

# HAMILTON

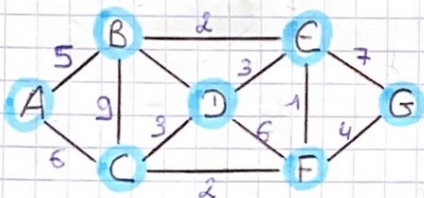
- $C_{\text{Paire}} / C_{\text{chemin Hamiltonien (ne)}}$   $\rightarrow$  chemin qui passe par tous les sommets une fois et une seule
- Cycle Hamiltonien  $\rightarrow$  chemin Hamiltonien qui est un cycle (sur graphe non-orienté)

## PCC - PLUS COURT CHEMIN

2 algorithmes de résolution

- Dijkstra
- Bellman

## DIJKSTRA



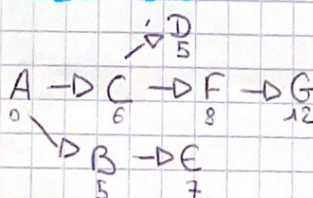
	A	B	C	D	E	F	G
A	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
B	x	5 <sub>A</sub>	6 <sub>A</sub>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
C	x	x	6 <sub>A</sub>	1 <sub>B</sub>	7 <sub>B</sub>	$\infty$	$\infty$
E	x	x	x	9 <sub>C</sub>	7 <sub>B</sub>	8 <sub>C</sub>	$\infty$
F	x	x	x	9 <sub>C</sub>	x	8 <sub>C</sub>	14 <sub>E</sub>
D	x	x	x	9 <sub>C</sub>	x	x	12 <sub>F</sub>
G	x	x	x	x	x	x	12 <sub>F</sub>

•  $\min \begin{cases} 5_A + 9 = 14_B \\ 6_A \end{cases}$

## METHODO

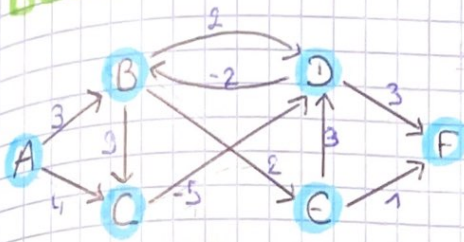
- encadrer la plus petite valeur
- bloquer la colonne
- reporter la lettre dans la colonne de gauche
- mettre des croches sur les sommets impactés potentiellement
- $\rightarrow$  calculer le minimum
- non impactés  $\rightarrow$  valeur de la ligne précédente.

## SOLUTION





# BELLMANN



sommet ité	A	B	C	D	E	F	impacts potentiels
#0	○	∞	∞	∞	∞	∞	A → B, C
#1	○	3 <sub>A</sub>	4 <sub>A</sub>	∞	∞	∞	B → C, D, E C → D
#2	○	3 <sub>A</sub>	4 <sub>A</sub>	-1 <sub>C</sub>	5 <sub>B</sub>	∞	D → B, F E → D, F
#3	○	-3 <sub>D</sub>	4 <sub>A</sub>	-1 <sub>C</sub>	5 <sub>B</sub>	2 <sub>D</sub>	B → C, D, E F → D
#4	○	-3 <sub>D</sub>	4 <sub>A</sub>	-1 <sub>C</sub>	-1 <sub>B</sub>	2 <sub>D</sub>	E → D, F
#5	○	-3 <sub>D</sub>	4 <sub>A</sub>	-1 <sub>C</sub>	-1 <sub>B</sub>	0 <sub>E</sub>	F → D

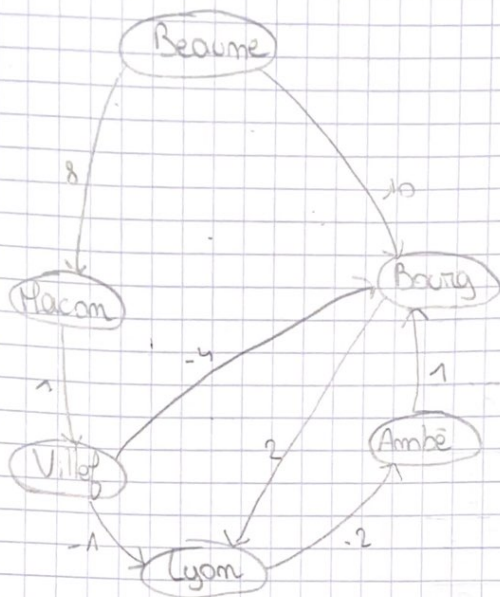
• min  $\begin{cases} \infty \\ 3_A + 2 = 5_B \\ 4_A - 5 = -1_C \end{cases}$

## METHODO

- à chaque différence entre 2 lignes → impact potentiel  
→ calculer le minimum
- critères d'arrêt  
→ impact 0  
→ pas de différences entre les lignes



