

# **WARSTWA FIZYCZNA MECHANIKI KWANTOWEJ:**

**POLE INFORMACYJNE RZECZYWISTOŚCI**

**ANDRZEJ ORZECHOWSKI**

Kraków  
Wersja 1.0 styczeń 2026

## STOPKA REDAKCYJNA

**Tytuł:**

*Warstwa fizyczna mechaniki kwantowej: pole informacyjne rzeczywistości*

**Autor:**

Andrzej Orzechowski

**Wersja:**

1.0 (styczeń 2026)

**Miejsce wydania:**

Kraków

**Rok wydania:**

2026

**Skład:**

LyX / L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

**Licencja:**

Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowa (CC BY 4.0).

**Kontakt:**

[andrzejorzechowski@onet.eu](mailto:andrzejorzechowski@onet.eu)

## ABSTRACT

This book presents an attempt to formulate the physical layer of quantum mechanics. It is intended to serve as an intermediate level between what actually happens in the world and in the course of measurements, and what is described by the theory's formalism. Rather than taking QM as an axiom, I treat it as an effective shadow of phenomena arising from operational constraints: finite resolution, locality of interactions, incomplete access to degrees of freedom, and the inevitable loss of information. A key role is played by dynamics with memory: I introduce a language of memory kernels and projective descriptions, and show how memory and couplings to the environment reorganize the description from a microscopic to an effective one.

I describe the structure of relations and information flow using graphs and spectral tools, in particular the graph Laplacian. I introduce the notion of an effective metric, which captures the cost and accessibility of transitions between configurations, and on this basis I define a reachability cone as the set of states and processes achievable within a given horizon under specified constraints. I also discuss no-go constraint markers—tools for detecting the limits of reconstruction, separability, and controllability. Overall, the book combines elements of open-systems theory, non-Markovianity, and information geometry with classical results on nonlocality and contextuality, proposing a coherent framework for interpretation and further refinements.

## ABSTRAKT

Niniejsza książka przedstawia próbę sformułowania warstwy fizycznej mechaniki kwantowej. Ma ona stanowić poziom pośredni między tym, co rzeczywiście dzieje się w świecie i w trakcie pomiarów, a tym, co opisuje formalizm teorii. Zamiast przyjmować QM jako aksjomat, traktuję ją jako skuteczny cień zjawisk powstający na skutek ograniczeń operacyjnych: skończonej rozdzielczości, lokalności oddziaływań, niepełnego dostępu do stopni swobody oraz nieuniknionej utraty informacji. Kluczową rolę odgrywa dynamika z pamięcią: wprowadzam język jader pamięci i ujęć projekcyjnych oraz pokazuję, w jaki sposób pamiętać i sprzężenia ze środowiskiem reorganizują opis z mikroskopowego na efektywny.

Strukturę relacji oraz przepływu informacji opisuję za pomocą grafów i narzędzi spektralnych, w szczególności Laplasjanu grafowego. Pojawia się pojęcie metryki efektywnej, która ujmuje koszt i dostępność przejść pomiędzy konfiguracjami, a na tej bazie definiuję stożek osiągalności jako zbiór stanów i procesów możliwych w zadanym horyzoncie przy danych ograniczeniach. Omawiam także markery ograniczeń typu no-go — narzędzia wykrywania granic rekonstrukcji, separowalności i sterowalności. Całość łączy elementy teorii układów otwartych, niemarkowowskości i geometrii informacji z klasycznymi wynikami dotyczącymi nielokalności i kontekstualności, proponując spójne ramy do interpretacji oraz dalszych uściśnień.

## SŁOWA KLUCZOWE

EN: quantum mechanics, quantum foundations, interpretation of quantum mechanics, quantum measurement, open quantum systems, decoherence, quantum information, entanglement, Bell inequality, quantum nonlocality, contextuality, quantum channels, non-Markovian dynamics, quantum tomography, quantum communication

PL: mechanika kwantowa, podstawy mechaniki kwantowej, interpretacje mechaniki kwantowej, pomiar kwantowy, układy kwantowe otwarte, dekoherencja, informacja kwantowa, splątanie kwantowe, nierówności Bella, nielokalność

kwantowa, kontekstualność, kanały kwantowe, dynamika niemarkowska, tomografia kwantowa, komunikacja kwantowa

SPIS TREŚCI

WSTĘP

Część I — Ontologia świata

1. Przedmowa
2. Cztery obrazy
3. Konwencje notacyjne i słownik pojęć
- Część II — AKSJOMATYKA KGO/IFM
4. Ontologia: świat i jego opis.
5. Aksjomat czystego wiedzenia i rola doświadczenia
6. Akton i świat aktonu:

7. Zdarzenia, zmiany i przestrzeń zdarzeń  $\Xi$

8. Panaktorium  $\Lambda$  jako przestrzeń struktur świata

9. Perspektywa i projekcja

10. Oddźwięk jako zasada

11. Aksjomaty wykonalności

Część III — SYSTEM FILOZOFIGCZNY I ONTOLOGICZNY

12. Informacja jako urzeczywistnione rozróżnienie
13. Realizm strukturalny
14. Doświadczenie jako wynik projekcji
15. Teraźniejszość jako konstrukcja ontologiczna i operacyjna
16. Stabilność i fakt
17. Oddźwięk zbiorowy
18. Efekt motyla jako ontologia pamięci
19. Granice interpretacji.

Część IV — RDZEŃ MATEMATYCZNY TEORII

20. Przestrzeń cech  $H$  i pole  $S(t) \in H$
21. Interfejs i perspektywa: projekcja  $\Pi_p$
22. Relacje w świecie i graf
23. Laplasjan grafowy jako generator dyfuzji informacji
24. Metryka efektywna jako koszt przejścia
25. Gradient i dyssypacja: mechanizm utrwalania
26. Hamiltonian i część zachowawcza
27. Struktura zespolona i geometria Kählera
28. Funkcja kosztu i potencjał rekordu
29. Operator pamięci jako splot
30. Stabilność w przestrzeni historii

31. Markowizacja przez rozszerzenie przestrzeni przepływu

Część V — GRUBE TERAZ I WZORCE W CZASIE

32. Okno historii  $W\Delta$  i grube teraz
33. Jądro teraz  $N\Delta(\tau)$  i streszczenie
34. Pamięć i streszczenie: relacja jąder
35. Wzorzec jako atraktor w przestrzeni MT
36. Rekord jako stabilny fakt
37. Metastabilność i czas życia faktu

Część VI — GEOMETRIA ODDŹWIĘKU

38. Metryka jako geometria kosztu
39. Przepływ hamiltonowski i gradientowy
40. Pamięć jako rozszerzenie przestrzeni stanu

41. Markowizacja przez historię: przestrzeń Hhist  
 42. Ograniczenia wykonalności jako stożek kierunków  
 Część VII — OGRANICZENIA, REKORD I KOSZT FAKTU jako domknięcie ontologii faktu  
 43. Stożek możliwości jako prawo świata  
 44. Rekord jako stabilny atraktor w MT  
 45. Odporność rekordu na perturbacje stożkowe  
 46. Koszt i bariera przejścia między rekordami  
 47. Rekord zbiorowy  
 Część VIII — IX — Warstwa operacyjna czyli most od IFM/KGO do formalizmu QM  
 48. Warstwa fizyczna a formalizm: mechanizm → cień → opis operacyjny  
 49. Kanon operacyjności  
 50. Trzy filtry oceny: realizm–predykcja–mechanizm  
 51. Minimum procedury empirycznej  
 Część IX — Kiedy obiekty QM są dozwolone  
 52. Obiekt cienia: stan, kanał, instrument  
 53. Stożek fizyczności formalnej  
 54. Naprawa do fizyczności jako rzut  
 55. Minimalna złożoność a reguły wyboru modelu  
 Część X — Rekonstrukcja formalizmu czyli Born, unitarność, Schrödinger  
 56. Przestrzeń Hilberta w cieniu  
 57. Superpozycja jako spójne składanie alternatyw  
 58. Reguła Borna jako ekonomia predykcji  
 59. Unitarność jako zachowanie struktury alternatyw  
 60. Równanie Schrödingera: generator i Hamiltonian  
 61. Symetrie i obserwable  
 62. Granice idealizacji formalizmu  
 Część XI — Pomiar i klasyczny limit: instrumenty, dekoherencja, nieoznaczoność  
 63. Instrument jako obiekt operacyjny  
 64. Aktualizacja i rola rekordu  
 65. Dekoherencja jako utrata faz w cieniu  
 66. Nieoznaczoność jako napięcie proceduralne  
 67. Rozróżnialność i koszt informacji  
 68. Klasyczny limit jako stabilizacja rekordu  
 Część XII — Dynamika otwarta i pamięć  
 69. Kanały CPTP i dylatacje  
 70. Reprezentacja Krausa i gałęzie  
 71. Pamięć środowiska i niemarkowowskość  
 72. Ślady historii w danych sekwencyjnych  
 73. Minimum protokołu rekonstrukcji i walidacji  
 74. Koszt naprawy do fizyczności i stabilność wniosków  
 Część XIII — Rdzeń nowości: stożek możliwości i osiągalność  $Ach(a, \tau)$  jako prawa fizyczne cienia  
 75. Zasób i wykonalność: budżety i porządek  
 76. Osiągalność  $Ach(a, \tau)$  jako zbiór obiektów cienia  
 77. Osiągalność przybliżona i tolerancja  $\varepsilon$   
 78. Metryka operacyjna i koszt osiągalności  
 79. Markery no-go jako testy granic

80. Pipeline: procedura → dane → rekonstrukcja → naprawa → marker  
 Część XIV — Interferencja: dwie szczeliny
81. Model eksperymentu: alternatywy, rekord, procedura pomiarowa
82. Amplitudy jako składanie dróg
83. Warunek widoczności i koszt rekordu
84. Dekoherencja jako pamięć środowiska
85. Eraser jako warunkowanie na rekord
86. Interpretacja w języku warstwy fizycznej  
 Część XV — Układy złożone: tensor i splątanie
87. Reguła składania układów
88. Tensor jako kompozyjność amplitud
89. Splątanie jako zasób korelacji
90. Separowalność i granice rekonstrukcji
91. Sterowalność w układach złożonych  
 Część XVI — Bell i kontekstualność
92. Korelacje i test CHSH
93. Granica kwantowa jako granica cienia
94. Ponad-kwantowe korelacje i brak sygnalizacji
95. Granice korelacji: co wybiera warstwa fizyczna
96. Kontekstualność jako ograniczenie opisu  
 Część XVII — Rezultaty niemożliwości w QM jako konsekwencje warstwy
97. Zakaz klonowania jako ekonomia informacji
98. Zakaz doskonałego rozróżniania stanów nieortogonalnych
99. Zakłócenie i granice kontroli  
 Część XVIII — Procesy wielostopniowe
100. Obiekt wielostopniowy W
101. Fizyczność formalna W
102. Porządek czasowy i osadzalność
103. Podsumowanie: mapa przejścia IFM/KGO

## BIBLIOGRAFIA

### **WSTĘP**

Niniejsza książka jest próbą uporządkowania i opisania warstwy fizycznej traktowanej tu jako poziomu pośredniczącego pomiędzy obserwowańymi procedurami pomiarowymi a formalizmem mechaniki kwantowej. Głównym przedmiotem mojego zainteresowania jest przede wszystkim to, co można powiedzieć o dynamice i strukturze świata wtedy, gdy punkt wyjścia stanowią ograniczenia operacyjne. Możliwość wykonywania pomiarów, budowania łańcuchów oddziaływań oraz rekonstruowania relacji przyczynowych na podstawie skończonych danych. Tak ujmując, formalizm QM traktuję jako skuteczny cień lub projekcję głębszej struktury — jako zapis tego, co jest dostępne obserwacyjnie.

Wywód, interpretacja oraz sposób zestawienia pojęć w całość są autorskie. Jednocześnie korzystam ze standardowego aparatu matematycznego i fizycznego: definicji, twierdzeń, narzędzi teorii grafów, teorii operatorów, równań z pamięcią, teorii układów otwartych oraz klasycznych wyników typu no-go (Bell, Kochen–Specker i pokrewne). To stanowi wspólny język współczesnej fizyki i matematyki stosowanej.

Celem książki nie jest zastąpienie mechaniki kwantowej nową matematyką, lecz zaproponowanie spójnego obrazu tego, dlaczego określony formalizm działa. Jakie ograniczenia operacyjne oraz strukturalne muszą być spełnione, aby taki formalizm mógł się pojawić. Tam, gdzie jest to możliwe, staram się rozdzielać:

część konstrukcyjną a więc przyjęte definicje i modelowanie od wynikowej a są to wnioski dotyczące osiągalności, pamięci i struktury oddziaływań, oraz interpretacyjnej czyli tego, jak rozumieć uzyskany obraz w kontekście klasycznych intuicji o rzeczywistości fizycznej.

Zachęcam czytelnika do traktowania przedstawionych tez jako propozycji badawczej tj. ramy pojęciowej, która ma porządkować i inspirować, a nie zamykać dyskusję. Jeśli w przyszłości pojawią się lepsze formalizacje lub precyzyjniejsze modele, mogą one zostać włączone do tej konstrukcji bez naruszania jej podstawowego celu. Wskazania warstwy pośredniej między doświadczeniem a formalnym opisem kwantowym.

Na końcu umieszczam bibliografię obejmującą źródła aparatu formalnego oraz klasyczne punkty odniesienia. Wszelkie ewentualne błędy i nieścisłości pozostażą moją odpowiedzialnością.

## Część I

# Ontologia świata

### 1 Przedmowa

Ta książka jest opowieścią. Za stwierdzeniem tym kryje się głębokie przekonanie, że wszystko co wiemy o świecie jest wyłącznie opowieścią, którą sobie nieustannie opowiadamy. To, co jawni nam się jako opowieść innych istot, natury i całego wszechświata jest tylko złudzeniem że mamy dostęp do ich treści i nic więcej. TO dalej jest nasza własna opowieść o tym, co wydaje nam się być słyszane. Niektóre opowieści traktujemy tak, jakby były takie same dla wszystkich, ale takie nie są. Gdy patrzymy na padający deszcz, opowieść "pada deszcz" wydaje się wspólna, ale dla kogoś krople deszczu mogą być łączami płaczącej Bogini. Języki za pomocą których snujemy tę własną opowieść mogą być różne i ciągle się splatać: może to być język nawykowych reakcji, określonego sposobu myślenia, emocji, nazwanych rzeczy, liczb, równań, praw fizyki i twierdeń matematyki, Postrzegana rzeczywistość to alfabet i reguły umożliwiające tworzenie tych opowieści. Książka ta jest ich poszukiwaniem.

W ujęciu tej książki doświadczenie nie jest dodatkiem do świata, czymś przeżywanym w głowie obok rzeczy lecz sposobem, czyniącym świat dostępnym dla opisu. Sam opis nie jest fotografią rzeczywistości, lecz procedurą rozróżniania, która ma swoje ograniczenia i własną dynamikę. Opis traktowany jako procedura wymaga aby istniało coś, co opis wykonuje, oraz to na czym ten opis się opiera. Na użytek tego będziemy używać słowa ontologia minimalizując ją do zbioru warunków, które muszą być spełnione, aby mówienie o doświadczeniu, informacji, zmianie i czasie miało sens.

W książce tej będziemy rozróżniać trzy warstwy opisu, które można nazwać roboczo ontologią, mechanizmem oraz cieniem. Warstwa ontologiczna to próba odpowiedzi, co musi istnieć i jakie relacje muszą zachodzić, aby doświadczenie i informacja były w ogóle możliwe. Warstwa mechanizmu określa jak przebiega dynamika opisu, przyjmując, że opis ma pamięć, lokalność, koszty oraz ograniczenia wykonalności. Warstwa cienia wskazuje co w praktyce jest widoczne przy ograniczonej perspektywie, z obserwacją jest projekcją, a nie bezpośred-

nim dostępem do pełnej struktury. Cieśń nie jest tu metaforą mającą sugerować nierealność świata, lecz technicznym terminem ukazującym, że obserwowany opis jest redukcją i że ta redukcja ma swoją geometrię oraz swoje nieusuwalne straty informacji.

Oddźwięk i pamięć nie będą traktowane tu jako efekt uboczny, lecz jako konstrukcja fundamentalna. To jak historia wpływa na teraźniejszość, postaramy się opisać w języku ontologii i w języku równań, a następnie zobaczyć tę samą rzeczą jako strukturę geometryczną.

## 2 Cztery obrazy

W treści książki będzie możliwa dostrzec cztery obrazy widoczne w różnych jej fragmentach z różną intensywnością.

Obraz ontologiczny porządkujący pojęcia świata, opisu, interfejsu jeszcze przed pojawiением się równań. Najważniejsze jest tu uchwytcenie tego, dlaczego doświadczenie nie jest dodatkiem do świata, lecz formą dostępu do niego, oraz dlaczego pamięć, oddźwięk i koszt nie są psychologicznymi metaforami, tylko elementami konstytucji opisu. Dopiero po zrozumieniu tego warto przejść dalej gdzie fakt zostaje zdefiniowany jako ustabilizowany rekord w dynamice ograniczonej przez wykonalność. Dalej intuicje te są precyzowane przez definicje matematyczne.

Obraz matematyczny zaczyna się od formalizmu IFM, czyli od wprowadzenia przestrzeni stanów, relacyjnej gładkości, metryki efektywnej i operatorów pamięci. Należy pamiętać, że interpretacja jest częścią konstrukcji, a nie dowolnym komentarzem.

Obraz geometryczny zaczyna się od tego, co interpretujemy jako koszt i metryka, a następnie przechodzimy do bardziej złożonego języka, w którym dynamika ma opis w kategoriach przepływów i struktur na przestrzeni stanów. Geometria nie jest tu dla ozdoby, a jest narzędziem organizacji: to ona mówi, co jest naturalnym pojęciem gradientu, co jest naturalnym pojęciem zachowania, oraz jak pamięć może zostać wchłonięta przez rozszerzenie przestrzeni stanu.

Obraz aplikacyjny zaczyna się od pojęć kosztu, wykonalności i sterowania, ponieważ tam pojawiają się obiekty, które mają znaczenie praktyczne: co można zrobić, ile to kosztuje, jakie są ograniczenia lokalności i jak historia wpływa na skuteczność działania. Jest to użyteczne, gdy się chce używać formalizmu do modelowania. Warto od razu zaakceptować, że działanie i cel są elementami konstrukcji, a nie czymś dodawanym z zewnątrz.

## 3 Konwencje notacyjne i słownik pojęć

W całym tekście będziemy używać notacji możliwie oszczędnej. Oszczędność ma znaczenie, te same intuicje mogą być zapisane w różnych językach, na przykład jako równanie ewolucji, zasada wariancyjna albo przepływ geometryczny.

Zmienna czasu jest oznaczana przez  $t$  i zakładamy, że  $t$  jest wielkością rzeczywistą. Jeżeli w danym miejscu potrzebujemy rozróżnienia pomiędzy czasem zewnętrznym a parametrem historii, to czas historii oznaczamy przez  $\tau$  i interpretujemy go jako opóźnienie względem teraźniejszości. Dla przedziału czasu,

zapis  $[0, T]$  oznacza przedział domknięty, a zapis  $(0, \infty)$  oznacza dodatnią półprostą. Używamy jednostki fizyczne są jawnie opisane, ale w większości przypadków zakładamy, jednostki są znormalizowane, tak aby równania miały postać bezwymiarową.

Przez  $H$  będziemy rozumieć przestrzeń cech, czyli przestrzeń, w której żyją stany opisu. W ujęciu tym  $H$  będzie zwykle przestrzenią Hilberta, ponieważ potrzebujemy iloczynu skalarnego i normy, aby mówić o kosztach, gładkości i gradientach. Iloczyn skalarny w  $H$  to  $\langle x, y \rangle_H$ , a norma  $\|x\|_H = \sqrt{\langle x, x \rangle_H}$ . Przy jednoznaczny kontekście indeks  $H$  może być pomijany.

Doprecyzowanie (warunki na operator  $M$ ). Przez dodatnio określony operator rozumiemy operator liniowy samosprzężony i dodatni, tzn.  $\langle x, Mx \rangle_H > 0$  dla  $x \neq 0$ , tak aby  $\langle \cdot, \cdot \rangle_M$  było iloczynem skalarnym i aby  $\|x\|_M = \sqrt{\langle x, Mx \rangle_H}$  definiowało normę.

Jeśli  $M = M(S, t)$ , zakładamy, że dla każdego  $(S, t)$  operator pozostaje dodatni (oraz w zastosowaniach: jest ograniczony lub ma jawnie określoną dziedzinę).

Stan opisu będziemy oznaczać przez  $S(t)$  i zakładając, że  $S(t) \in H$  dla każdego rozważanego  $t$ . Zapis  $S: [0, T] \rightarrow H$  określa trajektorię, czyli funkcję czasu o wartościach w przestrzeni cech. Jeżeli potrzebujemy podkreślić, że stan zależy też od miejsca w przestrzeni zdarzeń, użyjemy zapisu  $S(\xi, t)$ , gdzie  $\xi$  jest elementem przestrzeni zdarzeń, którą oznaczamy przez  $\Xi$ . W książce tej  $\Xi$  będzie przede wszystkim nośnikiem relacji co może oddziaływać na co, a jej szczegółowa struktura rozwinięta później.

Przez  $\Lambda$  będziemy oznaczać panaktorium, czyli przestrzeń struktur świata, w której można porównywać różne poziomy opisu. Przyjmijmy na razie, że  $\Lambda$  jest przestrzenią, w której obiekty typu struktura są porządkowane i rzutowane do perspektyw. W języku geometrycznym  $\Lambda$  będzie później wyposażana w metrykę, strukturę symplektyczną oraz strukturę zespoloną. Nastąpi to gdy będziemy ich potrzebować do opisu dynamiki.

Słowo świat będzie oznaczało to, co jest źródłem regularności i ograniczeń, samo opisanie tego nie ma znaczenia w danej perspektywie. Opis będzie konkretną procedurą rozróżniania, która wytwarza stan w  $H$  i która podlega ograniczeniom zasobów. Interfejs będzie oznaczał zbiór kanałów, przez które opis ma dostęp do świata, rozumianych jako ograniczenia tego, co może zostać rozróżnione i dla jakiego kosztu się to dzieje. Słowo perspektywa będzie oznaczało regułę projekcji, która wybiera z panaktorium  $\Lambda$  to, co jest operacyjnie dostępne i co staje się cieniem pełnej struktury.

Pojęcie informacja będziemy rozumieć jako urzeczywistnione rozróżnienie, czyli taki stan opisu, który rzeczywiście wybiera jedne możliwości bardziej niż inne w ramach danej perspektywy. To rozumienie jest czymś co dobrze funkcjonuje, bo w tej książce nie interesuje nas informacja jako abstrakcyjna miara, lecz jako zdarzenie w opisie, które ma jakiś koszt, stabilizuje się albo zanika. Termin zmiana będzie oznaczał różnicę stanu opisu w czasie, a zdarzenie będzie oznaczało taki element historii, który ma konsekwencje dla możliwości przyszłych rozróżnień.

Oddźwięk będzie oznaczał wpływ historii na teraźniejszość, rozumiany jako rodzaj sprzężenia zwrotnego z przeszłością. W obrazie ontologicznym oddźwięk jest zasadą, która mówi, że opis nie jest chwilowy, lecz ma ślad. W obrazie mechanizmu oddźwięk pojawi się jako operator pamięci, który modyfikuje równania ewolucji. W geometrii oddźwięk pojawi się jako struktura na przestrzeni

stanów, w której koszt i pamięć współtworzą ta samą konstrukcję.

Mówiąc o pamięci, będziemy często używać operatorów całkowych typu spłutowego. Jeżeli  $x(t)$  jest wielkością zależną od czasu, to operator pamięci  $M$  w najprostszym ujęciu można zapisać jako

$$(Mx)(t) = \int_0^\infty K(\tau) x(t - \tau) d\tau,$$

gdzie  $K(\tau)$  jest jądrem pamięci, a zmienna  $\tau$  opisuje opóźnienie. Odczytania tego równania jest następujące: wartość w chwili  $t$  jest wynikiem uśredniania historii z wagami danymi przez  $K(\tau)$ . Jeżeli jądro jest skoncentrowane przy małych  $\tau$ , to mówimy o pamięci krótkiej, a jeżeli ma długi ogon, to mówimy o pamięci ogonowej.

W analizie relacyjnej będziemy opisywać kanały informacji za pomocą grafu. Zbiór wierzchołków grafu będziemy oznaczać przez  $V$ , zbiór krawędzi przez  $E$ , a wagę relacji pomiędzy wierzchołkami  $i$  i  $j$  przez  $w_{ij} \geq 0$ . Jeżeli  $s_i$  oznacza stan związany z wierzchołkiem  $i$ , to podstawową miarą nierówności relacyjnej jest energia

$$\mathcal{E}(s) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} \|s_i - s_j\|^2 = \langle s, Ls \rangle,$$

gdzie  $L$  jest laplasjanem grafowym, a norma w pierwszym zapisie jest zgodna z normą przestrzeni, w której żyją stany w wierzchołkach. Intuicja z tym związana jest następująca: energia to suma “napięć na krawędziach. Minimalna energia jest wtedy, gdy (w spójnej składowej) wszystkie  $s_i$  są równe.

W dalszej części książki będzie to jedna z podstawowych formuł łączących koncepcję gładkości z formalizmem operatorowym.

Przez funkcjonał będziemy rozumieć funkcję, która bierze jako argument stan lub trajektorię i zwraca liczbę rzeczywistą, którą możemy interpretować jako np. jako koszt czy energię. Jeżeli  $\Phi$  jest funkcjonałem  $\Phi : H \rightarrow R$  to jego pochodna w kierunku  $h$  będzie oznaczana przez  $D\Phi(S)[h]$ , a jeżeli istnieje gradient w sensie przestrzeni Hilberta, to będziemy pisać  $\nabla\Phi(S)$  i rozumieć go jako ten element  $H$ , który spełnia relację

$$D\Phi(S)[h] = \langle \nabla\Phi(S), h \rangle_H$$

dla wszystkich dozwolonych  $h$ . Zachowujemy tym samym jednoznaczność pomiędzy pochodną jako funkcjonałem liniowym a pochodną jako wektorem, co jest szczególnie ważne wtedy, gdy w geometrii zmienia się metryka i gradient przestaje być tym samym co pochodna cząstkowa.

Lokalność będzie oznaczała ograniczenie wpływu, rozumianego tak, że nie każda zmiana może natychmiast oddziaływać na wszystko. Grafowo lokalność oznacza, że oddziaływanie przebiega wzdłuż krawędzi grafu. Wyrażona za pomocą przestrzeni zdarzeń  $\Xi$  lokalność oznacza, że istnieje sensowny odpowiednik stożka wpływu, czyli obszaru zdarzeń, które mogą zostać poruszone przez daną perturbację w danym horyzoncie czasu. Przez wykonalność będziemy rozumieć, że nie każda trajektoria jest możliwa, ponieważ opis ma ograniczone zasoby, a sterowanie ma koszt. W formalizmie te ograniczenia będą zapisywane przez stożek możliwości, tym samym stożek możliwości zyska rangę prawa świata opisu.

Stabilność będzie oznaczało odporność na perturbacje, a rekord stabilny wzorcem w rozszerzonej dynamice, czyli taki obiekt, który zachowuje się jak fakt w sensie operacyjnym, ponieważ jest trwały w obrębie dozwolonych perturbacji i ma niezerowy koszt przejścia do innego rekordu.

Symbol  $\Xi$  rezerwujemy dla przestrzeni zdarzeń, symbol  $\Lambda$  rezerwujemy dla panaktorium, a symbol  $\Delta$  będzie rezerwowany dla skali okna teraz, gdy wprowadzimy formalizm grubego teraz.

## Część II

# AKSJOMATYKA KGO/IFM

### 4 Ontologia: świat i jego opis.

Ontologia w naszym rozumieniu nie stanowi kolekcji bytów, lecz jest minimalnym szkieletem pojęć, który pozwala mówić o doświadczeniu, informacji i zmianie bez popadania w sprzeczność. Coś jest realne nie oznacza że jest metafizycznie bardzo prawdziwe, oznacza, że jest składnikiem koniecznym i bez niego nie da się wyjaśnić trzech rzeczy stabilności doświadczenia (coś może być powtarzalne i odporne na szum), kosztu opisu (dlaczego jedne opisy są prostsze od innych) oraz faktu, że różne opisy mogą dotyczyć tego samego. Jeżeli natomiast mówimy, że coś jest opisem, to znaczy to, że jest to wytwór procedury rozróżniania, a więc coś zależnego od perspektywy i interfejsu.

Sam świat jest tym, co jest źródłem ograniczeń i regularności, i nie ma znaczenia jak aktualnie jest opisywany. Świat nie traktujemy jako bezpośrednio dostępny za pomocą doświadczenia, ponieważ doświadczenie jest pewnym wynikiem, a ten jest produktem reguł dostępu. Świat nie jest tu traktowany jako zbiór obiektów. To zawsze wymaga pewnej perspektywy. Nie zagłębiając się zbytnio przyjmujemy jedynie, że istnieje zbiór możliwych sytuacji świata, który będziemy oznaczać przez  $\mathcal{W}$ , i że opis może w każdej chwili dotyczyć pewnego elementu  $w \in \mathcal{W}$ , choć nie musi być on dostępny wprost.

Za opis uważałyśmy stan rozróżniania, czyli to, co pozostaje po przejściu świata przez interfejs i perspektywę. Opis w chwili  $t$  reprezentuje stan  $S(t)$  należący do przestrzeni cech  $H$ , definiowanej jako przestrzeń, w której potrafimy mierzyć wielkości typu podobieństwo, koszt oraz gładkość. Zapis  $S(t) \in H$  umożliwia zdefiniowanie gradientu i stabilności, ale ma też sens intuicyjny: opis jest czymś, co można porównywać i co może się zmieniać w sposób ciągły lub skokowy. Nie przesądzamy tu, czy  $H$  jest skończenie czy nieskończoność wymiarowa, bo zależy to od poziomu rozdzielczości opisu, ale przyjmujemy, że istnieje norma  $\|\cdot\|_H$ , która pozwala mówić o wielkości zmiany opisu.

Istotną rolę odgrywa tu interfejs oznaczający to, co pośredniczy między światem a opisem. Analogia do zmysłów może być pomocna, samo pojęcie jest jednak szersze. Możemy traktować go jako zbiór kanałów, przez które opis otrzymuje dane i zbiorem ograniczeń mówiących co da się rozróżnić a co nie oraz ile kosztuje takie rozróżnienie. Żeby tę intuicję uczynić precyzyjną, przyjmijmy, że interfejs jest rodziną odwzorowań, które dla danego stanu świata produkują sygnał w przestrzeni sygnałów. Jeżeli kanały interfejsu oznaczymy przez  $I_c$ , a indeks  $c$  ma oznaczać rodzaj kanału, czyli

$$I = (I_c)_{c \in \mathcal{C}},$$

gdzie  $\mathcal{C}$  jest zbiorem kanałów, a każdy  $I_c$  jest odwzorowaniem z  $\mathcal{W}$  do pewnej przestrzeni sygnałowej. Ma to duże konsekwencje gdyż opis nie zależy od świata bezpośrednio, lecz zależy od tego, co interfejs z tego świata przepuszcza i w jakiej formie. Oceną tego zajmuje się perspektywa czyli reguła przejścia od sygnału do rozróżnienia. Interfejs dostarcza bowiem surowych danych, ale to właśnie perspektywa określa, co w tych danych jest operacyjnie istotne, a co nie może być rozróżnione. Perspektywa jest więc zarówno selekcją, jak i projekcją. Aby zapisać taką ideę, wprowadzamy relację nieroróżnialności na  $\mathcal{W}$ . Mówimy, że dwa stany świata  $w_1$  i  $w_2$  są nieroróżnialne względem danego interfejsu, gdy interfejs daje ten sam wynik dla obu stanów. Ujmuję tę relację  $\sim_I$  warunek

$$w_1 \sim_I w_2 \iff I_c(w_1) = I_c(w_2) \text{ dla każdego } c \in \mathcal{C}.$$

Ta relacja mówi, że w obrębie danego interfejsu  $w_1$  i  $w_2$  są tej samej klasy operacyjnej, czyli nie ma procedury rozróżniania, i mogłoby ono nastąpić po zmianie interfejsu. To właśnie jest najbardziej podstawowa postać bardzo ważnego w teorii pojęcia tzw. cienia: opis nie widzi świata, lecz widzi klasy nieroróżnialności świata.

Perspektywa w praktyce jest zwykle bogatsza niż sama relacja  $\sim_I$ , ponieważ zawiera także reguły łączenia sygnałów w jedną reprezentację (np. uśrednianie, sumowanie), czynienia sygnałów porównywalnymi i wybierania tych o większej wadze (wejście do uwagi i celu). Tu perspektywa jest mechanizmem, który zamienia dane w stan  $S(t) \in H$ . Jeżeli oznaczymy ogólne odwzorowanie od sygnału do stanu opisu przez  $\pi$ , to opis w chwili  $t$  stanowi

$$S(t) = \pi(I(w(t))),$$

gdzie  $w(t)$  jest rzeczywistym, lecz nie podlegającym obserwacji przebiegiem świata. Ten zapis to tylko ogólna koncepcja, ponieważ nie znamy ani  $w(t)$ , ani dokładnej postaci  $\pi$ , ale pokazuje istotne rzeczy: świat jest źródłem, interfejs jest filtrem, perspektywa jest projekcją, a opis jest wynikiem.

I tu ostrzeżenie, nie wolno utożsamiać świata z opisem, a jednocześnie nie wolno traktować opisu jako coś dowolnego, ponieważ uwarunkowany jest interfejsem i wykonalnością.

## 5 Aksjomat czystego wiedzenia i rola doświadczenia

Aby teoria była kompletna potrzebujemy elementu pierwotnego, który nie jest konsekwencją równań, lecz pozwala widzieć w nich sens. Będzie nim czyste wiedzenie. Słowo wiedzenie nie oznacza tutaj wiedzy, jakiejkolwiek wiedzy, w znaczeniu zdań i ich uzasadnień, lecz oznacza czysty, nagi fakt, że w ogóle dostrzegamy różnicę pomiędzy jest i nie jest, tak i nie, to samo i inne. Bez takiego aktu rozróżnienia, nie ma informacji, a jeżeli nie ma informacji, nie ma również

opisu. Aksjomat czystego wiedzenia jest bardzo oszczędny: zakładamy, że istnieje zdolność do rozróżniania, i nie wymaga to dalszego rozwijania w ramach teorii, ponieważ każda tak próba już zakładałaby rozróżnienie.

Ontologicznie oznacza to, że rozróżnienie jest zdarzeniem pierwotnym z niczego nie złożonym, i nie jest pochodną materii czy języka, ponieważ bez takiego rozróżnienia nie jest możliwe sformułowanie jakiekolwiek tezy o materii czy języku. Oznacza to, że każde doświadczenie jest możliwe tylko jako wynik procedury rozróżniania, a samo doświadczenie jest wynikiem, a nie bezpośredniem względem. Jest to bardzo ważne bo wskazuje, że opis jest zawsze ograniczony, a procedura rozróżniania ma ograniczone zasoby i działa za pomocą interfejsu.

Zmienia to rozumienie czym jest samo doświadczenie, w tym ujęciu polega ono na tym, że stanowi jakąś realizację czystego wiedzenia w danych warunkach. Doświadczenie nie jest subiektywnym odczuciem, ani obiektywnym pomiarem, lecz jest ogniwem pomiędzy światem i opisem. Traktując świat jako zbiór możliwych sytuacji  $\mathcal{W}$ , a opis jako stan  $S(t) \in H$ , przyjmujemy, że doświadczenie jest tym, co łączy  $w(t)$  i  $S(t)$  za pomocą interfejsu i perspektywy. Doświadczenia jest jednocześnie epistemiczne, jako dotyczące poznania, i ontologiczne, bo wprowadza do świata rozróżnialność.

Bardzo ważny wniosek: nie ma nagiego doświadczenia, niezależnego od interfejsu i perspektywy. Każde doświadczenie jest ubrane w to co jest możliwe do rozróżnienia i w to jak jest kosztowne.

Zauważmy, że aksjomat czystego wiedzenia nie mówi, kto lub co wie. Nie wprowadza on żadnego podmiotu a jedynie możliwość aktu rozróżnienia.

Dla pewnego porządku dodajmy jeszcze warstwę aksjomatyczną i metafizyczną. Rdzeń główny stanowią trzy aksjomaty: A1 mówi, że istnieje obiekt stanu (pole, struktura, konfiguracja), w którym zawiera się treść informacyjna. Nie zakładamy tu, że pole jest materialne lub mentalne. Mówimy tak budowana ta teoria ma jeden fundamentalny obiekt to pole  $S$ . Wszystko inne ciała, mózgi, odczucia relacje społeczne pojawią się jako funkcjonały tego pola. Aksjomat A2 wprowadza dynamikę tej treści, prawo ruchu

$$\partial_t S = F[S],$$

gdzie  $F$  jest operatorem działającym na  $S$ . Jest on sumą składników reprezentujących różne procesy: rozmywanie się i wyrównywanie informacji w przestrzeni, jaką tendencję do utrwalania pewnych struktur, zależność bieżącego stanu od historii. Może też to być wpływ struktur globalnych, uprzewilejowanie pewnych kanałów przepływu poprzez intencję czy losowe fluktuacje. Aksjomat A3 zakłada istnienie panaktorium  $\Lambda$ , czyli przestrzeni struktur świata, którą można opisać jako rodzinę światów parametryzowanych elementami pewnej przestrzeni zwanej przestrzenią parametrów. Dla każdej wartości parametru  $\lambda \in \Lambda$  istnieje aktorium, czyli pojedynczy świat, który ma własną przestrzeń zdarzeń  $X(\lambda)$ , własny zbiór możliwych czasów oraz własny operator dynamiki  $F_\lambda$ . Globalne pole informacji można więc traktować jako funkcję

$$S(\lambda, x, t),$$

która przy każdej wartości  $\lambda$  określa pole w odpowiadającym temu parametrowi świecie. Aby zachować spójność obrazu świata musimy w jakiej relacji ma się ta struktura do rzeczywistości. Służą temu celowi założenia metafizyczne które nie wynikają z aksjomatów ale są świadomymi decyzjami interpretacyjnymi.

Oznaczamy je symbolami od M1 do M5. M1 - to zasada kompletności budowanej teorii. Mówiąc o teorii ta jest fundamentalna i jest to rozumiane tak, że każde zjawisko fizyczne bądź psychiczne da się wyrazić jako pewien funkcjonał pola S, jego historii oraz parametrów pobranych z panaktoriu. Czyli zjawisko X będzie wyrażać  $X = F_X[S]$ .

Nie oznacza to, że potrafimy dziś skonstruować tę funkcję dla każdego zjawiska ale twierdzimy, że przy nieskończonych zasobach obliczeniowych i doskonałej znajomości stanu pola byłoby to możliwe. M2 to zasada parsymonii ontologicznej. Rozumiemy ją tak jeśli budowana teoria z polem S, jego dynamiką i panaktoriem radzi sobie z opisem różnych zjawisk, nie wprowadzamy dodatkowych typów bytów jeśli nie są potrzebne do wyjaśnienia czegokolwiek. I tu ważna uwaga. jeśli zjawisko materialne czy psychiczne da się zapisać jako funkcjonał pola nie ma powodu by tworzyć osobną substancję materię i osobną substancję umysłu jak dusza.

Trzecie założenie M3 nazywamy realizmem strukturalnym. W skrócie mówi on, że to co realne nie jest czymś ukrytym pod strukturą lecz samą strukturą opisywaną przez teorię. Matematyka nie jest tu jedynie narzędziem opisującym coś pierwotnego. Jej równania są właśnie rzeczywistością. Obraz jaki dają te trzy aksjomaty i trzy założenie jest już sam w sobie klarowny poszerzymy go jednak o M4 coś co można nazwać realizmem matematycznych struktur. Każda spójna i dobrze zdefiniowana struktura matematyczna jest realna. Inaczej mówiąc, każde spójne równania, z określonymi polami, przestrzeniami, operatorami i relacjami, opisują jakiś możliwy świat który być może gdzieś, jakoś istnieje. Ta konkretna teoria, z jej polem informacji  $S$ , geometrią przestrzeni zdarzeń, strukturą panaktoriu i równaniem ruchu, jest więc tylko jedną z wielu takich struktur.

