

考试时间：100 分钟　　　考试方式：闭卷

学院__________班级__________姓名__________学号__________

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设 $\vec{a}=(2,1,2),\vec{b}=(1,1,3),\vec{c}=(3,1,3)$，求 $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=$____________.

2. 求过点 $(3,2,1)$ 且垂直于直线 $\begin{cases}x-2y+z=3\\x+y-z=-2\end{cases}$ 的平面方程:____________.

3. 若 $f(x,y)=xy^2+(y-1)\sin x^2$，求 $f_x'(x,1)=$____________.

4. 交换积分 $\int_a^{2a}dx\int_{2a-x}^{\sqrt{2ax-x^2}}f(x,y)dy$ 的积分次序____________.

5. 计算 $\iint\limits_D\dfrac{d\sigma}{\sqrt{x^2+y^2}}=$____________(其中 D 是圆环域 $1\le x^2+y^2\le 4$).

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分．每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1. 平面 $\pi_1: x+2y+z+1=0$ 与 $\pi_2: 2x+y-z+2=0$ 的夹角为（　　）.

(A) $\dfrac{\pi}{6}$　　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　　(C) $\dfrac{\pi}{2}$　　(D) $\dfrac{\pi}{3}$

2. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点处（　　）.

(A) 连续，偏导数都存在　　(B) 不连续，偏导数都存在

(C) 不连续，偏导数都不存在　　(D) 连续，偏导数都不存在

3. 设二元函数 $f(x,y)$ 满足 $f_x'(0,0)=1, f_y'(0,0)=2$，则（　　）.

(A) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 连续　　(B) $df(x,y)|_{(0,0)}=dx+2dy$

(C) $\dfrac{\partial f}{\partial l}|_{(0,0)}=\cos\alpha+2\cos\beta$，其中 $\cos\alpha,\cos\beta$ 为 l 的方向余弦

(D) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 沿 x 轴负方向的方向导数为 -1

4. 设 f 为可微函数，$x-az=f(y-bz)$，则 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）.

(A) 1　　(B) a　　(C) b　　(D) $a+b$

5. 设 $f(x,y)$ 在 $D:0\le y\le 1-x, 0\le x\le 1$ 上连续，则二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma$ 表示成极坐标系下的二次积分的形式为（　　）.

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$　　(B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta+\sin\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{1-\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$　　(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$

三、解下列各题（本题共 6 小题，满分 52 分）

（本题 8 分）求空间曲线 $\begin{cases}x=t,\\y=t^2,\\z=t^3\end{cases}(1\le t\le 2)$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

2.（本题 8 分）求 $z=y^{\ln x}$ 的二阶偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

3.（本题 9 分）求函数 $f(x,y)=e^{x-y}(x^2-2y^2)$ 的极值。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。
以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4.（本题 9 分）设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=x+\iint\limits_D yf(u,v)dudv$，其中 D 是由 $y=\dfrac{1}{x}$，$x=1$，$y=2$ 所围区域，求 $f(x,y)$。

5.（本题 9 分）求半球体 $0\le z\le\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 在圆柱 $x^2+y^2=ax\,(a>0)$ 内那部分的体积。

6、（本题 9 分）计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dv$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2+z^2=1$ 及 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围成的区域。

四、证明题（本题 8 分）

设 $y=f(x,t), t=t(x,y)$ 满足方程 $F(x,y,t)=0$，f 和 F 都有一阶连续偏导数。

证明：$$\frac{dy}{dx}=\frac{f_x' F_t' - f_t' F_x'}{F_t' + f_t' F_y'}.$$