Reglas Multiplicativas

Se tiene 30 bolígrafos, 17 fallan, ¿cuál es la probabilidad de que al sacar 2 bolígrafos, los 2 salgan defectuosos.

$$P(A) = \frac{17}{30} = 0{,}57$$

Como hemos sacado un bolígrafo defectuoso sin reemplazo, nos quedan 16 en la caja con ello la probabilidad de obtener un segundo bolígrafo es:

$$P(B) = \frac{16}{29} = 0{,}55$$

Calcular la probabilidad es:

$$P(A \cap B) = 0{,}57 \times 0{,}55 = 0{,}321$$

Formula: $P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A)\,P(B|A)$

Ejercicios propuestos a Casa.

1. En cierta región del país se sabe por experiencia del pasado que la probabilidad de seleccionar un adulto mayor de 40 años de edad con cáncer es 0,05 si la probabilidad de que un doctor diagnostique de forma correcta que una persona con cáncer tiene la enfermedad es 0,78 y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer como si estuviera la enfermedad es 0,06. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona le diagnostique cáncer?

A = tiene cancer

A' = No tiene cancer

B = Diagnosticado con cancer.

$$P(B) = P(A)\,P(B|A) + P(A')\,P(B|A')$$

$$P(B) = (0{,}05)(0{,}78) + (0.95)(0.06)$$

$$P(B) = 0{,}096 \times 100$$

$$P(B) = 9{,}6\ \% \quad R//$$

UPS

3. Refiérase al ejercicio 1. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona a la que se le diagnostique cáncer realmente tenga la enfermedad?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.039}{0.096} = 0.40625$$

5. Los 4 inspectores de una fábrica de película colocan la fecha de caducidad en cada paquete de película al final de la línea de montaje. Jonh que coloca la fecha de caducidad en 20% de los paquetes, no la pone una vez en 200 paquetes. Tom que la coloca en 60% de los paquetes, no la coloca una vez en cada 100 paquetes, Jeff quien la coloca en el 15% de los paquetes, no lo hace una vez en cada 90 paquetes, y Pat que fecha 5% de los paquetes, no lo hace una vez en cada 200 paquetes. Si un consumidor se queja de que su paquete de película no muestra la fecha de caducidad ¿cuál es la probabilidad de que haya sido inspeccionado por John?

I_1 -> Juan
I_2 -> Tomás
I_3 -> Jesús
I_4 -> Pedro

* Probabilidad para la inspección

$P(I_1) = 20\% = 0,2$
$P(I_2) = 60\% = 0,6$
$P(I_3) = 15\% = 0,15$
$P(I_4) = 5\% = 0,05$

* Probabilidad fechas faltantes

$P(F/I_1) = 1/200 = 0.005$
$P(F/I_2) = 1/100 = 0.010$
$P(F/I_3) = 1/90 = 0.011$
$P(F/I_4) = 1/200 = 0.005$

* Calculo fechas

$P(F) = P(I_1) * P(F/I_1) + P(I_2) * P(F/I_2) + P(I_3) * P(F/I_3) + P(I_4) * P(F/I_4)$
$P(F) = (0,2) * (0,005) + (0,6) * (0.010) + (0.15) * (0.011) + (0.05) * (0.005)$
$P(F) = 0.0089$

* Probabilidad de que Jonh haya inspeccionado.

$$P(I_1/F) = \frac{(P(I_1) * P(F/I_1))}{P(F)} = \frac{0.2 * 0.005}{0.0089} = 0.1124 \text{ R//}$$

7. La contaminación de los rios en Estados Unidos es un problema de hace varios años. Considere los eventos siguientes.

A = El rio esta contaminado
B = Una prueba de agua detecta contaminación
C = se permite la pesca.

Suponga: $P(A) = 0.3$ $P(B|A) = 0.75$
$P(B|A') = 0.20$ $P(C|A \cap B) = 0.20$
$P(C|A' \cap B) = 0.15$
$P(C|A \cap B') = 0.80$
$P(C|A' \cap B') = 0.90$

a. Encuentre $P(A \cap B \cap C)$
b. Encuentre $P(B' \cap C)$
c. Encuentre $P(C)$
d. Encuentre la probabilidad de que el rio esta contaminado, dado que se permite la pesca y que la prueba de la muestra no detecte contaminación.

→ a.

$P(B|A) = 0{,}75$
$P(B \cap A) / P(A) = 0{,}75$
$P(B \cap A) / 0{,}3 = 0{,}75$
$P(A \cap B) = 0.225$

$P(C|A \cap B) = 0.20$
$P(C \cap A \cap B) / P(A \cap B) = 0.20$
$P(C \cap A \cap B) / 0.225 = 0.20$
$P(A \cap B \cap C) = 0.045$

→ b. $P(A \cap B \cap C) = P(C|A \cap B)\ P(A \cap B)$
$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B)$
$P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.225 = 0.075$
$P(A \cap B \cap C) = (0.80)(0.075) = 0.06$
$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')\ P(A) = (0{,}75)(0{,}3) + (0.20)(1 - 0{,}3) = 0.365$
$P(B) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}365 = 0{,}635$
$P(A \cap B) = P(B) - P(A \cap B') = 0{,}635 - 0{,}075 = 0{,}560$
$P(A \cap B \cap C) = (0.90)(0{,}560) = 0{,}504$
→ $P(A \cap B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = P(B \cap C) = 0{,}06 + 0.504 = 0{,}564$

→ c. $P(A \cap B) = P(B|A)\ P(A) = (0.20)(1 - 0{,}3) = 0.14$
• $P(A \cap B) = 0.225$ • $P(A \cap B) = 0.075$ • $P(A \cap B) = 0.560$
$P(C) = P(A \cap B)P(C|A \cap B) + P(A \cap B)P(C|A \cap B) + P(A \cap B)P(C|A \cap B) + P(A' \cap B')P(C|A \cap B)$
$P(C) = (0.225)(0.20) + (0.14)(0.15) + (0.075)(0.80) + (0.560)(0.90) = 0.630$

→ d.

$$P(A|B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)} = \frac{0.06}{0.564} = 0.1064 \text{ R//}$$