Podsumujmy to następująco. Zasada kompletności mówi, że każde zjawisko fizyczne i psychiczne może być opisane jako funkcjonał pola informacji  $S$ , jego historii oraz parametrów panaktoriu. Zasada parsymonii ontologicznej zabrania nam wprowadzać dodatkowych typów bytów, jeżeli nie są one potrzebne do wyjaśnienia zjawisk i nie pojawiają się w fundamentalnej teorii. Strukturalny realizm mówi, że tym, co istnieje, jest struktura opisana przez teorię: rozmaitość zdarzeń, pole  $S$ , operatory, relacje, panaktoriu. Prowadzi do informacyjnego monizmu.

Przez informacyjny monizm rozumiem tezę, że wszystko, co jest realne w naszym kosmosie, jest albo samym polem informacji  $S$ , albo funkcjonałem tego pola. Nie istnieją osobne, pierwotne substancje materii i umysłu. Nie istnieje trzeci typ bytu, któremu można by przypisać miano czysto duchowego. Istnieje jedna jedyna warstwa ontyczna: pole informacji, z całą swoją geometrią i dynamiką, oraz różne poziomy organizacji tego pola.

W tym wszystkim brakuje jednego podstawowego faktu. Czy można mówić o istnieniu struktury która nie jest doświadczeniem kogokolwiek? Założenie M5 mówi tak oprócz struktury istnieje fakt, że struktura ta może być doświadczana. Nazywamy to czystym wiedzeniem. ISTNIEJE CZYSTE WIEDZENIE to jest kluczowe. Nie jest to element przestrzeni zdarzeń ani wektor w przestrzeni treści ani też byt dający się włączyć do równania jako dodatkowy człon. Raczej absolutnie konieczny warunek aby jakakolwiek struktura czy równanie mogły się pojawić jako coś co jest. Czyste wiedzenie jest jak czysty ekran: nie staje się z żadną postacią, nie ulega akcji, nie gra roli. Jest po prostu tym, na czym cokolwiek może się pojawić. Kiedy utożsamiamy się całkowicie z jednym światem

aktonu, z jego historią i napięciami, czyste wiedzenie pozornie jest ja. Kiedy utożsamienie słabnie, pojawia się przestrzeń widzenia form bez konieczności uznawania ich za ostateczne bez konieczności podążania za nimi i przebierania się w nie. W każdym z tych stanów ekran jest tylko ekranem.

Wprowadzenie czystego wiedzenia pełni dwie funkcje. Bez niego cała teoria pozostaje teorią w trzeciej osobie: czymś, co można sobie wyobrazić jako system równań zapisanych w nieistniejącej nigdy nie otwieranej książce. Uwzględniając czyste wiedzenie jako aksjomat fenomenologiczny, wiążemy teorię z doświadczeniem, zamiast zostawiać ją w zawieszeniu jako czysto abstrakcyjną możliwość. Kolejna rzecz. Dzięki M5 możemy uporządkować różne poziomy tego, co zwykle nazywa się ja: od czystej zdolności wiedzenia, przez akton jako konkretną strukturę świata, aż po lokalne poczucie mnie, które jest moją funkcją w tym świecie.

Trzeba mocno podkreślić, że czyste wiedzenie nie jest tu pustą przestrzenią psychiczną ani żadnym stanem, niczym co da się osiągnąć lub utracić, nie ma przeciwnieństwa. Kiedy boli głowa, czyste wiedzenie nie boli. Gdy pojawia się lęk, czyste wiedzenie się nie boi. Gdy pojawia się poczucie ja, czyste wiedzenie nie staje się ego. Wszystko to stanowi świat aktonu, czyli określone konfiguracje pola  $S$  i jego membrany  $S_a$ . Czyste wiedzenie jest tylko tym, że te formy są w ogóle dane. Można je więc nazwać nagą jawnością tym, że coś się pokazuje, zanim zapytamy, co się pokazuje i komu pokazuje.

## 6 Akton i świat aktonu:

W naturalny sposób potrzebujemy potrzebujemy obiektu, który opis wykonuje i który ma dostęp do świata przez interfejs. Ten obiekt nazwiemy aktonem. Akton nie jest z definicji człowiekiem, maszyną, cząstką, czy układem fizycznym. Jest jednostką operacyjną, czyli tym, co posiada interfejs, perspektywę i stan opisu i może podlegać dynamice wraz z pamięcią. W książce tej akton jest więc odgrywaną rolą niż konkretnym obiektem empirycznym. Daje to pewną swobodę bo pozwala stosować ten sam formalizm do systemów biologicznych, społecznych, fizycznych i innych bez zmiany podstaw języka.

Definicja aktonu zawiera trzy elementy. Akton posiada interfejs  $I$ , posiada perspektywę  $\pi$  oraz posiada stan opisu  $S(t) \in H$ , który zmienia się w czasie. To, co nazywamy światem aktonu, jest tą częścią świata, która jest operacyjnie dostępna aktonowi w danej konfiguracji interfejsu i perspektywy. Nie chodzi tu o część świata w sensie geograficznym czy fizycznym, a raczej o to co może podlegać rozróżnieniu. Trochę precyzyjnie mówiąc Świat aktonu należy rozumieć jako przestrzeń klas nieroóżnialności świata względem interfejsu aktonu. Jeżeli relację nieroóżnialności oznaczamy przez  $\sim_I$ , to świat aktonu

$$\mathcal{W}_I = \mathcal{W}/\sim_I,$$

czyli jest zbiorem klas równoważności, które interfejs potrafi od siebie odróżnić. Świat aktonu jest więc światem, jaki daje się odróżniać.

Posłużymy się analogią do aparatu fotograficznego. Każdy aparat ma obiektyw o pewnej rozdzielczości, różniące się detale mogą zostać zapisane jako ten sam piksel, jeżeli ich rozróżnienie przekracza zdolność rozdzielczą układu. W

analogii tej fotograbowany temat jest światem, aparat interfejsem, a obraz jest opisem. Klasy nieroóżnialności odpowiadają temu, co aparat widzi jako to samo. Akton w tej analogii jest aparatem z regułą przetwarzania obrazu, a świat aktonu jest przestrzenią tego, co aparat potrafi odróżnić. Tu analogia się kończy ponieważ akton będzie później posiadał pamięć i sterowanie, ale pokazuje pewne rozumienie.

Stan opisu jaki ma akton ulega zmianie, musi istnieć zatem zasada, która określa te zmiany. Należy pamiętać, że dynamika opisu jest dynamiką aktonu, a nie dynamiką świata jako takiego. Świat ma swoją dynamikę, ale akton widzi ją tylko poprzez interfejs, ma więc własny czas operacyjny, ograniczenia i pamięć.

Kolejna istotna rzecz związana z aktem. Akton ma nie tylko możliwość rozróżniania, lecz także możliwość wyboru procedur, które zmieniają konfigurację interfejsu, perspektywy czy w końcu stanu opisu. Później działanie to będzie formalizowane przez sterowanie i cel, ale warto rozumieć, że akton nie jest biernym rejestratorem świata. To układ, który tworzy opis, a tworzenie opisu jest procesem kosztownym i ograniczonym. Powoduje to konieczność wprowadzenia pojęcia wykonalności i stożka możliwości. W tym miejscu warto zaznaczyć, że dynamika aktonu ma zawsze dwa równoległe przebiegi. Pierwszy jest konstrukcyjny: opis powstaje przez interfejs, perspektywę i procedury działania, podlegając kosztom i ograniczeniom wykonalności. Drugi wewnętrzny mówi, że ten sam przebieg jawnie się jako ciągłość przebywania i jako lokalne centrum tego co wydaje się ważne organizując uwagę i cel. Oznacza to istnienie strumienia wiedzenia. Nazwę tę rezerwujemy dla faktu ciągłości doświadczenia: dla faktu, że przebieg opisu  $S(t) \in H$  może być przebywany jako jedna, spójna linia jawności, kolejne chwile nie są wtedy zbiorem niezależnych zdjęć, lecz następstwami o pewnej strukturze. W tym sensie wiedzenie nie jest dodatkiem do mechanizmu, lecz innym sposobem opisu tej samej dynamiki: formalizm mówi, jak  $S(t)$  się zmienia, a słowo strumień nazywa to, że zmiana może być dana od środka i wiadoma jako pewna ciągłość. Z tym wiąże się pojęcie autonu: lokalnego centrum ja, rozumianego tu nie jako byt dodatkowy, lecz jako reguła funkcjonowania opisu, która wyznacza, co w sygnale jest traktowane jako własne, a tym samym uprzywilejowane i podlegające sterowaniu. To, co przechodzi przez filtr autonu, staje się nośnikiem kosztu, uwagi i celu w szczególnym sensie rozumianego jako dla mnie.

## 7 Zdarzenia, zmiany i przestrzeń zdarzeń $\Xi$

Mając pojęcie aktonu i świata aktonu, możemy zdefiniować zdarzenie w sposób, który nie miesza świata z opisem. Zdarzenie nie jest tutaj punktem w czasie w sensie fizyki klasycznej ani faktem w jakiejś opowieści. Zdarzenie jest minimalnym nośnikiem zmiany, o znaczeniu operacyjnym, czyli który wpływa na to, co da się dalej rozróżnić lub kontrolować. Zdarzenie jest więc pojęciem zależnym od jakiejś relacji (Jak w stwierdzenie, że "drzewo jest blisko" - ale blisko czego?): nie istnieje zdarzenie samo w sobie niezależnie od interfejsu i perspektywy i nie jest też dowolne. Zdarzenie jest obiektem, który ma następstwa w dynamice opisu.

Aby opisać to matematycznie najprościej jest zacząć od zmiany. Zmiana w języku mechanizmu jest różnicą stanu opisu. Jeżeli opis aktonu w chwili  $t$  jest dany przez  $S(t) \in H$ , to zmiana pomiędzy chwilami  $t$  i  $t + \Delta t$  może być opisana

przez przyrost

$$\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t),$$

a w granicy, gdy  $\Delta t \rightarrow 0$ , przez pochodną  $\dot{S}(t)$ , o ile taka pochodna istnieje. W wielu sytuacjach zmiana jest ciągła i ma sens pochodnej, bywają jednak sytuacje gdy zmiana ma charakter skokowy, a opis doznaje nagłego przejścia między dwoma stanami. Musimy dopuścić i jedno i drugie, ponieważ pamięć i koszt mogą dawać zarówno płynne wygładzanie, jak i przejścia pomiędzy stabilnymi rekordami.

Zdarzenie jest teraz tym, co reprezentuje zmianę jako coś co ma jakąś strukturę i może podlegać porównywaniu, a nie tylko traktowane jako liczbowy przyrost. W tym ujęciu zdarzenie można przybliżyć jako uporządkowaną parę stanów opisu, która opisuje przejście od stanu "przed" do stanu "po". Jeżeli  $S_-$  oznacza stan przed zmianą, a  $S_+$  stan po zmianie, to zdarzenie zapisujemy jako

$$\xi = (S_-, S_+).$$

Tak rozumiane zdarzenie to nie jest jeszcze zdarzeniem świata. Jest tylko zdarzeniem w przestrzeni opisu, czyli w tym, co jest dostępne aktonowi. Źeby powiedzieć to jest zdarzenie świata, musimy uwzględnić perspektywę. Jest oczywiste, że dwie różne przemiany w świecie mogą dawać to samo zdarzenie w opisie, ponieważ perspektywa może je zlewać w jedną klasę nierozróżnialności. Tu powstaje efekt cienia: zdarzenia w opisie są projekcjami zdarzeń świata.

Określmy przestrzeń zdarzeń, którą oznaczamy przez  $\Xi$ , jako zbiór takich obiektów, które przy danym poziomie opisu uznajemy za zdarzenia. Najprościej  $\Xi$  może być po prostu zbiorem wszystkich dopuszczalnych par  $(S_-, S_+)$  w  $H \times H$ . Patrząc praktycznie  $\Xi$  jest dużo większa co wiąże się z faktem, że nie każda para stanów da się wykonać. Przy opisie o ograniczonych zasobach i lokalności, pewne przemiany są zabronione albo mają zbyt wysoki koszt. Dlatego  $\Xi$  należy rozumieć jako przestrzeń zdarzeń które dadzą się wykonać, a nie jako przestrzeń abstrakcyjnych różnic. W tak rozumianej przestrzeni naturalnie pojawia się pojęcie lokalności. Jeżeli zdarzenie jest przejściem w opisie, to lokalność można odczytać jako zasięg zdarzenia, oznacza to, że nie wszystkie składniki opisu mogą być naruszone naraz. Uogólniając, lokalność będzie oznaczała, że w  $\Xi$  istnieje sensowny odpowiednik sąsiedztwa i stożka wpływu, czyli zbioru zdarzeń, które mogą faktycznie się pojawić w danym horyzoncie czasu.

Panaktorium  $\Lambda$  porządkuje wielość światów za pomocą jednego porządku: jest przestrzenią struktur, w której porównujemy poziomy opisu i w której sens mają operacje rzutowania do perspektyw. Możemy jednak pójść dalej i dopuścić poziom meta, pojawia się wtedy rozróżnienie pomiędzy wielością światów a wielością samych języków struktur. Termin metauniwersum zachowujemy jako nazwę dla przestrzeni wszystkich spójnych struktur matematyczno-informacyjnych, rozumianej tu nie jako spis bytów empirycznych, lecz możliwości czysto formalnych. W tym ujęciu metapanaktorium jest nazwą dla porządkującej przestrzeni nad  $\Lambda$ : takiej, w której procesowi parametryzowania podlegają nie tylko stany i światy, lecz także klasy modeli, typy pól, dopuszczalne symetrie i rodzaje pamięci. Intuicja jest prosta:  $\Lambda$  pozwala odczytywać światy w jednym języku, natomiast  $\Lambda^{\text{meta}}$  pozwala porównywać ze sobą te języki.

## 8 Panaktorium $\Lambda$ jako przestrzeń struktur świata

Panaktorium  $\Lambda$  jest przestrzenią struktur świata które pojmujemy jako obiekty, mogących generować doświadczenie w wielu perspektywach, ale nie są zredukowane do żadnej z nich. Struktura jest tym, co pozostaje wspólne, gdy porównujemy różne opisy tego, co uznajemy za to samo w świecie, mimo że opisy powstają w różnych interfejsach, z różnymi kosztami. Panaktorium nie jest więc zbiorem wszystkich możliwych opisów, lecz zbiorem tego, co ma sens jako wspólny nośnik dla różnych opisów.

Przyjmijmy, że element  $\lambda \in \Lambda$  może stać się stanem świata w sensie strukturalnym, czyli takim stanem, który może zostać rzutowany do różnych przestrzeni cech. Założymy, że dla każdej perspektywy  $p$  istnieje reguła projekcji, którą zapiszemy jako

$$\Pi_p : \Lambda \rightarrow H_p,$$

gdzie  $H_p$  jest przestrzenią cech właściwą dla perspektywy  $p$ .

Poziomy opisu są sposobem organizacji tego, jak bogata jest projekcja. Kierując się tu intuicją uważałyśmy, że poziom opisu odpowiada temu, jak wiele rozróżnień jest dostępnych i ile szczegółu jest zachowane. W języku formalnym można to uchwycić przez rodzinę projekcji, które nie pamiętają części informacji. Jeżeli  $p$  i  $q$  są dwoma poziomami, przy czym  $q$  jest bardziej dokładny niż  $p$ , to naturalnym wymaganiem jest istnienie przekształcenia redukcji

$$R_{p \leftarrow q} : H_q \rightarrow H_p$$

takiego, że zachodzi zgodność

$$\Pi_p = R_{p \leftarrow q} \circ \Pi_q.$$

Znaczenie tej równości jest proste. Najpierw oglądamy strukturę w poziomie dokładnym, a potem zredukujemy ją do poziomu grubszego. Wynik ma być taki sam, jak gdyby struktura była od razu oglądana na w poziomie grubszym. Taka zgodność jest warunkiem spójności pojęcia tego samego świata w wielu rozdzielcościach.

Gdybyśmy mieli tylko świat  $\mathcal{W}$  i opis  $S(t)$ , trudno byłoby precyzyjnie powiedzieć, co znaczy, że dwie różne perspektywy dotyczą tej samej struktury, a nie tylko produkują podobne sygnały. Panaktorium pozwala powiedzieć, że to samo jest relacją w  $\Lambda$ , natomiast podobne jest relacją w przestrzeniach cech. Dzięki temu później można rozróżnić stabilność struktury od stabilności jej cienia.

Uchwycimy tę intuicję na prostym przykładzie: tej samej osoby opisywanej w różnych rejestrach. W paszporcie osoba pojawia się jako numer, zdjęcie i inne. W rozmowie jest przede wszystkim jako głosem i sposobem mówienia. Na nagraniu może występować jako sylwetka i sposób poruszania się. Są to różne opisy, powstające w różnych interfejsach i z różną rozdzielcością, ale dotyczą tego samego obiektu odniesienia. Tak rozumiemy to samo i nie znaczy to podobne, lecz odnoszące się do jednej i tej samej struktury, mimo że cienie w przestrzeniach

cech są inne. Ograniczenie tej analogii jest takie, że w naszej teorii sam wybór kanałów i reguł rozróżniania współtworzy to, co w ogóle staje się widzialne. Przykład pokazuje ideę podstawową: aby porównywać opisy, potrzebujemy przestrzeni, w której porównujemy ich wspólne odniesienie.

Dla głębszego zrozumienia powyższych idei możemy posłużyć się pojęciem reinstancji. Jest to możliwość odtwarzania wzorców organizacji informacji poza pojedynczą trajektorią w jednym świecie. W wersji minimalnej reinstancja nie oznacza powrotu tego samego jako metafory, lecz istnienie reguły przejścia pomiędzy strukturami w panaktorium, która chętniej wybiera pewne profile historii zapisane w pamięci i koszcie. Można to wyrazić przez jądro przejścia  $\mathcal{K}(\lambda \rightarrow \lambda') \geq 0$ , które mówi, jakie przejścia z jednej struktury do drugiej w danym modelu naturalne, stabilne albo tanie: struktury stają się wtedy przestrzenią, po której może błądzić mechanizm wyboru. Reinstancja odpowiada za to, czy i w jakim sensie ten sam wzorzec oddźwięku lub organizacji może powieść się ponownie w innej konfiguracji, bez tożsamości materialnej i ciągłości jednego, globalnego opisu.

## 9 Perspektywa i projekcja

W tym miejscu wprowadźmy pomocniczą ilustrację geometryczną, porządkującą intuicję interfejsu i cienia. Można myśleć o interfejsie aktomu jak o membranie  $\Sigma$  zanurzonej w świecie: nie jako fizycznej błony, lecz jako geometrycznym modelem granicy dostępu. Stan świata  $w$  jest wtedy obiektem żyjącym w pewnej przestrzeni stanów. Interfejs nie widzi całego  $w$ , tylko jego ślad na  $\Sigma$ , czyli część informacji, która może zostać zarejestrowana na granicy kontaktu. Kanały interfejsu  $I_c$  można w tej ilustracji rozumieć jako funkcjonały pomiaru na  $\Sigma$ : dla danego  $w$  produkują one sygnały  $I_c(w)$ , które zależą wyłącznie od tego, co jest dostępne na membranie.

Relacja nieroróżnialności staje się tu oczywista: dwa stany świata  $w_1$  i  $w_2$  są nieroróżnialne względem interfejsu, jeżeli mają ten sam ślad na  $\Sigma$ , co zachodzi gdy wszystkie kanały dają ten sam wynik. Perspektywa pozostaje drugim etapem: jest regułą, która z sygnału zebranych na  $\Sigma$  konstruuje stan opisu  $S(t) \in H$ . W konsekwencji zdarzenia w opisie są nadal cieniami zdarzeń świata: różne zmiany w świecie mogą pozostawać ten sam ślad na membranie i dlatego prowadzić do tego samego zdarzenia w przestrzeni opisu.

Perspektywę rozumiemy jako regułę, która zamienia sygnał w stan opisu. Doprecyzujmy to. Dokładnie znaczy, że perspektywa jest projekcją, która prowadzi do nieroróżnialności, a ta z kolei nieroróżnialność do pojęcia informacji. Warto to uchwycić, ponieważ można mówić o informacji w sposób potoczny, nie zauważając, że w tej książce informacja ma zawsze charakter operacyjny. Czyli przez perspektywę będziemy rozumieć wybór rozróżnień, które mogą być wykonane w ramach danego interfejsu i zasobów.

Wykorzystując pojęcie panaktorium  $\Lambda$ , najwygodniej jest mówić, że perspektywa  $p$  jest określona przez projekcję

$$\Pi_p : \Lambda \rightarrow H_p.$$

Projekcja oznacza tu, tyle co nieodwracalność i jest zasadą, która z definicji traci pewną część rozróżnień, gdyż inaczej nie byłaby selekcją.

Nierozróżnialność jest relacją, która mówi, kiedy dwie różne struktury w panaktorium mają ten sam cień w danej perspektywie. Prosta definicja relacji  $\sim_p$  na  $\Lambda$  ma postać warunku

$$\lambda_1 \sim_p \lambda_2 \iff \Pi_p(\lambda_1) = \Pi_p(\lambda_2).$$

Podkreślając sens tej definicji. Jeżeli  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  są różne w  $\Lambda$ , ale projekcja jednak daje taki sam wynik, to dla tej perspektywy nie istnieje rozróżnienie, które mogłoby je od siebie odróżnić. I nie jest to brak wiedzy w sensie psychologicznym, tylko obiektywną granicą w ramach danej perspektywy.

Informacja w tej książce będzie rozumiana jako urzeczywistnione rozróżnienie. interesujący jest dla nas fakt, że pewien stan opisu realnie odcina jedne możliwości i pozostawia inne. Ponieważ perspektywa dzieli panaktorium na klasy nierozróżnialności, więc informacja jest tym, co wybiera jedną klasę spośród wielu. Jeżeli w chwili  $t$  opis aktonu w perspektywie  $p$  jest dany przez  $S_p(t) = \Pi_p(\lambda(t))$ , to informacja w tym sensie jest identyfikacją klasy

$$[\lambda(t)]_p = \{\lambda \in \Lambda : \lambda \sim_p \lambda(t)\}.$$

To ważne. Informacja nie jest cechą świata samą w sobie, lecz jest cechą relacji pomiędzy światem i perspektywą. Dokładnie ta sama struktura  $\lambda$  może niesć różną informację w różnych perspektywach, ponieważ w jednej perspektywie może być rozróżnialna od innych możliwości, a w innej perspektywie może zlewać się z nimi w jedną klasę.

Operacyjność traktujemy jako coś co wiąże perspektywę z wykonalnością. Rozróżnienie jest operacyjne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje procedura, która może je wykonać przy skończonych zasobach i czasie, w ramach ograniczeń do starczonych przez lokalność. Operacyjność staje się obok teorii poznania, również teorią kosztu. Musimy jednak przyjąć, że perspektywa nie jest dowolną funkcją  $\Pi_p$ . Perspektywa jest projekcją, która jest możliwa do zrealizowania przez akton.

Dobrą przykładem operacyjności jest rozdzielcość pomiaru w laboratorium. Jeżeli urządzenie mierzy wielkość z pewną dokładnością, to wszystkie wartości w obrębie tej dokładności są w praktyce nierozróżnialne. Informacja nie polega więc na tym, że świat ma tę wielkość, tylko na tym, że wynik pomiaru odcina pewien przedział możliwości. Aby poprawić informację, musimy zapłacić kosztem, może to być czas uśredniania, energia lub skomplikowanie aparatury. Takie napięcie między rozróżnialnością i kosztem jest jednym z głównych motywów dynamiki w tej teorii.

## 10 Oddźwięk jako zasada

Wprowadzimy teraz kluczowe pojęcie, będzie nim oddźwięk. Podczas gdy perspektywa tworzy cień świata, oddźwięk mówi, że cień nie stanowi tylko chwilowego obrazu. Dzięki temu oddźwięk staje się czymś bardzo ważnym, staje się zasadą, według której przeszłość wpływa na teraźniejszość i jest to zaszyte w samym mechanizmie opisu. W klasycznej dynamice stan w chwili  $t$  determinuje przyszłość, a przeszłość natomiast zawarta w tym stanie jedynie poprzez to, że

stan aktualny jest wynikiem wcześniejszych zmian. W teorii oddźwięku zakładamy coś znacznie silniejszego: historia staje się aktywnym częścią dynamiki, ponieważ ślad przeszłych rozróżnień modyfikuje to, co jest możliwe, kosztowne lub stabilne właśnie teraz.

Pamięć w tym ujęciu nie stanowi magazynu danych, ale jest operatorem, który przekształca historię na bieżący wpływ. Żeby to uchwycić, przyjmujemy, że oprócz bieżącego stanu  $S(t)$  interesuje nas fragment historii  $S_t$ , rozumiany tu jako funkcja opóźnienia  $\tau \geq 0$  dana wzorem  $S_t(\tau) = S(t - \tau)$ . Operator pamięci jest wtedy regułą, która z  $S_t$  wytwarza element przestrzeni cech, a więc bieżący wkład historii. W najprostszym przypadku operator ten ma postać splotu z jądrem  $K(\tau)$  i zapisuje się jako

$$(MS)(t) = \int_0^\infty K(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

Ten zapis należy rozumieć w sensie operatorowym, nie zaś jako zwykłe całkowanie liczb. Jądro  $K(\tau)$  może przybierać postać skalarną, macierzową, a w ogólnym przypadku może być operatorem działającym na  $H$ . Znaczenie jego jest zawsze takie samo:  $K(\tau)$  mówi, jak silnie historia przed  $\tau$  jednostek czasu wpływa na teraźniejszość.

Ślad jest pojęciem ontologicznym, które odpowiada temu samemu obiekowi, ale od strony znaczenia i nie jest wyłącznie interpretacją lub chwilową zmianą stanu. Mówimy, że zdarzenie pozostawia ślad, jeżeli po jego zajściu zmienia się nie tylko stan  $S(t)$ , ale także reguły przyszzej ewolucji, co może działać się przez zmianę kosztu rozróżnień albo skuteczności sterowania. Jako operator ślad oznacza, że pamięci nie jest on zerowy, w języku geometrii ślad oznacza, że przestrzeń stanów musi zostać poszerzona, tak aby pomieścić aktywną historię.

Sprzężenie z historią oznacza, że równanie ruchu nie jest już zwykłym równaniem różniczkowym zależnym od  $S(t)$ , lecz ma postać równania z pamięcią. Ogólnie można to zapisać jako

$$\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t)),$$

gdzie  $F$  jest jakimś prawem dynamiki, które zależy zarówno od bieżącego stanu, jak i od bieżącego wkładu historii. W praktyce  $F$  będzie często zawierać część gradientową wynikającą z kosztu oraz relacyjną wynikającą z lokalności.

Prosty przykład, dotyczący wygładzania. Jeżeli układ bez pamięci ma tendencję do szybkiego zanikania perturbacji, wprowadzeniu pamięci może pokazać, że perturbacja daje długi ogon, a układ pamięta, że został poruszony. Wówczas wygładzanie staje się wolniejsze, i mogą pojawić się oscylacje, ponieważ historia może wzmacniać pewne tryby, tłumić natomiast inne. W języku jądra oznacza to, że  $K(\tau)$  nie jest skoncentrowane wyłącznie przy  $\tau = 0$ , lecz rozciąga się na większe opóźnienia. Intuicyjnie oznacza to, że układ nie jest tylko tym, czym jest teraz, ale jest również tym, co się z nim działo w niedawnej a nawet bardzo odległej przeszłości.

Oddźwięk nie jest tylko dodatkiem, a zasadą, która łączy ontologię czasu i formalizmem dynamiki.

## 11 Aksjomaty wykonalności

Aby teoria tego opisu nie stanowiła czystej geometrią możliwości, musimy wprowadzić ograniczenia, które określają, co jest możliwe do zrealizowania przez akton. Nazwiemy je wykonalnością. Wykonalność jest w tej teorii pojęciem o zasadniczym znaczeniu, ponieważ wtedy opis nie jest dowolnym stanem w  $H$ , lecz jest to wynikiem procesu, który zużywa zasoby, ponosi koszty, działa lokalnie i może być w jakiś sposób sterowany. Jeżeli pominiemy wykonalność, to perspektywa staje się czysto matematyczna, a oddźwięk czymś dowolnym. Przyjmując natomiast wykonalność jako prawo, powodujemy, że wiele konstrukcji staje się koniecznych, jak np. pojęcie stożka możliwości i bariery przejścia.

Wprowadzimy teraz zasadnicze pojęcia.

**ZASÓB** jest tym, co ogranicza w pewien sposób intensywność i złożoność dokonywanego rozróżniania. Może być czasem, energią, przepustowością kanału, pamięcią obliczeniową lub czymś co w danym modelu jest ograniczone. Nie ma tu jednej interpretacji, ponieważ formalizm ma być ogólny, wymagamy jednak, aby zasób był skończony w skończonym czasie. Zabezpiecza to przed modelami, w których można osiągnąć dowolny stan za darmo i ontologicznie mówi, że rozróżnianie jest jakimś procesem fizycznym, a więc kosztownym.

**KOSZT** jest funkcją, której jest ilością miarą, tego ile wydatkujemy, aby utrzymać lub zmienić opis. Najprostsza postać kosztu w horyzoncie  $[0, T]$  ma postać całki z gęstości kosztu, gęstość oznaczmy przez  $\ell$ , a całkę zapiszemy jako

$$J_{[0,T]} = \int_0^T \ell(S(t), u(t), t) dt,$$

gdzie  $u(t)$  jest sygnałem sterującym. Ten zapis jest ogólny i nie zakłada konkretnej postaci  $\ell$ . W dalszej części książki  $\ell$  będzie często rozkładać się na dwa składniki gładkości relacyjnej oraz odchylenia od celu, tu wystarczy przyjąć, że koszt jest liczbową miarą wykonalności. Bardzo ważne jest to, że jeżeli koszt jest zbyt duży, to trajektoria nie jest wykonalna w praktyce, nawet jeśli jest matematycznie dopuszczalna.

**LOKALNOŚĆ** jest ograniczeniem wpływu. Lokalność mówi, że zmiana w jednym miejscu struktury nie jest w stanie natychmiast zmienić wszystkiego. Grafowo lokalność będzie oznaczała, że interakcje przebiegają wzdłuż krawędzi grafu kanałów, a więc operator, który generuje taką zmianę, ma strukturę zgodną z grafem. Dla przestrzeni zdarzeń  $\Xi$  lokalność będzie oznaczała, że istnieje ograniczenie propagacji, które sprawia, że zaburzenia mają stożkowy zasięg. Aby wykonalność mała sens lokalność jest konieczna, bo bez lokalności można by przenosić wpływ natychmiast i bezpośrednio, a to niszczłoby sens kosztu i perspektywy. Lokalność jest więc nie tylko cechą świata, ale też warunkiem tego, że opis ma strukturę i nie jest natychmiastową globalną synchronizacją.

**STEROWANIE** jest formalnym odpowiednikiem działania aktonu. Skoro akton nie jest bierny to musi istnieć wielkość, która zapisuje jego wybory czy decyzje. Tą wielkość oznaczamy przez  $u(t)$ . Sterowanie jest pewnym stopniem swobody, dzięki któremu akton może zmieniać dynamikę swojego opisu oczywiście w granicach dozwolonych zasobów i lokalności. Jeżeli równanie ruchu bez sterowania miałoby postać  $\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t))$ , to ze sterowaniem

$$\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t), u(t), t).$$

To, że  $u(t)$  pojawia się jako argument, nie oznacza, że akton może zrobić absolutnie wszystko. Wykonalność żąda, aby sterowanie było ograniczone przez zasób. Najprostszy zapis tego ograniczenia polega na przyjęciu, że istnieje zbiór możliwych sterowań  $U(t)$  taki, że  $u(t) \in U(t)$  dla każdego  $t$ .

Aksjomaty wykonalności można więc pomieścić w jednej idei, która będzie stale obecna w konstrukcji teorii. Nie każda trajektoria opisu jest dopuszczalna, ponieważ, musi mieścić się w granicach zasobu, mieć skończony koszt, respektować lokalność wpływu i być osiągalna przez możliwe w danej sytuacji sterowanie. Idea ta zostanie sformalizowana przez pojęcie stożka możliwości, będącego lokalnym w czasie i stanie zbiorem dopuszczalnych kierunków zmiany. Podkreśmy: wykonalność nie jest dodatkiem do opisu świata, lecz jest prawem świata opisu. To prawo sprawia, że pewne różnice stają się faktami, gdyż ich odwrócenie byłoby niewykonalne, a inne zanikają, ponieważ ich utrzymanie wymagałoby dużego kosztu.

## Część III

# SYSTEM FILOZOFICZNY I ONTOLOGICZNY

## 12 Informacja jako urzeczywistnione rozróżnienie

Założyliśmy wcześniej, że informacja jest faktem operacyjnym, to znaczy takim rozróżnieniem, które zaistniało w ramach interfejsu, perspektywy i wykonalności. Dopełczymy, co dokładnie znaczy zaistniało lub zostało wykonane, ponieważ mieszają się trzy różne rzeczy: zostało rozróżnione jako klasa możliwości, zostało odczytane jako konkretna reprezentacja, co to rozróżnienie znaczy dla dalszego działania i przewidywania.

Aby to uporządkować, będziemy rozróżniać treść, odczyt i sens. Treścią informacji nazywamy tę część rozróżnienia, która dotyczy świata strukturalnego, a więc tego, co w panaktorium  $\Lambda$  dana perspektywa dopuszcza albo wyklucza. Odczytem nazywamy postać, w jakiej treść pojawia się w przestrzeni cech, czyli konkretny stan  $S(t)$  lub jego odpowiednik w danej perspektywie. Sensem nazywamy to, jak odczyt zmienia możliwości przyszłego rozróżniania i działania i jak wpływa to na koszty, cele.

Treść jest najbliższą temu, czym potocznie jest fraza o czym jest informacja, ale w tej książce musi być to zdefiniowane. Skoro perspektywa  $p$  jest dana przez projekcję  $\Pi_p : \Lambda \rightarrow H_p$ , to treść chwili  $t$  możemy traktować na równi z klasą nieroóżnialności struktury  $\lambda(t)$  w tej perspektywie. Jeżeli relację nieroóżnialności zdefiniowaliśmy przez warunek  $\lambda_1 \sim_p \lambda_2$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $\Pi_p(\lambda_1) = \Pi_p(\lambda_2)$ , to treścią jest klasa

$$[\lambda(t)]_p = \{\lambda \in \Lambda : \lambda \sim_p \lambda(t)\}.$$

Ta definicja mówi, że treścią nie jest wartość w  $H_p$ , a jest to wybór klasy możliwości w  $\Lambda$ . W tym sensie treść jest obiektem ontologicznym, jako dotycząca przestrzeni struktur, a nie przestrzeni reprezentacji.

Odczyt jest natomiast obiektem reprezentacyjnym. Jest to konkretny element przestrzeni cech, który akton posiada jako stan opisu. W perspektywie  $p$  odczyt zapisujemy jako

$$S_p(t) = \Pi_p(\lambda(t)).$$

Odczyt nie jest tym samym co treść. Różne treści mogą dawać ten sam odczyt, jeżeli perspektywa je zlewa. Jednak ten sam odczyt może występować na różnych poziomach opisu, jeżeli istnieją zgodne redukcje między poziomami. Odczyt jest więc cieniem treści w pewien sposób kontrolowanym: cieniem, będącym stabilnym produktem projekcji.

Sens jest trudniejszy, bo dotyczy przyszłości i wykonalności. Sens nie jest jakąś etykietą przypiętą do odczytu, lecz jest tym, jak odczyt wchodzi do mechanizmu, czyli do tego, co będzie dalej możliwe, tanie lub stabilne. Prosty przykład. Jeżeli czujnik pokazuje  $30^\circ\text{C}$ , sens nie polega na tym, że dopiszesz do liczby nazwę ciepło, tylko na tym, że system na podstawie tej wartości uruchamia schładzanie. W najprostszym ujęciu sens można utożsamiać z tym jak wpływa odczytu na koszty przyszłych trajektorii. Jeżeli  $J_{[t,t+T]}$  jest kosztem w horyzoncie  $[t, t + T]$ , to sens odczytu w chwili  $t$  jest tym, jak zmienia się minimalny koszt osiągnięcia pewnego celu przy możliwym sterowaniu. Sens jest relacją między stanem a stożkiem możliwości, a więc między tym, co jest i co da się zrobić.

## 13 Realizm strukturalny

Jeżeli perspektywa jest projekcją, a informacja jest wyborem klasy nieroźnialności, to naturalnie pojawia się pytanie, co tu naprawdę jest realne. I nie może to być prostym wskazaniem świat jest realny, opis nie, ponieważ opis ma dynamikę, koszty i stabilności, a te zachowują się jak prawa. Albo opis jest realny, świat nie, ponieważ wtedy nie dałoby się wyjaśnić zgodności między różnymi perspektywami ani tego, że pewne ograniczenia są wspólne niezależnie od obserwatora. Dlatego przyjmujemy tu stanowisko realizmu strukturalnego.

Realizm strukturalny wymaga przyjęcia, że realne są te elementy konstrukcji, które są nieusuwalne i wspólne dla wielu perspektyw, a więc te, które dają się opisać jako struktury i relacje w panaktorium  $\Lambda$  i jako ich niezmienniki względem projekcji. Wprawdzie nie znamy istoty świata w sensie pełnego zestawu jego własności, lecz twierdzimy, że istnieje warstwa strukturalna, która jest stabilna przy zmianie perspektywy i taka która ogranicza możliwe cienie. Jeżeli dwie perspektywy  $p$  i  $q$  są różne, a jednak dają spójne przewidywanie w zakresie tego, co jest wykonalne i jakie stabilności mogą się pojawić, to taka spójność jest interpretowana jako pochodząca od realnej struktury, a nie jako przypadkowa zbieżność.

Cień natomiast zależy od perspektywy w istotny sposób. Cieniem jest w szczególności odczyt  $S_p(t) = \Pi_p(\lambda(t))$ , ponieważ jest on wynikiem projekcji, a więc daje możliwości odtworzenia  $\lambda(t)$  bez dodatkowych założeń. Cieniem są również wielkości obserwowlane, definiowane w przestrzeni cech, które zmieniają się, gdy zmienia się metryka efektywna, rozdzielcość czy kanały interfejsu. Cień nie jest w tu iluzją. Jest realnym stanem aktonu, ma koszt i konsekwencje dla działania. Jest to jednak realizm w innym sensie niż struktury w  $\Lambda$ . Jest bowiem realny jako stan procesu opisu, a nie jako struktura świata niezależna od perspektywy.

Realizm strukturalny pozwala też wyjaśnić, dlaczego w tej teorii fakt nie jest prostą własnością zdania, lecz jest stabilną strukturą w dynamice. Jeżeli realne są struktury, to fakt jest realny wtedy, gdy jest strukturą stabilną pod wykonalnymi zaburzeniami, a nie, gdy jest tylko chwilowym odczytem. W tym sensie cień może być zmienny, a struktura może być trwała, może być też odwrotnie, gdy cień stabilizuje się w rekord.

## 14 Doświadczenie jako wynik projekcji

W tej książce doświadczenie jest rezultatem, a nie pierwotnym materiałem. Wykonanie oznacza tu konkretny stan opisu, powstający w wyniku przejścia od świata do cienia przez interfejs i perspektywę. Istotną rolę gra również ograniczenie wykonalności. Skoro doświadczenie jest wynikiem, to jego kształt musi zależeć od reguł mówiących jak jest wytwarzane, a więc od tego, sposobu działania projekcji i jej kosztów.

Najprostszy zapis tej idei wykorzystuje wprowadzone wcześniej odwzorowanie projekcji. Jeżeli rzeczywista, strukturalna trajektoria świata jest reprezentowana w panaktorium przez  $\lambda(t) \in \Lambda$ , a perspektywa  $p$  jest dana przez  $\Pi_p : \Lambda \rightarrow H_p$ , to w perspektywie tej doświadczenie jest stanem

$$S_p(t) = \Pi_p(\lambda(t)).$$

Ten zapis określa, jak  $S_p(t)$  się zmienia, mówi jednak coś bardziej podstawowego: to, co jest dane w doświadczeniu, jest już obrazem, który powstał przez projekcję. Nie wiadomo, co zostało utracone, poza tym, że utrata objawia się jako nieroźróżnialność.

