Hough Line Note

FanmingL

2018 年 11 月 28 日

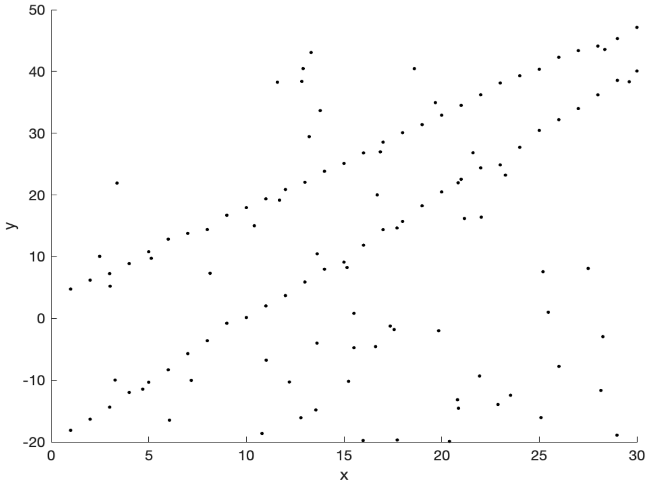

图 1: 示例图

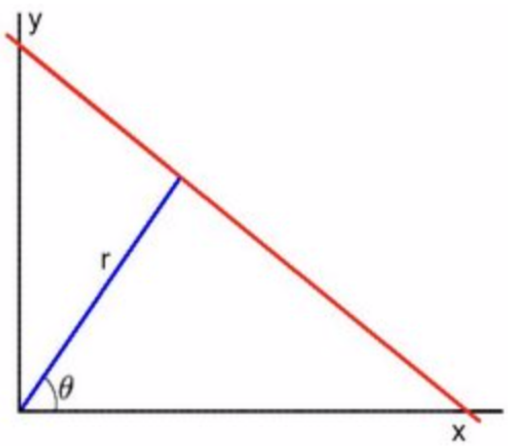

图 2: 直线示意图

1 霍夫直线变换

1.1 问题的提出

如图1，我们主观能够很明显的看出，图1中有两条直线，那么我们如何处理这些数据才能寻找到这样一个直线的结构特征呢?

1.2 直线的表示

如图2，一条斜率为 k，截距为 b 的直线，往往表示为

$$y = kx + b \tag{1}$$

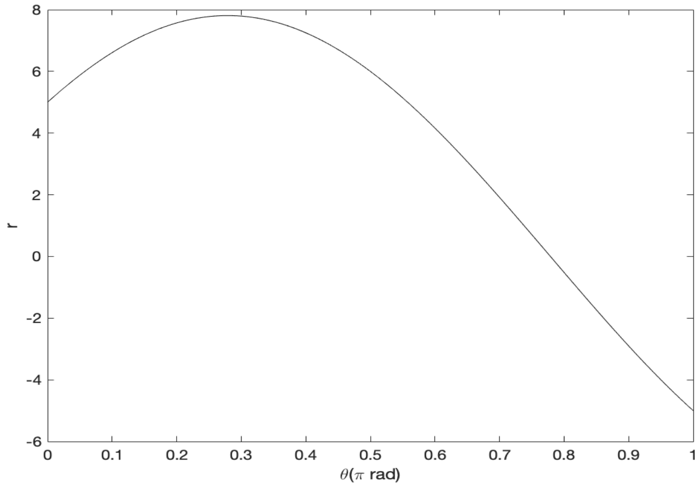

图 3: $x=4,y=5$ 时，$\theta-r$ 曲线图

假设过原点，作一根垂线（即图2的蓝线）到该直线（即2的红线），交于点 (x_0,y_0)，在极坐标系下，该点坐标为 r,θ，那么，k,b 均可用 ρ,θ 表示即

$$\begin{aligned} b &= \frac{r}{\sin\theta} \\ k &= -\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \end{aligned} \tag{2}$$

直线可重写为

$$y = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta}x + \frac{r}{\sin\theta} \tag{3}$$

即

$$r = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{4}$$

式4即直线的 Hesse 法线表示形式，该式有 r,θ,x,y 四个变量，确定三个变量之后，可以推出第四个变量，比如确定了 x,y,θ，时其含义为，该直线必经过 x,y，且斜率固定为 $-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$，那么到原点的距离 r 必然也是一个固定值。

若只固定4的 x,y 值，即假设直线必然经过 (x,y) 点，对任意 θ 值必有唯一的 r 值与其对应。固定 (x,y) 得到的所有的 (θ,r) 对应了所有经过 (x,y) 的直线，并且在参数空间 (θ,r) 中构成一个曲线如图3。

其实我们很容易能够想到，如果三个点共线的话，那么固定这三个点在参数空间绘制出的曲线必然会交于同一点，事实也的确是这样的，如图4。

1.3 问题的解决

其实问题已经变得颇为简单了，首先我们将直线写为式4的形式，然后把每个点在参数空间中的曲线都绘制出来，多条曲线之间肯定会有很多的交点，我们统计每个交点有多少条曲线经过，设定一个阈值，大于阈值的交点对应的直线就能够被接受。但是在图像中，每个点都是离散的，所以我们也需要把参数空间离散化，如图5，具体做法是，把参数空间分成一个个小格子，每个小格子设置一个计数器，对每个点绘制参数曲线，参数曲线经过的小

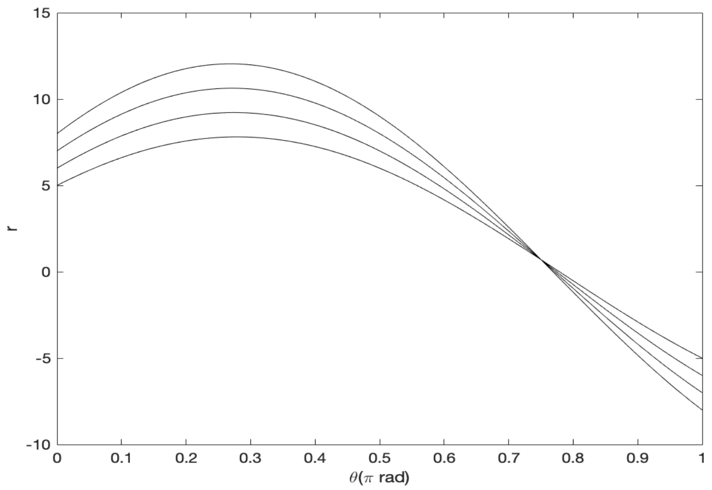

图 4: 用同一直线上多个点绘制出的 $\theta - r$ 曲线图

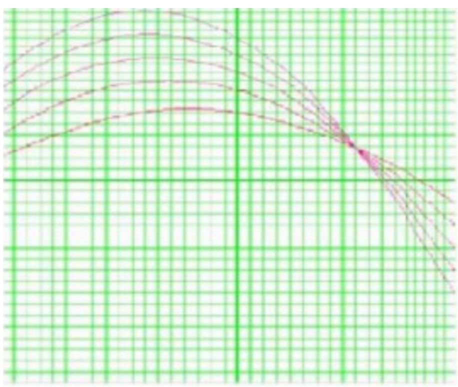

图 5: 参数空间离散化

格子计数器加一，统计完所有的点之后，遍历所有小格子，若其所计的数大于阈值，即接受这条直线。