

中国矿业大学 2017-2018 学年第 1 学期

《高等数学 A (1)》试卷 (A) 卷答案

考试时间: 100 分钟

考试方式: 闭卷

学院_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{\ln(1+x)} =$ _____.

2. 当 $a =$ _____ 时, $f(x) = \begin{cases} (1 + \frac{x}{a})^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ e^2 & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

3. 已知 $y = \sin x$, 则 $y^{(n)} =$ _____.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ kx - 1 & x < 1 \end{cases}$, 如果 $f'(1)$ 存在, 则 $k =$ _____.

5. 设 $r = \theta e^{\theta} (1 + \ln \theta)$, 则 $dr =$ _____.

二、单项选择题 (每题只有一个正确答案. 每题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[f(x) - f(0)] \sin 3x}{x^2} = 4$, 则 $f'(0) =$ ()

- (A) 3; (B) 4; (C) 0; (D) $\frac{4}{3}$.

2. 设 $f(x) = \frac{4x^2 + 3}{x - 1} + ax + b$, 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, 则 a, b 的值用数组 (a, b) 表示为 ()

- (A) $(4, -4)$; (B) $(-4, 4)$; (C) $(4, 4)$; (D) $(-4, -4)$.

3. 不能导出 $y = f(x)$ 在 x_0 处连续的极限式是 ()

(A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$;

(B) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$;

(C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)] = 0$;

(D) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 存在.

4. 过点 $M_0(2,0)$ 引曲线 $y = 3 - x^2$ 的切线中的一条的方程是 ().

(A) $y = -4(x - 2)$;

(B) $2x + y = 4$;

(C) $y = 2x - 4$;

(D) $y = -(x - 2)$.

5. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 不存在, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 存在, 则 ()

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2$ 必不存在;

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 必不存在;

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 必不存在;

(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|$ 必不存在.

三、计算题 (每题 9 分, 共 54 分)

1. 设 $y = x^{\sin \frac{1}{x}} + \ln \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + xy = e$ 所确定, 求 $y'(0)$.

3. 设 $\begin{cases} x = \sin^2 t + 1 \\ y = \tan^2 t \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

4. 求极限 $\lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{\sin t}{\sin x} \right)^{\frac{x}{\sin t - \sin x}}$, 设此极限为函数 $f(x)$, 求 $f(x)$ 的间断点, 并指出其类型.

5. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 > -2$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$.

(1) 证明 $|a_{n+1} - 2| \leq \frac{1}{2}|a_n - 2|$; (2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

6. 设 $y = \arctan[f(f(e^x))] \cdot f(x)$, $f(u)$ 为可导函数, 求 $y'(x)$.

四、证明题 (本题 6 分) 设对任意 x, y ($xy \neq 0$) 有 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 且在 $x=1$ 点处

$f'(1) = a$ 存在, 试证: 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x) = \frac{a}{x}$.