Ograniczenia wykonalności sprawiają, że projekcja nie jest dowolna. Perspektywa musi być realizowana w czasie, przy zasobach które są skończone, zachowując lokalność i możliwość sterowania. To oznacza, że doświadczenie jest nie tylko wycinkiem świata, ale jest też uzgodnieniem pomiędzy tym, co można rozróżnić, a tym, co się opłaca. W tej teorii kompromis ten to nie jest decyzja psychologiczna, to prawo dynamiki funkcjonujące na gruncie tej teorii. Ważne że koszt i gładkość relacyjna będą działać jak siły, które popychają opis w stronę pewnych stanów, a pamięć będzie utrzymać jedne wzorce i wygaszać inne. Dopeccyjmy, że doświadczenie jest wynikiem projekcji w obecności pamięci. Jeżeli oddźwięk jest zasadą, to perspektywa nie działa na chwilowy stan świata, lecz ogólnie na świat w tym sensie, że świat jest dostępny przez historię doświadczenia. Inaczej mówiąc doświadczenie w chwili  $t$  nie jest zależne wyłącznie od  $\lambda(t)$ , lecz zależy także od tego, jak akton doszedł do tej chwili. Na poziomie opisu

oznacza to, że  $S_p(t)$  jest wplecone w historię, która wpływa na przyszłość. Na poziomie ontologii oznacza to, że doświadczenie jest wytwarzane w czasie i przez czas, a teraźniejszość jest tworem operacyjnym, a nie punktem metafizycznym.

Analogią, która dobrze pokazuje rolę ograniczeń, jest sytuacja w której obserwujemy coś przez wąską szczelinę. Patrząc na zmieniający się świat przez szczelinę, widzimy tylko fragment sceny, zależny od tego, gdzie szczelina jest ustawiona. Jeżeli przesuwanie szczeliny wymaga kosztu, to nie możemy przejeździć całej sceny dowolnie szybko. Wtedy doświadczenie jest wynikiem ruchu szczeliny, przepustowości, i pamięci tego, co było widziane wcześniej. W naszej teorii szczelina jest interfejsem, reguła jej ustawienia perspektywą, a pamięć jest oddźwiękiem. Doświadczenie jest więc cieniem, która powstaje w ramach prawa wykonalności.

## 15 Teraźniejszość jako konstrukcja ontologiczna i operacyjna

Czas w tej teorii nie jest po prostu parametrem, który etykietuje kolejne chwile, choć potrzebny jest to w równaniach. Czas to sposób organizacji zmiany i pamięci. Jeżeli doświadczenie jest wynikiem projekcji, a oddźwięk jest zasadą, to teraźniejszość nie jest izolowanym punktem. Teraźniejszość to to, co jest operacyjnie dostępne jako teraz w ramach perspektywy i wykonalności, i zależy od tego, jak historia jest opisywana i jak szybko akton może aktualizować swój opis.

Równania dynamiki wymagają parametru czasu  $t$ , i w tym sensie mówimy o trajektorii  $S(t) \in H$  oraz o zmianie wyrażonej przez  $\dot{S}(t)$ , jeżeli pochodna istnieje. Jest to neutralne ontologicznie, dopóki nie przypiszemy mu znaczenia. Znaczenie pojawia się wtedy, gdy pytamy, czym w opisie jest teraz. W klasycznej dynamice odpowiedź jest prosta: stan w chwili  $t$  jest wystarcza, aby określić przyszłość, a więc teraźniejszość jest utożsamiona z  $S(t)$ . W dynamice z pamięcią ta utożsamienie przestaje nie może być poprawne, ponieważ przyszłość zależy od historii.

Jeżeli operator pamięci ma postać splotu z jądrem  $K(\tau)$ , to bieżący wpływ historii

$$(MS)(t) = \int_0^\infty K(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

A to znaczy, że teraz nie jest punktowe, bo jeżeli chcemy policzyć prawą stronę równania ruchu, musimy znać wartości  $S(t - \tau)$  dla wielu  $\tau > 0$ . W tym sensie teraźniejszość jest obiektem rozszerzonym, ponieważ zawiera w sobie streszczenie historii. Oznacza to, że ontologicznie teraźniejszość jest związana z pamięcią, a nie z chwilą.

Operacyjna teraźniejszość wynika z ograniczeń wykonalności. Akton nie ma możliwości przetwarzania nieskończonej historii z nieskończoną rozdzielcością. Jeżeli nawet historia jest formalnie potrzebna, to w praktyce musi zostać streszczone przez pewien operator, który jest wykonalny. Najprostszym obrazem takiego streszczenia jest uśrednienie po niedawnym fragmencie historii. Jeżeli  $\Delta > 0$  jest skalą operacyjną, a  $w(\tau)$  jest wagą znormalizowaną na  $[0, \Delta]$ , to można zdefiniować obiekt, który zachowuje się jak operacyjne teraz:

$$S^{(\Delta)}(t) = \int_0^{\Delta} w(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

Ten zapis jest ilustracją mechanizmu: teraźniejszość jest tym, co akton potrafi wydobyć z historii jako stan, na którym znajduje oparcie. Jeżeli  $\Delta$  jest małe, teraźniejszość jest wąska ale bardziej wrażliwa na szum. Jeżeli  $\Delta$  jest duże, teraźniejszość jest grubsza, stabilniejsza, ale trudniejsza do rozdzielenia. To napięcie pomiędzy rozdzielcością a stabilnością jest konsekwencją wykonalności i będzie powracać w konstrukcji rekordu.

Zmiana w tej perspektywie nie jest tylko różnicą  $S(t + \Delta t) - S(t)$ , lecz jest przejściem pomiędzy strukturami, mającymi historię. To oznacza, że zdarzenie nie jest w pełni opisane za pomocą stanów chwilowych, ale przez fragment historii, i sposób, w jaki ten fragment historii modyfikuje przyszłe koszty i możliwości. W języku ontologicznym oznacza to, że czas i zmiana są splecone z oddziaływaniem: przeszłość jest realna w tym sensie, że działania, a nie tylko bycie.

W znaczeniu zwykle rozumianym w słowie czas zawarte jest to, że pewne zdarzenia są przed innymi i istnieje rzecznik miara zmiany. W tej teorii porządek następstwa jest minimalnym warunkiem opisu, ale miara zmiany jest zależna od perspektywy, ponieważ zależy od tego, jak akton rozcina historię, co jeszcze wpływa i co już nie wpływa. W tym sensie teraźniejszość jest konstrukcją: jest granicą operacyjną pomiędzy historią aktywną a historią nieaktywną.

Tak rozumiana teraźniejszość jest ontologiczna i operacyjna.

## 16 Stabilność i fakt

W tej książce słowo fakt nie określa zdania, które jest prawdziwe, lecz będzie oznaczać trwałego elementu dynamiki opisu. Wynika to stąd, że traktujemy doświadczenie jako wynik projekcji oraz wykonalność jako prawo. Fakt ma być czymś, co utrzymuje się jako struktura mimo zmienności cienia i mimo zaburzeń. Jeżeli układ znajduje się w pewnym stanie opisu i zostanie lekko poruszony, to stabilność oznacza, że układ wraca do podobnego stanu, albo chociaż za bardzo się od niego nie oddala. W układach klasycznej dynamiki: istnieje stan równowagi, trajektorie w ułożone w jego w pobliżu, często zbliżają się do niego. W układach z pamięcią stabilność jest bardziej złożona, ponieważ zaburzenie może działać nie tylko tu i teraz, ale może także zmienić przeszłość za pomocą śladu w historii. Zmusza nas to do rozszerzenia rozumienia stabilności: chodzi o to czy  $S(t)$  pozostaje blisko i streszczenie historii pozostaje również, a więc to, co naprawdę determinuje przyszłość.

Rekordem będziemy nazywać taką strukturę w opisie, która zachowuje się jak fakt, ponieważ jest stabilna w czasie i mająca własny koszt przejścia. Rekord zatem nie jest pojedynczym odczytem  $S(t)$ , lecz jest raczej wzorcem, do którego opis ma tendencję powracać, i utrzymanie jego jest względnie tanie, zaś odejście wymaga kosztu. Intuicyjnie rekord można porównać do nawyku w dynamice zachowania. Nawyk nie opisuje się najlepiej przez jedną chwilę, lecz przez fakt, że układ często wraca do pewnych stanów, że te stany są stabilne, a zmiana wymaga wysiłku. W naszej teorii wysiłek jest kosztem, a wracanie to właściwością dynamiki.

Warto od razu podkreślić, że rekord nie musi być absolutnie trwały i może mieć określony czas życia, a stabilność zachowywać tylko w pewnym zakresie zaburzeń i tylko w ramach wykonalności. Gdy dopuszcza się tylko zaburzenia, które mieszą się w stożku możliwości, jest faktem on operacyjnym, ponieważ w tym zakresie jest niepodważalny. Dla zaburzeń większych, lub zmiany perspektywy, rekord może się rozpaść albo zostać wymieniony na inny. Znana z codziennego języka zmiana faktów, jest tu często zmianą stożka możliwości lub perspektywy, a nie magiczną zmianą świata.

Fakt nie jest tutaj czymś, co istnieje niezależnie od czasu, lecz czymś, co przejawia się w czasie jako stabilny wzorzec.

## 17 Oddźwięk zbiorowy

Akton jw naszym rozumieniu to jednostka, która posiada interfejs, perspektywę i stan opisu. Jednak wiele zjawisk, stanowiących dla nas realne struktury świata ma charakter zbiorowy. Język, rynek, ekosystem, zjawiska fizyczne, opisywane jako pola, nie są własnością pojedynczego punktu obserwacji. Powstają z oddziaływania wielu jednostek, gdy ich opisy zaczynają się wzajemnie uzgadniać. Nazywamy to oddźwiękiem zbiorowym.

Oddźwięk zbiorowy polega na tym, że historia nie jest ograniczona do wnętrza jednego aktonu ale staje się częścią warunków dynamiki innych aktonów. Mówiąc ogólnie ślad nie jest zamknięty, lecz jest komunikowany. Wyobraźmy sobie rodzinę aktonów indeksowanych przez  $a \in \mathcal{A}$ , z własnymi stanami opisu  $S_a(t) \in H_a$ . Gdy istnieje relacja komunikacji, to dynamika jednego aktonu zależy od stanów innych. Najogólniej zapis tego stanowi układ równań

$$\dot{S}_a(t) = F_a(S_a(t), (MS_a)(t), \{S_b(t)\}_{b \in \mathcal{N}(a)}, t),$$

gdzie  $\mathcal{N}(a)$  jest tu zbiorem aktonów, z którymi  $a$  jest sprzężony. Ten zapis pokazuje istotę rzeczy: w oddźwięku zbiorowym pojawia się nowy sposób wpływu, w którym lokalność i wykonalność są realizowane poprzez strukturę relacji pomiędzy aktonami.

Kiedy wiele aktonów tworzy jedną strukturę, oznacza to, że w ich dynamice pojawia się wspólny rekord, czyli taki stabilny wzorzec, do którego wszystkie są przyciągane, i nie chodzi o to, że aktony przekazują to samo, tylko że ich różne przekazy są projekcjami czegoś wspólnego.. Zgodność nie oznacza, że odczyty są takie same, bo różne aktony mogą mieć różne interfejsy. Zgodność oznacza istnienie poziomu strukturalnego w  $\Lambda$ , który jest wspólny i ogranicza wszystkie cienie.

Wyobraźmy sobie węża na weselu. Każda osoba w korowodzie to osobny akton: ma własny interfejs (co czuje i na co reaguje) i własną przestrzeń cech — ktoś widzi tylko plecy osoby, czuje tempo jej kroków, ktoś inny czuje nacisk dłoni na ramieniu i słyszy głównie perkusję, a inny patrzy kątem oka na zakręt przy stołach. Ich odczyty nie są więc identyczne, bo różne są zestawy sygnałów i czujniki.

A jednak, wąż naprawdę działa jako jedna całość i w ich dynamice pojawia się wspólny rekord: stabilny wzorzec, do którego wszyscy są przyciągani. Tym rekordem może być wspólny rytm muzyki, kierunek poruszania się węża, utrzy-

manie jego ciągłości i płynne zakręcanie. To jest ten poziom strukturalny w  $\Lambda$  — coś wspólnego i bardziej globalnego niż wrażenia pojedynczej osoby.

Akton widzi tylko swój cień w tej strukturze: lokalny opis typu teraz przyspiesz, zwolnij, skrć lekko w lewo. Zgodność projekcyjna polega na tym, że te różne cienie — choć nieidentyczne — dają się ze sobą pogodzić, bo są rzutami tego samego poziomu  $\Lambda$ . I to powoduje, że  $\Lambda$  narzuca ograniczenia na wszystkie cienie: nie można nagle stanąć w miejscu, skrucić ostro bez sygnału, bo wtedy lokalny cień przestaje pasować do wspólnej struktury i wąż się rwie. Gdy wszystko przebiega dobrze, różne aktony nie muszą robić tego samego, ich działania pozostają kompatybilne z jednym, wspólnym rekordem.

Oddźwięk zbiorowy jest ważny ontologicznie, gdyż pozwala zrozumieć, pewne fakty jako wspólne. W wielu aktonach może powstać rekord zbiorowy, który jest faktem wspólnym. Taki fakt to nie suma prywatnych doświadczeń, lecz stabilny wzorzec w sieci oddziaływań, który utrzymuje się dzięki temu, bo jest wzajemnie podtrzymywany.

## 18 Efekt motyla jako ontologia pamięci

Efekt motyla bywa łączony z chaosem deterministycznym i z dużą zależnością od warunków początkowych. W teorii chcemy nadać temu pojęciu sens ontologiczny, związanym z pamięcią. Interesuje nas mechanizm, w którym mała zmiana w historii może zostać wzmacniona w przyszłości i nie wynika to z tego, że dynamika jest chaotyczna w sensie klasycznym, ale związane jest z pamięcią długich ogonach, wskutek czego przeszłość pozostaje aktywna przez długi czas. Wtedy nawet drobne zdarzenie może mieć trwały ślad, który wolniej lub szybciej akumuluje wpływ.

Wróćmy do operatora pamięci w postaci splotu. Jeżeli dwie trajektorie opisu,  $S(t)$  i  $\tilde{S}(t)$ , różnią się od siebie niewiele w jakimś odległym fragmencie historii, to różnica w bieżącym wkładzie historii jest dana przez

$$(MS)(t) - (M\tilde{S})(t) = \int_0^\infty K(\tau) (S(t-\tau) - \tilde{S}(t-\tau)) d\tau.$$

Jeżeli  $K(\tau)$  szybko zanika, to odległa przeszłość ma mały wpływ i różnice w odległej historii są tłumione. Jeżeli jednak  $K(\tau)$  ma długi ogon, to odległa przeszłość pozostaje widoczna w teraźniejszości. Wtedy mała różnica może przetrwać bardzo długo, a nawet może mieć ogromny wpływ, jeżeli dynamika wykorzystuje wkład pamięci wzmacniając go.

Rozróżnienie między wzmacnieniem a brakiem tłumienia jest istotne. Długi ogon pamięci sam w sobie może nie powodować uwypuklenia różnic, powoduje jednak, że różnice nie znikają, a to już jest ontologicznie ważne, ponieważ zmienia status przeszłości. Przeszłość staje się czynnikiem sprawczym. W układach powiązanych, gdzie istnieje oddźwięk zbiorowy, długie ogony pamięci mogą dość skutecznie prowadzić do tego, że ślad jednej jednostki rozchodzi się w sieci i zostaje podchwycony przez innych. Oznacza to, że mała różnica może stać się strukturą zbiorową.

Efekt motyla w tej ontologii polega więc na tym, że istnieją klasy pamięci, w których historia ma długiego zasięgu. W takim świecie nie wystarczy znać stanu teraz, ponieważ znaczenie mogą mieć również bardzo odległe zdarzenia.

Analogią, która dobrze oddaje intuicję, jest mieszanie barwnika z cieczą o bardzo malej dyfuzji. Jeżeli dyfuzja jest silna, barwnik szybko się rozprasza i ślad początkowego plamienia znika. Jeżeli dyfuzja jest słaba, ślad utrzymuje się dłucho, a drobne różnice w początkowym rozkładzie będą widoczne przez długi czas.

## 19 Granice interpretacji.

Każda teoria, która łączy ontologię z formalizmem, musi wskazać, co rozstrzyga, a czego nie jeszcze nie.

Pierwszym rozstrzygnięciem teorii jest to, że doświadczenie ma charakter projekcyjny i projekcja ta jest nieodwracalna w sensie informacyjnym. Opis nie jest więc pełnym obrazem świata, lecz jest cieniem, który pomija pewne rozróżnienia. To rozstrzygnięcie jest podstawą dla pojęć nieroóżnialności, treści i odczytu, i powoduje, że realizm strukturalny jest naturalnym stanowiskiem. Teoria nie obiecuje dostępu do pełnej struktury  $\lambda \in \Lambda$  na podstawie jednego cienia, ale zakłada identyfikowania niezmienników strukturalnych analizując spójność wielu cieni.

Drugim jest to, że oddźwięk, czyli aktywna rola historii, jest zasadą, a nie efektem ubocznym i w mechanizmie dopuszczaśmy równania z pamięcią jako prawo dynamiki opisu. Teoria nie zakłada, że pamięć zawsze jest krótka ani że można ją zawsze zacieśnić do stanu chwilowego, choć w pewnych klasach pamięci jest to możliwe. Z tego rozstrzygnięcia wynika, że teraźniejszość ma charakter rozszerzony, a pojęcie ma tylko charakter operacyjny.

I po trzecie wykonalność jest prawem. Teoria nie uznaje za mające sens modeli, w których można osiągnąć dowolny stan bez kosztu albo ograniczeń lokalności.

Co teoria celowo pozostawia otwarte? Teoria nie rozstrzyga, czym jest świat w sensie substancialnym, nie podaje metafizycznej listy składników rzeczywistości. Teoria operuje na poziomie struktur i relacji, a więc jest zgodna z różnymi ontologiami substancji, o ile spełniają one warunki projekcji, oddźwięku i wykonalności. Teoria nie rozstrzyga jaki jest nośnik aktonu. Akton jest rolą operacyjną i może być realizowany przez system biologiczny, techniczny lub fizyczny, o ile posiada interfejs, perspektywę, stan opisu i pamięć.

Nie jest też ustalone jaka jest dokładna postać praw dynamiki w konkretnych zastosowaniach. Budujemy tu wprawdzie aparat pojęciowy i formalny, ale nie twierdzimy, że jedna postać równania opisze wszystkie zjawiska. Rozstrzygamy jednak typ konstrukcji: dynamika ma postać pola informacyjnego z pamięcią, koszty są funkcjonalami, lokalność relacją, a stabilność i fakt mają postać rekordów w dynamice. Daje to możliwość budowania różnych modeli szczegółowych.

# Część IV

## RDZEŃ MATEMATYCZNY TEORII

### 20 Przestrzeń cech $H$ i pole $S(t) \in H$

Część ta stanowi przejście od ontologii do języka mechanizmu. Mechanizm ma opisywać to, jak zmienia się opis, gdy działa perspektywa, uwzględniając koszt, lokalność i oddźwięk. Określmy, czym matematycznie jest stan opisu. Wprowadźmy przestrzeń cech  $H$ , która będzie stanowić nośnik opisów.

Przestrzeń  $H$  rozumiemy jako przestrzeń, w której porównywanie stanów jest sensowne i w której możemy mierzyć różnicę między opisami oraz określić wielkość zmian. Najwygodniejszą klasą przestrzeni do tego celu jest przestrzeń Hilberta z uwagi na iloczyn skalarny i normę. Przyjmujemy zatem, że  $H$  jest przestrzenią Hilberta z iloczynem skalarnym  $\langle \cdot, \cdot \rangle_H$  oraz normą  $\|x\|_H = \sqrt{\langle x, x \rangle_H}$ . Ten wybór nie jest kaprysem, tylko narzędziem, które pozwoli później mówić o np. gradientach.

Stan opisu w chwili  $t$  oznaczamy przez  $S(t)$  i zakładamy, że  $S(t) \in H$ . Słowo pole oznacza zmienną w czasie, która jest globalnym opisem świata aktonu przy określonym poziomie rozdzielczości poziomie rozdzielczości. Pole  $S(t)$  jest zatem obiektem, który zawiera w sobie to, co akton w danej chwili rozróżnia, w jakiej postaci to koduje.

Mamy tu dwa poziomy. Poziom stanu jest matematyczny:  $S(t)$  jest elementem przestrzeni  $H$  i podlega równaniom. Poziom opisu należy do interpretacji:  $S(t)$  jest cieniem struktury w  $\Lambda$  w danej perspektywie i ma sens tylko jako wynik projekcji oraz wykonalności. To ważne, ponieważ nie będziemy pisać równań dla świata, a tylko dla opisu świata, czyli dla cienia.

Intuicja jest dość prosta. Można myśleć o  $H$  jako o przestrzeni złożonej z wektorów cech. Jeżeli opis jest zestawem cech takich jak natężenia, prawdopodobieństwa lub inne wielkości związane z rozróżnianiem, to  $S(t)$  jest wektorem, który te cechy zbiera w jedną strukturę. Przy licznych bądź ciągłych cechach,  $H$  może być nieskończonie wymiarowa, na przykład może być przestrzenią funkcji. Dla cech dyskretnych,  $H$  może być po prostu  $\mathbb{R}^n$  z klasycznym iloczynem skalarnym. Sens jest zawsze ten sam:  $H$  to język dla opisu, nie dla świata samego w sobie.

### 21 Struktura komunikacji w polu

Lokalność w tej teorii oznacza, że opis nie jest jak jednolite ciało, lecz ma strukturę kanałów połączonych tylko pewnymi drogami wpływu. Dla matematycznego opisu wprowadzamy graf relacji. Graf jest narzędziem, które pozwala mówić o sąsiedztwie czy przepływie bez zakładania jakiejś geometrii przestrzennej. Ważne jest to wtedy, gdy bliskość nie jest geograficzna, ale informacyjna albo strukturalna.

Niech  $V$  będzie zbiorem wierzchołków, a każdy wierzchołek  $i \in V$  stanowi reprezentację kanału lub składowej opisu. Niech  $E$  będzie zbiorem krawędzi.

Krawędź  $(i, j) \in E$  oznacza, że kanały  $i$  i  $j$  mogą bezpośrednio na siebie oddziaływać. Źeby ilościowo opisać siłę tego wpływu, przypisujemy wagę  $w_{ij} \geq 0$ , która mówi, jak intensywnie kanały  $i$  i  $j$  są sprzężone. W ten sposób otrzymujemy graf ważony, oznaczając go będziemy przez  $G = (V, E, w)$ .

Jeżeli opis jest polem  $S(t) \in H$ , to w ujęciu kanałowym myślimy o nim jako o rodzinie składowych  $S_i(t)$ , po jednej dla każdego  $i \in V$ . Najprościej jest założyć wszystkie składowe żyją w tej samej przestrzeni cech, a więc  $S_i(t) \in \mathbb{R}^d$ , i wtedy cały opis jest wektorem złożonym  $S(t) = (S_i(t))_{i \in V}$  a  $H$  można utożsamić z  $\mathbb{R}^{d|V|}$  o naturalnym iloczynie skalarnym. Jeżeli jednak kanały są różnego typu, przestrzenie  $H_i$  mogą być różne, a wtedy  $H$  jest scaleniem tych przestrzeni w jedną przestrzeń globalną. Utrzymujemy, że istnieje sens porównywania  $S_i(t)$  i  $S_j(t)$  wzduż krawędzi grafu, ponieważ relacja oznacza możliwość wpływu.

Graf relacji można czytać dwójako i przeplata się to w całej teorii. Graf opisuje komunikację, mówiąc, jakie kanały mogą wymieniać informację. Graf opisuje ograniczenie wykonalności, bo mówi, że wpływ musi biec po krawędziach, a więc nie może być natychmiast globalny. W tym sensie graf staje się opisem lokalności.

Dobrą analogią jest sieć termiczna. Węzły mogą oznaczać fragmenty materiału, a krawędzie mogą oznaczać kontakt cieplny. Jeżeli w gdzieś podniesiemy temperaturę, to informacja o tej zmianie rozchodzi się do sąsiadów, a następnie dalej. Nie ma skoku natychmiastowego do węzłów odległych, bo propagacja jest lokalna. Tu zamiast temperatury mamy komponenty opisu, a zamiast przewodnictwa mamy wagi  $w_{ij}$ .

Drugą analogią jest sieć społeczna. Węzły mogą oznaczać osoby, a krawędzie kanały kontaktu. Opinia jednej osoby wpływa szybciej na jej bliskich sąsiadów niż na osoby, z którymi nie ma połączenia. Wtedy graf relacji formalnie modeluje ograniczenia komunikacji.

## 22 Laplasjan grafowy

Skoro opis jest rozłożony na kanały połączone grafem, potrzebujemy możliwości zmierzenia tego, na ile pole  $S(t)$  jest spójne i gładkie względem relacji. Spójność możemy rozumieć tak, sąsiednie kanały nie różnią się znacząco, chyba że jest to spowodowane kosztem lub sterowaniem. Matematycznym obiektem, który mierzy tę spójność, to laplasjan grafowy.

Zacznijmy od najprostszej definicji w przypadku skalarnego pola  $s: V \rightarrow \mathbb{R}$ . Dla wierzchołka  $i$  definiujemy stopień ważony

$$d_i = \sum_{j \in V} w_{ij}.$$

Niech  $W$  będzie macierzą wag o elementach  $W_{ij} = w_{ij}$ , a niech  $D$  będzie macierzą diagonalną o elementach  $D_{ii} = d_i$ . Definicja Laplasjanu grafowego jest następująca

$$L = D - W.$$

Uwaga

Dalej zakładamy graf nieskierowany z wagami symetrycznymi  $w_{ij} = w_{ji} \geq 0$  oraz  $w_{ii} = 0$ .

Wtedy Laplasjan  $L = D - W$  jest symetryczny i dodatnio półokreślony, a równość  $E(s) = \langle s, Ls \rangle$  a także standardowa interpretacja dyfuzji na grafie obowiązuje bez dodatkowych poprawek.

Dla grafów skierowanych lub niesymetrycznych wag trzeba zastosować odpowiednią symetryzację i wtedy postać  $E(s) = \langle s, Ls \rangle$  nie wynika automatycznie z definicji  $L = D - W$ .

Laplasjan z wektora  $s = (s_i)_{i \in V}$  tworzy nowy wektor  $(Ls)_i$ , interpretowany jako relacyjna różnica pomiędzy wartością w węźle a średnią ważoną wartości sąsiadów.

Najważniejsza własność laplasjanu nie polega jednak na samym wzorze  $L = D - W$ , ze związku z energią spójności. Dla tak zdefiniowanego funkcjonału

$$\mathcal{E}(s) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} (s_i - s_j)^2,$$

zachodzi równość

$$\mathcal{E}(s) = \langle s, Ls \rangle,$$

gdzie iloczyn skalarny jest klasyczny na  $\mathbb{R}^{|V|}$ . A więc energia spójności jest dokładnie formą kwadratową z laplasjanem. Dla wartości w sąsiadujących węzłach są podobnych, energia jest mała, dla różnych, energia rośnie. Można przyjąć, że  $\mathcal{E}(s)$  jest miarą chropowatości pola na grafie.

W przypadku wektorowego pola, gdy  $S_i \in \mathbb{R}^d$ , uogólniamy energię zastępując kwadratu różnicy normą:

$$\mathcal{E}(S) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} \|S_i - S_j\|^2.$$

Znaczenie pozostaje to samo, a różnice są teraz różnicami wektorów cech. Gładkość relacyjna oznacza wtedy, że wzduż silnych relacji  $w_{ij}$  opis jest zbliżony, czyli że sąsiednie kanały są zgodne co do tego, co rozróżniają.

Gładkość relacyjna to nie teza ontologiczna, że świat jest gładki. To składnik mechanizmu, mówiący, że w braku silnego różnicowania kanały mają tendencję do uzgadniania opisów. Ta tendencja jest związana zarówno z wykonalnością jak i z oddźwiękiem zbiorowym, bo uzgadnianie jest sposobem powstawania wspólnych struktur.

Najprostszy przykład dynamiki związanej z laplasjanem jest relacyjna dyfuzja, wyrażona równaniem

$$\dot{s}(t) = -Ls(t).$$

To równanie mówi, że pole zmienia się tak aby zmniejszyć energię  $\mathcal{E}(s)$ , a więc w kierunku spójności. Jeśli w pewnym węźle wartość jest większa niż u sąsiadów, to równanie popycha ją w dół, a jeśli jest mniejsza, popycha ją w górę. W ten sposób laplasjan to mechanizmem wygładzania po relacjach, a nie po odległościach przestrzennych.

## 23 Baza dynamiki

Laplasjan grafowy mówi wprawdzie, jak mierzyć różnice związane z relacjami, nie wskazuje jednak jakie różnice są ważniejsze, tańsze lub nawet praktycznie niewykonalne. Dla opisu tego potrzebujemy pojęcia metryki efektywnej. Metryka efektywna jest sposobem mierzenia odległości w przestrzeni opisów tak, aby odległość pokazywała koszt i wykonalność, a nie samą różnicę liczbową.

Metrykę taką definiujemy przez dodatnio określony operator  $M$ , z przestrzeni  $H$ . Dla dwóch wektorów  $x, y \in H$  definiujemy iloczyn skalarny metryczny

$$\langle x, y \rangle_M = \langle x, My \rangle_H,$$

i normę

$$\|x\|_M = \sqrt{\langle x, Mx \rangle_H}.$$

Gdy  $M$  jest identycznością, metryka efektywna pokrywa się z metryką bazową  $H$ . Jeżeli  $M$  różnicuje kierunki, to jedne zmiany w opisie stają się dłuższe, inne skracają. W języku kosztu oznacza to, że jedne są droższe, a inne tańsze. Szczególnie naturalne, jest to gdy zasoby i ograniczenia powodują, że pewne cechy są trudne do zmiany, bo na przykład są słabiej obserwowalne albo mocniej utrwalone przez pamięć.

Metryka może być stała, ale w teorii często będzie zależała od stanu i czasu. Wtedy  $M$  staje się operatorem  $M(S, t)$  a odległość między dwoma kierunkami zmiany zależy od tego, gdzie w przestrzeni opisów jesteśmy. Koszt ruchu zmienia się wraz ze stanem, co odpowiada wielu realistycznym sytuacjom.

Skoro mamy graf i metrykę, możemy zdefiniować funkcjonał łagodności, podstawę tej dynamiki. Funkcjonał łagodności jest zapisem tego, że niespójność relacyjna ma koszt. W wariancie najprostszym, z metryką bazową, łagodność mierzmy energią Laplasjanu:

$$\Phi(S) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} \|S_i - S_j\|^2.$$

Chcąc aby koszt różnicy był mierzony metryką efektywną, zastępujemy normę bazową normą metryczną,

$$\Phi_M(S) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} \|S_i - S_j\|_M^2.$$

Ten zapis oznacza, że różnice pomiędzy kanałami są ważone na dwa sposoby: za pomocą wag relacji  $w_{ij}$  oraz metryki, informującej, jak kosztowna jest dana różnica w przestrzeni cech. Jeżeli pewne składniki cech są drogie do zmiany, to ich niespójność bardziej kosztowna. Jeżeli inne komponenty są tanie, to niespójność będzie tolerowana.

Funkcjonał łagodności może posłużyć jako narzędzie do tworzenia naturalnego kierunku zmian. Gdy układ ma skłonność do zmniejszania kosztu, to naturalny jest ruch w kierunku spadku  $\Phi$  mierzonego w metryce efektywnej. Metryka

mówią, jak mierzyć kroki, a funkcjonał mówi, preczyzuje celem minimalizacji. Razem tworzą bazę dynamiki jako procesu łagodnienia. Opis dąży do spójności relacyjnej w wykonalnym zakresie.

## 24 Mechanizm wygładzania

Mamy już trzy składniki, które razem tworzą rdzeń mechanizmu teorii: przestrzeń cech  $H$ , funkcjonał łagodności  $\Phi$  oraz metrykę efektywną, mówiącą jak mierzyć kroki w przestrzeni opisów. W klasycznej mechanice gradient mówi, w której stronę najszybciej rośnie funkcja. Ruch w kierunku przeciwnym do gradientu jest wtedy ruchem najszybszego spadku. Tu sytuacja jest taka sama, musimy jednak uwzględnić fakt, że najszybszy zależy od metryki. Przy metryce nie euklidesowej, zwykły gradient nie jest właściwym kierunkiem spadku. I pojawia się naturalny gradient.

Niech  $\Phi : H \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcjonałem kosztu (łagodności). Pochodna Frécheta  $D\Phi(S)$  jest funkcjonałem liniowym, który każdemu kierunkowi  $h \in H$  przypisuje liczbę  $D\Phi(S)[h]$ . Jeżeli  $H$  jest przestrzenią Hilberta z iloczynem skalarnym  $\langle \cdot, \cdot \rangle_H$ , to gradient  $\nabla\Phi(S) \in H$  zapisany relacją

$$D\Phi(S)[h] = \langle \nabla\Phi(S), h \rangle_H$$

istnieje dla wszystkich  $h$ . Ten gradient jest właściwy, gdy metryką ruchu jest bazową. Gdy jednak ruch jest mierzony metryką efektywną z operatorem  $M$ , to kierunek najszybszego spadku jest inny. Naturalny gradient  $\nabla_M\Phi(S)$  definiujemy

$$D\Phi(S)[h] = \langle \nabla_M\Phi(S), h \rangle_M$$

dla wszystkich  $h$ , gdzie  $\langle x, y \rangle_M = \langle x, My \rangle_H$ . I podstawiając definicję metryki otrzymujemy

$$D\Phi(S)[h] = \langle \nabla_M\Phi(S), Mh \rangle_H.$$

W porównaniu do definicji zwykłego gradientu widzimy, że gdy  $M$  jest odwracalny, zachodzi związek

$$\nabla_M\Phi(S) = M^{-1}\nabla\Phi(S).$$

Ta formuła jest jednym z najważniejszych miejsc, gdzie geometria wchodzi do teorii. Metryka nie jest już tylko dodatkiem, lecz zmienia kierunek dynamiki poprzez operator  $M^{-1}$ . Jeżeli  $M$  jest zależny od stanu, to naturalny gradient jest lokalnie zestrojony z wykonalnością.

Mechanizm wygładzania mówi, że układ bez sterowania dąży do zmniejszania funkcjonału łagodności. Najprostsze równanie ruchu jest przepływem gradientowym

$$\dot{S}(t) = -\nabla_M\Phi(S(t)).$$

Jeżeli metryka jest bazowa, a  $\Phi$  jest energią Laplasjanu, to równanie staje się równaniem relacyjnej dyfuzji. Rozważmy skalarne pole  $s(t)$  na grafie i funkcjonal

$$\Phi(s) = \frac{1}{2}\langle s, Ls \rangle.$$

Wtedy gradient w metryce bazowej jest równy  $\nabla\Phi(s) = Ls$ , a równanie ruchu

$$\dot{s}(t) = -Ls(t).$$

To jest dokładnie równanie dyfuzji na grafie, czyli proces uzgadniania wartości wzduż relacji.

Pojęcie półgrupy wchodzi do gry, gdy chcemy opisać rozwiązanie równania liniowego globalnie w czasie. Jeżeli mamy równanie

$$\dot{s}(t) = -Ls(t),$$

gdzie  $L$  jest stałym operatorem, to rozwiązanie może być zapisane jako

$$s(t) = e^{-tL}s(0).$$

Rodzina operatorów  $T(t) = e^{-tL}$  spełnia warunki półgrupy:  $T(0) = I$  oraz  $T(t+s) = T(t)T(s)$  dla  $t, s \geq 0$ . Ważne jest to dlatego, że półgrupa porządkuje intuicję czasu. Półgrupa opisuje mechanizm, w którym przyszłość jest wynikiem wielokrotnego stosowania tego samego prawa, a dyfuzja pokazuje układ, w którym wygładzanie narasta wraz z czasem.

## 25 Rozszerzenia relacyjne

Mechanizm dyfuzji na grafie jest lokalny w tym sensie, że zmiana w węźle zależy bezpośrednio tylko od sąsiadów. Ta lokalność jest zgodna z aksjomatami wykonalności, nie zawsze jednak wystarcza. W niektórych systemach wpływ nie jest ograniczony do najbliższych relacji, lecz ma charakter rozproszony. W innych zależność od relacji jest miękka i na dużą skalę, co oznacza, że układ reaguje na strukturę sieci w sposób, którego zwykłym laplasjan dobrze nie opisze. Te sytuacje prowadzą do rozszerzeń relacyjnych. Nazywamy nielokalnością i frakcyjnością.

Nielokalność powoduje w równaniu ruchu pojawienie się oddziaływania pomiędzy węzłami, które nie są bezpośrednimi sąsiadami. Z poziomu grafu może oznaczać to dopuszczenie wag pomiędzy dowolnymi parami węzłów, wtedy jedna tracimy interpretację lokalności jako ograniczenia propagacji. Bardziej sensowny sposób polega na tym, aby zachować graf bazowy, a nielokalność rozbudowywać jako efekt wielu kroków wzduż ścieżek. Intuicyjnie chodzi o to, że wpływ może docierać daleko, ale musi przejść przez łańcuch relacji, co go jak gdyby rozcieńcza.

Frakcyjność ujmuje taką nielokalność w języku operatorów. Jeżeli  $L$  to laplasjan grafowy, można rozważyć jego potęgi niecałkowite  $L^\alpha$  dla  $\alpha \in (0, 1)$ . Operator  $L^\alpha$  jest wtedy frakcyjnym laplasjanem i generuje procesy, które mają dłuższe skoki i wolniejsze wygładzanie niż klasyczna dyfuzja. Intuicja jest analogiczna do frakcyjnej dyfuzji w przestrzeni ciągłej, gdzie frakcyjny laplasjan opisuje procesy o ciężkich ogonach kroków.

W ujęciu spektralnym rozumienie frakcyjności  $t$  jest następujące.  $L$  ma rozkład spektralny z wartościami własnymi  $\lambda_k \geq 0$  i odpowiadającymi mu wektorami własnymi, a  $L$  na trybach polega na mnożeniu przez  $\lambda_k$ . Działanie  $L^\alpha$  polega na mnożeniu przez  $\lambda_k^\alpha$ . Ponieważ funkcja  $x^\alpha$  dla  $\alpha \in (0, 1)$  rośnie wolniej niż  $x$ , wysokie częstości są tłumione inaczej niż w klasycznej dyfuzji. To oznacza inne wygładzanie: mniej agresywne wobec pewnych trybów i bardziej rozciągnięte w czasie.

Równanie frakcyjnej dyfuzji na grafie ma postać

$$\dot{s}(t) = -L^\alpha s(t),$$

i w ujęciu półgrupowym ma rozwiązań formalne

$$s(t) = e^{-tL^\alpha} s(0).$$

Te formuły są ważne, ponieważ pokazują, że frakcyjność nie jest upiększająca modyfikacją, lecz jest zmianą generatora półgrupy. Generator ten decyduje o regularności, o szybkości zaniku stabilności wzorców.

Nielokalność może być również wprowadzona przez metrykę efektywną. Jeżeli metryka zależy od stanu i zawiera sprzężenia pomiędzy odległymi kanałami, to naturalny gradient zawiera wówczas mieszanie informacji z daleka. Wtedy nielokalność nie wynika z operatora  $L$ , lecz z  $M^{-1}$ . W praktyce oba mechanizmy mogą działać razem.

## 26 Koszt globalny i dekompozycje

Wprowadziliśmy funkcjonał łagodności jako koszt niespójności relacyjnej, w prawdziwych sytuacjach koszt jednak ma więcej składników. Akton nie tylko dąży do spójności, lecz ma cel, ograniczenia, a w układach zbiorowych ponosi koszt uzgodnienia z innymi. Potrzebujemy zatem pojęcia kosztu globalnego, który jest sumą czy połączeniem składników o mających różne interpretacje.

Koszt globalny  $J$  będziemy rozumieć jako funkcjonał, który jest przyporządkowany trajektorii  $S(\cdot)$  i sterowaniu  $u(\cdot)$  w pewnym horyzoncie czasu. Najogólniej zapisujemy to jako

$$J(S, u) = \int_0^T \ell(S(t), u(t), t) dt + \Psi(S(T)),$$

gdzie  $\ell$  jest gęstością kosztu w czasie, a  $\Psi$  jest kosztem końcowym, który może zawierać osiągnięcie celu czy karę za odchylenie od pożądanego stanu. Ten zapis jest typowy w teorii sterowania, ale w tu ma szczególną interpretację:  $\ell$  i  $\Psi$  mają sens jako formalizacja wykonalności.

Dekompozycja kosztu polega na tym, że rozbijamy  $\ell$  na składniki dla różnych źródeł kosztu. Składnik lokalny zależy od pojedynczych kanałów i od ich własnych zasobów. Składnik wspólny jest kosztem, który dotyczy całego pola, na przykład koszt utrzymania globalnej spójności.. Składnik interakcyjny jako koszt z relacji pomiędzy kanałami.

