

Ejercicios

1. En cierta region del pais se sabe por experienca del pasado que la probabilidad de padecer cancer un adulto mayor de 60 años de edad con cancer es 0,78. Si la probabilidad de que un doctor diagnosticó de forma correcta que una persona con cancer tiene la enfermedad es 0,78 y la probabilidad de que diagnosticó que de forma incorrecta que una persona sin cancer como si tuviera la enfermedad es 0,06. Cual es la probabilidad de que una persona le diagnosticó cancer?

A = tiene cancer

B = Diagnosticado con cancer

A' = No tiene cancer

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')$$

$$P(B) = (0,05)(0,78) + (0,95)(0,06)$$

$$P(B) = 0,096 \Rightarrow 9,6\%$$

3. Refiriendose al ejercicio 1. Cual es la probabilidad de que una persona a la que le diagnosticó cancer realmente tenga la enfermedad?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,039}{0,096} = 0,40625.$$

5. Los 4 inspectores de una fábrica de pedido colocan la fecha de caducidad cerca de paquete de película al final de la linea de montaje. John que coloca la fecha de caducidad en 20% de los paquetes no lo hace una vez en 200 paquetes. Tom que lo coloca en 60% de los paquetes, no lo coloca una vez en cada en 100 paquetes, Jeff que lo coloca en el 15% de los paquetes, no lo hace una vez en cada 90 paquetes. Si un consumidor se queja de que su paquete de película no muestra la fecha de caducidad. Cual es la probabilidad de que su paquete no haya sido inspeccionado por John?

I₁ = Juan

I₂ = Tomás

I₃ = Jeff

I₄ = Pedro

* Probabilidad para la inspección

$$P(I_1) = 0,2$$

$$P(I_2) = 0,6$$

$$P(I_3) = 0,15$$

$$P(I_4) = 0,05$$

* Probabilidad fechas faltantes

$$P(F|I_1) = 1/200 = 0,005$$

$$P(F|I_2) = 1/100 = 0,01$$

$$P(A \cap I_1) = 1/40 = 0.025$$

$$P(A \cap I_2) = 1/200 = 0.005$$

* Calculo Punto

$$P(S) = P(I_1) \times P(S/I_1) + P(I_2) \times P(S/I_2) + P(I_3) \times P(S/I_3) + P(I_4) \times P(S/I_4)$$

$$P(S) = (0.025) \times (0.005) + (0.005) \times (0.010) + (0.15) \times (0.004) + (0.05) \times (0.005)$$

$$P(S) = 0.00874$$

* Probabilidad de que Sean haya inspeccionado.

$$P(I_2/S) = \frac{(P(I_2) \times P(S/I_2))}{P(S)} = \frac{0.005 \times 0.010}{0.00874} = 0.1124 \text{ PII.}$$

7. La contaminación de los ríos en EU es un problema de hace varios años. Considera los eventos siguientes.

A = El río está contaminado

B = Una prueba de agua detecta contaminación

C = Se permite la pesca

Suponga:

$P(A) = 0.3$	$P(B A) = 0.75$
$P(B A^c) = 0.20$	$P(C A \cap B) = 0.20$
$P(C A \cap B^c) = 0.15$	
$P(C^c A \cap B^c) = 0.80$	
$P(C A^c \cap B^c) = 0.90$	

a. Encuentre $P(A \cap B \cap C)$

b. Encuentre $P(B^c \cap C)$

c. Encuentre $P(C)$

d. Encuentre la probabilidad de que el río esté contaminado, dado que se permite la pesca y que la prueba de la muestra no detecte contaminación

a. $P(B|A) = 0.75$
 $P(B|A^c) / P(A) = 0.75$
 $P(B|A^c) / 0.3 = 0.75$
 $P(A \cap B) = 0.225$

$P(C|A \cap B) = 0.20$
 $P(C|A \cap B^c) / P(A^c) = 0.20$
 $P(C|A \cap B^c) / 0.225 = 0.20$
 $P(A \cap B \cap C) = 0.045$

b. $P(A \cap B \cap C) = P(C|A \cap B) P(A \cap B)$

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$

$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.225 = 0.075$

$P(A \cap B^c \cap C) = (0.80)(0.075) = 0.060$

$P(B) = P(B|A) P(A) + P(B|A^c) P(A) = (0.75)(0.3) + (0.20)(1-0.3) = 0.365$

$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - 0.365 = 0.635$

$P(A \cap B^c) = P(B^c) - P(A \cap B^c) = 0.635 - 0.075 = 0.560$

$P(A \cap B^c \cap C) = (0.80)(0.560) = 0.592$

$P(A \cap B^c \cap C) + P(A \cap B \cap C) = P(C|A \cap C) = 0.06 + 0.045 = 0.105$

$$c. \text{ P}(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.14$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) + P(B)P(A|B) + P(A \cap B) = P(A)P(B|A) + P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.14 = 0.14 \cdot 0.14 + 0.14 \cdot 0.14 + 0.14 = 0.14$$

$$d. \text{ P}(A \cup B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{0.14}{0.14} = 0.14$$