710836115 孫梵茗 車輛所 工程最佳化與應用 期末報告

股票資產配置最佳化

投資組合最佳化理論

根據馬可維茲(Markowitz)於1992的認為，投資者應該追求投資的期望收益率(報酬)，而不願意接受收益率的標準差(風險)。

若是投資組合裡有n種資產，令$x_i = x_1, ..., x_n$表示資產組合的權重向量。

即滿足$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot R_i$，以矩陣方式表達為R(x)= x^T • R。

令μ為預期收益率，$\mu = E[R(x)]$，則投資組合的期望收益率可表示為$\mu(x)$

=E[R(x)]=E[$x^T \cdot R$]= x^T • E[R] =$x^T \cdot \mu$

令∑為投資組合變異數，∑= $\left[(R - \mu) \bullet (R - \mu)^T\right]$，投資組合的標準差可表示為

$\sigma^2 = E[((R(x) - \mu(x)) \bullet (R(x) - \mu(x))^T)$

$=E[(x^T R - x^T \mu) \cdot (x^T R - x^T \mu)^T]$

$= E[x^T (R - \mu) \bullet (R - \mu)^T] \cdot x$

$= x^T E[(R - \mu) \bullet (R - \mu)^T] \cdot x = x^T \cdot \sum \cdot x$

投資者的財務方程式:

1.標準差σ:在給定波動率的約束下，最大化投資組合的期望收益率

max $\mu(x)$，滿足約束條件$\sigma(x) \leq \sigma^*$

2.期望收益率μ:在給定收益率約束下，最小化組合的波動度:

min $\sigma(x)$，滿足條件$\mu(x) \geq \mu^*$

馬可維茲的核心思想是將將報酬與風險數值衡量以風險厭惡參數作為連接，將風險與報酬轉化為更容易求解的二次化問題:

Object function: $x^* = argmax\ (x^T \cdot \mu) - \frac{\emptyset}{2}(x^T \cdot \sum \cdot x)$

其中∅代表個別投資人風險厭惡參數，為一常數。

本研究投資組合範圍:

本研究使用投資組合成分股包含0050之金融成分股，匡列出目標產業之公司，分別為華南金、國泰金、中華開發金、玉山金、元大金、兆豐金、台新金、永豐

金、中國信託金與第一金。

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import pandas_datareader.data as web
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.optimize as solver
import datetime as dt
from functools import reduce
#決定投資標的
Closeprice = pd.DataFrame()
#"2881.TW","2882.TW","2883.TW","2884.TW","2885.TW","2886.TW","2887.TW","2890.TW","2891.TW","2892.TW"
tickers = ["2880.TW","2882.TW","2883.TW","2884.TW","2885.TW","2886.TW","2887.TW","2890.TW","2891.TW","2892.TW"]
```

參數設定:

為了估計投資組合的期望收益率與波動度，本研究使用Python 內的網路爬蟲API對Yahoo Finance資料進行網路爬蟲,取得目標公司之收盤價資訊。取用年分為西元 2020 年 1 月 1 日至2021 年 6 月 20 日。

```python
for i in tickers:
    tmp = web.DataReader(i, 'yahoo', '1/1/2021', dt.date.today())
    Closeprice[i] = tmp['Adj Close']
    returns = np.log(Closeprice / Closeprice.shift(1))
```

資料參數設:

將股票收盤價的平均報酬率作為報酬參數$E[R(x)]$，將股票收盤價的共變數作為波動度參數σ^2。

```python
##returns is a dataframe class
mean = returns.mean() * 252
print(mean)
cov = returns.cov() * 252
print(cov)
```

```
2880.TW   -0.079556
2882.TW    0.200910
2883.TW    0.213083
2884.TW    0.010687
2885.TW    0.212762
2886.TW    0.087507
2887.TW    0.064124
2890.TW    0.068886
2891.TW    0.028747
2892.TW    0.004285
dtype: float64
          2880.TW   2882.TW   2883.TW  ...   2890.TW   2891.TW   2892.TW
2880.TW  0.039294  0.030078  0.037940  ...  0.036631  0.036531  0.036022
2882.TW  0.030078  0.053987  0.046175  ...  0.037632  0.039622  0.032182
2883.TW  0.037940  0.046175  0.070973  ...  0.041984  0.045185  0.039548
2884.TW  0.039215  0.032599  0.041529  ...  0.039149  0.042392  0.041024
2885.TW  0.045106  0.046837  0.056241  ...  0.049398  0.051961  0.047435
2886.TW  0.028177  0.027607  0.030810  ...  0.030240  0.031156  0.029299
2887.TW  0.035374  0.035314  0.042535  ...  0.039491  0.041140  0.038027
2890.TW  0.036631  0.037632  0.041984  ...  0.049365  0.039897  0.037545
2891.TW  0.036531  0.039622  0.045185  ...  0.039897  0.053255  0.040619
2892.TW  0.036022  0.032182  0.039548  ...  0.037545  0.040619  0.043393
```

求解目標公司之最佳化投資權重:

馬可維茲的核心思想是將報酬與風險數值衡量以風險厭惡參數作為連接，將問題轉化為更容易求解的二次化問題:

$\emptyset$代表個別投資人風險厭惡參數，本題假設該參數0.5為風險中立之投資人。

Object function: $x_i^* = argmax\ (x_i^T \cdot \mu) - \frac{\emptyset}{2}(x_i^T \cdot \sum \cdot x_i)$

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
def objectfun(random_weight, sign=-1):
  return sign*(np.dot(random_weight,mean.T) - 1/2 * 0.5 * (np.dot(np.dot(random_weight,cov),np.array(random_weight).T)))
```

Constraint function: $1^T \bullet x_i$=1

$$0 \le x_i \le 1$$

假設個投資組合裡面沒有借錢投資的槓桿充分被投資，資產的權重加總為1。

投資條件為不能放空。

```
def constraint1(random_weight, sign=-1):
  return sign*(sum(random_weight)-1)

b1 = (0, 1)
b2 = (0, 1)
b3 = (0, 1)
b4 = (0, 1)
b5 = (0, 1)
b6 = (0, 1)
b7 = (0, 1)
b8 = (0, 1)
b9 = (0, 1)
b10 = (0,1)
bnds= (b1,b2,b3,b4,b5,b6,b7,b8,b9,b10)  # 邊界條件向量

con1 = {'type': 'ineq', 'fun': constraint1} #把限制集定義成字典
cons = [con1]  #把con1做成串列 (萬一有多個條件時，可以包在一起)
```

研究結果:

由最佳化模型可得，中華開發金投資權重約為55%、元大金投資權重約為45%，其餘金控資權重約為0%。

參考資料:

[程式基礎與數學篇]

[基於風險的資產配置策略]