Naturalną postacią składnika interakcyjnego jest funkcjonał łagodności

$$\Phi(S) = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in V} w_{ij} \|S_i - S_j\|^2,$$

a naturalną postacią składnika lokalnego jest suma po węzłach:

$$\Phi_{\text{loc}}(S) = \sum_{i \in V} \phi_i(S_i),$$

gdzie  $\phi_i$  jest lokalną karą czy lokalnym potencjałem. Składnik wspólny może zależeć od agregacji, na przykład od średniej, sumy lub innego operatora globalnego. Ujmując to

$$\Phi_{\text{glob}}(S) = \phi_{\text{glob}}(QS),$$

gdzie  $Q$  jest operatorem agregacji. Wtedy koszt całkowity

$$\Phi_{\text{tot}}(S) = \Phi_{\text{loc}}(S) + \Phi_{\text{glob}}(S) + \Phi(S).$$

Dekompozycja kosztu określa w pewien sposób strukturę dynamiki, ponieważ gradient sumy jest sumą gradientów, co powoduje, że każdy składnik generuje własny wkład siły w równaniu ruchu. Składnik lokalny działa jak lokalny potencjał, składnik interakcyjny działa jak uzgadnianie, a składnik globalny działa jak sprzeżenie wspólne.

Główny powód wprowadzenia dekompozycji, jest taki, że pozwala ona modelować kompromisy. Układ może być bardzo spójny relacyjnie, ale cel daleko, albo blisko celu, kosztem dużej niespójności lokalnej

## 27 Uwaga $A(t)$ , cel $G$ i sterowanie

Dotąd rozważaliśmy dynamikę jako wygładzanie kosztu, co odpowiada zwykłej tendencji dążenia układu do spójności i minimalizacji niespójności. Jednak akton nie jest tylko układem relaksującym. Akton działa, a działanie oznacza ukierunkowanie dynamiki na pewien cel, w granicach wykonalności. Żeby to opisać, musimy wprowadzić trzy pojęcia: cel, uwagę i sterowanie.

Cel oznaczamy przez  $G$ . Będzie to struktura określająca, stany lub własności tych stanów które są preferowane. Cel nie musi być pojedynczym stanem docelowym. Może być zbiorem dopuszczalnych stanów, funkcjonałem nagrody, może być jakiś muszą spełniać ograniczenia albo strukturą na panaktorium, która po projekcji daje preferencje w przestrzeni cech. Na poziomie mechanizmu najwygodniej jest traktować cel przez składnik kosztu karzący odchylenie od tego, co pożądane. Jeżeli  $\Phi_{\text{goal}}$  jest funkcjonałem opisującym odległość od celu, to minimalizacja  $\Phi_{\text{goal}}$  jest formalnym sposobem realizacji celu.

Uwaga oznaczana przez  $A(t)$  jest mechanizmem zmieniającym się w czasie to, co jest istotne. W prostym ujęciu uwaga jest wagą, wzmacniającą lub osłabiającą znaczenie pewnych składników kosztu. Jeśli koszt całkowity jest rozdzielony na składniki, to uwaga może być rodziną wag  $A_k(t)$ , rozmnazającą odpowiednie składniki. Możemy mówić o uwadze jako o operatorze lub funkcji czasu, która działa na funkcjonał i tworzy koszt chwilowy. W horyzoncie  $[0, T]$  można to zapisać jako

$$J(S, u) = \int_0^T \left( \Phi_{\text{base}}(S(t)) + A(t) \Phi_{\text{goal}}(S(t), G) + \Phi_{\text{ctrl}}(u(t)) \right) dt.$$

W tej formule  $\Phi_{\text{base}}$  to łagodność relacyjna i koszty lokalne,  $\Phi_{\text{goal}}$  opisuje cel, a  $\Phi_{\text{ctrl}}$  opisuje koszt samego sterowania. Uwaga  $A(t)$  to nie psychologia, tylko parametr mechanizmu, który reguluje kompromis pomiędzy utrzymaniem spójności a dążeniem do celu.

Sterowanie oznaczamy przez  $u(t)$ . Jest to wielkość, która wpływa na dynamikę stanu. W najbardziej ogólnym zapisie równanie ruchu z pamięcią i sterowaniem ma postać

$$\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t), u(t), t),$$

a celem jest wybór  $u(\cdot)$  mający minimalizować koszt  $J(S, u)$ , przy czym  $S(\cdot)$  jest powiązane z  $u(\cdot)$  przez równanie ruchu oraz warunkami początkowymi oraz historycznymi.

Akt w tym ujęciu to realizacja sterowania pod wpływem uwagi i celu i nie jest dowolnym ruchem w przestrzeni cech, lecz wyborem kierunku zmiany. Musi być wykonalny i przesuwa opis w stronę preferowaną przez cel, w zakresie określonym przez uwagę. Akt jest wyborem  $u(t)$ , czyli wkładu do równania ruchu, który zmienia trajektorię w ramach stożka możliwości. Ontologicznie akton nie tylko rozróżnia, ale także kształtuje swoje przyszłe rozróżnienia poprzez sterowanie.

## 28 Stożek możliwości $C(S, t)$

Założyliśmy wcześniej, że wykonalność to prawo świata opisu. Musimy to prawo zapisać w formie, która będzie mogła wejść do równań. Najbardziej bezpośrednim sposobem jest opisanie nie tego, jakie stany są dozwolone, ale jakie zmiany stanu są w danej chwili dozwolone. Taki opis prowadzi do pojęcia stożka możliwości.

Niech  $S(t) \in H$  będzie stanem opisu w chwili  $t$ . Stożek możliwości  $C(S, t)$  definiujemy jako zbiór dopuszczalnych wartości  $\dot{S}(t)$ , które mogą zostać zrealizowane przez akton przy danych ograniczeniach zasobów, lokalności i sterowania. Definiujemy więc  $C(S, t) \subset H$  jako zbiór takich wektorów  $v \in H$ , że sterowanie  $u(t)$  zgodne jest z ograniczeniami oraz istnieją warunki w których interfejs i perspektywa mogą być zrealizowane i w chwili  $t$  zachodzi  $\dot{S}(t) = v$ . W ten sposób stożek nie jest obiektem geometrycznym dla ozdoby, tylko zapisem prawa które mówi, że nie wszystko wolno robić z opisem, bo nie wszystko da się zrobić.

Zacznijmy od najprostszej sytuacji, w której sterowanie działa liniowo. Niech wpływ sterowania na prędkość opisu ma postać  $B(S, t)u$ , gdzie  $B(S, t)$  jest

operatorem, a  $u$  jest elementem pewnej przestrzeni sterowań  $U$ . Jeżeli zasób ma ograniczać wielkość sterowania, to naturalnym warunkiem jest ograniczenie normy, na przykład  $\|u\|_U \leq r(t)$ , gdzie  $r(t)$  jest budżetem zasobu w chwili  $t$ . Wtedy zbiór dopuszczalnych wkładów sterowania do prędkości ma postać

$$C_{\text{ctrl}}(S, t) = \{ B(S, t)u : u \in U, \|u\|_U \leq r(t) \}.$$

Gdy dodatkowo istnieje tło dynamiki, czyli prędkość wynikająca z relaksacji i kosztu, oznaczona przez  $f(S, t)$ , to całkowity stożek dopuszczalnych prędkości jest przesunięciem:

$$C(S, t) = f(S, t) + C_{\text{ctrl}}(S, t).$$

To nie pełne jest jeszcze równanie ruchu, ale mówi ważną rzecz. Nawet jeśli układ ma własną tendencję  $f(S, t)$ , to akton może zrobić w danej chwili, tylko to co jest ograniczone do pewnego zbioru prędkości, a rozmiar zbioru zależy od zasobu  $r(t)$ .

Lokalność udziela się w stożku jako ograniczenie struktury dopuszczalnych prędkości. Jeżeli  $S$  jest polem na grafie i składa się ze składników  $S_i$ , to lokalność oznacza, że  $v_i$  nie może zależeć dowolnie od wszystkich komponentów, zależy natomiast od sąsiedztwa i relacji. W prostej wersji oznacza to, że operator  $B(S, t)$  ma strukturę zgodną z grafem, a sterowanie w węźle  $i$  może bezpośrednio poruszać tylko  $S_i$  lub węzły w jego sąsiedztwie. Geometrycznie ujmując lokalność oznacza, że stożek możliwości jest wąski w kierunkach, które wymagałyby natychmiastowej globalnej zmiany, a szerszy w kierunkach, które odpowiadają lokalnym zmianom.

Czas pojawia się w stożku dwojako. Po pierwsze, budżet zasobu  $r(t)$  może zależeć od czasu, a to odzwierciedla zmęcenie czy dostępność energii. W drugim przypadku sama wykonalność ma charakter horyzontalny, bo możliwe w danej chwili, może zależeć od tego, jak długo układ ma działać, oraz obciążenia pamięć teraźniejszością. Wtedy  $C(S, t)$  jest funkcją stanu i czasu.

W praktyce stożek możliwości prowadzi do opisu dynamiki w postaci inkluzyjnej różniczkowej, uogólniającej równania ruchu. Piszemy mianowicie, że prędkość należy do pewnego zbioru:

$$\dot{S}(t) \in C(S(t), t).$$

Tot naturalny zapis gdy sterowanie nie jest jednoznaczne, istnieją ograniczenia nieliniowe albo akton może wybierać spośród wielu procedur. W tej książce inkluzyja jest uzasadniona ontologicznie, ponieważ perspektywa i wykonalność pozostawiają pewien margines nierozróżnialności tego, co dokładnie zostało wybrane, o ile wybór mieści się w granicach dopuszczalności.

## 29 Operator pamięci jako splot

Oddźwięk, jako aktywna rolą historii, został już opisany ontologicznie. Zapiszmy go w formie równania. Potrzebujemy zatem operatora, który bierze historię i

tworzy bieżący wkład historii do dynamiki. Najprostszą i uniwersalną klasą takich operatorów są operatory splotowe, czyli operatory Volterry o postaci całkowej.

Niech  $S(t) \in H$  będzie trajektorią. Zdefiniujemy historię w chwili  $t$  jako funkcję opóźnienia  $\tau \geq 0$  daną wzorem  $S_t(\tau) = S(t - \tau)$ . Operator pamięci  $M$  jest zdefiniowany przez jądro  $K(\tau)$  i

$$(MS)(t) = \int_0^\infty K(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

W tym wzorze  $K(\tau)$  jest obiektem, który zapisuje siłę oddźwięku z opóźnieniem  $\tau$ . W zależności od modelu  $K(\tau)$  może być skalarem, macierzą lub operatorem liniowym na  $H$ . Zasada przyczynowości jest wstawiona w zapis, ponieważ całkujemy po  $\tau \geq 0$ , a więc wkład zależy wyłącznie od przeszłości.

Czasami wygodnie jest rozdzielić pamięć na część chwilową i część rozciętą. Część chwilowa oznacza natychmiastową odpowiedź mechanizmu i jest formalnie zapisywana przez składnik proporcjonalny do  $S(t)$ . Można traktować go jako wkład miary Diraca w jądrze. Operator pamięci można rozumieć tu jako działanie pewnej miary operatorowej  $\mu$ :

$$(MS)(t) = \int_{[0, \infty)} S(t - \tau) d\mu(\tau).$$

Jeżeli  $\mu$  ma składową  $a \delta_0$  oraz część absolutnie ciągłą o gęstości  $K(\tau)$ , to dostajemy rozkład

$$(MS)(t) = a S(t) + \int_0^\infty K(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

To ważny zapis, bo pokazuje, że nawet brak pamięci w sensie potocznym można widzieć jako szczególny przypadek, w którym cała masa miary jest w  $\tau = 0$ .

Równanie ruchu z pamięcią może być zapisane na wiele równoważnych sposobów. Najwygodniejsza jest postać, w której pamięć jest jednym z argumentów prawa dynamiki:

$$\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t), t) + G(S(t), t) u(t),$$

gdzie  $u(t)$  jest sterowaniem, a  $G(S, t)$  jest operatorem sprzęgającym sterowanie i stan. Pamięć wpływa na prędkość pośrednio, przez wkład  $(MS)(t)$ . Aby ujawnić, że pamięć jest siłą z przeszłości, można też zapisać równanie w postaci addytywnej:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= f(S(t), t) + \int_0^\infty K(\tau) S(t - \tau) d\tau \\ &\quad + G(S(t), t) u(t), \end{aligned}$$

gdzie  $f$  obejmuje relaksację, gradient kosztu oraz inne składniki natychmiastowe.

Wprowadzenie pamięci zmienia warunek początkowy. W układzie bez pamięci wystarcza podać  $S(0)$ . W układzie z pamięcią należy podać historię na pewnym przedziale wstecz lub w przestrzeni fazowej historii. Jeżeli pamięć ma skończony horyzont, na przykład  $K(\tau) = 0$  dla  $\tau > \Delta$ , to wystarczy podać  $S(t)$  dla  $t \in [-\Delta, 0]$ . Jeżeli pamięć jest nieskończona, to trzeba podać historię na  $(-\infty, 0]$  kontrolując to, na przykład w przestrzeni ważonej, która wymusza, że bardzo odległa przeszłość ma ograniczony wkład. Taka kontrola nie jest sztucznym zabiegiem, tylko formalnym odpowiednikiem wykonalności: akton nie może mieć nieskończonej energii historii.

## 30 Stabilność

Ponieważ teoria zawiera dynamikę opisu z pamięcią i sterowaniem, ważne jest pytanie kiedy taki opis jest stabilny. Stabilność jest tutaj kluczowa technicznie i ontologicznie, ponieważ wcześniej pojawiło się uzasadnienie, że fakt ma być rozumiany jako stabilny rekord. Potrzebujemy więc kryteriów, które mówią, czy zaburzenia zanikają, czy się utrzymują, czy mogą się wzmacniać, oraz jak zależy to od pamięci również sterowania.

Zacznijmy od wariantu bez sterowania. Rozważmy równanie z pamięcią

$$\dot{S}(t) = F(S(t), (MS)(t), t).$$

Punkt równowagi w prosto rozumiany jest stanem  $S^* \in H$ , dla którego istnieje zgodna historia i zachodzi  $F(S^*, (MS^*), t) = 0$ . W układach z pamięcią poprawniej jest mówić o równowadze w przestrzeni rozszerzonej, gdyż sama wartość  $S^*$  nie określa wkładu historii, ale równowaga jest takim stanem, w którym układ nie ma powodu się zmieniać.

Metoda Lyapunowa to znalezieniu funkcjonału  $V$ , który mierzy odległość od równowagi i malejącego wzduż trajektorii. W układach z pamięcią  $V$  musi zależeć od  $S(t)$  i od historii, ponieważ historia wpływa na przyszłość. Dlatego szukamy funkcjonału postaci

$$V(S(t), S_t) \geq 0,$$

który jest równy zero dokładnie w równowadze i rośnie wraz z oddaleniem w przestrzeni rozszerzonej. Kryterium stabilności ma postać nierówności wzduż rozwiązań. Jeżeli istnieje funkcjonał  $V$  taki, że wzduż trajektorii zachodzi

$$\frac{d}{dt} V(S(t), S_t) \leq -W(S(t), S_t),$$

gdzie  $W$  jest dodatnim funkcjonałem miary oddalenia, to mówimy, że układ ma tendencję do powrotu, a więc jest stabilny w sensie Lyapunowa. Może być też asymptotycznie stabilny, jeżeli  $W$  jest dostatecznie silny.

W praktyce potrzebujemy kryterium odporności na sterowanie i na zakłócenia, a nie tylko stabilności bezwzględnej. Wtedy pojawia się pojęcie stabilności

wejście–stan, ISS. Stabilność ISS mówi, że stan pozostaje kontrolowany, gdy wejście jest kontrolowane, a wraca do równowagi gdy wejście zanika. Oznacza to, że istnieją funkcje porównawcze, które wiążą normę stanu i normę wejścia. Na poziomie nierówności Lyapunowa wygodnie jest tu szukać funkcjonału  $V$  spełniającego nierówność typu ISS:

$$\frac{d}{dt} V(S(t), S_t) \leq -\alpha \|S(t) - S^*\|_H^2 + \gamma \|u(t)\|_U^2,$$

gdzie  $\alpha > 0$  mierzy siłę tłumienia, a  $\gamma$  mierzy wrażliwość na sterowanie. Ta nierówność mówi, że układ ma tendencję do niwelowania błędu, ale sterowanie może to osłabiać lub odwracać, zależnie od jego wielkości. Jeżeli  $u(t)$  jest małe, tłumienie dominuje. Jeżeli  $u(t)$  jest duże, układ może być utrzymany daleko od równowagi, ale w sposób kontrolowany.

Istotną cechą tej teorii jest to, że pamięć może zmieniać stabilność nawet wtedy, gdy część natychmiastowa jest stabilna. Układ może mieć zatem stabilne wygładzanie lokalne, ale długi ogon pamięci może utrzymywać wzorce, co może spowalniać zanik albo tworzyć oscylacje. Pamięć może też stabilizować, jeżeli działa jak uśrednianie historii, które tłumi szum i zmniejsza wrażliwość na perturbacje chwilowe. Efekty te są widoczne już na poziomie operatora pamięci, ponieważ kształt jądra  $K(\tau)$  decyduje o tym, jak historia jest ważona.

Warto w tym miejscu dodać prostą ilustrację liniową, bez pełnej teorii spektralnej, porządkującą intuicję. Rozważmy skalarne równanie z pamięcią

$$\dot{x}(t) = -a x(t) + \int_0^\infty k(\tau) x(t - \tau) d\tau,$$

gdzie  $a > 0$  jest tłumieniem natychmiastowym, a  $k(\tau)$  jest jądrem pamięci. Jeżeli całkowita masa pamięci, czyli  $\int_0^\infty |k(\tau)| d\tau$ , jest mała w porównaniu z  $a$ , pamięć działa wtedy jak mała korekta i stabilność zwykle się utrzymuje. Jeżeli masa jest duża lub jeżeli jądro ma strukturę wzmacniającą, stabilność może zostać utracona, mimo że  $a > 0$ .

### 31 Istnienie, jednoznaczność oraz regularność półprzepływu

Możemy teraz zdefiniować półprzepływ, czyli rodzinę transformacji, która bierze stan początkowy i daje stan w późniejszym czasie w sposób spójny.

W układach bez pamięci sytuacja jest standardowa. Jeżeli mamy równanie

$$\dot{S}(t) = F(S(t), t),$$

to pod odpowiednimi warunkami regularności na  $F$ , istnieje lokalne rozwiązanie i jest ono jednoznaczne. W układach z pamięcią równanie zależy od historii, a więc stan początkowy musi zawierać w sobie historię. Dlatego właściwym obiektem początkowym nie jest sama wartość  $S(0)$ , lecz funkcja historii  $\varphi$  dana w pewnej przestrzeni historii. Pytanie zasadnicze brzmi zatem: czy dla danej historii  $\varphi$  istnieje trajektoria  $S(t)$  dla  $t \geq 0$ , która zgadza się z  $\varphi$  w przeszłości i spełnia równanie z pamięcią dla  $t > 0$ .

Żeby to zapisać, wprowadzamy przestrzeń fazową historii, którą oznaczymy przez  $\mathcal{X}$ . Elementem  $\mathcal{X}$  jest para  $(S_0, \varphi)$ , gdzie  $S_0 \in H$  jest wartością w chwili 0, a  $\varphi$  jest funkcją opóźnienia opisującą przeszłość. W przypadku skończonego horyzontu pamięci  $\Delta$  można wziąć  $\varphi \in C([0, \Delta], H)$ , gdzie  $\varphi(\tau) = S(-\tau)$ . W przypadku pamięci nieskończonej trzeba przyjąć przestrzeń ważoną, aby historia była nośna w sensie operatora pamięci.

Mając przestrzeń fazową  $\mathcal{X}$ , definiujemy półprzepływ. Półprzepływ to rodzinę odwzorowań  $\Phi(t)$  dla  $t \geq 0$ , która bierze stan początkowy w  $\mathcal{X}$  i daje stan w czasie  $t$  w tej samej przestrzeni, spełniając warunki spójności w czasie:

$$\Phi(0) = \text{Id},$$

$$\Phi(t+s) = \Phi(t) \circ \Phi(s) \quad \text{dla} \quad t, s \geq 0.$$

Te warunki są zapisem tego, że ewolucja jest zgodna z intuicją czasu, a więc że najpierw przejście o czas  $s$ , a potem o czas  $t$  daje to samo, co przejście od razu o czas  $t+s$ . Dodatkowy sens tego jest taki, że historia jest aktualizowana w sposób deterministyczny przez przepływ.

W praktyce używa się pojęcia rozwiązania łagodnego, ponieważ równania z pamięcią i operatory generujące dyfuzję mogą powodować, w której klasyczna pochodna nie istnieje dla wszystkich czasów. Rozwiązanie łagodne jest definiowane przez równanie całkowe równoważne równaniu różniczkowemu. Pojawia się w nim półgrupa generowana przez część liniową oraz wkład nieliniowości i pamięci jako całka w czasie. Jeżeli część liniowa jest generatorem półgrupy  $T(t)$ . Typowa postać równania:

$$S(t) = T(t)S(0) + \int_0^t T(t-s) F_{\text{nl}}(S(s), (MS)(s), s) ds,$$

gdzie  $F_{\text{nl}}$  jest nieliniową częścią prawa dynamiki. Sens tego jest prosty. Półgrupa opisuje czyste wygładzanie, całka zaś opisuje wkład nieliniowości, pamięci i sterowania w czasie. Istnienie i jednoznaczność wymagają, aby prawo dynamiki było regularne, a operator pamięci był dobrze zdefiniowany na przestrzeni historii. W praktyce oznacza to, że jądro pamięci musi być całkowalne tak, aby całka definiująca  $(MS)(t)$  miała sens w  $H$ , oraz że funkcja  $F$  nie może być zbyt gwałtownie nieliniowa, bo inaczej powodowałaby rozbieżności. Ciągła zależność od danych powoduje, że małe zmiany historii początkowej i sterowania dają małe zmiany trajektorii w odpowiedniej normie. To jest matematyczny obraz wykonalności poznawczej: jeżeli układ byłby skrajnie wrażliwy na nieodróżnialne różnice, nie dałoby się mówić o stabilnym doświadczeniu.

# Część V

## GRUBE TERAZ I WZORCE W CZASIE

### 32 Okno teraz jako obiekt formalny

Ontologia teorii zakłada, że w obecności oddźwięku teraźniejszość nie może być utożsamiona z punktem czasu, ponieważ mechanizm wprost zależy od historii. Teraz wprowadzamy formalny obiekt, który odpowiada temu, co operacyjnie będzie dla nas teraz. Tym obiektem jest okno teraz. Okno nie jest metaforą, ale regułą streszczania historii, która ma sens w ramach wykonalności, ponieważ akton nie ma dostępu do nieskończonie długiej i rozdzielczej przeszłości.

Niech  $S(t) \in H$  będzie polem opisu, a historia w chwili  $t$  dana przez funkcję opóźnienia  $S_t(\tau) = S(t - \tau)$  dla  $\tau \geq 0$ . Okno teraz o skali  $\Delta > 0$  definiujemy jako operator, który bierze historię i produkuje obiekt okienny, czyli fragment historii ograniczony do przedziału  $[0, \Delta]$ . Polega na traktowaniu okna jako funkcji

$$W_\Delta(t) : [0, \Delta] \rightarrow H,$$

danej wzorem

$$W_\Delta(t)(\tau) = S(t - \tau) \quad \text{dla} \quad 0 \leq \tau \leq \Delta.$$

W tej definicji okno nie streszcza historii, lecz ją wycina. Jest to definicja minimalna. Istotne jest to, że obiekt  $W_\Delta(t)$  jest elementem przestrzeni funkcji na  $[0, \Delta]$  o wartościach w  $H$ , na przykład przestrzeni  $C([0, \Delta], H)$ , jeżeli trajektoria jest ciągła, albo przestrzeni  $L^2([0, \Delta], H)$  gdy chcemy mierzyć średni błąd w oknie. Wybór tej przestrzeni jest częścią modelu, ale sama idea jest stała: teraz to część historii o długości  $\Delta$ .

Skala  $\Delta$  ma sens operacyjny. Gdy  $\Delta$  jest małe, teraz jest wąskie i wrażliwe na drobne fluktuacje, co w praktyce odpowiada wysokiej rozdzielczości czasowej, niemniej jednak zmniejsza stabilność. Gdy  $\Delta$  jest duże, teraz jest grube i stabilniejsze, ale traci szczegół czasowy, ponieważ wiele różnych mikroskopijnych wariantów historii mieści się w jednym oknie.

Istnieje jeszcze jedna, równie ważna interpretacja okna. Okno można rozumieć jako minimalny zasób danych, który jest potrzebny, aby przyszłość była przewidywalna w praktyce. W układach bez pamięci takim zasobem jest  $S(t)$ . W układach z pamięcią zasobem staje się fragment historii. Okno teraz jest więc formalnym kandydatem na to, co ma być uznane za stan operacyjny w warunkach oddźwięku.

### 33 Przestrzeń okien

Skoro okno teraz jest obiektem matematycznym, można te okna porządkować i porównywać je między sobą. To naturalnie prowadzi do pojęcia przestrzeni

okien. Przestrzeń okien jest miejscem, w którym teraźniejszości różnych chwil i różnych aktonów mogą być zestawiane w sposób niezależny od tego, co wydarzy się później. Jest to konieczne jeśli chcemy mówić o wzorach w czasie jako o strukturach stabilnych.

Dla ustalonej skali  $\Delta$  przestrzeń okien oznaczamy przez  $\mathcal{W}_\Delta$  rozumianej tu jako przestrzeń wszystkich dopuszczalnych obiektów  $W_\Delta(t)$ , czyli wszystkich funkcji z  $[0, \Delta]$  do  $H$  spełniających warunki regularności, które zakładamy w modelu. Jeżeli zakładamy ciągłość trajektorii, przyjmujemy  $\mathcal{W}_\Delta = C([0, \Delta], H)$ . W sensie średniokwadratowym, przyjmujemy  $\mathcal{W}_\Delta = L^2([0, \Delta], H)$ . W obu przypadkach mamy naturalną normę, która pozwala mierzyć odległość między dwoma oknami. Dla przestrzeni  $L^2$  jest to norma

$$\|W\|_{L^2} = \left( \int_0^\Delta \|W(\tau)\|_H^2 d\tau \right)^{1/2},$$

a odpowiadająca odległość między oknami  $W$  i  $\widetilde{W}$  jest dana przez normę różnicnicę  $\|W - \widetilde{W}\|_{L^2}$ .

Mówiąc o nieroóżnialności teraz, wracamy do idei perspektywy i projekcji, ale stosujemy ją nie do struktur  $\lambda \in \Lambda$ , lecz do okien. Operacyjnie okno nie jest obserwowane w pełnej postaci funkcji  $[0, \Delta] \rightarrow H$ , ponieważ akton nie czyta całego przebiegu z absolutną precyzją. Zamiast tego istnieje pewien odczyt okna, czyli projekcja okna do przestrzeni obserwowej, którą oznaczamy przez  $Y$ . Tę projekcję zapiszemy jako odwzorowanie

$$\Pi_{\text{now}} : \mathcal{W}_\Delta \rightarrow Y.$$

Relację nieroóżnialności teraz definiujemy przez warunek równości odczytu:

$$W \sim_{\text{now}} \widetilde{W} \iff \Pi_{\text{now}}(W) = \Pi_{\text{now}}(\widetilde{W}).$$

Znaczenie tej definicji jest takie samo jak poprzednio dla perspektywy na  $\Lambda$ . Dwa różne przebiegi w oknie mogą być nieroóżnialne, jeśli po przejściu przez operacyjny odczyt dają to samo. Ponieważ odczyty mają tolerancje, często używa się wersji przybliżonej, w której zamiast równości wymaga się, aby odległość odczytów była mniejsza od pewnego progu  $\varepsilon > 0$ :

$$W \sim_{\text{now}, \varepsilon} \widetilde{W} \iff \|\Pi_{\text{now}}(W) - \Pi_{\text{now}}(\widetilde{W})\|_Y \leq \varepsilon.$$

Ta przybliżona relacja jest formalnym zapisem tego, że teraz ma nie tylko grubość czasową  $\Delta$ , lecz także grubość rozróżnialności wynikającą z ograniczeń interfejsu, zasobu i uwagi.

Ważne jest, że w tym miejscu teraz staje się obiektem geometrycznym w sensie porównywalności. Jeśli mamy metrykę na  $\mathcal{W}_\Delta$  albo metrykę na  $Y$ , możemy mówić o bliskości teraźniejszości, o ciągłości w przestrzeni okien oraz o tym, że pewne klasy okien są stabilne pod perturbacjami.

## 34 Wzorce w czasie

Skoro okno teraz jest fragmentem historii, zachodzi pytanie, jak z tego fragmentu powstają rozpoznawalne wzorce. Wzorzec nie jest tutaj czymś ontologicznie dodatkowym, lecz jest wynikiem przekształcenia okna przez funkcjonał, czyli regułą, która bierze przebieg w czasie i produkuje obiekt niższego poziomu, bardziej operacyjny, często dyskretny i prostszy. Wzorce w czasie są i w tej teorii cieniami okien, tak jak odczyty były cieniami struktur w panaktorium.

Niech  $\mathcal{W}_\Delta$  będzie przestrzenią okien. Wzorzec definiujemy jako wartość funkcjonału

$$P : \mathcal{W}_\Delta \rightarrow Z,$$

gdzie  $Z$  jest przestrzenią wzorców. Wybór  $Z$  zależy od tego, co chcemy opisać. Jeżeli interesuje nas wzorzec językowy,  $Z$  może być przestrzenią symboli lub sekwencji symboli. Gdy interesuje nas wzorzec obrazów,  $Z$  może być przestrzenią obrazów lub cech obrazowych. Dla wzorca ruchu,  $Z$  może być przestrzenią pól prędkości czy trajektorii.

Kluczowe jest to, że funkcjonał  $P$  działa na oknie, a nie na pojedynczym punkcie czasu. To pozwala formalnie uchwycić zjawisko, że znaczenie wielu zdarzeń pojawia się dopiero jako struktura rozciągnięta w czasie. Słowo jest rozpoznawalne nie po jednym fonemie, lecz po sekwencji w pewnym oknie. Obraz ruchu jest rozpoznawalny nie po jednej klatce, lecz po określonej zmianie w oknie. Nawet w najprostszej sytuacji, gdy  $P$  jest uśrednieniem, widać tę zależność od historii. Jeżeli chcemy z okna wydobyć średni stan, definiujemy funkcjonał

$$P_{\text{avg}}(W) = \int_0^\Delta w(\tau) W(\tau) d\tau,$$

gdzie  $w(\tau) \geq 0$  jest wagą znormalizowaną na  $[0, \Delta]$ . To jest formalny przykład tego, że wzorzec jest streszczeniem okna.

Żeby jednak uchwycić wzorce, które mają kształt, a nie tylko uśrednienie, potrzebujemy funkcjonalów wrażliwych na strukturę czasową. Przykład to funkcjonał porównujący okno z pewnym prototypem  $Q : [0, \Delta] \rightarrow H$ , który reprezentuje kształt wzorca. Można zdefiniować dopasowanie przez iloczyn skalarny w przestrzeni okien:

$$P_Q(W) = \int_0^\Delta \langle W(\tau), Q(\tau) \rangle_H d\tau.$$

Jeżeli  $P_Q(W)$  jest duże, okno jest podobne do prototypu, a jeśli jest małe, okno jest odmienne. W języku intuicyjnym jest to filtr czasowy, który określa kształt w historii. Takie filtry są odpowiednikiem rozpoznawania słów, obrazów i ruchów, bo wszystkie te rozpoznania w praktyce polegają na dopasowaniu do pewnych klas kształtów w czasie.

Ważnym aspektem wzorców jest to, że często są one obiektami dyskretnymi, mimo że okno jest obiektem ciągłym. Słowo jest wyborem z alfabetu, gest jest wyborem z pewnego repertuaru gestów, a kategoria obrazu jest wyborem z klasy. Oznacza to, że  $Z$  może być zbiorem dyskretnym, a funkcjonał  $P$  może zawierać

krok decyzyjny, który przypisuje okno do klasy. To przypisanie to miejsce, gdzie relacja nieroróżnialności teraz staje się praktycznie istotna: wiele różnych okien może być przypisanych do tego samego wzorca, ponieważ odczyt wzorca ignoruje drobne różnice, które są niemożliwe do rozróżnienia czy nieistotne dla celu.

W tym ujęciu wzorce są obiekta mi, które zamieszkują przestrzeń cienia okien. Są one sposobem, w jaki historia staje się operacyjna, bo wzorzec jest reprezentacją okna. Są też miejscem, w którym pojawia się wspólność między aktonami, bo różne aktony mogą mieć różne okna, a jednak rozpoznawać ten sam wzorzec. Taki jest mechanizm oddźwięku zbiorowego w warstwie czasu: wspólne wzorce są wspólnymi cieniami różnych historii.

### 35 Jądro “teraz”

Okno teraz jest wycinkiem historii, ale w praktyce akton nie operuje na całym wycinku jako obiekcie funkcjonalnym. Akton streszcza okno w pewien stan operacyjny, przydatny w przewidywaniu i sterowaniu. Tę regułę streszczania называемy jądrem teraz. Jądro teraz jest odpowiednikiem tego, że teraźniejszość ma wewnętrzną strukturę: pewne fragmenty okna są ważniejsze, inne mniej, a ich wagę zależy od wykonalności i od pamięci.

Jądro teraz definiujemy jako funkcję wag  $N_\Delta(\tau)$  na przedziale  $[0, \Delta]$ , która określa, jak historia w oknie jest agregowana do stanu streszczonego. Streszczony stan teraz oznaczamy przez  $S^{(\Delta)}(t)$  i wraża się całką ważoną:

$$S^{(\Delta)}(t) = \int_0^\Delta N_\Delta(\tau) S(t - \tau) d\tau.$$

$N_\Delta(\tau)$  jest tu skalarem lub operatorem działającym na  $H$ , zależnie od tego, czy chcemy ważyć wszystkie składowe jednakowo, czy różnicować kierunki w przestrzeni cech. Wymaganie normalizacji,

$$\int_0^\Delta N_\Delta(\tau) d\tau = I,$$

gdzie  $I$  jest identycznością, jest naturalne wtedy, gdy chcemy, aby  $S^{(\Delta)}(t)$  miało tę samą skalę co  $S(t)$ , ale nie jest konieczne, ponieważ w wielu zastosowaniach streszczenie może być celowo ściśnięte lub wzmacnione.

Jądro teraz jest blisko spokrewnione z jądem pamięci  $K(\tau)$ , to jednak nie to samo. Operator pamięci  $M$  prezentuje wpływ historii na dynamikę i ma postać Po podstawieniu definicji  $S^{(\Delta)}$  całka po  $\tau$  nie może zniknąć. Poprawny zapis:

$$\begin{aligned} (MS_f^{(\Delta)})(t) &= \int_0^\infty K_e(\sigma) S^{(\Delta)}(t - \sigma) d\sigma \\ &= \int_0^\infty \int_0^\Delta K_e(\sigma) N_\Delta(\tau) S(t - \sigma - \tau) d\tau d\sigma. \end{aligned}$$

Jeśli chcemy zapisać to jako jedną całkę po łącznym opóźnieniu  $u$ :

$$(MS_f^{(\Delta)})(t) = \int_0^\infty K_{\text{eff}}(u) S(t-u) du,$$

$$K_{\text{eff}}(u) = \int_0^{\min(u, \Delta)} K_e(u-\tau) N_\Delta(\tau) d\tau.$$

Jądro teraz natomiast to, jaka część historii jest traktowana jako teraźniejsza reprezentacja, czyli jako obiekt, na którym opiera się odczyt, wzorzec oraz akt. Oba obiekty są jadrami splotowymi, role ich jednak są różne. Pamięć mówi, jak przeszłość działa na przyszłość, a jądro teraz mówi, jak przeszłość jest streszczana do postaci, która jest użyteczna teraz.

Relacja między tymi dwoma obiektami staje się jasna, gdy dostrzeżemy, że w praktyce dynamika może zależeć nie od pełnej historii, lecz od jej streszczenia. Jeżeli w pewnym modelu wkład historii do prawa dynamiki zależy od  $S^{(\Delta)}(t)$ , to równanie ruchu można zapisać jako

$$\dot{S}(t) = F(S(t), S^{(\Delta)}(t), t).$$

Wtedy jądro teraz pełni rolę operatora, który redukuje nieskończony wymiar historii do obiektu w  $H$ . Jest to operacyjna wersja markowizacji: zamiast przenosić do stanu całe  $S_t$ , przenosimy do stanu streszczenie  $S^{(\Delta)}(t)$ .

Istnieje także relacja algebraiczna pomiędzy jadrami, gdy traktujemy streszczenie jako etap przetwarzania przed zastosowaniem pamięci. Jeżeli najpierw budujemy streszczone pole  $S^{(\Delta)}$ , a następnie stosujemy operator pamięci o jądrze  $\tilde{K}$ , otrzymując

$$(\widetilde{M}S^{(\Delta)})(t) = \int_0^\infty \tilde{K}(\sigma) S^{(\Delta)}(t-\sigma) d\sigma,$$

to po podstawieniu definicji  $S^{(\Delta)}$  dostajemy złożenie splotów:

$$\begin{aligned} (\widetilde{M}S^{(\Delta)})(t) &= \int_0^\infty \tilde{K}(\sigma) \left( \int_0^\Delta N_\Delta(\tau) S(t-\sigma-\tau) d\tau \right) d\sigma \\ &= \int_0^\infty \left( \int_0^\Delta \tilde{K}(\sigma) N_\Delta(\tau) d\tau \right) S(t-\sigma-\tau) d\sigma. \end{aligned}$$

Po uporządkowaniu zmiennej opóźnienia widać, że całe złożenie jest równoważne operatorowi pamięci o jądrze będącym splotem jąder. W sensie formalnym otrzymujemy efektywne jądro postaci  $(\tilde{K} * N_\Delta)$ , co jest matematycznym wyrazem intuicji, że streszczanie historii i pamięć składają się w jeden mechanizm ważenia przeszłości. To jest też miejsce, w którym łatwo zobaczyć, dlaczego grube teraz i pamięć nie są konkurencyjnymi ideami. Są to dwie perspektywy na ten sam fakt: przeszłość jest ważona, a sposób ważenia ma konsekwencje dla dynamiki czy powstawania wzorców.

## 36 Geometria “teraz”

Skoro teraz zostało zdefiniowane jako okno  $W_\Delta(t)$  należące do przestrzeni okien  $\mathcal{W}_\Delta$ , ma sens pytanie o jego geometrię, czyli jak mierzyć podobieństwo dwóch teraźniejszości oraz jak opisywać zjawiska wspólnej chwili. Geometria teraz nie jest tutaj geometrią czasu fizycznego, lecz jest geometrią obiektów będących oknami, które są fragmentami historii w przestrzeni cech  $H$ .

Aby mówić o geometrii, potrzebne jest pojęcia odległości między oknami. Jeżeli  $H$  ma metrykę efektywną zadawaną przez operator  $M$ , to odległość w przestrzeni okien o skali  $\Delta$  jest normą typu  $L^2$ , która sumuje różnice w całym oknie:

$$d_\Delta(W, \widetilde{W}) = \left( \int_0^\Delta \|W(\tau) - \widetilde{W}(\tau)\|_M^2 d\tau \right)^{1/2}.$$

Interpretacja tej definicji jest prosta. Dwa teraz są bliskie, jeśli przez większość okna ich przebiegi w  $H$  są podobne w sensie kosztu, a więc w sensie metryki wykonalności. Jeżeli metryka jest zależna od stanu lub czasu, można analogicznie wprowadzić wersję z metryką zmienną, ale idea zostaje: geometria teraz jest geometrią podobieństwa historii w oknie.

