Арифметический корень натуральной степени.

Перечень тем, рассматриваемых на уроке:

- преобразование и вычисление арифметических корней,
- свойства арифметического корня натуральной степени,
- корень нечетной степени из отрицательного числа,
- какими свойствами обладает арифметический корень натуральной степени.

Глоссарий

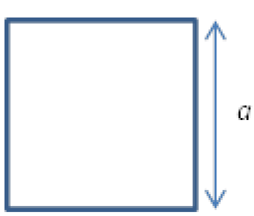
1. Квадратным корнем из числа a называют такое число, квадрат которого будет равен a.
2. Арифметическим квадратным корнем из числа а называют неотрицательное число, квадрат которого равен a.
3. Кубический корень из a— это такое число, которое при возведении в третью степень дает число a.
4. Корнем n-ой степени из числа a называют такое число, n-ая степень которого будет равна a.
5. Арифметическим корнем натуральной степени, где $n \geq 2$, из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n-я степень которого равна a.

Объяснение темы «Арифметический корень натуральной степени»

Решим задачу.

Площадь квадрата S=16 м².

Обозначим сторону квадрата a, м.



Тогда, $a^2 = 16$.

Решим данное уравнение:

***a*=4** и ***a*= –4.**

Проверим решение:

$4^2 = 16$;

$(-4)^2 = 16$.

Ответ: длина стороны квадрата равна 4 м.

Определение:

Квадратным корнем из числа *a* называют такое число, квадрат которого будет равен *a*.

Определение:

Арифметическим квадратным корнем из числа a называют неотрицательное число, квадрат которого равен *a*.

Обозначение: $\sqrt{a}$.

Определение:

Кубический корень из *a*— это такое число, которое при возведении в третью степень дает число *a*.

Обозначение: $\sqrt[3]{a}$.

Например:

$\sqrt[3]{27} = 3$.

$\sqrt[3]{8} = 2$.

$\sqrt[3]{125} = 5$.

На основании определений квадратного и кубического корней, можно сформулировать определения корня *n*-ой степени и арифметического корня *n*-ой степени.

Определение:

Корнем *n*-ой степени из числа *a* называют такое число, *n*-ая степень которого будет равна *a*.

Определение:

Арифметическим корнем натуральной степени, где $n \geq 2$, из неотрицательного числа *a* называется неотрицательное число, *n*-я степень которого равна *a*.

Обозначение: $\sqrt[n]{a}$ *– корень n-й степени, где*

n–степень арифметического корня;

a– подкоренное выражение.

Давайте рассмотрим такой пример: $\sqrt[3]{-64} = ?$.

Мы знаем, что $(-4)^3 = -64$, следовательно, $\sqrt[3]{-64} = -4$.

Еще один пример: $\sqrt[5]{-243} = ?$.

Мы знаем, что $(-3)^5 = -243$, следовательно, $\sqrt[5]{-243} = -3$.

На основании этих примеров, можно сделать вывод:

$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$, при условии, что *n* –нечетное число.

Свойства арифметического корня натуральной степени:

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$ и *n*, *m* – натуральные числа, причем $n \geq 2$, $m \geq 2$, то справедливо следующее:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$.

Примеры:

$\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10$.

$\sqrt[5]{27} \cdot \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{27 \cdot 9} = \sqrt[5]{243} = 3$.

1. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

Примеры:

$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

$\frac{\sqrt[5]{288}}{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[5]{\frac{288}{9}} = \sqrt[5]{32} = 2$.

1. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$.

Пример:

$(\sqrt[4]{2})^8 = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{256} = 4$.

1. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.

Пример:

$\sqrt[3]{\sqrt[2]{729}} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$.

1. Для любогоa справедливо равенство:

$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$, где k – натуральное число.

Пример:

Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(x-3)^4} + \sqrt[2]{(x-6)^2}$, при 3 <x< 6.

Степени заданных арифметических корней 4 и 2, четные числа, следовательно, мы можем применить свойство №5:

$\sqrt[4]{(x-3)^4}$ =$|x-3|$ = $x-3$, т.к. x>3;

$\sqrt[2]{(x-6)^2}=|x-6|=6-x$, т.к. $x<6$.

Получаем: $x-3+6-x=3$.

Примеры заданий.

Первый пример.

Задача:

Выберите верные утверждения:

1. $\sqrt[4]{-225}=5$

2. $\sqrt[4]{625}=5$

3. $\sqrt[3]{-\frac{1}{225}}=\frac{1}{15}$

1. $\sqrt[5]{243}=3$

5. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\frac{3}{4}$

Разбор задания.

Применим определение арифметического корня: Арифметическим корнем натуральной степени из неотрицательного числа *а* называется неотрицательное число, n-я степень которого равна *а.* Следовательно, верными могут быть только неотрицательные выражения.

Ответ: $\sqrt[4]{625}=5$; $\sqrt[5]{243}=3$; $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\frac{3}{4}$

Второй пример.

Задача:

Выделите самое маленькое число:

1. 2π
2. 0
3. $\sqrt[8]{100000000}$
4. $\sqrt[5]{-243}$

Разбор задания:

Корень из отрицательного числа будет отрицательным числом, следовательно, наименьшее число – $\sqrt[5]{-243}$

Ответ: 4. $\sqrt[5]{-243}$

-