# COVO, TURHGE



FAUX

	B	M	BB	V	L	A	impacts
init	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	B $\rightarrow$ M, BB
#1	0	$8_B$	$10_B$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	M $\rightarrow$ V BB $\rightarrow$ DL
#2	0	$8_B$	$10_B$	$9_M$	$12_{BB}$	$\infty$	V $\rightarrow$ DL L $\rightarrow$ DA
#3	0	$8_B$	$10_B$	$9_M$	$8_V$	$10_L$	L $\rightarrow$ DA A $\rightarrow$ BB
#4	0	$8_B$	$10_B$	$9_M$	$8_V$	$6_L$	A $\rightarrow$ BB
#5	0	$8_B$	$7_A$	$9_M$	$8_V$	$6_L$	BB $\rightarrow$ DL
#6	0	$8_B$	$7_A$	$9_M$	$9_{BB}$	$6_L$	L $\rightarrow$ DA
#7	0	$8_B$	$7_A$	$9_M$	$9_{BB}$	$6_L$	/



# ARPM - Arbres Recouvrants de Poids Min

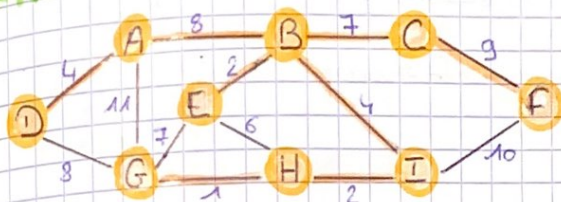
• 2 algorithmes de résolution

- Prim
- Kruskal

• Arbre  $\rightarrow$  graphe connexe sans cycle

• Forêt  $\rightarrow$  ensemble d'arbres, pas connexe, sans cycle

PRIM



• maintenant une composante connexe (sans cycle)

• on cherche à relier tous les sommets en un arbre de poids faible

$AD=4$  {A, D}  
 $AB=8$  {A, B, D}  
 $BE=2$  {A, B, D, E}  
 $BI=4$  {A, B, D, E, I}  
 $HI=2$  {A, B, D, E, H, I}  
 $GH=1$  {A, B, D, E, G, H, I}  
 $BC=7$  {A, B, C, D, E, G, H, I}  
 $CF=9$  {A, B, C, D, E, F, G, H, I}

$\uparrow$  nombre d'arêtes dans l'ARPM = nombre de sommets - 1



## KRUSKAL

- liste des arêtes dans l'ordre croissant (alphabétique si égalité)
- maintenant l'absence de cycle

GH = 1 ✓  
 BE = 2 ✓  
 HI = 2 ✓  
 AD = 4 ✓  
 BI = 4 ✓  
 EH = 6 ✗  
 BC = 7 ✓  
 EG = 7 ✗  
 AB = 8 ✓  
 DG = 8 ✗  
 CF = 9 ✓  
 FI = 10 ✗  
 AG = 11 ✗

## TELECOM

### PRIM

AS = 350	BS
BE = 250	BES
BD = 280	BDES
CD = 310	BCDES
CG = 140	BCDEGS
GH = 150	BCDEGHS
HK = 200	BCDEGHKS
KL = 160	BCDEGHKLS
EF = 520	BCDEFGHKLS
EJ = 430	BCDEFGHIKLS
HT = 330	BCDEFGHIJKLS
JN = 370	BCDEFGHTJKLS
AB = 340	ABCDEFGHIJKLS

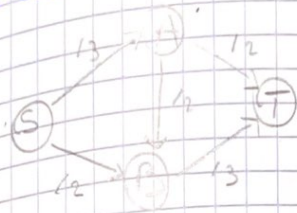
### KRUSKAL

CG = 140 ✓	IH = 330 ✗	AC = 460 ✗
GH = 150 ✓	AB = 340 ✓	IJ = 470 ✗
KL = 160 ✓	BS = 350 ✓	ET = 500 ✗
HK = 200 ✓	JN = 370 ✓	IN = 600 ✗
BE = 250 ✓	DI = 380 ✗	FS = 650 ✓
BD = 280 ✓	AS = 400 ✗	LN = 700 ✗
IK = 300 ✓	AD = 410 ✗	ES = 750 ✗
CD = 310 ✓	EJ = 430 ✓	
DG = 320 ✗	DE = 450 ✗	

4- EF = 520 ✗ ✓

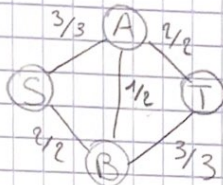
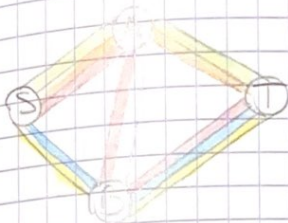


# FLOTS MAX



flux courant / capacité  
sur l'arc

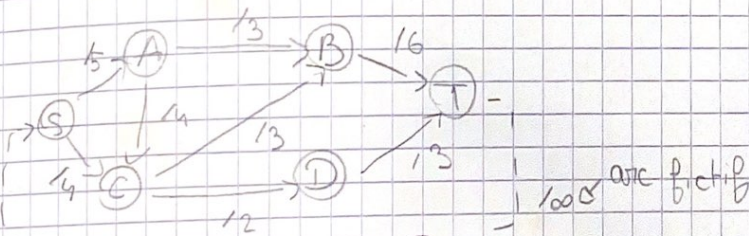
elec, eau, gaz, transports  
réseau



## FLOTS COMPLETS

flux compatible

$\sum \text{entrant} = \sum \text{sortant}$  en tout sommet (loi Kirchhoff)



Dans un flux complet, chaque sous chaîne est saturée

- SABT = 3
  - SACBT = 2
  - SACDT = 0
  - SCBT = 1
  - SCDT = 2
- }  $\Sigma = 8$