Wspólna chwila pojawia się gdy co najmniej dwa aktony mają okna, należące do tej samej klasy nieroóżnialności teraz. Jeżeli aktony oznaczamy przez  $a$  i  $b$ , a ich okna w chwilach  $t_a$  i  $t_b$  przez  $W_\Delta^a(t_a)$  oraz  $W_\Delta^b(t_b)$ , to wspólność chwili jest relacją

$$\Pi_{\text{now}}(W_\Delta^a(t_a)) = \Pi_{\text{now}}(W_\Delta^b(t_b)),$$

albo

$$\left\| \Pi_{\text{now}}(W_\Delta^a(t_a)) - \Pi_{\text{now}}(W_\Delta^b(t_b)) \right\|_Y \leq \varepsilon.$$

Znaczenie ma to takie. Aktony nie tylko mają swoje prywatne historie, lecz w tez współdzielą teraźniejszość, ponieważ ich operacyjny odczyt okna jest zgodny. W tym miejscu widać, jak teraz staje się obiektem zbiorowym: wspólna chwila nie jest absolutną synchronizacją zegarów, lecz jest zgodnością klas nieroóżnialności w przestrzeni okien.

Synchronizacja jest szczególnym przypadkiem wspólnej chwili, w którym zgodność nie wymaga jakiegoś doboru chwil  $t_a$  i  $t_b$ , lecz wynika z trwałego dopasowania w czasie. Najprostsza rozumienie synchronizacji polega na istnieniu przesunięcia fazowego  $\theta$ , powodującego, że przez pewien czas okna jednego aktonu są bliskie oknom drugiego po przesunięciu:

$$d_\Delta(W_\Delta^a(t), W_\Delta^b(t + \theta)) \text{ jest małe dla wielu } t.$$

Dla relacji nieroóżnialności, synchronizacja oznacza, że dla wielu  $t$  zachodzi

$$W_\Delta^a(t) \sim_{\text{now}} W_\Delta^b(t + \theta).$$

Taka synchronizacja jest tu efektem geometrycznym i dynamicznym. Geometryczna, bo mówi o bliskości w przestrzeni okien, i jest dynamiczna, bo wytworzana przez mechanizmy dyfuzji relacyjnej, wspólny koszt globalny albo odźwięk zbiorowy, zmniejszające rozbieżności w opisach.

Spójność opisów w geometrii teraz oznacza, że różne okna nie tylko są chwilowo bliskie, lecz pozostają w bliskości mimo wykonalnych zaburzeń i różnic perspektyw. Stanowi to czasowy odpowiednik gładkości relacyjnej w grafie. Jeżeli w przestrzeni okien istnieją atraktorów okien, które są zwarte i stabilne, to można je interpretować jako prototypy teraźniejszości, czyli jako stabilne wzorce czasowe, do których trajektorie okien są przyciągane.

Warto zauważyć, że wspólna chwila i synchronizacja są możliwe nawet wtedy, gdy interfejsy aktonów są różne. To dlatego, że relacja wspólności dokonuje się przez odczyt okna  $\Pi_{\text{now}}$ , a nie przez surowe okno. Jeżeli dwa różne okna dają ten sam odczyt, to z naszego punktu widzenia są jednym teraz, mimo że ich mikroskopowa historia się różni.

## 37 Klasy obserwowalności i klasy okien

Perspektywa była wcześniej rozumiana jako projekcja struktur  $\lambda \in \Lambda$  do przestrzeni cech, a nieroróżnialność była relacją na  $\Lambda$  przez nią wyznaczoną. W części o grubym teraz wprowadzona była analogiczna konstrukcja w przestrzeni okien, gdzie nieroróżnialność dotyczyła fragmentów historii. Podwójna równoważność wynika stąd, że te dwie relacje są dwiema postaciami tego samego ograniczenia perspektywy na dwóch poziomach opisu.

Zauważmy, że z trajektorii strukturalnej  $\lambda(\cdot)$  można zbudować okno w przestrzeni cech. Jeżeli w danej perspektywie  $p$  odczyt chwilowy jest  $S_p(t) = \Pi_p(\lambda(t))$ , to odpowiadające mu okno jest obiektem

$$W_{\Delta,p}(t)(\tau) = S_p(t - \tau) = \Pi_p(\lambda(t - \tau)) \quad \text{dla } 0 \leq \tau \leq \Delta.$$

To złożenie pokazuje, że okna w  $\mathcal{W}_\Delta$  są cieniami trajektorii w  $\Lambda$ . Jeżeli więc perspektywa nie rozróżnia pewnych struktur, to w konsekwencji również odpowiadających im okien, bo okna są tworzone przez tę samą projekcję.

Inaczej, jeżeli operacyjny odczyt teraz jest odwzorowaniem  $\Pi_{\text{now}} : \mathcal{W}_\Delta \rightarrow Y$ , to można z niego zbudować odczyt obserwowalny na poziomie struktur, w chwili  $t$ , przez złożenie z operatorem budowania okna. Jeżeli oznaczymy przez  $\Omega_{\Delta,p}$  operator, który z  $\lambda(\cdot)$  buduje okno  $W_{\Delta,p}(t)$ , to obserwowalność w chwili  $t$

$$\mathcal{O}_{p,\Delta}(t) = \Pi_{\text{now}}(\Omega_{\Delta,p}(\lambda)(t)).$$

Wówczas dwie trajektorie strukturalne są nieroróżnialne w sensie teraźniejszości wtedy, gdy dają ten sam odczyt  $\mathcal{O}_{p,\Delta}(t)$ . Jest to relacja równoważności w  $\Lambda$  parametryzowana przez  $\Delta$ , co oznacza: perspektywa nie rozróżnia nie tylko punktów w czasie, lecz rozróżnia lub nie rozróżnia całe fragmenty historii.

Podwójna równoważność staje się oczywista, gdy przyjmiemy, że tak naprawdę działaniem aktonu steruje nie punktowy odczyt  $S_p(t)$ , lecz funkcjonal okna, czyli wzorzec  $P(W_{\Delta,p}(t))$ . Wtedy perspektywa jest określona przez jądro

tego funkcjonału, czyli przez jakie okna przekształca do tej samej wartości. Jeżeli wiele różnych okien daje ten sam wzorzec, to z punktu widzenia działania są tym samym stanem operacyjnym. W tym sensie klasy okien są klasami obserwonalności, a klasy obserwonalności są klasami okien, choć opisanymi na różnych poziomach.

Jeśli chcemy badać granice poznania, możemy to robić równie dobrze, analizując nieroróżnialność w  $\Lambda$ , jak i analizując nieroróżnialność w przestrzeni okien. Analiza w  $\Lambda$  akcentuje realizm strukturalny i warstwę ontologiczną, a analiza w  $\mathcal{W}_\Delta$  operacyjność i warstwę czasu. Ponieważ jednak obie analizy są powiązane projekcją i budową okna, nie są to dwie różne teorie, lecz dwie reprezentacje tej samej perspektywy.

## Część VI

# GEOMETRIA ODDZWIEKU

### 38 Panaktorium i geometria

Panaktorium  $\Lambda$  zostało wprowadzone jako przestrzeń struktur świata, a różne perspektywy rzutują z niej swoje cienie. Nadajmy  $\Lambda$  dodatkową strukturę, która pozwoli mówić o ruchu, koszcie czy stabilności niezależnie od konkretnej reprezentacji w przestrzeni cech.

Niech  $\Lambda$  będzie rozmaitością różniczkowalną tak, że w otoczeniu każdego punktu  $\lambda \in \Lambda$  możemy używać współrzędnych i różniczkować funkcje. Dla każdego punktu istnieje przestrzeń styczna  $T_\lambda \Lambda$ , będąca zbiorem kierunków możliwej zmiany struktury. Metryka na  $\Lambda$  jest obiektem mierzącym długości wektorów stycznych. Jest to dodatnio określona forma dwuliniowa  $g_\lambda$  na  $T_\lambda \Lambda$ , zależąca gładko od  $\lambda$ . Jeżeli  $v, w \in T_\lambda \Lambda$ , to  $g_\lambda(v, w)$  jest uogólnionym iloczynem skalarnym, a długość  $v$  jest dana przez  $\sqrt{g_\lambda(v, v)}$ .

Struktura symplektyczna jest drugim elementem geometrii. Jest to nieosobliwa, domknięta forma dwuliniowa  $\omega$ , antysymetryczna, czyli spełniająca  $\omega(v, w) = -\omega(w, v)$ . Nieosobliwość oznacza, że dla każdego niezerowego  $v$  istnieje  $w$  takie, że  $\omega(v, w) \neq 0$ . Struktura symplektyczna nie mierzy długości, lecz opisuje relację sprzężenia pomiędzy kierunkami. To dobry język dla tej części mechanizmu, który ma zachowawczy charakter, czyli dla tej części ruchu, która reorganizują struktury.

Struktura zespolona jest elementem, który porządkuje relację między metryką i symplektyką. Jest to operator liniowy  $J_\lambda : T_\lambda \Lambda \rightarrow T_\lambda \Lambda$  spełniający warunek

$$J_\lambda^2 = -I,$$

gdzie  $I$  jest identycznością na  $T_\lambda \Lambda$ . Operator zachowuje się jak mnożenie przez jednostkę urojoną na przestrzeni stycznej, co pozwala mówić o obrocie o  $90^\circ$  w uogólnionym sensie. Gdy metryka  $g$  i forma symplektyczna  $\omega$  są zgodne z  $J$ , zachodzi relacja

$$\omega(v, w) = g(Jv, w).$$

Gdy  $J$  jest zgodny w sensie gładkości i pewnych warunków całkowalności, otrzymujemy strukturę Kählera. W praktyce oznacza to, że ta sama geometria pozwala opisać część gradientową i hamiltonowską ruchu, a operator  $J$  jest mostem między nimi.

Metryka jest geometrią kosztu, bo pozwala mierzyć, jak daleko jest zmiana. Symplektyka jest geometrią sprzężenia, bo pozwala opisać ruch, który zachowuje pewną wielkość, ale przemieszcza strukturę w sposób zorganizowany. Struktura zespolona jest regułą, która zamienia gradient w hamiltonian, czyli zamienia ruch spadku kosztu w ruch zachowawczy przez obrót w przestrzeni stycznej.

## 39 Przepływ hamiltonowski i gradientowy

Niech  $\Phi : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją kosztu lub potencjału dyssypacji. Gradient  $\nabla_g \Phi(\lambda)$  jest wektorem w  $T_\lambda \Lambda$  zdefiniowanym przez warunek

$$d\Phi_\lambda(v) = g_\lambda(\nabla_g \Phi(\lambda), v)$$

dla każdego  $v \in T_\lambda \Lambda$ , gdzie  $d\Phi_\lambda$  jest różniczką  $\Phi$  w punkcie  $\lambda$ . Przepływ gradientowy wyraża równanie

$$\dot{\lambda}(t) = -\nabla_g \Phi(\lambda(t)).$$

Ten ruch ma własność dyssypacji, ponieważ wzduż rozwiązań  $\Phi$  maleje. Istotnie, podstawiając do pochodnej po czasie otrzymujemy

$$\frac{d}{dt} \Phi(\lambda(t)) = d\Phi_{\lambda(t)}(\dot{\lambda}(t)) = -g_{\lambda(t)}(\nabla_g \Phi, \nabla_g \Phi) \leq 0.$$

Ta nierówność mówi, że gradientowy mechanizm jest formalnym odpowiednikiem wygładzania.

Niech teraz  $H : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją hamiltonianu, czyli wielkością, która generuje część zachowawczą ruchu. Przy danej strukturze symplektycznej  $\omega$  definiujemy wektorowe pole hamiltonowskie  $X_H(\lambda)$  za pomocą warunku

$$\omega_\lambda(X_H(\lambda), v) = dH_\lambda(v)$$

dla każdego  $v \in T_\lambda \Lambda$ . Przepływ hamiltonowski jest równaniem

$$\dot{\lambda}(t) = X_H(\lambda(t)).$$

Ten ruch jest zachowawczy w tym sensie, że  $H$  jest stałe wzduż trajektorii, ponieważ antysymetria  $\omega$  wymusza  $dH(\dot{\lambda}) = \omega(X_H, X_H) = 0$ . Oznacza to, że układ może poruszać się po powierzchniach stałego  $H$ , reorganizując strukturę bez utraty tej wielkości.

Jeżeli  $\Lambda$  ma zgodną strukturę Kählera, to relacja między ruchem gradientowym i hamiltonowskim staje się szczególnie prosta. Zgodność  $\omega(v, w) = g(Jv, w)$  implikuje, że dla tej samej funkcji  $H$  zachodzi

$$X_H = J \nabla_g H.$$

Oznacza to, że przepływ hamiltonowski jest obrotem gradientu o  $J$ . W ten sposób geometrycznie widać różnicę między mechanizmem a dyssypacją. Dysypacja jest ruchem w dół kosztu, a mechanizm zachowawczy jest ruchem po przecznym do tego spadku.

Najbardziej ogólny obraz dynamiki polega na tym, że rzeczywisty ruch jest sumą części zachowawczej i części dyssypacyjnej, a sterowanie i wykonalność ograniczają kierunki. Wtedy naturalna postać równania ma schemat

$$\dot{\lambda}(t) = X_H(\lambda(t)) - \nabla_g \Phi(\lambda(t)) + U(\lambda(t), t),$$

gdzie  $U(\lambda, t)$  reprezentuje wkład sterowania i ograniczeń, a w wersji z wykonalnością stożkową zapisuje się raczej jako warunek przynależności do zbioru dopuszczalnych kierunków w  $T_\lambda \Lambda$ . W tym miejscu ważne jest samo rozróżnienie: część hamiltonowska nie zmniejsza kosztu wprost, ale organizuje ruch, natomiast część gradientowa jest odpowiedzialna za utrwalanie rekordów przez dyssypację.

Jest to szczególnie użyteczne w teorii faktu. Rekord, czyli stabilny wzorzec, pojawia się, gdy dyssypacja prowadzi do przyciągania do pewnych zbiorów, część zachowawcza natomiast zanika w pobliżu rekordu, lub staje się ruchem w obrębie rekordu, nie nisząc jego stabilności. Wtedy fakt jest stabilny, bo koszt jest minimalny, a mechanizm zachowawczy nie ma już energii, aby wydostać układ z basenu przyciągania bez dodatkowego sterowania.

## 40 Pamięć jako rozszerzenie przestrzeni stanu

Równania z pamięcią są nie-Markowskie w przestrzeni  $H$ , co wynika stąd że przyszłość zależy od przeszłości w sposób aktywny. Standardowe pojęcia przepływu, atraktora i stabilności są najlepsze wtedy, gdy to stan w danej chwili determinuje przyszłość. W teorii tej nie usuwamy pamięci ale przenosimy ją do geometrii przez rozszerzenie przestrzeni stanu. Ten zabieg nazywamy markowizacją przez historię.

W tym celu, wprowadzamy przestrzeń historii. Dla ustalonej skali  $\Delta$  może to być przestrzeń okien  $\mathcal{W}_\Delta$  jako składnik stanu, ale dla pamięci o nieskończonym ogonie wygodniejsze jest przyjęcie przestrzeni funkcji na  $[0, \infty)$  z odpowiednim ważeniem. Ogólnie niech  $\mathcal{H}$  oznacza przestrzeń historii, która zawiera funkcje  $\eta(\tau)$  o wartościach w  $H$ , (czyli stany opóźnione).

Ujednolicenie: przestrzeń historii nie jest tym samym co  $H$ .

Niech  $\mathcal{H}_{\text{hist}}$  oznacza przestrzeń historii, tj. przestrzeń funkcji  $\eta(\tau)$  o wartościach w  $H$  (stany opóźnione). Wtedy rozszerzony stan zapisujemy jako:

$$X(t) = (S(t), \eta_t) \in H \times \mathcal{H}_{\text{hist}},$$

$$\eta_t(\tau) = S(t - \tau).$$

W tej przestrzeni pamięć przestaje być operatorem z zewnątrz, bo historia jest częścią stanu.

Istotnym elementem markowizacji jest równanie ewolucji samej historii. Jeżeli  $\eta_t(\tau) = S(t - \tau)$ , to dla  $\tau > 0$  zachodzi relacja transportowa

$$\partial_t \eta_t(\tau) = -\partial_\tau \eta_t(\tau),$$

a warunek brzegowy przy  $\tau = 0$  jest dany przez

$$\eta_t(0) = S(t).$$

Te dwa równania mówią, że gdy czas płynie, historia przesuwa się wzdłuż osi opóźnienia, a bieżący stan jest dopisywany na brzegu. Jest dobry zapis intuicji, że historia jest taśmą, która przesuwa się wraz z teraźniejszością.

Równanie ruchu z pamięcią jako równanie w przestrzeni rozszerzonej gdy wkład pamięci jest dany przez splot z jądrem  $K$ , to w przestrzeni rozszerzonej po prostu funkcjonał historii:

$$(MS)(t) = \int_0^\infty K(\tau) \eta_t(\tau) d\tau.$$

Wtedy prawo dynamiki ma postać

$$\dot{S}(t) = F\left(S(t), \int_0^\infty K(\tau) \eta_t(\tau) d\tau, t\right) + G(S(t), t) u(t),$$

a równanie transportu dla  $\eta_t$  zamkna układ. Połączenie tych dwóch równań daje układ Markowskiego w przestrzeni  $H \times \mathcal{H}$ , ponieważ znając  $X(t)$  można jednoznacznie wyznaczyć  $\dot{X}(t)$ .

Z punktu widzenia teorii ten krok jest decydujący, bo pozwala interpretować pamięć jako geometrię. Rozszerzona przestrzeń  $H \times H_{hist}$  może otrzymać metrykę, w której koszt zależy zarówno od bieżącego stanu, jak i od kształtu historii. Oznacza to, że rekord może być atraktorem w przestrzeni rozszerzonej, a bariera przejścia opisana jako przeszkoła geometryczna uwzględniająca исторię. W języku grubego teraz oznacza to, że stabilne fakty nie są punktami w  $H$ , lecz są stabilnymi klasami historii, które są utrzymywane przez oddźwięk.

## 41 Atraktorы и навыки

Wcześniej koszt pojawiał się jako funkcjonał, jego spadek generuje dyssypację, a stabilność była wiązana z istnieniem rekordów. Teraz potrzebujemy pojęcia, które mówi jak uformowany jest krajobraz kosztu w pobliżu stabilnych wzorców. Informacji o tym niesie krzywizna kosztu. To drugą informację różniczkową o koszcie, czyli o tym, jak szybko koszt rośnie, gdy odchodzimy od punktu lub zbioru, który minimalizuje koszt.

Niech  $\Lambda$  będzie panatorium wyposażone w metrykę  $g$ , a niech  $\Phi : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją kosztu, która generuje przepływ gradientowy

$$\dot{\lambda}(t) = -\nabla_g \Phi(\lambda(t)).$$

Punkt  $\lambda^* \in \Lambda$  nazywamy punktem krytycznym kosztu wtedy i tylko wtedy, gdy gradient znika, to znaczy gdy  $\nabla_g \Phi(\lambda^*) = 0$ . Warunek ten nie przesądza jeszcze o stabilności, ponieważ punkt krytyczny może być minimum, maksimum albo siodłem. O stabilności decyduje druga pochodna wzduż kierunków w przestrzeni stycznej.

Aby tę drugą pochodną zapisać na rozmaitości, wprowadzamy hesjan kosztu. Hesjanem nazywamy operator liniowy  $\text{Hess}_g \Phi(\lambda^*) : T_{\lambda^*} \Lambda \rightarrow T_{\lambda^*} \Lambda$ , taki, aby dla każdego wektora stycznego  $v \in T_{\lambda^*} \Lambda$  druga wariacja kosztu w kierunku  $v$  była dana przez formę kwadratową

$$\delta^2 \Phi(\lambda^*)[v, v] = g_{\lambda^*}(v, \text{Hess}_g \Phi(\lambda^*) v).$$

Jeżeli ta forma jest dodatnia dla wszystkich niezerowych  $v$ , to  $\lambda^*$  jest lokalnym minimum kosztu. Przepływ gradientowy ma w pobliżu  $\lambda^*$  własność powrotu, ponieważ koszt rośnie w każdym kierunku odejścia, a mechanizm dysypacji zwraca układ z powrotem w dół. W pierwszym przybliżeniu, linearyzując przepływ w pobliżu  $\lambda^*$ , otrzymujemy równanie dla małego odchylenia  $\xi(t) \in T_{\lambda^*} \Lambda$  postaci

$$\dot{\xi}(t) \approx -\text{Hess}_g \Phi(\lambda^*) \xi(t).$$

Jeżeli wszystkie wartości własne hesjanu mają dodatnie części rzeczywiste, odchylenia zanikają, a minimum jest stabilne dla przepływu gradientowego. W tym znaczeniu krzywizna kosztu jest formalnym odpowiednikiem sztywności wzorca: im większa krzywizna w danym kierunku, tym szybciej dysypacja wygładza odchylenia w tym kierunku.

Ta obserwacja pozwala powiązać geometrię z intuicją nawyku. Przez nawyk rozumiemy stabilny wzorzec w dynamice, który powtarza się lub utrzymuje, ponieważ odejście od niego jest kosztowne w sensie krajobrazu kosztu oraz ponieważ wykonane zaburzenia są przez dysypację wygaszane. Na poziomie geometrii oznacza to, że nawyk jest atraktorem dla przepływu w przestrzeni stanu, a nie chwilową konfiguracją.

Aby wprowadzić atraktor, przejdźmy do przestrzeni, o dynamice jest Markowowskiej. Jeżeli pamięć została zmarkowiznowana przez historię, to stanem jest obiekt  $X(t)$  należący do przestrzeni rozszerzonej, którą traktujemy tu jako przestrzeń pamięci-stanów. Niech  $\mathcal{M}$  oznacza tę przestrzeń, na przykład  $\mathcal{M} = H \times \mathcal{H}$ , i niech  $\Phi_t$  oznacza półprzepływ, czyli ewolucję w czasie  $t \geq 0$ .

Zbiór  $A \subset \mathcal{M}$  nazywamy atraktorem wtedy, gdy jest niezmienniczy, czyli gdy  $\Phi_t(A) = A$  dla wszystkich  $t \geq 0$ , i gdy istnieje otoczenie  $U$  takie, że dla każdego  $X_0 \in U$  odległość  $\text{dist}(\Phi_t(X_0), A)$  dąży do zera, gdy  $t \rightarrow \infty$ . Nie oznacza to, że atraktor ma być punktem. Atraktor może być krzywą zamkniętą, może być rozmaistością, a w układach z pamięcią może być także zbiorem wzorców historii. To jest istotne, ponieważ nawyk często nie jest punktem w przestrzeni chwilowych stanów, lecz jest stabilnym wzorcem w czasie, a więc obiektem naturalnie zlokalizowanym w przestrzeni okien lub historii.

Krzywizna kosztu wpływa na stabilne wzorce dwójako. Lokalnie decyduje o tym, jak szybko układ wraca do atraktora po małym zaburzeniu. Globalnie decyduje o tym, jak szeroki jest obszar, z którego atraktor przyciąga (basen

przyciągania), oraz jak trudno jest z niego uciec pod wpływem sterowania lub zaburzenia. W krajobrazie kosztu o atraktor jest jak dolina. Jeżeli dolina jest wąska i stroma, krzywizna jest duża, powrót jest szybki, ale przejścia do innych dolin wymagają dużego kosztu. Jeżeli dolina jest szeroka i płaska, krzywizna jest mała, powrót jest wolny, a układ łatwiej dryfuje, co odpowiada słabym nawykom.

W obecności części hamiltonowskiej mechanizmu krajobraz stabilności pozostaje w dużej mierze rządzony przez koszt, ale dynamika może się organizować w sposób bardziej złożony. Równanie

$$\dot{\lambda}(t) = X_H(\lambda(t)) - \nabla_g \Phi(\lambda(t))$$

pokazuje, że ruch ma składową poprzeczną do spadku kosztu, która może krażyć po poziomach  $H$ , oraz składową, która sprawdza układ ku zbiorom o małym koszcie. W takim układzie stabilny wzorzec może mieć postać cyklu granicznego albo złożonego obiektu. Jego trwałości pozostaje gdy dyssypacja nie pozwala trajektoriom odpływać od pewnego zbioru, a krzywizna kosztu w kierunkach ucieczki jest wystarczająca, by utrzymać spójność.

W ten sposób krzywizna kosztu staje się narzędziem, które łączy geometrię z ontologią faktu.

Uwaga notacyjna.

Dla uniknięcia konfliktu z operatorem metryki  $M$ , przestrzeń pamięć–stan będziemy dalej oznaczać jako  $MT$  (np.  $MT = H \times \mathcal{H}_{\text{hist}}$  albo w uproszczeniu  $MT = H \times H$ ). W szczególności:  $X(t) \in MT$ ,  $A \subset MT$ , itd.

## 42 Lokalność w $\Xi$ jako geometria wykonalności

Lokalność była tej pory wprowadzana przez graf relacji, a wykonalność przez stożek możliwości  $C(S, t)$ , czyli zbiór dopuszczalnych prędkości opisu. Połączmy te dwa elementy z ontologią zdarzeń. W tym celu wracamy do przestrzeni zdarzeń  $\Xi$ . Przestrzeń zdarzeń traktujemy jako zbiór par, które rejestrują gdzie i kiedy zachodzi zmiana w opisie, przy czym to gdzie nie musi oznaczać miejsca w sensie geograficznym, lecz może oznaczać kanał, węzeł grafu czy komponent struktury. W tym sensie zdarzenie jest punktem w  $\Xi$  i jest nośnikiem informacji o zmianie.

Aby mówić o lokalności w  $\Xi$ , musimy wprowadzić pojęcie wpływu. Wpływem nazywamy relację, która mówi, czy zdarzenie może oddziaływać na inne zdarzenie w ramach ograniczeń propagacji. Ograniczenia propagacji to konsekwencja lokalności i zasobów. Lokalność mówi, że wpływ biegnie po relacjach, a zasoby mówią, że wpływ nie może rozchodzić się w dowolnym tempie bez kosztu. Geometria wykonalności w  $\Xi$  wyznacza stożek, czyli zbiór zdarzeń osiągalnych z danego zdarzenia przy dopuszczalnej propagacji.

Najprościej widać to w przypadku grafu relacji. Niech  $d_G(i, j)$  oznacza odległość grafową między węzłami  $i$  i  $j$ , czyli długość najkrótszej ścieżki łączącej je. Rozważmy zdarzenie w węźle  $i$  w chwili  $t$ , które zapiszemy jako  $(i, t)$ . Jeżeli istnieje maksymalna prędkość propagacji  $v > 0$  mierzona w jednostkach krawędzie na jednostkę czasu, to zbiór zdarzeń, na które zdarzenie  $(i, t)$  może wpływać do chwili  $t' > t$ , jest zdefiniowany przez nierówność

$$d_G(i, j) \leq v(t' - t).$$

Stożkiem wpływu nazywamy wtedy zbiór

$$\mathcal{I}_v(i, t) = \{(j, t') : t' \geq t, d_G(i, j) \leq v(t' - t)\}.$$

Ten stożek jest relacyjnym odpowiednikiem stożka przyczynowego znanego z geometrii czasoprzestrzeni, ale tu jego znaczenie jest operacyjne. Aby informacja o zmianie dotarła do odległego kanału, musi upływać czas proporcjonalny do relacyjnej odległości, ponieważ propagacja nie może przeskoczyć natychmiast poza sąsiedztwo.

W ujęciu ciągłym, gdy kanały są indeksowane przez punkt  $x$  w przestrzeni, a odległość jest dana przez normę  $\|x - y\|$ , analogiczny zapis ma postać

$$\|x - y\| \leq v(t' - t),$$

stożek wpływu jest tu zbiorem par  $(y, t')$  spełniających tę nierówność. W obu przypadkach sens jest identyczny. Lokalność w  $\Xi$  oznacza, że wykonalne wpływy mają geometrię stożkową, a nie globalną. To właśnie ta geometria stoi za intuicją, że pewne przejścia są niemożliwe od razu, nawet jeśli w zasadzie są możliwe kiedyś.

Istnieje głęboki związek między stożkiem wpływu w  $\Xi$  a stożkiem możliwości  $C(S, t)$  w przestrzeni stanów. Stożek możliwości mówi, jakie prędkości zmiany opisu są dopuszczalne w danej chwili. Stożek wpływu określa, jak te dopuszczalne zmiany mogą się rozprzestrzeniać w przestrzeni zdarzeń. Jeżeli  $C(S, t)$  respektuje lokalność grafową, to zmiany w komponentach  $S_i$  mogą zależeć bezpośrednio tylko od sąsiedztwa, a więc zaburzenie początkowo ograniczone do pewnego obszaru grafu nie może natychmiast wpływać na obszary odległe. Wtedy stożek wpływu jest geometrycznym ilustracją prawa, algebraicznie zapisanego jako strukturalne ograniczenie operatorów w równaniu ruchu.

Pamięć tylko modyfikuje tę geometrię. Jeżeli operator pamięci jest lokalny względem przekątnej w przestrzeni zdarzeń, to znaczy wpływ historii jest silny tylko dla zdarzeń bliskich, wówczas stożek wpływu pozostaje w przybliżeniu stożkiem o skończonym nachyleniu, aczkolwiek może mieć gruby brzeg wynikający z ogonów pamięci. Jeżeli natomiast pamięć ma długie ogony i łączy odległe czasy, stożek wpływu w czasie może się wydłużać, nie powinien jednak łamać wykonalności, co oznacza, że wpływ o długim zasięgu musi pojawiać się jako efekt rozłożony w czasie i obciążony kosztem, a nie jako natychmiastowe oddziaływanie bez ceny.

Geometria wykonalności w  $\Xi$  jest ważna dla ontologii faktu, ponieważ pozwala odróżnić to co może się zmieniać od utrwalonego w sposób niezależny od języka..

# Część VII

## OGRANICZENIA, REKORD I KOSZT FAKTU jako domknięcie ontologii faktu

### 43 Stożek możliwości jako prawo świata

W części matematycznej stożek możliwości  $C(S, t)$  został wprowadzony jako zapis wykonalności, czyli jako zbiór dopuszczalnych prędkości  $\dot{S}(t)$  w danej chwili. Teraz wróćmy do niego ontologicznie i pokażmy, dlaczego jest to prawo świata opisu, a nie tylko wygodna konstrukcja matematyczna. Prawo to mówi, że przyszłości nie są dowolne, lecz są ograniczone przez zasoby, lokalność i sterowanie, a ograniczenia wynikają z geometrii przestrzeni stanów.

Niech  $S(t) \in H$  będzie stanem opisu, a niech  $C(S(t), t) \subset H$  będzie stożkiem możliwości. Zapis

$$\dot{S}(t) \in C(S(t), t)$$

oznacza, że nawet jeśli istnieją różne sterowania i różne realizacje interfejsu, to wszystkie wykonalne trajektorie muszą mieć prędkość należącą do tego zbioru. Zasób wchodzi do tego prawa przez to, że rozmiar stożka jest ograniczony. Jeżeli zasób maleje, stożek się zwęża, co oznacza, że mniej kierunków jest dostępnych. Sterowanie przez to, że stożek jest obrazem dopuszczalnych sterowań przez sprzęgający operator mechanizmu. Lokalność bo stożek ma strukturę zgodną z relacjami, a więc nie zawiera kierunków odpowiadających natychmiastowym globalnym zmianom.

W tym miejscu istotne jest, że stożek możliwości jest niezależny od tego, jaki konkretnie cel wybierze akton. Cel i uwaga decydują o wyborze kierunku w obrębie stożka który zostanie wybrany jako akt, ale nie mogą zmienić samego stożka bez zmiany zasobu czy mechanizmu. Oznacza to, że wykonalność nie jest więc decyzyją, lecz warunkiem brzegowym rzeczywistości operacyjnej. Jeżeli akton pragnie wykonać zmianę, która nie leży w jego stożku możliwości, to pragnienie to nie ma skutku mechanicznego, ponieważ nie istnieje dopuszczalna trajektoria, która by je zrealizowała.

Taka interpretacja ma bezpośredni skutek dla pojęcia faktu. Fakt będzie rozumiany jako rekord, czyli jako stabilny atraktor w przestrzeni pamięci-stanów, ale stabilność rekordu będzie zawsze stabilnością względem wykonalnych zaburzeń. Zaburzenie która nie mieści się w stożku możliwości, nie jest zaburzeniem świata opisu, lecz jest wyobrażeniem. W ten sposób stożek możliwości staje się prawem, które rozstrzyga, co znaczy może się stać i nie może się stać, bez odwołania do interpretacji językowej.

Warto zauważyć, że stożek możliwości jest prawem lokalnym w czasie. To oznacza, że wykonalność może się zmieniać wraz z sytuacją. Układ może przejść w stan, w którym pewne działania stają się możliwe, bo stożek się rozszerza, albo w stan gdy działania stają się niemożliwe, bo stożek się zwęża. Taka zmienność

jest naturalna i odpowiada temu, że zasoby są dynamiczne a pamięć utrwała pewne kierunki, uwaga może zatem przełączać tryby sterowania. Prawo stożka nie mówi więc, że istnieje jedna lista możliwych przyszłości, lecz mówi, że w każdej chwili istnieje geometryczny zbiór dopuszczalnych kierunków, który wyznacza lokalną strukturę przyszłości.

W ten sposób stożek możliwości domyka ontologię faktu. Jeśli połączymy stożek z kosztem i dyssypacją, otrzymamy mechanizm, w którym pewne trajektorie są preferowane, a inne są blokowane. Jeśli połączymy stożek z geometrią wpływu w  $\Xi$ , otrzymamy dodatkowo mechanizm, w którym pewne przejścia są nie tylko drogie, ale także zbyt wolne lub rozproszone, aby w danym horyzoncie mogły zajść. Fakt jest wtedy nie tyle prawdziwym zdaniem, ile stabilną konsekwencją prawa wykonalności.

## 44 Rekord jako stabilny atraktor w $\mathcal{M}_T$

Przechodząc od intuicji rekordu do definicji, musimy najpierw nazwać przestrzeń, w której rekord będzie obiektem dynamicznym. Ponieważ pamięć jest aktywnym argumentem mechanizmu, rekord nie może być w ogólności punktem w przestrzeni chwilowych stanów  $H$ . Rekord musi być obiektem w przestrzeni pamięci-stanów, to znaczy w przestrzeni rozszerzonej przez historię. Dla ustalonego horyzontu pamięci  $T > 0$  wprowadzamy przestrzeń  $\mathcal{M}_T$  jako przestrzeń par składających się z bieżącego stanu oraz okna historii długości  $T$ . Najprostsza postać tej przestrzeni ma schemat

$$\mathcal{M}_T = H \times \mathcal{W}_T,$$

gdzie  $\mathcal{W}_T$  jest przestrzenią okien, na przykład  $C([0, T], H)$  lub  $L^2([0, T], H)$ , zależnie od wybranego pojęcia regularności. Element  $\mathcal{M}_T$  zapisujemy jako  $X = (S, W)$ , gdzie  $S$  jest stanem bieżącym, a  $W$  jest historią w oknie. W modelach z pamięcią nieskończoną  $\mathcal{M}_T$  jest zastępowane przestrzenią historii o ogonie, ale sens pozostaje identyczny: rekord żyje w przestrzeni, która pamięta.

Niech  $\Phi_t$  będzie półprzepływem generowanym przez równania teorii po markowizacji, czyli odwzorowaniem, które dla  $t \geq 0$  bierze stan początkowy  $X_0 \in \mathcal{M}_T$  i daje stan  $X(t) = \Phi_t(X_0)$ . Rekordem nazywamy zbiór  $R \subset \mathcal{M}_T$ , który jest atraktorem dla tego półprzepływu stabilny względem perturbacji wykonalnych. Stabilność ta oznacza, że jeżeli początkowy stan zostanie zmieniony w sposób zgodny ze stożkiem możliwości, to trajektoria pozostaje w pobliżu  $R$  i jest do niego przyciągana.

Aby zdefiniować basen rekordu, wprowadźmy najpierw pojęcie przyciągania. Basenem przyciągania rekordu  $R$  nazywamy zbiór tych stanów początkowych, dla których trajektoria zbiega do  $R$  w miarę upływu czasu. Formalnie jest to zbiór

$$\mathcal{B}(R) = \{X_0 \in \mathcal{M}_T : \text{dist}(\Phi_t(X_0), R) \rightarrow 0 \text{ gdy } t \rightarrow \infty\}.$$

Ta definicja nie jest tylko ozdobnikiem. Jest ona odpowiada bowiem intuicji, że rekord nie jest tylko jednym stanem, lecz jest strukturą, do której układ wraca z szerokiej klasy stanów początkowych. Basen mierzy więc siłę faktu: im większy

basen, tym więcej początkowych historii kończy w tym samym rekordzie, a fakt jest uniwersalny w danym reżimie wykonalności.

Rozłączność rekordów oznacza, że różne rekordy odpowiadają różnym stabilnym wzorcem, nie zlewającymi się w jedno przy dopuszczalnych zaburzeniach. Formalnie rozłączność można uchwycić tym, że baseny przyciągania różnych rekordów nie nakładają się jako trajektorie. Jeżeli  $R_1$  i  $R_2$  są dwoma różnymi atraktorami, za różne fakty uznamy istnienie stanów początkowych prowadzących do  $R_1$  oraz do  $R_2$ , a granica między tymi zbiorami jest barierą przejścia. Ta bariera nie musi być ścianą absolutną, ale musi być barierą wykonalności lub kosztu, w tym znaczeniu, że przejście z basenu jednego rekordu do basenu drugiego wymaga sterowania, które jest albo zbyt kosztowne, albo wymaga czasu i propagacji, które w danych ograniczeniach są niedostępne.

Czas życia rekordu jest pojęciem, wprowadzającym realizm operacyjny do stabilności. Rekord może być stabilny w sensie deterministycznym, ale w świecie wykonalnym zawsze istnieją fluktuacje, zakłócenia, zmiany warunków, które mogą w długim horyzoncie doprowadzić do przejścia. Dlatego czas życia rekordu rozumiemy jako czas, przez który trajektorie pozostają w basenie przyciągania przy typowych perturbacjach zgodnych z wykonalnością, zanim ewentualnie nastąpi ucieczka. W ujęciu jakościowym oznacza to, że rekord może być metastabilny, czyli stabilny przez bardzo długi czas, choć niekoniecznie na zawsze. Metastabilność ontologicznie nazywamy faktem w świecie z pamięcią, kosztem i ograniczeniami: fakt jest stabilny, ale to własność mechanizmu, a nie metafizycznej wieczności.

## 45 Odporność rekordu na perturbacje stożkowe

Rekord został zdefiniowany jako stabilny atraktor w przestrzeni pamięci-stanów  $\mathcal{M}_T$ , a fakt jako rekord rozumiany operacyjnie. Należy jednak sprecyzować, co dokładnie znaczy odporny, skoro nie dopuszcza się dowolnych perturbacji, lecz tylko wykonalne, czyli takie, które mieszczą się w stożku możliwości. Odporność rekordu musi więc być zdefiniowana nie względem wszystkich możliwych zaburzeń matematycznych, lecz względem zaburzeń stożkowych.

Niech  $X(t) \in \mathcal{M}_T$  oznacza stan rozszerzony, a niech  $\Phi_t$  będzie półprzepływem generowanym przez mechanizm po markowizacji. Niech  $R \subset \mathcal{M}_T$  będzie rekordem. Aby mówić o perturbacjach stożkowych, potrzebujemy stożka możliwości w przestrzeni  $\mathcal{M}_T$ . W praktyce stożek możliwości był zdefiniowany na poziomie prędkości stanu  $S(t)$ , ale po rozszerzeniu o historię stożek musi obejmować również dopuszczalne sposoby poruszania historii. Ponieważ historia jest przesuwana przez dynamikę i jest dopisywana na brzegu przez bieżący stan, perturbacja historii to w istocie perturbacja bieżącego stanu w czasie. Z tego powodu, w ujęciu operacyjnym, perturbacje stożkowe można rozumieć jako takie zmiany trajektorii, które wynikają z dopuszczalnych sterowań  $u(t)$  ograniczonych zasobem i czasem.

Odporność rekordu dotyczy tego, czy trajektoria startująca blisko rekordu pozostaje blisko mimo perturbacji. Ale również tego, czy po ustaniu perturbacji trajektoria wraca do rekordu. W języku stabilności są to odpowiednio stabilność i przyciąganie, ale tu powinny być sformułowane jako stabilność względem dopuszczalnych kierunków.

Najwygodniej uchwycić tę odporność funkcjałem Lyapunowa na  $\mathcal{M}_T$ . Niech

$V : \mathcal{M}_T \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  będzie funkcjonałem, który mierzy odległość od rekordu, w tym sensie, że  $V(X) = 0$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $X \in R$ , oraz że  $V$  rośnie, gdy oddalamy się od  $R$ . Kryterium stabilizacji stożkowej mówi, że dla trajektorii generowanych przez dopuszczalne sterowania zachodzi nierówność typu ISS względem stożka:

$$\frac{d}{dt} V(X(t)) \leq -W(X(t)) + \Gamma \|u(t)\|_U^2,$$

gdzie  $W$  jest dodatnim funkcjonałem zaniku, a  $\Gamma$  jest stałą wrażliwości. Interpretacja jest taka. Jeśli sterowanie lub zakłócenie jest małe, to termin  $-W$  dominuje i  $V$  maleje, co oznacza, że układ wraca do rekordu. Jeśli sterowanie jest niezerowe, rekord może być odchylany, jednak odchylenie jest kontrolowane wielkością dopuszczalnego sterowania. Wtedy rekord jest odporny w sensie operacyjnym, ponieważ w granicach wykonalnych perturbacji nie traci swojej roli jako struktury przyciągającej.

Kryterium nie wymaga, aby rekord był absolutnie niezmienny. W wielu sytuacjach rekord jest raczej rodziną stanów, które tworzą stabilną klasę, a nie jednym punktem. Wtedy  $V$  jest funkcjonałem odległości do zbioru  $R$ , a  $W$  mierzy oddalenie od tej klasy. Taka sytuacja jest naturalna dla rekordów czasowych, które są stabilnymi wzorcami okien, oraz dla rekordów w obecności części hamiltonowskiej.

Drugim sposobem uchwycenia odporności rekordu, jest użycie stożka możliwości wprost. Jeżeli  $X \in R$ , a stożek dopuszczalnych prędkości w  $X$  oznaczamy przez  $C_{\mathcal{M}}(X, t)$ , to rekord jest stabilny stożkowo, jeśli wektory dopuszczalne w pobliżu  $R$  mają składową do wewnętrz basenu rekordu, a nie na zewnątrz. W tym sensie stabilizacja rekordu jest nierównością geometryczną: dyssypacja kosztu tworzy pole, które skierowuje dopuszczalne trajektorie ku  $R$ , a stożek możliwości ogranicza kierunki ucieczki. To jest formalny obraz tego, ontologicznie nazywamy odpornością faktu na perturbacje wykonalne.

## 46 Koszt i bariera przejścia między rekordami

Jeżeli istnieje więcej niż jeden rekord, pojawia się pytanie o przejście między rekordami. W języku potocznym mówimy wtedy o zmianie faktów, o zmianie przekonań, o zmianie stanu świata, ale tu przejście ma precyzyjne znaczenie: jest to trajektoria, która opuszcza basen jednego rekordu i wchodzi do basenu innego, przy czym trajektoria musi być wykonalna, czyli zgodna ze stożkiem możliwości.

Koszt przejścia jest minimalnym kosztem sterowania i zmiany, jaki trzeba ponieść, aby wykonać takie przejście w zadanym horyzoncie czasu. Jeżeli  $R_1$  i  $R_2$  są rekordami, to koszt przejścia można rozumieć jako wartość minimałizacji funkcjonału kosztu  $J$  po wszystkich trajektoriach i sterowaniach, które zaczynają się w basenie  $R_1$  i kończą w basenie  $R_2$ . Zapisujemy to jako

$$\mathcal{C}(R_1 \rightarrow R_2) = \inf\{ J(S, u) : X(0) \in R_1, X(T) \in R_2, \dot{X}(t) \text{ wykonalne}\}.$$

Ten zapis jest ogólny, ponieważ szczególnowa postać  $J$  i warunków wykonalności zależy od modelu, ale niezmienne jest to: koszt przejścia jest miarą bariery pomiędzy rekordami.

Bariera przejścia ma znaczenie bardziej geometryczne niż sam koszt. W krajobrazie kosztu bariera jest wysokością przełęczy, którą trzeba przekroczyć, aby przejść z jednej doliny do drugiej. Jeżeli koszt ma postać potencjału  $\Phi$  i dysypacja dąży do jego zmniejszenia, to przejście wymaga wejścia na pewien czas w obszar większego  $\Phi$ , czyli w obszar pod góre. Wtedy bariera jest minimalną maksymalną wartością kosztu wzduż trajektorii przejścia. Można to zapisać jako funkcjonal:

$$\mathcal{B}(R_1, R_2) = \inf_{\gamma} \sup_{t \in [0, T]} \Phi(\gamma(t)),$$

gdzie  $\gamma$  przebiega po wykonalnych trajektoriach łączących odpowiednie otoczenia rekordów. W praktyce, jeśli  $R_1$  i  $R_2$  są lokalnymi minimami  $\Phi$ , to bariera jest większa od obu minimów, a jej wysokość decyduje o tym, jak trudno jest wymusić przejście.

Odwracalność i nieodwracalność są w tej książce rozumiane jako cechy struktury kosztów i barier, a nie jako metafizyczne implikacje czasu. Przejście jest odwracalne w sensie operacyjnym gdy koszt przejścia w obie strony jest porównywalny a w obu kierunkach istnieją wykonalne trajektorie o podobnej barierze. Przejście jest nieodwracalne gdy istnieje istotna asymetria: albo koszt przejścia w jedną stronę jest znacznie większy, albo czas potrzebny do przejścia jest wykonalny w jedną stronę, a niewykonalny w drugą.

Pamięć jest jednym z głównych źródeł nieodwracalności. Ponieważ pamięć utrwała historię, przejście do nowego rekordu często oznacza zbudowanie nowej historii, która wspiera nowy wzorzec. Powrót wymagałby nie tylko zmiany stanu chwilowego, lecz także przepisania historii w oknie lub w ogonie pamięci, a to bywa kosztowne lub częściej niewykonalne w danym horyzoncie. W języku przestrzeni rozszerzonej oznacza to, że różne rekordy mogą być daleko w  $\mathcal{M}_T$ , nawet jeśli ich projekcje do  $H$  są bliskie.

Nieodwracalność może również wynikać z lokalności w  $\Xi$ . Jeśli przejście wymaga zsynchronizowania zmian w wielu odległych kanałach, a propagacja jest ograniczona stożkiem wpływu, to w jednym kierunku może istnieć naturalny łańcuch wpływu wspierany przez dysypację, a w drugim nie. Wtedy asymetria nie wynika z samego kosztu, lecz z geometrii wykonalności.

## 47 Rekord zbiorowy

W rozdziale o oddźwięku zbiorowym zarysowaliśmy intuicję, że wiele aktonów może tworzyć jedną strukturę poprzez sprężenie. Teraz, gdy mamy formalizm rekordu jako atraktora, możemy zdefiniować rekord zbiorowy w sposób, który nie odwołuje się do psychologii, lecz do dynamiki sprężonej w przestrzeni zbiorowej.

Niech zbiór aktonów będzie indeksowany przez  $a \in \mathcal{A}$ . Każdy akton ma własny stan rozszerzony  $X_a(t) \in \mathcal{M}_T^{(a)}$ . Zbiorowy stan rozszerzony jest wtedy elementem produktu

$$\mathcal{M}_T^{\text{col}} = \prod_{a \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_T^{(a)}.$$

Gdy aktony są sprzężone za pomocą kanałów informacji, to ich półprzepływ nie jest prostym iloczynem niezależnych przepływów, lecz jest wspólnym półprzepływem  $\Phi_t^{\text{col}}$  na  $\mathcal{M}_T^{\text{col}}$ , w którym prędkość jednego składnika zależy od innych.

Rekord zbiorowy jest atraktorem  $R^{\text{col}} \subset \mathcal{M}_T^{\text{col}}$  dla tego sprzężonego półprzepływu, który ma dodatkową własność spójności. Spójność oznacza, że projekcje stanów aktonów do pewnej przestrzeni wspólnego odczytu są zgodne w klasie nieroróżnialności, czyli że aktony współdzierają pewien fakt operacyjny. Formalnie można to wyrazić przez istnienie funkcjonału wspólnego odczytu  $\Pi_{\text{com}}$ , takiego że dla stanów w rekordzie zbiorowym zachodzi równość odczytu:

$$\Pi_{\text{com}}(X_a) = \Pi_{\text{com}}(X_b) \quad \text{dla wszystkich } a, b \in \mathcal{A}.$$

Wymagamy tylko, aby odchylenia były mniejsze od progu. Rekord zbiorowy jest wtedy wspólną strukturą nie dlatego, że każdy akton ma identyczny cień, lecz dlatego, że ich cienie są zgodne w tym, co jest operacyjnie ważne.

Utrwalanie na poziomie wielu aktonów jest konsekwencją sprzężenia kosztów i pamięci. Jeżeli komunikacja jest kosztowna, to redukowanie rozbieżności w opisach zmniejsza koszt globalny. Jeżeli pamięć ma oddźwięk zbiorowy, to zgodność jednego aktonu utrwała zgodność innych, gdyż historia interakcji staje się częścią mechanizmu. Wtedy rekord zbiorowy może mieć większą odporność niż rekordy jednostkowe, ponieważ zaburzenie jednego aktonu jest tłumione przez sprzężenie z pozostałymi. W języku basenów przyciągania oznacza to, że basen rekordu zbiorowego może być szeroki, a bariera przejścia do alternatywnego rekordu może rosnąć z wielkością grupy, ponieważ przejście wymaga zsynchronizowanego sterowania w wielu komponentach naraz.

To ujęcie pozwala zrozumieć, dlaczego pewne fakty społeczne lub wspólnotowe mają dużą stabilność. Nie jest to stabilność metafizyczna, lecz stabilność dynamiczna: fakt jest rekordem zbiorowym utrzymywany przez sprzężenie opisów, przez koszt rozbieżności i przez pamięć interakcji. Jednocześnie to ujęcie wyjaśnia, dlaczego takie fakty mogą ulegać nagłym zmianom. Jeżeli zewnętrzne sterowanie lub zmiana zasobów przesunie układ poza granicę basenu przyciągania, może dojść do przejścia fazowego w przestrzeni zbiorowej, w którym nowy rekord zbiorowy zastąpi stary. Wtedy zmiana faktu wspólnego jest przejściem między atraktorami.

Rekord zbiorowy domyka związek między realizmem strukturalnym i operacyjnością. Struktura wspólna jest realna, ponieważ jest niezmienikiem wielu perspektyw sprzężonych, a jednocześnie jest operacyjna, ponieważ jest stabilna tylko w ramach wykonalności, kosztów i propagacji w sieci relacji.

## Część VIII

# IX — Warstwa operacyjna czyli most od IFM/KGO do formalizmu QM

## 48 Warstwa fizyczna a formalizm: mechanizm → cień → opis operacyjny

Dotychczasowa część książki budowała obraz świata to, co istnieje i działa, to struktury w  $\Lambda$  i zdarzenia w  $\Xi$ , a tym, co decyduje o dynamice są oddźwieki, pamięć i koszt wraz z ograniczeniami wykonalności opisanymi jako stożek możliwości. Aparat ten mówi co zachodzi niezależnie od tego, jak to opisujemy. Teraz pojawia się pytanie jak za pomocą tego opisu wyrazić QM, czyli język operatorów, amplitud i równań ruchu?

QM, w tej konstrukcji, nie jest światem jako takim, tylko jego cieniem. Jest językiem, powstającym, gdy świat zostaje przepuszczony przez perspektywę i ograniczenia operacyjne, a potem streszczone do postaci, która pozwala przewidywać rekordy. To streszczenie bywa bardzo skuteczne i łatwo pomylić je z mechanizmem. Właśnie temu ma zapobiec rozdzielenie warstw, wzduż osi mechanizm - cień - opis operacyjny.

Mechanizm to dynamika w świecie: istnieje pamięć, że koszt kieruje zmianą, nie wszystko jest wykonalne, teraz ma grubość, rekordy stabilizują się przez bariry. Cień jako reprezentacja, nie musi zachowywać wszystkich tych elementów, ale musi zachować ich skutki w tym ważne dla tego co da się zmierzyć. Opis operacyjny jest natomiast pewnym uzgodnieniem między teorią a doświadczeniem: wyznacza, jakie procedury wolno uznać za dobrze zdefiniowane i jak porównywać przewidywania z zliczeniami.

Kluczowe jest, że formalizm QM żyje w cieniu. To w cieniu pojawia się Hilbert, operatory, równanie Schrödingera. Nie dlatego, że są one prawdziwsze od mechanizmu, lecz dlatego, że są szczególnie ekonomicznym i stabilnym sposobem zapisu przewidywań w ogromnej klasie procedur. Gdy cień jest dobrze dobrany, formalizm staje się zwięzły, a jego ograniczenia, takie jak nieoznaczoność przestają wyglądać jak metafizyczne zakazy i zaczynają wyglądać jak konsekwencje tego, jak rekordy mogą powstać w świecie o pamięci i koszcie.

W każdej dyskusji o QM często mówi się: stan jest rzeczywisty albo stan jest tylko informacją. W tej to rozróżnienie jest źle postawione, bo wynika z pomieszania warstw. Stan w znaczeniu takim jak w QM jest obiektem cienia: jest reprezentantem tego, co w mechanizmie i w perspektywie jest ważne dla przewidywania rekordów. O tym, co jest rzeczywiste w sensie ontologicznym, rozstrzyga mechanizm. A o tym, co jest informacją w sensie operacyjnym, rozstrzyga procedura i rekord a nie operator na Hilbercie.

Dobrą analogią jest geometria map. Można opisać Ziemię w układzie współrzędnych geograficznych, czy w projekcji azymtalnej. Każda z tych map jest prawdziwa w innym sensie: wiernie zachowuje pewne relacje kosztem innych zniekształceń. Mechanizm jest Ziemią. Cień jest mapą. Opis operacyjny precy-

zuje reguły, jak mapę zestawić z pomiarami odległości i kątów. Jeśli ktoś weźmie mapę za Ziemię, może dyskutować o tym, czy linie długości geograficznej istnieją naprawdę. Podobnie w QM: gdy cień bierze się za mechanizm, spór o realność funkcji falowej staje się sporem o własności mapy.

W tej części książki interesuje nas więc to, jak dobrać i zrozumieć cień. Nie jako dowolną parametryzację, ale w znaczeniu takiej reprezentacji, która jest jednocześnie spójna z budowaną tu teorią i wystarczająco bogata, by odzyskać kanoniczne rezultaty QM. To, co budujemy, nie ma polegać na wprowadzeniu w pewnym miejscu Hilberta. A na pokazaniu, dlaczego pewien typ cienia jest naturalny, jakie ma warunki poprawności, ograniczenia, i w jaki sposób jego rachunek przekłada się z powrotem na fizyczne znaczenie w mechanizmie..

## 49 Kanon operacyjności

W poprzedniej części książki rekord był zasadniczy: jako stabilny śladem procesu, w którym świat zamyka pewną informację w formie odpornej na dalszą dynamikę ale w granicach stożka możliwości. Teraz, w warstwie operacyjnej, rekord staje się także punktem odniesienia dla prawdy i fałszu. Nie w sensie filozoficznym, lecz w bardzo technicznym: to rekordy są tym, co liczymy, a więc tym, do czego muszą się odnosić wszystkie obiekty cienia.

Kanon operacyjności jest dziedziną, która chroni teorię przed dwoma typowymi zdegenerowaniami. Pierwsza degeneracja polega na tym, że z formalizmu robi się teatr: symbole zaczynają żyć własnym życiem, a kontakt z tym, co naprawdę jest mierzone, rozmywa się. Druga degeneracja polega na tym, że z procedury robi się usprawiedliwienie: gdy model nie pasuje, można przypisać to niedoskonałości aparatury, i w ten sposób teoria staje się niefalsyfikowalna. Kanon ma uniemożliwić te dwie ucieczki.

W praktyce kanon zaczyna się od tego, że każda teza o świecie, która jest obdarzona treścią fizyczną, musi wskazać, jak wpływa na rozkład wyników w klasie procedur. Nie wystarczy np. powiedzieć: pamięć środowiska niszczy koherencję. Trzeba umieć powiedzieć, co to znaczy dla zliczeń na ekranie, zależności od ustawień aparatury itd.. Dopiero wtedy pamięć przestaje być metaforą, a staje się obiektem testowalnym.

Tu pojawia się pierwszy trudny punkt, który w QM bywa źródłem zamieszania. Ten sam zestaw rekordów może być opisany różnymi etykietami wyników, zależnie od tego, jak dokonamy klasyfikacji, progowania czy selekcji. Dlatego wymóg kanonu jest oczywisty. Procedura ma zawierać także opis tego, jak rekordy stają się wynikami. Jeśli tego opisu nie ma, to różnica między teorią a danymi może być tylko dwiema konwencjami etykietowania.

Gdy procedura jest jasno opisana, błąd staje się strukturą w danych. Błąd ma w tej książce znaczenie konstruktywne: jest informacją o tym, czego teoria nie zobaczyła. Jeśli błąd zniknie po skorygowaniu modelu detektora, tylko poprawiliśmy opis procedury. Jeśli błąd znika po dopuszczeniu pamięci w kanale, to tylko rozszerzyliśmy cień o klasę procesów, którą mechanizm dopuszcza. Jeśli błąd nie znika mimo rozsądnych rozszerzeń, wtedy sytuacja naprawdę jest interesująca: być może mechanizm wymaga innej struktury niż ta, którą zakładaliśmy.

Falsyfikacja w takim ujęciu jest spokojnym wnioskiem: dana klasa modeli nie potrafi opisać rekordów w danej klasie procedur w sposób stabilny i po-

wtarzalny. Stabilność jest tu słowem kluczowym. Jednorazowe nie pasuje może tu być fluktuacją, błędem aparatury, artefaktem selekcji. Stabilna niezgodność, powtarzająca się pod zmianą próby i w testach kontrolnych, jest informacją o tym, że teoria w stosowanej postaci nie jest warstwą fizyczną dla tych procedur.

Z tego wynika, że zakres ważności nie jest dodatkiem do teorii, a jej integralną częścią. W mechanice klasycznej bywa on ukryty, bo wiele procedur mieści się w tym samym reżimie. W QM zresztą jeszcze bardziej, bo formalizm jest tak elastyczny, że może udawać poprawność, dopóki nie dociekamy subtelnosci: pamięć, korelacje z aparaturą, niespełnione założenia niezależności, selekcję zdarzeń. W tej teorii zakres ważności ma być jawnym, bo jest fizyczny: jest wyznaczony przez stożek możliwości, przez czas i koszt, przez dopuszczalną głębokość pamięci i jakie rekordy mogą być stabilnie utrzymywane.

## 50 Trzy filtry oceny: realizm–predykcja

### –mechanizm

Filtr R, realizm, dotyczy sensu ontologicznego. Pyta, czy obiekty, którymi operujemy, naprawdę należą do warstwy fizycznej, czy są jedynie narzędziami cienia. W języku wcześniejszych rozdziałów jest to jest to równoznaczne z pytaniem, czy dana struktura ma stabilną interpretację w  $\Lambda$  i  $\Xi$ , a nie tylko o notację. Realizm w tym miejscu nie jest deklaracją świat jest taki a taki, tylko testem, czy znaczenie pojęć nie zależy od jakiegoś wyboru perspektywy i konwencji opisu, oczywiście o ile są operacyjnie zgodne.

Filtr P, predykcja, dotyczy liczb. Pyta, czy teoria przewiduje rozkłady wyników w klasie procedur lepiej niż konkurencyjne opisy, i czy robi to w sposób, który jest odporny na zmianę danych, a nie tylko dopasowanie do jednej próbki. Jest to filtr bezlitosny, bo ignoruje urodę pojęć: liczy się to, czy z teorii da się policzyć to, co jest liczone w laboratorium, i czy to policzone utrzymuje się także wtedy, gdy procedurę przestawimy.

Filtr M, mechanizm, dotyczy przyczyn. Pyta, czy teoria mówi, dlaczego cień ma taką postać, a nie inną. W praktyce oznacza to, że z mechanizmu powinny wynikać ograniczenia, efekty uboczne, zależności od czasu, kosztu i pamięci. Nie są wpisane do modelu ręcznie, tylko wypływają z konstrukcji. To jest miejsce, w którym teoria ma nie tylko opisywać powierzchnię danych, ale także tłumaczyć, skąd biorą się kształty.

Trzy filtry są absolutnie potrzebne, bo każdy z nich osobno daje złudzenie pełni.

Dołożmy tu jeszcze element czwarty, który spina te filtry w praktyce, czyli standard interpretacji. Jest to reguła, według której decydujemy, co wolno powiedzieć po tym, jak zobaczyliśmy zgodność lub niezgodność teorii z danymi. Standard jest konieczny, bo w QM bardzo łatwo o nadużycie: z jednego wykresu ogłasza się dowód na ontologię, a z jednego odstępstwa obalenie mechanizmu.

Pojęciem wprowadzanym tutaj, może być traktowane jako nowe, jest więc standard interpretacji tj. jawną umową metodologiczną: gdy filtr P zawiedzie, najpierw sprawdzamy opis procedury i zakres ważności cienia, zanim uznamy porażkę mechanizmu; gdy filtr P zadziała, nie wolno z tego od razu wnioskować o realizmie obiektów cienia; gdy filtry R i M dają sugestywny obraz, ale filtr P nie przechodzi stres-testów, obraz dalej pozostaje hipotezą, nie warstwą fizyczną.

Standard interpretacji ma być odtąd stosowany konsekwentnie: nie po to, by utrudniać wnioskowanie, lecz po to, by uchronić teorię przed błędnią oceną.

Najprostsza analogia, pochodzi z kartografii i nawigacji. Mapa może być piękna, spójna, ale jeśli prowadzi statek na mieliznę, nie jest dobra jako narzędzie przewidywań. Z drugiej strony, tablica korekt kursu może prowadzić statek bezbłędnie, ale nic nie jest wiadomo o geologii dna. Wreszcie, model geologiczny może tłumaczyć, skąd biorą się mielizny, ale bez mapy i bez pomiarów to tylko opowieść. Te trzy warstwy są różne, a trzy filtry pozwalają je rozdzielać.

## 51 Minimum danych

Skoro filtr  $P$  ma być rzeczywiście filtrem, trzeba zdecydować, co uznamy za dane i jak mierzmy zgodność. W literaturze QM często pracuje się na obiektach już zrekonstruowanych, na przykład na stanach lub procesach uzyskanych przez tomografię. To jest wygodne, ale bywa zdradliwe, bo rekonstrukcja sama w sobie jest już modelem i potrafi ukryć błąd w tym, co wygląda jak ładna macierz. Jeżeli teoria ma być warstwą fizyczną, musi umieć stanąć przed tym, co w laboratorium jest najbliżej rekordu, czyli przed surowymi zliczeniami.

Nowym pojęciem, które wprowadzamy tu w sposób techniczny, są surowe zliczenia jako podstawowy nośnik treści empirycznej. W najprostszej postaci są to liczby  $n_x$  przypisane wynikom  $x$  dla danej procedury  $C$ . To, co jest wynikiem i co jest procedurą, zostało już ustalone wcześniej; teraz kluczowe jest to, że teoria ma dać rozkład  $p(x|C)$ , a porównanie teorii z doświadczeniem ma się odbywać możliwie blisko tych  $n_x$ , nie dopiero po wieloetapowym przetwarzaniu.

Gdy dysponujemy  $n_x$  i modelem  $p(x|C)$ , naturalną miarą zgodności jest wiarygodność. W praktyce pracuje się na jej logarytmie, bo wtedy produkt prawdopodobieństw zamienia się w sumę, a suma jest stabilna numerycznie i interpretacyjnie:

$$\log L(\theta|C) = \sum_x n_x \log p_\theta(x|C).$$

Jeżeli procedur jest wiele, pojawia się wersja zbiorcza, w której sumujemy po procedurach oraz po ich wynikach:

$$\log L(\theta | \mathcal{D}) = \sum_{C \in \mathcal{C}} \sum_x n_{x,C} \log p_\theta(x | C)$$

z ograniczeniami wynikającymi z opisu procedur w  $\mathcal{C}$ .

Ta forma jest celowo bliska ziemi: nie wymaga jeszcze żadnego wyboru reprezentacji w Hilbercie, wymaga tylko tego, by teoria potrafiła powiedzieć, jakie są prawdopodobieństwa wyników w realnie wykonywalnych protokołach.

Sama wiarygodność nie wystarcza, bo model może być zbyt elastyczny i nauczyć się danych. Dlatego pojawia się walidacja jako nowy, praktyczny element kanonu. Walidacja oznacza, że parametry modelu wyznaczamy na części danych, a następnie sprawdzamy, czy przewidywania utrzymują się na danych, których model nie widział. Nie jest to statystyka, tylko konieczność fizyki: świat

nie ma obowiązku powtarzać dokładnie tej samej próbki, a warstwa fizyczna ma działać także wtedy, gdy warunki są minimalnie inne.

Stres-test jest walidacją w wersji z intencją. Nie polega na losowym podziale danych, lecz na zmianie warunków w sposób, który celowo obciąża założenia modelu. W QM stres-testem bywa zmiana czasu oczekiwania, długości sekwencji, zakresu ustawień, wyłączenie i wyłączenie elementu odpowiedzialnego za pamięć, albo przejście do reżimu, w którym uproszczenia Markowskie przestają być wiarygodne. Sens stres-testu jest prosty: jeżeli teoria jest tylko cieniem dopasowanym do jednej aranżacji, pękną; jeżeli jest cieniem wypływającym z mechanizmu, powinna przeżyć.

W tym miejscu warto podkreślić, że minimum danych nie oznacza minimum wysiłku. Oznacza minimum, które jest nieprzekłamywalne: zliczenia, które można policzyć, i procedury, które można powtórzyć. Cała reszta, włącznie z tomografią, jest dozwolona, ale tylko jako narzędzie pomocnicze, które nie zastępuje konfrontacji z surowym poziomem. To ustawienie jest ważne także dlatego, że późniejsze pojęcia, takie jak naprawa do fizyczności, mają sens tylko wtedy, gdy wiemy, co jest naprawiane i na jakich danych sprawdzamy skutki tej naprawy.

## Część IX

# Kiedy obiekty QM są dozwolone

### 52 Stożek fizyczności

Wprowadzając formalizm QM jako język cienia, natychmiast natrafiamy na nieprzekraczalną granicę: nie każdy zapisany operator opisuje coś, co może odpowiadać procedurze. Fakt banalny w statystyce, a bywa ignorowany w metafizyce QM. W naszej konstrukcji ma on status fundamentalny, bo odróżnia cień sensowny od cienia, który jedynie wygląda na matematyczny.

Nowym pojęciem, które porządkuje tę granicę, będzie stożek fizyczności traktowany jako zbiór dopuszczalnych obiektów formalnych. W praktyce stożek fizyczności jest geometrią warunków, które wymuszają, by z obiektów cienia wynikały prawdopodobieństwa, a nie liczby dowolnego znaku. Dodatniość jest tu pierwotna i podstawowa, bo prawdopodobieństwo nie może być ujemne. Normalizacja jest również podstawowa, bo suma prawdopodobieństw dla kompletnego opisu wyników musi dawać jedność. Ograniczenia liniowe pojawiają się zatem jako formalny zapis kompletności i spójności kompozycji procedur.

Gdy cień reprezentuje przygotowanie, używa się w QM operatora  $\rho$ , który ma być nośnikiem tego, co w procedurze przygotowania jest istotne dla przewidywania. Warunek fizyczności formalnej mówi, że  $\rho$  musi być dodatni i znormalizowany:

$$\rho \succeq 0, \quad \text{Tr}(\rho) = 1.$$

Tę postać warto czytać wprost, bez mistyki. Dodatniość mówi, że żaden test w cieniu nie może powodować ujemnego prawdopodobieństwa. Normalizacja

mówią, że komplet wyników ma masę jeden. Jeśli w rekonstrukcji z danych dostajemy operator, który łamie te warunki, to nie znaczy automatycznie, że świat łamie prawdopodobieństwo; ale oznacza, że coś w opisie procedury, w danych lub samym modelu cienia zostało źle zrobione.

Gdy cień reprezentuje odczyt, używa się obiektów  $E_x$  przypisanych wynikom  $x$ . Warunek fizyczności formalnej mówi, że każdy  $E_x$  jest dodatni, a suma po wszystkich wynikach daje operator jednostkowy:

$$E_x \succeq 0, \quad \sum_x E_x = I.$$

To jest zapis tego, że procedura odczytu jest kompletna: wszystko, co uznamy za zdarzenie, zostaje zaklasyfikowane do któregoś wyniku, a prawdopodobieństwa sumują się do jedności.

Gdy cień reprezentuje transformację pomiędzy przygotowaniem a odczytem, używa się mapy  $\Phi$  działającej na operatorach. Warunek fizyczności formalnej jest tu najbardziej wymagający, bo sama dodatniość mapy nie wystarcza w świecie, w którym układ badany może stanowić część większej całości. Stabilność opisu przy dołączaniu biernych stopni swobody wymaga aby była dodatnia, a zachowanie masy prawdopodobieństwa prowadzi do zachowania śladu. W ten sposób pojawia się klasa map CPTP jako odpowiednik tego, że transformacja może być częścią procedury bez generowania niefizycznych rozkładów na układach rozszerzonych.

Stożek fizyczności pełni więc rolę podwójną. Z jednej strony jest bramką: wycina obiekty, które nie mogą być cieniami żadnych procedur. Z drugiej strony jest detektorem błędu: kiedy rekonstrukcja wychodzi poza stożek, traktujemy to jako sygnał, że opis procedury jest niepełny bądź w mechanizmie działa element, którego cień nie uwzględnił, na przykład pamiętać czy koreacje z aparaturą.

### 53 Projekcje, koszt korekty, stabilność wniosku

Skoro stożek fizyczności jest bramką, oczywiste pytanie brzmi: co robić, gdy z danych wychodzi obiekt, który bramki nie przechodzi? W praktyce jest to sytuacja częsta, zwłaszcza wtedy, gdy pracujemy na ograniczonych danych, albo procedura zawiera niedoszacowane błędy, czy gdy pomijamy pamięć i koreacje. Zamiast traktować to jako porażkę, wprowadzamy tu nowy element warsztatu: naprawę do fizyczności, rozumianą jako sposób na znalezienie najbliższego obiektu dopuszczalnego.

Naprawa do fizyczności polega na tym, że obiekt wstępnie zrekonstruowany, nazwijmy go  $\tilde{\rho}$  albo  $\tilde{\Phi}$ , zastępujemy obiektem fizycznym  $\rho^*$  albo  $\Phi^*$ , który jest najbliższym względem wybranej miary odległości, a jednocześnie spełnia warunki stożka. Wybór miary nie wynika z upodobań, bo różne miary odpowiadają różnym treściom operacyjnym. Istotne jest natomiast to, że naprawa ma być jawną i powtarzalną, a jej skutki mają być oceniane filtrem P na surowych zliczeniach.

Innym pojęciem, które porządkuje sens naprawy, jest koszt korekty. Koszt korekty jest miarą tego, ile trzeba zmienić w obiekcie, aby stał się fizyczny. Jeśli koszt jest mały, najczęściej oznacza to, że niefizyczność wynikała z niedostatku danych lub z szumu numerycznego, a naprawa jest jedynie rzutem na właściwą geometrię. Jeśli koszt jest duży i stabilny, jest to już informacja że albo model

procedury jest błędny, albo cień jest niewłaściwy w tym zakresie ważności. Może być też, że mechanizm wprowadza strukturę, której ten cień nie potrafi uchwycić.

Przy naprawie pojawia się drugi kluczowy wymóg, często pomijany: stabilność wniosku. Naprawa może wprowadzić artefakty, jeśli jest agresywna, a dane są skąpe. Stabilność wniosku oznacza, że wnioski fizyczne, które chcemy z naprawionego obiektu wyczytać, nie powinny zmieniać się dramatycznie przy niewielkiej zmianie danych, pod zmianą rozsądnej miary odległości. Jeśli zmieniają się dramatycznie, to znaczy, że nie mamy jeszcze informacji o mechanizmie, tylko o tym, jak algorytm zamyka geometrię.

Tu znów pomaga analogia klasyczna. Jeśli z pomiarów geodezyjnych wychodzi figura, która nie jest dokładnie zamknięta, domyka się ją w najprostszym sposobie, nie wyciągając natychmiast wniosku: Ziemia ma szczelinę. Domknięcie jest korektą rachunkową, a dopiero stabilność domkniętej figury przy kolejnych pomiarach daje prawo do wniosku o krzywiźnie terenu.

## 54 Dopasowanie jako proces fizyczny

Po naprawie do fizyczności łatwo odczuć ulgę: obiekt formalny już leży w stożku, więc wygląda, jakby stał się poprawnym elementem cienia. Pozostaje jednak najważniejsze pytania dla warstwy fizycznej. Obiekt może być formalnie poprawny, a mimo to nie istnieje żadny proces, który da się zrealizować w świecie przy danych ograniczeniach pamięci, kosztu, lokalności i sterowania. Innymi słowy, można mieć fizyczność formalną bez fizyczności mechanistycznej.

W tym miejscu wprowadzamy dwa nowe rozróżnienia, które będą stale wracały później, zwłaszcza gdy pojawi się Ach( $a, \tau$ ). Pierwsze to realizowalność. Rozumiemy ją jako istnienie jakiejś procedury świata, która tworzy dany cień. I osadzalność, czyli możliwość traktowania danego obiektu cienia jako części większego, bardziej elementarnego opisu, w którym mechanizm jest jawniejszy, a obiekt cienia powstaje jako projekcja lub marginalizacja.

Realizowalność nie jest twierdzeniem o tym, czy potrafimy dziś zbudować taki a nie inny układ w laboratorium. Jest twierdzeniem o tym, czy w obrębie założeń warstwy fizycznej istnieje mechanizm, który tworzy rozkłady wyników i t reguły aktualizacji w klasie procedur, które obiekt ma reprezentować. Jeżeli obiekt formalny spełnia warunki stożka, to gwarantuje jedynie, że nie generuje ujemnych prawdopodobieństw. Nie gwarantuje, że da się go uzyskać bez niedozwolonej pamięci, sprzężenia z aparaturą, bez naruszenia lokalności w sensie stożka wpływu, albo bez zasobu, którego teoria nie dopuszcza.

Osadzalność jest subtelniejsza, ale bardzo użyteczna. Chodzi o to, czy dany opis można wytłumaczyć jako cień czegoś prostszego. W QM klasycznym odpowiednikiem jest myśl, że transformacja, która wygląda na chaotyczną lub nieodwracalną na układzie badanym, może być całkowicie odwracalna na układzie rozszerzonym, po dołączeniu środowiska. W naszym języku: to, co w cieniu jest kanałem lub instrumentem, bywa osadzeniem fragmentu większego procesu w  $\Lambda$ , w którym pamięć i koszt są jawne, a utrata informacji jest tylko skutkiem projekcji.

Najważniejsze jest to, że realizowalność i osadzalność są filtrem przeciwko reifikacji dopasowania. Model może pasować do danych, bo ma dość swobody, by wygładzić błąd. Model może być również formalnie fizyczny po naprawie. A mimo to może nie mieć żadnej interpretacji jako proces świata w ramach

teorii. W takim przypadku dopasowanie jest tylko odwzorowaniem o zbyt wielu stopniach swobody, a nie cieniem mechanizmu.

W praktyce rozpoznanie nieroróżnialności między dopasowaniem a procesem opiera się na konsekwencjach ubocznych. Proces fizyczny, jeśli jest rzeczywisty w warstwie fizycznej, musi narzucać ograniczenia na to, co można osiągnąć przy zmianie procedury. Dopasowanie czysto parametryczne takich ograniczeń nie tworzy, chyba że wprowadzone są sztucznie. To jest istota problemu: realizowalność i osadzalność nie są abstrakcyjnymi dodatkami, ale zapowiedzią tego, że mechanizm powinien dać testowalne ograniczenia, a nie tylko liczby w jednym układzie.

Prosty przykład. Dopasować wielomianem można niemal każdy wykres. Wielomian realizuje dane w sensie predykcyjnym, ale nie jest procesem fizycznym, dopóki nie pokażemy, z jakiego mechanizmu wynika jego postać i dlaczego przy zmianie warunków ma się zmieniać w określony sposób. W fizyce różnica między prawem a dopasowaniem polega na tym, że prawo przeżywa stres-test: daje ograniczenia poza próbą. Realizowalność i osadzalność zapewniają spełnienie tego wymogu w odniesieniu do cienia QM.

## 55 Minimalna złożoność a reguły wyboru modelu

Filtr predykcji jest konieczny, ale bez kontroli złożoności prowadzi do paradoksu: im bogatszy model, tym łatwiej dopasować dane, a więc tym łatwiej wygrać na wiarygodności na próbie uczącej. Zwycięstwo to jest pozorne, bo bogaty model uczy się przypadkowych fluktuacji a nie struktury mechanizmu. W warstwie fizycznej taka sytuacja jest szczególnie niebezpieczna, bo może wyglądać jak nowe zjawisko a być tylko dowodem na nadmiar parametrów.

Wprowadzamy więc nowe pojęcie robocze: minimalną złożoność jako zasadę wyboru cienia. Nie chodzi o to, by model był najprostszy w sensie estetyki, lecz w znaczeniu niezbędności: by nie zawierał stopni swobody, których dane nie wymagają, oraz by nie wprowadzał struktury, która nie ma śladu w mechanizmie.

W kontekście QM naturalnymi miarami złożoności są liczba parametrów i ranga efektywna obiektów, które rekonstruujemy. Ranga jest tu intuicyjna: stan o małej randze jest bardziej czysty w sensie cienia, a proces o małej randze Choi'a jest bardziej deterministyczny w pewnym formalnym sensie. Ale ta intuicja może być błędna, gdy ranga jest wymuszona przez algorytm naprawy czy ograniczenia danych. Dlatego minimalna złożoność nie może być wybierana na oko; musi być sprzedzielona z walidacją.

Praktyka jest taka: porównujemy klasy modeli o rosnącej złożoności i wybieramy tę, która daje najlepszą jakość predykcji na danych walidacyjnych przy możliwie małym stopniu swobody. Można to ująć w formie funkcjonału, który łączy dopasowanie i karę za złożoność:

$$\mathcal{S}(M) = -2 \log L(\hat{\theta}_M | \mathcal{D}_{\text{train}}) + \lambda \dim_{\text{eff}}(M)$$

oceniany ostatecznie przez błąd predykcji na  $\mathcal{D}_{\text{test}}$ .

Tu  $\dim_{\text{eff}}(M)$  nie musi być naiwną liczbą parametrów; w QM często ważniejsza jest liczba parametrów rzeczywiście identyfikowalnych przy danych procedurach, wymiar efektywny. Właśnie dlatego walidacja jest nie dodatkiem,

lecz elementem definicji rozsądnej złożoności. Jeśli warstwa fizyczna ma mechanizm z kosztem i ograniczeniami wykonalności, to bogate struktury nie są darmowe. Bogatszy cień powinien odpowiadać większemu zasobowi: większej pamięci, większej kontroli lub większej liczbie stopni swobody w środowisku. Jeżeli wybieramy model o wysokiej złożoności bez tego, a dane i procedury tego tak naprawdę nie wymagają, to w istocie przemycamy do teorii niejawny zasób. Minimalna złożoność jest więc także dyscypliną przeciwko ukrytemu dopalaniu mechanizmu

## Część X

# Rekonstrukcja formalizmu czyli Born, unitarność, Schrödinger

### 56 Przestrzeń Hilberta w cieniu

Przechodząc do rekonstrukcji formalizmu QM zaczynamy od tego, co już jest: procedury, rekordy, oraz to, że różne perspektywy mogą opisywać ten sam mechanizm różnymi językami, i pozostawać operacyjnie zgodne.

Nowym elementem, który trzeba teraz wprowadzić, jest sposób budowy stanu jako obiektu cienia z klas równoważności. Intuicja jest dość prosta. Jeżeli dwie procedury przygotowania, różne w szczegółach mechanizmu, prowadzą do dokładnie tych samych rozkładów wyników dla wszystkich dopuszczalnych procedur odczytu w danym zakresie ważności, to w cieniu się ich nie rozróżnia. W cieniu są jednym obiektem, bo cień ma być ekonomicznym streszczeniem.

Wynika stąd struktura wypukła: mieszaniny przygotowań i mieszaniny procedur odczytu prowadzą do mieszanin rozkładów. Ta wypukłość nie jest jeszcze kwantowa; jest jednak wspólna dla każdego mającego sens opisu probabilistycznego. Element kwantowy pojawia się dopiero wtedy, gdy procedury pozwalają na interferencję, a więc na sytuację, w której nie istnieje wspólna, klasyczne uszczegółowienie wszystkich opisów w postaci jednej ukrytej zmiennej, a mimo to przewidywania są spójne i powtarzalne.

W tym miejscu rodzi się potrzeba nowego języka: takiego, który potrafi zapisywać nie tylko mieszaniny, ale także spójne składanie alternatyw w procedurach, w których drogi nie stają się rekordami. To właśnie tu klasyczna geometria rozkładów zaczyna być zbyt uboga. Cień musi pamiętać coś więcej niż tylko to, jakie są prawdopodobieństwa wyników w jednej bazie pomiarowej bo również strukturę, która pozwala przechodzić między różnymi procedurami odczytu i przewidywać ich wyniki bez każdorazowego dopisywania nowych parametrów. I właśnie to prowadzi do reprezentacji liniowej.

Przestrzeń Hilberta nie pojawia się więc jako metafizyczny postulat, lecz jako narzędzie, które koduje dwie rzeczy naraz: wypukłość mieszanin oraz możliwość spójnego składania alternatyw. Wybór reprezentacji zespolonej, nie rzeczywiście, wynika z faktu, że w doświadczeniu występują cykliczne struktury fazowe oraz transformacje, których nie da się konsekwentnie opisać w czysto rzeczywistej geometrii nie tracąc ogólności. W praktyce widać to już w interferencji: przesunięcie fazy zmienia wynik w sposób ciągły i okresowy, a cień musi to

zapisywać w naturalny sposób.

## 57 Superpozycja jako spójne składanie alternatyw

W tej części słowo faza oznacza fazę amplitudy w sensie QM: stopień swobody odpowiedzialny za spójność alternatyw i możliwość interferencji. Nie jest to to samo, co fazy rozwoju aktonu rozumiane jako etapy historii wzorca w panaktorium. Żeby nie mieszać tych dwóch znaczeń, dla cyklu rozwojowego będziemy dalej używać słów etap lub reżim aktonu. To rozdzielenie jest ważne, bo w rozdziałach o dekoherencji i granicy klasycznej utrata dostępu do faz stanie się mechanizmem przejść między reżimami opisu (a więc punktem styku z prawem cyklu aktonu).

Interferencja jest sygnałem tego, że w cieniu istnieje wielkość poprzedzająca prawdopodobieństwo, która przenosi informację o spójności alternatyw. Ta wielkość nie jest rekordem ani zwykłą częstością. Jest parametrem cienia, który pozwala policzyć prawdopodobieństwa w różnych procedurach, zwłaszcza wtedy, gdy procedura nie rozdziela dróg na poziomie rekordu.

Nowym pojęciem jest tu amplituda jako obiekt, składający się inaczej niż prawdopodobieństwo. Tam, gdzie prawdopodobieństwa dla alternatyw rozłącznych sumują się, amplitudy dla alternatyw spójnych sumują się w sposób, tak aby zachować informację o relacji między alternatywami. Najprostsza, a zarazem wystarczająca zasada rachunku mówi tak: gdy procedura pozwala na spójne złożenie dwóch alternatyw, wielkość cienia przypisana wynikowi jest sumą wkładów, a gdy procedura jest sekwencyjna, wkłady mnożą się. W zapisie symbolicznym dla dwóch alternatyw:

$$A = A_1 + A_2, \text{ a dla dwóch etapów w sekwencji: } A = A^{(2)} A^{(1)}.$$

To jest rdzeń: addytywność dla alternatyw, multiplikatywność dla sekwencji. Prawdopodobieństwo nie spełnia obu tych zasad naraz w obecności interferencji.

Faza pojawia się jako stopień swobody, który nie wpływa na to, co dzieje się, gdy alternatywy są rozdzielone rekordem, ma jednak wpływ na to, co dzieje się, gdy alternatywy są składane spójnie. W doświadczeniu faza jest realna następująco: można ją zmieniać procedurą i obserwować zmianę zliczeń, choć sama w sobie nie jest bezpośrednio rekordem. Pasuje to do logiki cienia: faza jest parametrem, który nie jest rzeczą w świecie w sensie mechanizmu, ale jest niezbędny, by cień zachował informację o spójności.

Superpozycja tu to nie metafizyczne twierdzenie układ jest naraz tu i tam. Jest regułą rachunku cienia: jeśli mechanizm i procedura nie wytwarzają rekordu powodującego rozdzielenie alternatyw, to cień nie ma prawa traktować ich jako klasycznie rozłącznych. Musi je składać spójnie. Dopiero z tej reguły wynika możliwość prążków w dwóch szczelinach, a później, gdy dojdzie reguła Borna, wynika konkretna postać prawdopodobieństw.

Jest tu pewna trudność pojęciowa. Cień ma opisywać rekordy, a tymczasem wprowadza obiekt, który nie jest rekordem. Nie traktujmy tego jako sprzeczność, tylko konsekwencję kompresji informacji. Amplituda jest zmienną wewnętrzną cienia, umożliwiającą jednoczesne spełnienie wymogów spójności mię-

czy procedurami odczytu. Gdyby opisać wszystko to wyłącznie prawdopodobieństwami dla jednej procedury, cień musiałby pamiętać osobny zestaw parametrów dla każdej możliwej procedury. Amplituda daje możliwość uniknięcia tego: jest wspólną strukturą, która pozwala przenosić przewidywania między procedurami.

## 58 Reguła Borna

Wcześniej pojawiły się amplitudy jako wielkości cienia, składające się addytywnie dla alternatyw spójnych i multiplikatywnie dla sekwencji. Pozostało jednak zasadnicze pytanie: w jaki sposób z amplitud mają wynikać prawdopodobieństwa rekordów, to, co ostatecznie liczymy w zliczeniach? Warstwa operacyjna wymaga, by reguła przejścia od amplitudy do prawdopodobieństwa była wymuszona przez zgodność z tym, co procedury i rekordy robią w świecie.

Nowym pojęciem, które wprowadzimy, jest norma amplitudy jako miara jej mocy predykcyjnej. Nie chodzi o normę w sensie abstrakcyjnej definicji analizy funkcjonalnej, lecz o taką funkcję  $N(A)$ , która przypisuje amplitudzie liczbę nieujemną i o własności, że dla kompletnej procedury suma prawdopodobieństw po wszystkich wynikach daje jedność. To wymusza, by prawdopodobieństwo było funkcją amplitudy, która nie zależy od sposobu opisania procedury, a tylko od tego, co jest operacyjnie rozróżnialne.

Pomówmy teraz o spójność predykcji między różnymi procedurami. Gdy jedna i ta sama sytuacja eksperymentalna może być opisana przez różne dekompozycje na alternatywy pośrednie, a jednak daje te same rekordy końcowe, to teoria musi dać ten sam rozkład wyników niezależnie od tego, jak rozpiszemy rachunek. To jest odpowiednik wymogu, by przewidywania nie zależały od sztucznych cięć procedury na etapy, o ile nie pojawia się po drodze rekord rozdzielający alternatywy. W przeciwnym razie formalizm nie byłby to języki cienia, tylko zapis arbitralnych decyzji co do rachunków.

Z wymogów, częstościowego i spójnościowego, wynika podstawowa struktura: jeśli amplitudy sumują się, to prawdopodobieństwa nie mogą być liniowe w amplitudzie, bo wtedy zmiana znaku lub fazy mogłaby dawać ujemne prawdopodobieństwa lub prowadzić do sprzeczności przy składaniu alternatyw. Potrzebujemy funkcji, która jest nieujemna, i nie widzi globalnej fazy (bo faza globalna nie daje się ustalić operacyjnie), a jednocześnie reaguje na fazę względową między alternatywami (bo to właśnie obserwujemy jako interferencję). Najprostsza i w istocie jedyna stabilna możliwość zgodna z tymi wymaganiami to kwadrat modułu.

Stąd reguła Borna pojawia się jako reguła przypisania:

$$p(x|C) = \|A_x\|^2 \text{ z warunkiem normalizacji } \sum_x \|A_x\|^2 = 1.$$

W praktyce można ten krok uzasadniać na różne sposoby na przykład przez argumenty symetrii. W tej książce interesuje zrozumienie tego, że prawdopodobieństwo musi być kwadratową formą na amplitudzie, aby rachunek był niezależny od arbitralnych rozpisów procedury i dawał nieujemne, znormalizowane częstotliwości.

Jeżeli amplitudy są wektorami w pewnej przestrzeni zespolonej, a wyniki procedury odpowiadają pewnym kierunkom lub projekcjom w tej przestrzeni, to reguła Borna przyjmuje postać znaną z QM:

$$p(x | C) = \langle \psi, E_x \psi \rangle$$

gdzie  $E_x$  koduje wynik procedury, a  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  jest iloczynem skalarnym cienia.

To wygodna postać, bo pozwala uogólnić opis poza przypadek czystych amplitud. Na tym etapie ważne jest jednak tylko to: reguła Borna nie jest dodatkiem metafizycznym, lecz koniecznym zszyciem amplitudy z częstością w świecie rekordów.

## 59 Od symetrii czasu do unitarności

W mechanizmie teorii czas był od początku obiektem grubym: istniało jednak okno teraz, pamięć i koszt, a więc dynamika nie musiała być odwracalna w prostym sensie. W wielu procedurach laboratoryjnych istnieje jednak reżim, w którym cień zachowuje się tak, jakby był odwracalny: np. gdy układ jest skutecznie izolowany, a procedura nie pozostawia po drodze rekordu w środowisku, można cofnąć skutki operacji i odzyskać pierwotne rozkłady wyników. To jest operacyjny sens odwracalności cienia, nie jest jednak metafizyczny.

Pojęciem które to spreczyje jest jednorodność czasu w sensie cienia: jeśli przesuniemy całą procedurę w czasie o stałą, ale nie zmienimy jej relacji wewnętrznych i warunków brzegowych mechanizmu, to przewidywania cienia mają pozostać takie same. Tę jednorodność wyraża to, że transformacje czasu tworzą jednoparametrową rodzinę przekształceń, które dają spójne przewidywania dla złożonych procedur.

Dokładając odwracalność cienia w reżimie izolacji, dostajemy bardzo silny wniosek: dynamika amplitud musi zachowywać normę, bo norma amplitudy jest tym, co reguła Borna przekłada na sumę prawdopodobieństw. Zachowanie normy jest konsekwencją tego, że całkowite prawdopodobieństwo wyników w kompletnej procedurze nie może wyciekać bez pozostawienia rekordu w mechanizmie.

Pojawia się tu naturalny obiekt: przekształcenie  $U(t)$  działające na amplitudy lub wektory cienia, takie że

$$\|U(t)\psi\| = \|\psi\|U(t+s) = U(t)U(s), \quad U(0) = I.$$

Te własności są formalnym zapisem jednorodności czasu i spójności składania procedur w czasie. Wymagając dodatkowo ciągłości w  $t$  (bo małe zmiany czasu w procedurze nie powinny skakać przewidywaniami), to taka rodzina przekształceń ma postać unitarnej grupy jednoparametrowej. Unitarność to zachowanie iloczynu skalarnego, a więc norm i prawdopodobieństw przejścia postaci  $|\langle \phi | \psi \rangle|^2$  (reguła Borna), gdy oba stany podlegają temu samemu przekształceniu.

Nowym pojęciem, które pojawia się wraz z unitarnością, jest generator dynamiki: obiekt ten, opisuje prędkość zmiany w czasie. Dla grupy jednoparametrowej generator  $G$  jest określony przez pochodną w zerze:

$$\frac{d}{dt} U(t) \Big|_{t=0} = G \text{ a wtedy } U(t) = e^{tG}.$$

Ponieważ  $U(t)$  ma zachowywać normę, generator nie może być dowolny. Musi mieć strukturę, która nie zmienia  $\|\psi\|$ . To prowadzi do postaci antyhermitowskiej generatora. Przepiszmy go jako  $G = -\frac{i}{\hbar}H$ , gdzie  $H$  jest samosprzężony. W ten sposób pojawia się Hamiltonian jako nazwa generatora w skali energii. Nie jest to jeszcze energia jako rzecz w świecie, lecz element cienia, który zapisuje regularność czasową przewiduyań w reżimie odwracalności.

## 60 Równanie Schrödingera: generator i Hamiltonian

Gdy mamy unitarność i generator w postaci  $U(t) = e^{-iHt/\hbar}$ , równanie Schrödingera jest po prostu zapisem tego, jak zmienia się wektor cienia w czasie. Różniczkując po  $t$ , otrzymujemy

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle.$$

To równanie nie jest więc postulatem dynamiki wyrwanym z reszty konstrukcji. Wynika z jednorodności czasu, odwracalności cienia w reżimie izolacji oraz z zachowania normy co wymusza reguła Bornego. W tym znaczeniu Schrödinger to najbardziej ekonomiczny opis tego, jak cień musi się poruszać, aby rachunek prawdopodobieństw był spójny w czasie.

Wróćmy do pamięci i oddźwięku. Reżim izolacji jest szczegółowy. Ogólnie mechanizm zostawia ślady, środowisko ma pamięć, a więc cień układu badanego nie musi być odwracalny. To nie jest fiasko formalizmu, ale informacja o tym, że opisujemy fragment większego procesu, a projekcja dotyczy fragmentu i usuwa część stopni swobody. W cieniu oznacza to, że dynamika układu badanego nie musi być unitarna, nawet jeśli całkowity proces w mechanizmie jest odwracalny w znaczeniu rozszerzonego opisu.

Wprowadzamy tu nowy element jako przejście do późniejszych części. Jest to wersja efektywna równania ruchu dla stanów mieszanych. Zamiast śledzić  $|\psi\rangle$ , śledzimy  $\rho$ . W reżimie Markowskim, gdy pamięć środowiska jest krótka w porównaniu do skali procedury, pojawia się równanie lokalne w czasie o znanej strukturze generatora. W tym zaś, z pamięcią, pojawiają się równania nielokalne w czasie, w których tempo zmiany zależy od historii.

W przejrzystej postaci równanie z pamięcią zapisuje się jako splot z jądrem:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \int_0^t K(t-s) \rho(s) ds \text{ gdzie } K(\tau) \text{ koduje oddźwięk i pamięć w cieniu.}$$

To równanie jest formalnym cieniem tego, co wcześniej było opisane przez operatory pamięci typu Volterra. Związek nie jest przypadkowy: jeśli mechanizm ma pamięć, to projekcja na układ badany musi pamiętać historię w pewnej postaci, a najprostsza postać tej pamięci w cieniu jest właśnie jądem splotowym.

W reżimie bez pamięci  $K(t-s)$  degeneruje do obiektu proporcjonalnego do  $\delta(t-s)$  i wtedy dostajemy równanie lokalne w czasie. W reżimie z pamięcią  $K$  ma ogon, a to oznacza, że nie można opisać dynamiki przez sam stan w chwili  $t$  bez dodatkowych zmiennych.

## 61 Obrazy dynamiki i sens obserwabli

Równanie Schrödingera pokazuje zmianę stanu w czasie, ale to tylko wybór reprezentacji w cieniu. Ten wybór nie powinien zmieniać żadnej przewidywanej liczby, bo liczby dotyczą rekordów, a nie notacji. Właśnie dlatego w QM istnieją różne obrazy dynamiki, równoważne predykcyjnie, choć inaczej rozkładające ruch między stanem a obiekty odpowiadające procedurom odczytu.

Nowym pojęciem w tym miejscu jest obserwabla jako obiekt cienia przypisany pewnej rodzinie procedur odczytu tak, aby wartość oczekiwana była liczbą porównywalną z danymi. Nie wchodzimy w metafizykę czy obserwabla jest właściwością układu. Tu znaczenie obserwabli jest operacyjne: jest to wygodna reprezentacja tego, jak procedura waży wyniki.

W obrazie Schrödingera stan się zmienia, a obserwable są stałe. W obrazie Heisenberga jest odwrotnie: stan jest stały, a obserwable się zmieniają. Równoważność tych obrazów jest treścią prostej tożsamości: to samo ma wyjść niezależnie od tego, gdzie umieścimy zależność czasową. Dla ewolucji unitarnej zapisuje się to jako

$$\langle A \rangle_t = \langle \psi(t) | A | \psi(t) \rangle = \langle \psi(0) | A_H(t) | \psi(0) \rangle,$$

gdzie  $A_H(t) = U^\dagger(t)AU(t)$ . Wersja dla stanów mieszanych ma analogiczną postać:

$$\langle A \rangle_t = \text{Tr}(\rho(t)A) = \text{Tr}(\rho(0)A_H(t)).$$

Ta równoważność jest czymś więcej niż zabiegiem algebraicznym. Jest ona formalnym odbiciem tego, że w cieniu nie ma uprzywilejowanego miejsca na dynamikę. To procedura jako całość ma przewidywać rekordy. Czy opiszemy tę procedurę jako ewolucję stanu, czy jako ewolucję obserwabli, jest sprawą wygody, a nie ontologii.

W reżimach z pamięcią i z instrumentami pomiarowymi ta wygoda ma znaczenie praktyczne. Czasem łatwiej jest modelować zmianę stanu pod wpływem środowiska. Czasem łatwiej jest przenieść ciężar na ewolucję efektów pomiarowych, zwłaszcza gdy aparatura jest częścią procesu. Jednak w obu przypadkach obowiązuje ten sam rygor: to, co wyliczamy, musi wracać do  $p(x|C)$  i do zliczeń.

## 62 Stany mieszane

Do tej pory cień był opisywany za pomocą amplitud i wektorów. To naturalne, gdy procedura przygotowania jest precyzyjna i gdy w reżimie izolacji można sensownie mówić o spójności alternatyw w całym układzie. Praktyka jednak często jest inna bo mamy do czynienia z sytuacją, w której część informacji o przygotowaniu jest niedostępna, gdyż układ jest skorelowany ze środowiskiem, a pamięć

mechanizmu powoduje, że nie da się opisać wszystkiego jednym wektorem w małej przestrzeni. Wtedy naturalnym obiektem cienia jest macierz gęstości.

Macierz gęstości jest nie tylko wygodnym zapisem mieszaniny. Jest sposobem na to, ocalić regułę Borna w sytuacji, gdy nie ma globalnego opisu amplitudowego dostępnego dla rozważanego fragmentu. Wtedy prawdopodobieństwa wyników procedury odczytu nadal mają postać

$$p(x|C) = \text{Tr}(\rho E_x),$$

ale  $\rho$  nie musi być rzutem na wektor. Może mieć większą rangę, a jej struktura zapisuje to, co w cieniu jest dostępne do przewidywania.

Nowym rozróżnieniem, które ma znaczenie dla warstwy fizycznej, jest różnica między mieszaniem epistemicznym a mieszaniem fizycznym. Epistemiczne oznacza, że procedura przygotowania losuje jeden z możliwych stanów czystych według pewnego rozkładu, a my nie wiemy, który wybór zaszedł w danej próbie. Wtedy macierz gęstości jest opisem naszej niewiedzy o przygotowaniu, pomimo tego, że układ w każdej realizacji był w stanie czystym.

Fizyczne oznacza natomiast sytuację gdy badany układ jest częścią większego układu i z nim skorelowany w taki sposób, że nawet gdybyśmy mieli pełną wiedzę o całości, opis fragmentu jest mieszany, bo jest efektem projekcji lub uśrednienia po stopniach swobody, a nie uwzględniamy. W języku cienia oba przypadki mogą dawać tę samą  $\rho$  i te same  $p(x|C)$ . Operacyjnie są więc nieroóżnialne bez dostępu do środowiska.

To jest dokładnie miejsce, w którym warstwa fizyczna wnosi coś istotnego do dyskusji o QM. W formalizmie cienia nie ma różnic między wiedzą a korelacją gdy patrzymy tylko na fragment i na jego rekordy. Różnica pojawia się dopiero na poziomie mechanizmu: w przypadku mieszania epistemicznego istnieje w świecie fakt, który stan był wybrany a my go nie znamy; w przypadku mieszania fizycznego fakt ten nie istnieje jako rekord w obrębie fragmentu, bo informacja jest rozlana w korelacjach z resztą świata. Z punktu widzenia tej teorii to drugie jest naturalniejsze: mieszanie bywa skutkiem pamięci i oddźwięku, a więc ma treść mechanistyczną.

## Część XI

# Pomiar i klasyczny limit: instrumenty, dekoherencja, nieoznaczoność

### 63 Instrumenty i POVM

Instrument i POVM są tu elementami cienia i opisują, jak z jednego stanu operacyjnego przechodzimy do rozkładu wyników oraz jak przepisujemy stan po wyniku. W języku pełnej teorii odpowiada to temu, że rekord nie jest tylko etykietą w rachunku, ale faktem mechanistycznym wybierającym gałąź dalszej

historii. Dlatego aktualizację  $\rho \mapsto \rho_k$  warto czytać jako operacyjny cień przejścia typu reinstancji tj. przejścia pomiędzy konfiguracjami świata aktonu, warunkowanego historią. Na poziomie panaktorium tą ideę zapisuje jądro przejścia  $\Pi_a(\lambda' | \lambda, \Omega_a)$  (a cień widzi tylko jego rzut na klasy nieroróżnialności i rekordów). Tu instrument jest lokalnym odpowiednikiem jądra przejścia i nie dodaje żadnej nowej ontologii, tylko porządkuje, jak mechanizm świata pojawia się w rachunku procedur.

W formalizmie QM łatwo można ulec złudzeniu, że pomiar jest pojedynczym aktem: przyłożeniem operatora i odczytaniem liczby. W warstwie operacyjnej, która tu budujemy, pomiar jest zawsze procedurą rozciągniętą w czasie, a jego istotą jest wytworzenie rekordu. Wcześniej rekord miał sens mechanistyczny; tutaj dochodzi do tego znaczenie cienia: rekord staje się warunkiem aktualizacji, sposobem, w jaki cień ma być przepisany po tym, jak świat dał nam etykietę wyniku.

Wprowadźmy pojęcie instrumentu. Jest to formalny obiekt cienia zapisujący jednocześnie dwie rzeczy: rozkład wyników oraz regułę aktualizacji stanu cienia po warunkowaniu na wynik. W języku QM te dwie rzeczy bywają rozdzielane: mówi się o operatorach pomiaru, a osobno o kolapsie. Instrument skleja je w jedną, operacyjnie spójną całość.

Instrument zapisuje się jako rodzina odwzorowań  $\{\mathcal{I}_x\}_x$ , po jednej dla każdego wyniku  $x$ . Każda mapa  $\mathcal{I}_x$  opisuje, jak stan cienia  $\rho$  przechodzi w nieznormowany stan pośredni odpowiadający zdarzeniu: oto zasadę wynik  $x$ . Prawdopodobieństwo wyniku jest po prostu śladem tego stanu pośredniego:

$$p(x|C) = \text{Tr}(\mathcal{I}_x(\rho)).$$

Aktualizacja, czyli stan cienia warunkowy po uzyskaniu wyniku, jest normalizacją:

$$\rho \mapsto \rho_x = \frac{\mathcal{I}_x(\rho)}{p(x|C)}.$$

To wersja rachunkowa tego, co w świecie jest proste: mamy rekord, więc dalsze przewidywania powinny uwzględnić informacje, która została utrwalona w rekordzie.

Z instrumentu wynika naturalnie obiekt bardziej popularny w podręcznikach, czyli POVM. Jest to rodzina efektów  $\{E_x\}_x$  taka, że

$$p(x|C) = \text{Tr}(\rho E_x).$$

W relacji do instrumentu POVM jest częścią statystyczną mówiącą jakie są prawdopodobieństwa wyników, ale nie mówi, co dzieje się ze stanem cienia po warunkowaniu. Zatem POVM opisuje wynik, a instrument opisuje wynik i aktualizację. To rozróżnienie jest krytyczne w teorii, która ma chce być warstwą fizyczną dla QM, bo mechanizm świata nie wytwarza operatora POVM; mechanizm tworzy rekordy, a instrument jest formalnym cieniem tego wytwarzania.

Co jest nowe, a co nie. Rekord jest stary, procedura jest stara, rozkład  $p(x|C)$  jest stary. Nowe jest to, że wchodzimy w sytuację, w której procedura generuje nie tylko statystykę wyników, ale także zmienia warunki dla dalszych procedur.

Instrument jest więc formalizacją tego, że pomiar jest zdarzeniem, które ustawia przyszłość w cieniu, ponieważ w świecie zostawił stabilny ślad.

## 64 Redukcja jako reguła na rekordach

W klasycznych narracjach o QM redukcja stanu bywa przedstawiana jako zagadka ontologiczna: kiedy i dlaczego fala się zapada. W logice tej teorii to pytanie trzeba rozdzielić na dwa inne, dużo mniej zagadkowe. Pierwsze jest pytaniem o to jaka jest poprawna reguła rachunku cienia, gdy warunkujemy na rekord. Drugie jakie mechanizmy świata sprawiają, że pewne rekordy powstają i stabilizują się, a inne nie.

Redukcja w sensie formalnym jest regułą aktualizacji stanu cienia po uzyskaniu wyniku. Instrument daje tę regułę w postaci  $\rho \mapsto \rho_x$ . W tym znaczeniu redukcja nie jest dodatkowym postulatem ponad instrument ale jego częścią. Jeśli ktoś upiera się, by mówić o redukcji, to w tej książce redukcja oznacza jedynie przejście od opisu przed warunkowaniem do opisu po warunkowaniu, zgodnie z regułą instrumentu.

Problem pojawia się, gdy ten rachunkowy fakt próbuje się uznać za bezpośredni opis mechanizmu świata. Mechanizm świata nie ma obowiązku aktualizować żadnej macierzy gęstości, bo macierz gęstości nie jest obiektem w  $\Xi$  ani w  $\Lambda$  ale jest obiektem cienia. Mechanizm świata ma obowiązek wytwarzanie rekordy w pewnych warunkach i nie wytwarzanie ich w innych pozostając w zgodzie z pamięcią, kosztem i stożkiem możliwości. W poprzednich częściach nazywaliśmy to stabilizacją rekordu, barierą kosztu i grubym teraz. Redukcja jest cieniem stabilizacji i gdy rekord jest stabilny, to warunkowanie jest trwałe, a więc aktualizacja staje się skuteczna i w praktyce nieodwracalna.

W tym miejscu przydaje się ważne rozróżnienie. W rachunku cienia redukcja jest zawsze poprawna jako warunkowanie na wynik nie zależy od tego, czy mechanizm świata jest odwracalny czy nie. W mechanizmie świata może być tak, że proces całkowity jest w pewnym sensie odwracalny na poziomie większej całości ale rekord powstał w środowisku i jest dla nas nieodwracalny w praktyce, gdyż wymagałby kontroli zbyt wielu stopni swobody. Wtedy redukcja jest prawdziwa operacyjnie, choć mechanizm nie wykonał żadnego metafizycznego skoku. Z kolei może być tak, że to, co uznaliśmy za wynik, nie jest jeszcze stabilnym rekordem a chwilową korelacją. Wtedy redukcja zastosowana za wcześnie daje błędne przewidywania w procedurach dalszych, bo warunkowanie nie jest utrwalone.

To jest ważny punkt: kolaps nie jest zdarzeniem świata, tylko granicą, za którą rekord staje się stabilny względem klas procedur, które dopuszczały. Tu taka granica ma treść bo jest związana z kosztami przejścia między rekordami, z zanikiem dostępu do faz. W cieniu ta sama granica wygląda jak postulat redukcji.

## 65 Dekoherencja jako oddźwięk i pamięć

Jeżeli opisać cykl aktonu jako sekwencję metastabilnych reżimów, to dekoherencja jest w warstwie QM typowym mechanizmem usztywnienia reżimu bo zwęża klasę procedur, dla których faza jest operacyjnie dostępna. Stabilizuje bowiem

rekordy na których opiera się dalsza predykcja. W cyklu aktonu odpowiada to przejściu od faz eksploracji i plastyczności do faz utrwalenia i zawężenia stożka możliwości. Równocześnie rekoherencja (gdy zachodzi) jest mechanizmem mogącym lokalnie otworzyć stożek na nowo i przywrócić dostęp do subtelniejszych korelacji — czyli działa jak krótkie odmłodzenie reżimu cienia nie zmieniając ontologii.

Jeśli redukcja jest rachunkowym cieniem stabilizacji rekordu, to dekoherencja rachunkowym cieniem oddźwięku i pamięci. Jest to słowo, które w QM bywa używane luźno, ale w tu ma oznaczać bardzo konkretny fakt. W pewnych procedurach znika dostęp do informacji fazowej między alternatywami, choć nie musi znikać cała informacja o rozkładach wyników.

Nowym pojęciem jest tu dekoherencja jako proces, w którym elementy poza przekątną w pewnej naturalnej reprezentacji cienia tracą operacyjny wpływ na przewidywania w klasie dostępnych procedur. Mówiąc niedokładnie alternatywy przestają się składać spójnie, bo ich relacja fazowa zostaje rozlana w korelacjach ze środowiskiem, wytwarzającym rekordy lub quasi-rekordy niekontrolowane.

W najprostszym modelu intuicyjnym stan (macierz gęstości) dla dwóch alternatyw ma w pewnej bazie element pozadiagonalny  $\rho_{12}$ , który koduje spójność (interferencję). Dekoherencja oznacza, że

$$\rho_{12}(t) = \rho_{12}(0) e^{-\Gamma t}$$

dla pewnej skali zaniku  $\Gamma$ , jeśli pamięć jest istotna, zanik ma postać nielokalną w czasie i zależy od historii. Z punktu widzenia mechanizmu to właśnie oddźwięk: środowisko pamięta którydy w postaci korelacji, nawet jeśli my tego nie czytamy jako jawnego wyniku.

To miejsce jest idealne, by uniknąć dwóch skrajności. Pierwsza skrajność mówi, że dekoherencja rozwiązuje problem pomiaru w sensie ontologicznym. Nie rozwiązuje, jeśli przez rozwiązanie rozumiemy wprowadzenie nowego bytu. Pokazuje tylko, jak z mechanizmu świata wynika utrata dostępu do faz w cieniu. Druga mówi, że dekoherencja jest tylko szumem. Nie jest tylko szumem, struktura jej zależna jest od procedury i może być rekonstruowana.

W tej teorii dekoherencja jest więc pochodną dwóch wcześniejszych idei: grubości teraz i pamięci. Grube teraz mówi, że rekordy nie są punktowe w czasie, lecz stabilizują się w oknie. Pamięć, że środowisko nie jest idealnym koszem na informację bo zachowuje ślady. Gdy te dwa elementy są obecne, zanik interferencji przestaje być tajemnicą. Jest konsekwencją tego, że faza jest informacją relacyjną, a informacja relacyjna ginie operacyjnie, gdy rozlewa się w zbyt wielu stopniach swobody.

## 66 Granica klasyczna

Klasyczny świat nie jest dla tej książki światem bez kwantów. To świat, w którym cień staje się stabilnie klasyczny, gdyż rekordy są tak trwałe, a dostęp do faz tak skutecznie utracony, że jedyną praktyczną strukturą predykcji pozostaje rachunek na rozkładach klasycznych. Granica klasyczna nie jest więc jedną magiczną granicą, lecz obszarem w przestrzeni procedur, gdzie mechanizm wymusza szczególny typ cienia.

Nowym pojęciem, które teraz wprowadzimy jawnie, jest baza wskaźnikowa jako taka rodzina stanów lub klas alternatyw, które są uprzywilejowane przez mechanizm stabilizacji rekordu. Uprzywilejowanie nie jest metafizyką; oznacza, że korelacje ze środowiskiem, które tworzą rekordy, są w tych klasach najbardziej odporne i najmniej podatne na rekonstruowanie faz. W praktyce baza wskaźnikowa jest cieniem tego, że świat ma tendencję do wytwarzania rekordów pewnych wielkości łatwiej niż innych.

Granica klasyczna polega zatem na tym, że po pewnym czasie i sprzężeniu z otoczeniem różne alternatywy stają się operacyjnie rozłączne i nie dlatego, że zniknęła superpozycja w świecie, lecz dlatego, że w klasie dostępnych procedur nie istnieje już żaden sposób, by fazę względną między alternatywami wydobyć i użyć do interferencji. Rekordy, raz ustalone, stają się metastabilne a ich zmiana wymaga kosztu i sterowania, które przekraczają to, co jest w stożku możliwości danej perspektywy. Wtedy cień redukuje się do dynamiki rozkładów klasycznych, a instrumenty pomiarowe zachowują się tak, jakby mierzyły własności układu, choć w mechanizmie nadal zachodzą procesy relacyjne i pamięciowe.

To jest miejsce, w którym widać pewne własności tej konstrukcji. Zaletę, bo granica klasyczna przestaje postulować klasyczność i staje się konsekwencją stabilizacji rekordów. I pokręgi, bo granica klasyczna jest zawsze granicą w zakresie ważności: przy odpowiednio wyrafinowanych procedurach można próbować odzyskiwać fazę, co jest właśnie treścią eksperymentów z kontrolowaną dekorherencją i rekoherecją. Klasyczność zatem nie jest absolutna; jest praktyczna i proceduralna.

## 67 Komutacja i zasada nieoznaczoności jako ograniczenia operacyjności

Mówi się czasami, że w QM nie da się jednocześnie zmierzyć pewnych wielkości. W tej książce nie wolno zostawić tego zdania w takiej postaci, bo brzmi jak własność świata sama w sobie, a tak naprawdę jest własnością klasy procedur. Nieoznaczoność jest ograniczeniem operacyjności i mówi, że nie istnieje pojedynczy, spójny protokół, który w danym zakresie ważności pozwoliłby jednocześnie przypisać stabilny rekord dwóm rodzinom rozróżnień, jeśli te rodziny w cieniu są niekompatybilne.

Nowym elementem, który trzeba tu koniecznie wprowadzić, jest komutator jako miara niekompatybilności procedur w cieniu. Gdy dwie procedury odczytu są kompatybilne tak, że można je zrealizować w dowolnej kolejności bez zmiany statystyk końcowych i bez wprowadzania dodatkowego oddźwięku, to w cieniu odpowiada im para obiektów, które nie przeszkadzają sobie w rachunku. Gdy nie są kompatybilne, sam fakt próby połączenia ich w jeden protokół zmienia to, co jest przewidywane, a więc zmienia cień. W formalizmie QM ta różnica pojawia się w pytaniu czy odpowiadające im observable komutują.

Nie trzeba na tym etapie zakładać żadnej metafizyki o własnościach układu. Rozważamy procedury, które w cieniu opisujemy obserwablami  $A$  i  $B$ , i pytamy, co znaczy da się je opisać jednocześnie. W znaczeniu operacyjnym oznacza to, że istnieje protokół, który wytwarza rekordy pozwalające przypisać obie wielkości bez konieczności wprowadzania dodatkowych, ukrytych warunkowań. W formalizmie cienia warunkiem koniecznym spójności takiego protokołu jest to,

że struktury przypisania wyników nie wchodzą ze sobą w konflikt, a to mierzy komutator  $[A, B] = AB - BA$ .

Gdy  $[A, B] \neq 0$ , pojawia się ograniczenie na rozrzuty wyników. Jest to postać zasad nieoznaczoności, ale w tej książce należy ją czytać jako twierdzenie o procedurach, nie jako magię świata. Dla stanu cienia  $\rho$  rozrzuć wyniku pomiaru  $A$  opisuje wariancja  $\Delta A^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$ , gdzie  $\langle \cdot \rangle$  jest wartością oczekiwana w stanie  $\rho$ . Wtedy obowiązuje nierówność Robertson–Schrödingera:

$$\Delta A^2 \Delta B^2 \geq \frac{1}{4} |\langle [A, B] \rangle|^2 + \frac{1}{4} |\langle \{A - \langle A \rangle, B - \langle B \rangle\} \rangle|^2.$$

Ta postać jest pełna, bo wtedy pokazuje dwie przyczyny ograniczenia. Pierwsza jest czysto kwantowa w sensie cienia: wynika z niekomutowania i jest mierzona przez komutator. Druga jest klasyczna w znaczeniu korelacji i wynika z tego, że nawet gdyby nie było komutatora, zmienne mogą być skorelowane i wtedy także nie da się jednocześnie uczynić obu rozrzutów dowolnie małymi.

Nierówność nie mówi, że układ nie ma wartości  $A$  i  $B$ . Mówiąc, że w ramach danego cienia i w ramach procedur, które ten cień reprezentują, nie da się skonstruować protokołu, w którym oba rozrzuty znikną naraz bez zmiany samego protokołu. Jeśli próbujemy to osiągnąć, musimy wprowadzić dodatkową strukturę: pamiętać, oddziaływanie, koszt, a więc zmienić zakres ważności. Wtedy teza o jednoczesnym pomiarze przestaje dotyczyć tego samego obiektu.

## 68 Dostępność fazy a informacja o drodze

Najbardziej namalczym miejscem, gdzie ograniczenie operacyjności widać w danych, jest konflikt między informacją o drodze a widocznością interferencji. To jest ten sam konflikt, który w jednym zdaniu bywa opisywany jako nie można mieć jednocześnie pełnej informacji o tym, których, i pełnej interferencji. W tej książce ma to być wyraźna konsekwencja.

W przypadku dwóch alternatyw, które mogą interferować, cień musi przenosić informację fazową, bo inaczej nie da się przewidzieć prążków. Informacja: którą drogą? oznacza natomiast, że procedura wytwarza rekord rozróżniający alternatywy. Gdy taki rekord jest stabilny, alternatywy stają się operacyjnie rozłączne, a faza względna nie ma wpływu na rozkład wyników na ekranie. W tym sensie informacja o drodze i widoczność nie są dwoma niezależnymi parametrami ale są dwoma aspektami tej samej struktury i tego, czy relacja fazowa jest jeszcze operacyjnie dostępna.

Wprowadzimy teraz widoczność interferencji jako wielkość empiryczną, która mierzy kontrast prążków. Jeśli  $I_{\max}$  i  $I_{\min}$  oznaczają maksymalną i minimalną intensywność zliczeń w odpowiednim przekroju, to naturalna definicja widoczności jest

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Gdy  $V = 1$ , interferencja jest idealna; gdy  $V = 0$ , interferencji nie ma. Informacja: którą drogą? musi być opisana inaczej, bo jest informacją o rozróżnialności alternatyw przez jakąś procedurę detekcji drogi. W praktyce mierzy

się ją przez to, jak dobrze da się odróżnić dwa rozkłady rekordów warunkowych odpowiadających dwóm alternatywom. Ta rozróżnialność nazywana bywa przewidywalnością. Oznaczmy ją przez  $D$ , przy czym  $D = 1$  oznacza pełną informację o drodze, a  $D = 0$  brak tej informacji.

Wtedy struktura cienia wymusza nierówność, która jest jednym z najbardziej przejrzystych przykładów zasady nieoznaczoności w wersji proceduralnej:

$$D^2 + V^2 \leq 1.$$

To nie jest przypadkowa geometria. Jest to dokładnie geometria konfliktu między rozróżnialnością alternatyw a zachowaniem spójności amplitud. Jeśli procedura zwiększa  $D$ , to znaczy, że alternatywy zaczynają różnić się w rekordach środowiska lub aparatury i ta różnica działa jak znacznik drogi. Ale znacznik drogi to korelacja z czymś zewnętrznym. Korelacja zewnętrzna jest tym, co rozlewa fazę względową, a więc zmniejsza  $V$ .

Ta nierówność ma istotną zaletę dydaktyczną bo można ją widzieć bezpośrednio w danych. Zmieniając siłę sprzężenia znacznika drogi z alternatywami, obserwuje się gładkie przejście od prążków do ich zaniku. I nie ma tu żadnego momentalnego kolapsu, jeśli nie wytworzmy stabilnego rekordu. Zanik jest procesem zależnym od procedury i od pamięci. Gdy pamięć jest kontrolowana i umiemy warunkować na odpowiednie rekordy, można odzyskać widoczność, co w eksperymentach nazywa się eraserem.

## Część XII

# Dynamika otwarta i pamięć

## 69 Kanały CPTP i dylatacje

Do tej pory kanał pojawiał się jako obiekt cienia opisujący transformację pomiędzy przygotowaniem a odczytem. Teraz potrzebujemy pójść dalej i musimy rozumieć, kiedy taki kanał jest tylko parametrycznym opisem transformacji, a kiedy ma znaczenie jako cień procesu, który da się osadzić w mechanizmie świata. Do tego potrzebujemy narzędzia, które łączy poprawność z intuicją mechanistyczną. Takim narzędziem jest dylatacja.

Dylatacja jest zapisem tego, że to, co w cieniu wygląda jak nieodwracalna transformacja układu badanego, a może być w istocie częścią większego, odwracalnego procesu na układzie rozszerzonym. W formalizmie zapisuje się to jako

$$\Phi(\rho) = \text{Tr}_E [U (\rho \otimes \sigma_E) U^\dagger],$$

gdzie  $E$  oznacza stopnie swobody środowiska,  $\sigma_E$  jest ich stanem przygotowania, a  $U$  jest transformacją odwracalną na całość. Ten zapis jest ważny nie dlatego, że środowisko zawsze istnieje jako osobny byt, lecz dlatego, że pozwala kontrolować to, co oznacza osadzalność: jeśli istnieje taka dylatacja, to kanał

nie jest tylko formalnym przekształceniem, lecz cieniem procesu, który mającym sens jako część większej dynamiki.

Z dylatacji wynika reprezentacja, która bywa używana jako narzędzie praktyczne: zapis Krausa

$$\Phi(\rho) = \sum_k K_k \rho K_k^\dagger, \quad \sum_k K_k^\dagger K_k = I.$$

Ten zapis jest wygodny, bo pokazuje, jak kanał może być rozumiany jako mieszanina gałęzi, z których każda odpowiada pewnemu sposobowi, w jaki środowisko mogło wejść do gry. Trzeba jednak uważać: nie jest to mieszanina epistemiczna w sensie nie wiemy, który  $k$  zaszedł, dopóki nie ma rekordu  $k$ . Jest to struktura rachunkowa cienia, która koduje fakt, że część informacji uciekła do stopni swobody, których nie śledzimy.

Kryteria fizyczności odwzorowań, które już wcześniej pojawiały się jako warunki dodatniości i zachowania śladu, teraz dostają sens mechanistyczny. Zupełna dodatniość jest wymogiem stabilności opisu w sytuacji, gdy układ jest częścią większej całości. Zachowanie śladu jest wymogiem zachowania masy prawdopodobieństwa wyników w kompletnej procedurze. Dylatacja jest natomiast mostem interpretacyjnym mówiącym kiedy kanał jest osadzalny w procesie odwracalnym na rozszerzeniu, czyli kiedy formalny opis ma typową interpretację układ + środowisko.

## 70 Semigrupa GKSL

Markow nie jest tu domyślnym tłem, tylko jednym z reżimów pamięci, który odpowiada szczególnemu etapowi stabilizacji cienia. W GKSL pamięć środowiska jest na tyle krótka, że dynamika staje się lokalna w czasie, a rekordy łatwo uzyskują trwałość operacyjną. To sprzyja przejściu do reżimu klasycznego co oznacza utratę dostępu do faz i dominacja rekordu, temu, co w języku cyklu aktonu wygląda jak faza usztywnienia i zawężenia stożka. Natomiast wcześniejsze etapy cyklu (plastyczność, eksploracja) naturalnie wiążą się z reżimami, w których pamięć jest strukturalna czyli z odejściem od czystego Markowa.

Markowskość w QM bywa traktowana jak domyślne tło: pisze się równanie Lindblada i przechodzi dalej. Tu takie podejście byłoby błędem, bo pamięć jest elementem mechanizmu, a nie wyjątkiem. Dlatego Markow trzeba tu postraktować jako szczególny reżim, a nie zaś jako aksjomat.

Wprowadźmy generator Markowski jako obiekt, który opisuje ewolucję stanu cienia lokalnie w czasie, w taki sposób, że kompozycja w czasie jest semigrupą i nie wymaga pamiętania historii. W formalizmie przyjmuje to postać równania GKSL:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho(t)] + \sum_j \gamma_j \left( L_j \rho(t) L_j^\dagger - \frac{1}{2} \{ L_j^\dagger L_j, \rho(t) \} \right).$$

Ta postać nie jest jedyną możliwą dynamiką otwartą, lecz jedną, która jednocześnie jest lokalna w czasie, zachowuje ślad pozostaje w zgodzie z zupełną dodatniością dla całej semigrupy ewolucji. W tym sensie GKSL jest formalnym odpowiednikiem bardzo silnego założenia. Pamięć środowiska nie ma znaczenia

na skali procedury, a więc że przeszłość zależy tylko od stanu w chwili obecnej w cieniu.

W języku tej książki uproszczenie to wolno stosować wtedy, gdy okno pamięci mechanizmu jest krótkie w porównaniu do skali czasowej procedury, a oddźwięk środowiska nie wraca w sposób istotny do układu w czasie obserwacji. Praktycznie oznacza to, że korelacje środowiska gasną szybko, sprzężenie jest dostatecznie słabe, a warunki są dostatecznie stacjonarne, by pamięć zastąpić stałą dyssympacją. To jest właśnie miejsce, w którym zakres ważności musi być jawnym: jeśli te warunki nie zachodzą, równanie GKSL może wciąż pasować na krótkim odcinku danych, ale zacznie zawodzić w stres-testach sekwencyjnych i w testach zależności od historii.

## 71 Równania splotowe i dynamika z pamięcią

Jeżeli Markow jest reżimem, w którym cień może zapomnieć historię bez utraty mocy predykcyjnej, to w nie-Markowie zapomnienie historii jest błędem modelu. W praktyce błęd ten objawia się w najprostszej postaci jako zależność od tego, co działało się wcześniej nawet jeśli stan w chwili  $t$  wydaje się taki sam. To jest dokładnie to, co tu nazywaliśmy oddźwiękiem: przeszłość wraca, bo została utrwalona w pamięci mechanizmu.

Elementem którego potrzebujemy teraz, jest równanie ruchu, które dopuszcza pamięć w cieniu. Najbardziej przejrzysta postać takiej dynamiki jest nielokalna w czasie i ma postać splotową:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \int_0^t K(t-s) \rho(s) ds.$$

Jądro  $K(\tau)$  jest tutaj nośnikiem pamięci. Jeśli  $K(\tau)$  jest skoncentrowane przy  $\tau = 0$ , wracamy do dynamiki lokalnej i Markowskiej. Jeśli  $K(\tau)$  ma ogon, przeszłość zależy od historii. Nie trzeba tu jeszcze wiedzieć, czy  $K$  jest wykładnicze, potęgowe czy też oscylacyjne. Ważne jest tylko to, że pamięć staje się obiektem, który można dopasowywać i testować.

W literaturze spotyka się dwa równoważne punkty widzenia, odpowiadające dwóm różnym sposobom upakowania pamięci. Pierwszy to ujęcie Nakajima–Zwanzig, pamięć jest tu jawną w jądrze splotowym, jak wyżej. Inne to ujęcie TCL, w którym przepisuje się równanie do postaci lokalnej w czasie, ale kosztem tego, że generator zależy od czasu i w jak gdyby niesie w sobie pamięć:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \mathcal{L}(t) \rho(t).$$

Ta postać wygląda jak Markow, nie jest nim, bo  $\mathcal{L}(t)$  nie musi generować semigrupy i nie musi być stałe. Jest to raczej sposób, by pamięć ukryć w zależnym od czasu generatorze. Oba ujęcia są przydatne w różnych sytuacjach: splot jest intuicyjny i bliski mechanizmowi, TCL bywa wygodny obliczeniowo, gdy pamięć ma strukturę, którą da się umieścić w efektywnym generatorze.

Ważna rzecz, mogącą zmienić sposób myślenia o QM, jest taka: nie-Markow nie jest wyjątkiem wymagającym usprawiedliwienia. W świecie, w którym pamięć jest elementem mechanizmu, Markow to wyjątek. To nie-Markow jest stanem domyślnym, a to, co nazywamy Markowem. Szczególna granica krótkiej

pamięci lub słabej informacji zwrotnej. W konsekwencji pamięć w cieniu nie powinna być traktowana jako szum, lecz jako obiekt testowalny, który ma własne parametry i własne sygnatury w danych.

Praktyczna korzyść z tego, że pracujemy na surowych zliczeniach i na sekwencjach procedur jest taka. W danych sekwencyjnych pamięć zostawia ślad w tym, że rozkład wyników w kroku  $t$  zależy od historii wyników lub ustawień, nawet jeśli w chwili  $t$  ustawienia są takie same. A to jest sygnał, którego nie da się wytłumaczyć modelem Markowskim bez sztucznego zwiększenia przestrzeni stanu ewentualnie dopisywania czasowej zależności generatora.

## 72 Jądra pamięci jako mechanika pod cieniem

Jeżeli dynamika pod cieniem jest opisywana przez równania z pamięcią (Volterra, NZ/TCL, jądra nielokalne w czasie), a dodatkowo istnieją ograniczenia procedur (co jest operacyjnie dostępne a co nie), to typowy przebieg nie jest jednym gładkim ruchem, lecz sekwencją metastabilnych reżimów rozdzielonych punktami utraty stabilności. W tych punktach cień przełącza się skokowo albo przez aktualizację instrumentem  $\rho \mapsto \rho_k$ , albo przez zmianę efektywnego generatora. To jest ten sam schemat, który w języku ontologii opisujemy jako: powstanie -wzrost-dojrzałość - starzenie - reinstancja. Różnica polega tylko na tym, że tutaj widać mechanizm fizyczny czyli kształt jądra pamięci, przepływy do rekordów oraz dostępność faz jako zasobu cienia.

W części początkowej pamięć nie była ozdobą ale zasadą budowy dynamiki. Pojawiła się w naturalny sposób jako operator Volterry: wpływ przeszłości na teraźniejszość był ujęty jako całka z jądrem, które zapisuje wagę historii. Teraz widzimy, że dokładnie ten sam typ struktury pojawia się w cieniu, gdy rezygnujemy z założenia Markowa. To jest ważne, bo pokazuje, że przejście do QM jako cienia nie odrywa się od mechanizmem a przeciwnie, mechanika pamięci przechodzi do formalizmu w prawie tej samej postaci.

Pojęciem, które tu wprowadzamy w sposób podlegający interpretacji, jest jądro pamięci jako obiekt stanowiące podwójny obiekt bo z jednej strony jest to funkcja lub operator w równaniu splotowym cienia, z drugiej jednak jest to streszczenie mechanizmu oddźwięku teorii. W mechanizmie jądro jest związane z tym, jak stan świata w  $\Lambda$  trzyma ślady przeszłości i jak koszt steruje powrotem tych śladów do tego, co operacyjnie dostępne. W cieniu to samo jądro decyduje, jak przeszłe stany  $\rho(s)$  wpływają na zmianę  $\rho(t)$ .

Ta zgodność nie oznacza, że możemy bezpośrednio utożsamić to jądro z jądrem w QM. Cień jest projekcją, więc jedno jądro może dawać różne efektywne jądra zależnie od perspektywy i od tego, jakie stopnie swobody zostały złączone w procedurze. Zgodność oznacza tu coś bardzo subtelnego, mianowicie to, że jeśli mechanizm świata ma pamięć typu Volterry, to cień, który ma być jego wiernym streszczeniem bo musi dopuszczać dynamikę, w której historia wpływa na przyszłość w sposób kontrolowany przez jądro. To jest właśnie miejsce, w którym formalizm QM przestaje być autonomicznym światem operatorów, a staje się zapisem, w którym mechanizm pamięci jest widoczny.

## 73 Diagnostyka pamięci

Jeżeli pamięć ma być obiektem fizyki, należy umieć rozpoznać ją w danych. Nie można tylko powiedzieć, że proces jest nie-Markowski. Trzeba umieć wskazać te własności zliczeń i procedury świadczące o tym, że historia jest istotna. W tym miejscu pojawia się aparat diagnostyczny, który jest naturalny zarówno z perspektywy cienia, jak i z perspektywy tej teorii

Wprowadźmy pojęcie nawrót informacji. To sytuacja, w której pewna miara rozróżnialności między stanami cienia przestaje maleć monotonnie w czasie. Pomysł jest taki. Jeśli środowisko jest pamiętliwe, to różnice, które wcześniej wyciekały do środowiska, mogą częściowo wrócić, a wtedy dwa stany, które, wydawało się, że zbiegają się do siebie, mogą się znów stać bardziej rozróżnialne. W dynamice Markowskiej taki powrót w typowych warunkach jest niemożliwy, bo semigrupa dyssypacyjna ma kierunek. W dynamice z pamięcią kierunek nie musi być prosty.

Nawrót informacji jest jednak pojęciem dość abstrakcyjnym, jeśli nie zwiążemy go z tym, co mierzymy. Dlatego druga linia badania dotyczy ech i zależności od historii w danych sekwencyjnych. Jeżeli wykonujemy ciąg procedur, na przykład serię impulsów sterujących i odczytów, to w procesie Markowskim rozkład wyników na kroku  $t$  jest funkcją stanu na kroku  $t$ . Sam stan jest funkcją tylko poprzedniego stanu i aktualnego sterowania. W procesie z pamięcią rozkład wyników może zależeć od tego, co działa się kilka kroków wcześniej, nawet przy identycznych ustawieniach. Ta zależność jest sygnaturą pamięci i nie wymaga filozofii, daje się uchwycić po prostu przez porównanie częstości warunkowych.

Echa są szczególną, bardzo wyraźną sygnaturą. Polegają na tym, że zmiana ustawienia w chwili  $t_0$  wpływa na statystykę wyników w chwilach późniejszych w sposób oscylacyjny lub opóźniony, jakby układ pamiętał zaburzenie i oddawał go z powrotem w postaci modulacji zliczeń. W języku równania splotowego echa są bezpośrednio związane z własnością jądra  $K(\tau)$ . Ma ono strukturę nie tylko wygaszającą, ale i przechowującą pewną fazową informację o historii. W teorii tu echa są obrazem oddźwięku: świat nie jest czarną dziurą dla przeszłości, tylko rezonatorem o pewnej charakterystyce pamięci.

Jeżeli model Markowski przechodzi dopasowanie na krótkiej próbce, ale przegrywa w stres-testach sekwencyjnych, a model z pamięcią przechodzi zarówno dopasowanie, jak i stres-test, wówczas filtr P mówi, że pamięć potrzebna jest w cieniu. Jeśli jednocześnie parametry pamięci są stabilne przy zmianie procedury ich obraz jest spójny z mechanizmem oddźwięku, filtr M dostaje treść: pamięć przestaje być sztuczką dopasowania i staje się elementem warstwy fizycznej. I w końcu, jeśli struktura pamięci daje się osadzić w mechanizmie bez wprowadzania dodatkowych bytów, filtr R przestaje protestować.

## 74 Przygotowanie gruntu pod $Ach(a, \tau)$ : zasób–lokalność–pamięć–sterowanie

Wszystko, co do tej pory powiedziano o pamięci, mogłoby pozostać tylko opisem bogatszego cienia. Ale celem książki jest coś mocniejszego: warstwa fizyczna ma nie tylko dopuszczać pamięć, ma także ograniczać to, jaka pamięć i dynamika są

w ogóle możliwe przy danych zasobach i w danym czasie. W teorii te ograniczenia były obecne od początku jako stożek możliwości. Teraz chcemy by podobne ograniczenia pojawiły się w języku cienia jako warunki osiągalności.

Nowym elementem, który musi wejść tu jawnie, jest spojrzenie na proces nie tylko jako na odwzorowanie  $\rho \mapsto \rho'$ , ale jako na obiekt zależny od sterowania i od czasu. Jeśli chcemy mówić o tym, co jest osiągalne, powinniśmy uwzględnić, że procedura może sterować układem, ale jednak sterowanie kosztuje i jest lokalne. Również to, że środowisko może wnosić pamięć, ale pamięć też jest zasobem: jej głębokość i pojemność nie są darmowe. Musimy uwzględnić też, że lokalność w sensie stożka wpływu ogranicza propagację korelacji. I w końcu to, że czas jest zasobem. W krótkim czasie nie da się zrealizować wszystkiego, nawet jeśli w długim byłoby to możliwe.

Te cztery słowa — zasób, lokalność, pamięć, sterowanie — są tu celowo zestawione razem, bo dopiero razem stanowią fizyczną treść pojęcia osiągalności. Jeśli zabraknie lokalności, osiągalność staje się elementarna, bo można przekinąć wpływy natychmiast. Jeśli zabraknie zasobu, można dowolnie zwiększać złożoność procesu. Jeśli zabraknie pamięci, świat staje się Markowski, a to jest zbyt ubogie dla mechanizmu oddźwięku. Jeśli zabraknie sterowania, nie ma sensu mówić o procedurach jako o czymś, co można projektować i testować. W Teorii elementy te były splecone ontologicznie. Teraz trzeba je spleść operacyjnie i formalnie, aby w następnej części móc zdefiniować  $Ach(a, \tau)$  jako obiekt, który przenosi te ograniczenia do języka cienia.

## Część XIII

# Rdzeń nowości: stożek możliwości i osiągalność $Ach(a, \tau)$ jako prawa fizyczne cienia

## 75 Definicja $Ach(a, \tau)$ . Co znaczy osiągalne w czasie i koszcie?

W poprzedniej części pamięć stała się obiektem, który w cieniu można opisać równaniami z jądrem oraz zbadać na danych sekwencyjnych. To jednak dalej nie rozstrzyga najważniejszego pytania warstwy fizycznej: nie tylko jaki cień pasuje do danych, ale jaki ogólnie cień może powstać w świecie jeżeli cztery ograniczenia mechanizmu — koszt, lokalność, pamięć i sterowanie — traktujemy jako realne prawa, a nie parametry dopasowania. Wprowadźmy pojęcie osiągalności, które jest formalnym odpowiednikiem stożka możliwości przeniesionym do języka cienia.

Będzie to  $Ach(a, \tau)$ . Parametr  $\tau$  oznacza horyzont czasowy procedury, liczony w tej samej skali, w której definiuje się dynamikę i pamięć. Parametr  $a$  oznacza budżet zasobu. Rozumiany go tu jako dopuszczalny koszt sterowania i sprzężeń w obrębie tej procedury. To parametr teorii mówiący jaką klasę oddziaływań i jaką intensywność kontroli uznajemy za dopuszczalne w danym zakresie

ważności.

Definicja  $Ach(a, \tau)$  aby była sensowna powinna mieć jasno rozdzielone dwa kroki: krok mechanistyczny i projekcji do cienia. Mechanizm w tej teorii generuje rodzinę dopuszczalnych przebiegów procesu w świecie pod wpływem sterowania, pamięci i kosztu. Perspektywa i procedura projektują później ten przebieg na obiekt cienia. Może być on stanem, kanałem, instrumentem lub obiektem wielostopniowym, zależnie od tego, co rekonstruujemy z danych.  $Ach(a, \tau)$  to zbiór wszystkich takich obiektów cienia, które można uzyskać jako projekcję jakiegoś dopuszczalnego przebiegu mechanizmu w czasie  $\tau$  przy budżecie  $a$ .

W zapisie ogólnym wygodnie jest myśleć o odwzorowaniu projekcji  $\Pi$  biorącej rzeczywisty przebieg w mechanizmie (wraz z pamięcią i oddźwiękiem) i zwracającej obiekt cienia odpowiedniego typu. Wtedy

$$Ach(a, \tau) = \{ X : \exists \text{ dopuszczalna procedura w czasie } \tau \text{ o koszcie } \leq a \\ \text{taka, że } X = \Pi(\text{przebieg mechanizmu}) \}.$$

W tym miejscu nie rozstrzygamy, czy  $X$  jest stanem, kanałem czy procesem wielostopniowym. Bo zależy to od tego, na jakim poziomie opisujemy procedury. Ważne jest tylko to, że  $Ach(a, \tau)$  jest obiektem pierwszego rzędu w teorii: nie jest narzędziem dopasowania, tylko definicją tego, co teoria uznaje za możliwe.

Z tej definicji wynikają własności, które są intuicyjne i bardzo użyteczne. Jeśli zwiększymy budżet zasobu, zbiór osiągalny nie może się zmniejszyć. Oczywiście również wtedy gdy wydłużamy czas. Te własności są treścią prostego twierdzenia o monotoniczności:

$$a_1 \leq a_2 \Rightarrow Ach(a_1, \tau) \subseteq Ach(a_2, \tau), \tau_1 \leq \tau_2 \Rightarrow Ach(a, \tau_1) \subseteq Ach(a, \tau_2).$$

To nie ozdoba matematyczna. Jest to zasada porządkująca interpretację danych, bo jeśli z rekonstrukcji wynika obiekt  $X$ , który nie należy do  $Ach(a, \tau)$ , to nie wolno ratować teorii przez zmianę opisu cienia bez zmiany zasobu lub czasu gdyż byłoby to obejściem prawa mechanizmu. Pozostają tylko trzy uczciwe możliwości: albo źle opisana jest procedura i zasób jest w istocie większy niż sądziliśmy, rekonstrukcja jest obarczona błędem i wymaga korekty lub teoria mechanizmu jest niepełna w tym zakresie.

Istotna jest także własność wypukłości i nie jako aksjomat geometrii, tylko konsekwencja operacyjnej możliwości losowania procedur. Jeżeli w laboratorium można losowo wybierać pomiędzy dwiema dopuszczalnymi procedurami, zachowując ten sam budżet zasobu w średnim rozumieniu, to wynikowy cień jest mieszaniną cieni. Prowadzi to do tego, że  $Ach(a, \tau)$  jest w praktyce zbiorem wypukłym dla wielu typów obiektów  $X$ , a to z kolei umożliwia budowę markerów i testów no-go, które staną się centralnym narzędziem kolejnych rozdziałów.

Na koniec  $Ach(a, \tau)$  nadaje sens fizyczny pytaniu o pełny obraz świata. Obraz świata przestaje być tylko narracją o tym, co istnieje, a staje się zbiorem ograniczeń jako, że nie wszystko, co da się zapisać w formalizmie QM, jest osiągalne w świecie przy danym zasobie, lokalności i pamięci. Tu pojawia się różnica między samą rekonstrukcją QM a warstwą fizyczną dla QM: rekonstrukcja mówi, co jest formalnie spójne, a  $Ach(a, \tau)$  mówi, co jest fizycznie możliwe.

## 76 Stożek wpływu i ograniczenia propagacji

Definicja  $Ach(a, \tau)$  byłaby pusta, bez narzędzi do wyznaczania granic. Pierwszą i oczywistą granicą jest propagacja wpływu. W mechanizmie teorii lokalność nie jest konwencją. Jest częścią stożka możliwości tzn. nie da się oddziaływać wszędzie naraz bez kosztu i bez nośnika wpływu. W cieniu ten fakt powinien pojawić się jako ograniczenie tego, jak szybko sterowanie w jednym obszarze może zmienić rozkłady wyników w innym obszarze.

Nowym pojęciem jest tu stożek wpływu. Rozumiemy go jako zbiór zdarzeń i rozróżnień, które mogą zostać zmienione przez lokalne sterowanie w zadany czasie i przy zadanym zasobie. Nie jest tym samym co stożek świetlny w teorii względności, aczkolwiek idea jest analogiczna. Mówiąc, że istnieje skończona prędkość rozchodzenia się oddziaływań w sensie operacyjnym. W podejściu teorii prędkość ta nie musi być stałą natury wprost i może zależeć od dopuszczalnego zasobu i od tego, jakie klasy sprzężeń są dopuszczalne. W każdym razie jest to ograniczenie, które można przekuć na nierówności na korelacje i na skuteczność sterowania.

Najprostsza postać takiego ograniczenia ma postać zaniku z odlegością poza stożkiem wpływu. Jeżeli  $A$  jest rozróżnieniem lub operacją lokalną w obszarze  $R$ , a  $B$  jest rozróżnieniem w obszarze oddalonym o  $d$ , to wpływanie sterowania w  $R$  na statystyki  $B$  nie może pojawić się natychmiast. Język cienia mówi to, że pewna miara sprzężenia między  $A$  i  $B$  jest tłumiona, gdy  $d$  jest większe niż efektywny zasięg  $v(a)\tau$ , gdzie  $v(a)$  jest prędkością wpływu dozwoloną przy zasobie  $a$ . Zapis tego ma postać ograniczenia komutatora lub korelacji:

$$\|[A(t), B]\| \leq C \exp\left(-\frac{d - v(a)t}{\xi}\right) \text{ dla } d > v(a)t,$$

gdzie  $\xi$  jest skalą zasięgu sprzężeń, a  $C$  jest stałą zależną od normalizacji. Nie chodzi tu o faworyzowanie tej konkretnej funkcji. Chodzi o to, że istnieje granica taka, że poza stożkiem wpływu oddziaływanie jest wykładniczo lub podobnie tłumione. Ta granica jest cieniem lokalności mechanizmu.

Z tej granicy wynikają konsekwencje, które będą nam potrzebne przy markerach. Pierwsza jest taka, że nie da się w krótkim czasie wytworzyć dowolnie silnych korelacji na dużą odległość gdy zasób jest ograniczony i sprzężenia są lokalne. Druga mówi, że nie da się zrealizować dowolnych kanałów sterowania na żądanie, jeśli wymagałyby one natychmiastowej synchronizacji odległych stopni swobody. I trzecia: istnieją korelacje, które są formalnie dopuszczalne w przestrzeni rozkładów, a nawet mogą być zgodne z brakiem sygnalizacji, ale nie są osiągalne przy danym stożku wpływu i danym budżecie zasobu w czasie  $\tau$ .

Widać tu, dlaczego rdzeń nowości jest naturalny. Stożek fizyczności formalnej mówi, co nie generuje ujemnych prawdopodobieństw. Wpływowi, co nie łamie lokalności mechanizmu w czasie. A razem, co jest fizyczne i jednocześnie wykonalne. To jest różnica, która w wielu podejściach do QM zostaje niedopowiadana: formalizm nie odróżnia spójne od osiągalne, a warstwa fizyczna musi to odróżniać.

## 77 Markery nieosiągalności

Jeżeli  $Ach(a, \tau)$  ma być prawem fizycznym cienia, kryteria jej powinny być falsyfikowalne. W praktyce oznacza to, że dla danego  $a$  i  $\tau$  musimy umieć powiedzieć który obiekt cienia jest osiągalny a który nie jest. Ponieważ obiekty cienia rekonstruujemy z danych z błędem i po naprawie do fizyczności, opieranie się na ostrych granicach bez marginesu jest niewłaściwe. Potrzebujemy narzędzia, które jest odporne na niedokładność i które daje jednoznaczny komunikat, że coś jest poza zbiorem osiągalnym.

Wprowadźmy pojęcie markera nieosiągalności. Marker jest funkcjonałem na przestrzeni obiektów cienia o własności: przyjmuje wartości nie większe niż pewna granica na całym zbiorze  $Ach(a, \tau)$  ale jednocześnie dla obiektu zrekonstruowanego z danych wartość większą od tej granicy. Wtedy mamy test no-go. Przy danych założeniach o zasobie i czasie nie istnieje mechanizm w tej teorii, który mógłby wygenerować obserwowany cień.

Jeżeli  $Ach(a, \tau)$  jest wypukły i domknięty w odpowiedniej topologii, co jest naturalne, gdy dopusczamy losowanie procedur i gdy ograniczamy zasób działa wtedy klasyczna zasada separacji oznaczająca, że punkt leżący poza zbiorem wypukłym da się oddzielić hiperplaszczyzną. W praktyce oznacza to istnienie markera  $W$  takiego, że

$$\langle W, X \rangle > \sup_{Y \in Ach(a, \tau)} \langle W, Y \rangle.$$

To zdanie jest sercem całej metodologii. Mówi, że nie musimy znać pełnego opisu mechanizmu do zbudowania testu. Wystarczy znać granice zbioru osiągalnego w sensie geometrycznym. Marker jest wtedy równaniem brzegu tzn. czymś w rodzaju nierówności, której żaden proces osiągalny nie może naruszyć.

Zależnie od tego, czym jest obiekt  $X$ , marker przyjmuje różne postacie fizyczne. Jeśli  $X$  jest stanem, marker może być operatorem o wartości oczekiwanej i ograniczeniu wynikającym z lokalności i zasobu. Jeśli  $X$  kanałem, marker może być funkcjonałem na macierzy Choi'a ograniczonym przez stożek wpływu. Jeśli  $X$  obiektem wielostopniowym, może być temporalną nierównością wykrywającą niedozwoloną głębokość pamięci lub niedozwoloną skuteczność sterowania w krótkim czasie. W każdym przypadku to ta sama idea. Marker jest testem, który da się policzyć z danych, a jego przekroczenie jest sygnaturą nieosiągalności.

W praktyce budowa markera odbywa się zawsze w dialogu z danymi, jednak bez dopasowania ad hoc. Najpierw rekonstruuje się obiekt cienia w klasie, która przechodzi stożek fizyczności formalnej i przechodzi stres-testy proceduralne. Potem, dla zadanych  $a$  i  $\tau$ , wyznacza się granicę  $\sup_{Y \in Ach(a, \tau)} \langle W, Y \rangle$ . Jeśli zbiór  $Ach(a, \tau)$  jest opisany przez ograniczenia liniowe i stożkowe, jest to zadanie podwójne mające sens jako optymalizacja w geometrii stożków. Jeśli zbiór jest opisany wprost przez model mechanizmu, granicę wyznacza się za pomocą symulacji i optymalizacji sterowania. W obu przypadkach wynik jest operacyjnie ten sam i dostajemy liczbę graniczną, a następnie sprawdzamy, czy dane ją przekraczają w sposób stabilny wobec niepewności.

Tu kluczowe jest, by marker nie był sztuczką statystyczną. On ma być twierdzeniem o świecie: jeśli zasób i czas są takie, to nie da się. Wymaga to trzech kontroli. Po pierwsze, obliczalność bez odwołań do nieobserwowanych elemen-

tów procedury. Stabilny na niewielkie zmiany rekonstrukcji, mieszczące się w błędzie. I w końcu musi być możliwa zinterpretować go mechanistycznie. Gdy marker jest naruszony, powinniśmy umieć powiedzieć, czy naruszenie oznacza większy zasób, dłuższy czas, słabszą lokalność, czy jakąś inną klasę pamięci niż wcześniej zakładana.

W ten sposób rdzeń nowości przestaje być deklaracją mamy pełny obraz świata, a staje się programem do testów.  $Ach(a, \tau)$  daje prawo do no-go, stożek wpływu daje prawo do granic propagacji, markery dają prawo do falsyfikacji.

## 78 Pamięć jako zasób

W dotychczasowym ujęciu nie-Markow oznaczał jeśli mechanizm ma oddźwięk, cień musi go uwzględnić. Teraz dodajemy krok decydujący dla rdzenia nowości będzie, że pamięć nie jest tylko cechą środowiska, jest również zasobem. Zasób oznacza tu coś bardzo konkretnego bowiem pamięć może zwiększać klasę obiektów cienia osiągalnych w danym czasie, tylko wtedy, gdy jej wytworzenie i utrzymanie mieści się w budżecie kosztu i w ograniczeniach lokalności. W przeciwnym razie pamięć w modelu jest tylko parametrem dopasowania, który nie ma prawa istnieć w ramach  $Ach(a, \tau)$ .

Mówiąc wprost, trzeba odróżnić dwa rodzaje sytuacji mogących wyglądać podobnie na poziomie danych. W pierwszej pamięć jest dostępna będąc magazynem korelacji, który można wykorzystać do sterowania czy powiększenia skuteczności procesu. Wtedy nie-Markow pomaga. Pozwala w krótkim czasie uzyskać efekty, które w reżimie Markowskim wymagałyby dłuższego czasu ewentualnie większego zasobu. W innej pamięć jest jedynie pozorna. Model dopisuje ją, by wyjaśnić zależności od historii, ale mechanizm przy zadanym budżecie i lokalności nie może tej pamięci utrzymać ani jej spręgnąć z układem w sposób zgodny z procedurą. Wtedy nie-Markow jest zakazany przez  $Ach(a, \tau)$ , pomimo, że może dawać lepsze dopasowanie.

Aby uporządkować tę różnicę wprowadźmy budżet pamięci jako część budżetu zasobu. Budżet pamięci nie musi być liczony w bitach. Wystarczy, że jest związany z tym, ile niezależnych stopni swobody środowiska może przechować istotną korelację w czasie porównywalnym z  $\tau$  i jak silnie te stopnie swobody mogą się sprzęgać z układem nie przekraczając kosztu. W praktyce oznacza to, że pamięć ma swoją pojemność i swój czas życia, a to kosztuje.

Pamięć pomaga ale musi być sprzęgalna w czasie. Informacja, która wraca z pamięci, musi wrócić w oknie, w którym procedura potrafi ją wykorzystać i musi być selektywna, gdyż jeśli pamięć przechowuje wszystko chaotycznie, powrót informacji będzie wyglądał jak szum, który nie zwiększa osiągalności w sterowaniu. To jest ważne, bo pokazuje, że nie każda nie-Markowskość jest zyskiem. Zysk występuje wtedy, gdy pamięć ma strukturę, którą procedura może adresować i wykorzystywać, a to wymaga zasobu i kontroli.

Z kolei pamięć jest zakazana przez  $Ach(a, \tau)$  wtedy, gdy jej oczekiwana głębokość lub skuteczność przekracza to, co może powstać przy lokalnych sprzężeniach w czasie  $\tau$  i przy koszcie  $\leq a$ . Najbardziej typową formą takiego zakazu jest sytuacja, w której z modelu nie-Markowskiego wynika, że drobna, lokalna zmiana sterowania w chwili  $t_0$  powoduje silną, o długim zasięgu zmianę statystyk w chwili  $t_0 + \epsilon$  bez pośredniego czasu propagacji. Taki efekt może być formalnie wpisany do jądra pamięci, ale jeśli łamie stożek wpływu, to nie jest

pamięcią mechanizmu, tylko teleportacją wpływu zaszytą w modelu.

W tym miejscu widać też, jak pamięć splata się z wcześniejszym rozdziałem o markerach. Marker nieosiągalności może być skonstruowany tak, by wykrywał zbyt dobrą pamięć. Pamięć, która w danych wygląda jakby dawała natychmiastowy dostęp do historii w sposób przekraczający dopuszczalny zasób. Innymi słowy, nie-Markow może być tak silny, że staje się dowodem na to, że w opisie zaniżyliśmy zasób lub naruszyliśmy lokalność. To istotne, gdyż odwraca normalne wyobrażenie. W tej książce nie-Markow nie jest automatycznie bardziej realistyczny a może być sygnałem, że model ucieka poza fizyczną osiągalność.

## 79 Koszt naprawy do fizyczności jako miara napięcia między opisem a realizacją

Mówiąc o stożku fizyczności wprowadziliśmy naprawę do fizyczności jako konieczny etap przejścia od danych do obiektów formalnych. Teraz ten element dostaje rdzeniowe znaczenie. Koszt naprawy nie jest tylko wskaźnikiem jakości rekonstrukcji ale w połączeniu z  $Ach(a, \tau)$  staje się miarą napięcia między tym, co dane sugerują, a tym, co teoria uzna je za możliwe do zrealizowania.

Koszt korekty, który tu wprowadzamy jest funkcją dwóch argumentów tj. obiektu zrekonstruowanego  $X$  oraz zbioru dopuszczalnego, do którego go rzutujemy.. W poprzedniej części rzutowaliśmy do stożka fizyczności formalnej. Teraz możliwe są dwa. Do stożka fizyczności oraz do zbioru osiągalnego  $Ach(a, \tau)$ . Te rzuty nie muszą się pokrywać. Obiekt może być fizyczny formalnie, ale nieosiągalny, i wtedy koszt naprawy do osiągalności może być duży, mimo że koszt naprawy do fizyczności jest mały. Doprecyzowanie definicji odległości punkt-zbiór.

Przez  $\text{dist}(X, A)$  rozumiemy odległość punkt–zbiór:

$$\text{dist}(X, A) = \inf_{Y \in A} \|X - Y\|,$$

gdzie  $\|\cdot\|$  jest normą bazową  $\|\cdot\|_H$  lub — jeśli w danej sekcji pracujemy z metryką efektywną — normą  $\|\cdot\|_M$ .

Jeśli obiekty nie są wektorami (np. kanały/operators), to użyta metryka jest częścią definicji zbiorów  $F$  oraz  $Ach(a, \tau)$ .

W praktyce wprowadzamy dwie liczby. Pierwsza mierzy, jak bardzo rekonstrukcja narusza fizyczność:

$$c_{\text{phys}} = \text{dist}(X, \mathcal{F}),$$

gdzie  $\mathcal{F}$  jest stożkiem fizyczności dla danego typu obiektu. Druga, jak bardzo narusza osiągalność przy danym zasobie i czasie:

$$c_{\text{ach}} = \text{dist}(X, Ach(a, \tau)).$$

Nie trzeba tu być przywiązanym do jednej metryki. Ważne jest to, by metryka była powiązana z błędem przewidywanym na danych. Wtedy koszt korekty ma sens operacyjny i mówi, jak wiele musimy zmienić w obiekcie cienia, aby stała się nie tylko formalnie poprawny, ale i fizycznie wykonalny.

Interpretacja tych kosztów jest rdzeniem badania. Jeśli  $c_{\text{phys}}$  jest duży, najpierw podejrzewamy błąd procedury, błędy pomiarowe czy niewystarczalność danych. Jeśli  $c_{\text{phys}}$  jest mały, a  $c_{\text{ach}}$  jest duży i stabilny w walidacjach, mamy sygnał dużo ciekawszy bo obiekt jest formalnie poprawny, ale teoria mówi, że nie powinien być możliwy przy zadanym zasobie i czasie. Wtedy mamy do wyboru uczciwe wyjścia. Albo zasób jest większy, niż zakładaliśmy w opisie procedury lub czas efektywny jest dłuższy, bo proces ma ukryte etapy. Może też lokalność jest słabsza, niż zakładaliśmy czy mechanizm teorii w tej postaci nie opisuje danego reżimu, a więc teoria jest falsyfikowana w części dotyczącej ograniczeń osiągalności.

Koszt korekty ma jeszcze jedną funkcję bo chroni przed samozadowoleniem z ładnych dopasowań. Model może dopasować dane, ale jeśli wymaga obiektu, który jest daleko od  $Ach(a, \tau)$ , to niestety dopasowanie jest niefizyczne w ramach tej teorii. Wtedy filtr P mówi pasuje, ale filtr M mówi: to nie jest proces świata, tylko obiekt poza osiągalnością. Koszt korekty jest liczbowym mostem między tymi filtrami i zamienia spór interpretacyjny na sygnał ilościowy.

## 80 Minimalny pakiet testów rdzenia

Rdzeń nowości miałby niewielką wartość, gdyby wymagał nieosiągalnie złożonych eksperymentów. Jego zaletą ma być to, że daje się testować na procedurach, które są naturalne w laboratorium tzn. sekwencjach przygotowań, sterowań i odczytów, a także na danych w postaci zliczeń. Trzeba więc określić, jakie minimum danych i jakie wariantów procedury są potrzebne, by rozstrzygać, czy obserwowany cień jest zgodny z  $Ach(a, \tau)$ , czy nie.

Takim elementem minimum jest rozdzielenie czasu. Skoro  $Ach(a, \tau)$  zależy od horyzontu czasowego, musimy mieć dane dla co najmniej dwóch skal  $\tau$ , albo też ciągłego skanowania czasu w pewnym zakresie. Jest to warunek odróżnia procesów nieosiągalnych w krótkim czasie, ale takich które są osiągalne w długim, od procesów, które są nieosiągalne niezależnie od czasu w ramach danego zasobu.

Innym jest rozdzielenie sterowania. Skoro  $a$  jest budżetem zasobu sterowania, musimy mieć dane dla co najmniej dwóch poziomów sterowania lub dwóch klas procedur różniących się znany sposób kosztem. W praktyce może to oznaczać różne rzeczy. Zmianę amplitudy impulsu, czasu kontaktu, liczby kroków sterowania czy włączenie dodatkowego kanału kontrolnego. Sens jest taki, że musimy zobaczyć monotoniczność osiągalności. To, co jest osiągalne przy małym zasobie, musi być osiągalne przy większym, a jeśli z danych wynika odwrotnie, to znaczy, że model procedury jest błędny albo że zmienione zostało coś więcej niż zasób.

Trzecim jest rozdzielenie lokalności. Skoro stożek wpływu ma stanowić ograniczenie propagacji, musimy mieć wariant procedury z mierzeniem wpływu sterowania lokalnego na odległe wyniki jako funkcję czasu. Nie trzeba od razu mierzyć pełnych korelacji. Wystarczy konstrukcja z sygnałem wpływu o jasnej postaci. Sterowanie w jednym miejscu, odczyt w innym. Jeśli efekt pojawi się szybciej, niż dopuszcza stożek wpływu dla danego zasobu, mamy kandydata na markera nieosiągalności.

Następnym jest sekwencyjność, bo bez niej testowanie pamięci jest niemożliwe. Potrzebne są dane dla procedur z co najmniej trzema krokami czasowymi,

aby móc rozróżnić procesy Markowowskie od nie-Markowowskich i to w sposób stabilny. Dopiero sekwencje pozwalają wykryć zależność od historii i echa one są sygnaturą pamięci.

Ważna jest też rekonstrukcja obiektu cienia w klasie, która pozwala policzyć markera. Nie oznacza to pełnej tomografii wszystkiego. To znaczy, wybieramy taki zestaw procedur odczytu i sterowań, który identyfikuje te parametry obiektu, od których zależy wartość funkcjonału markera. Marker wówczas da się wyliczyć z danych bez rekonstrukcji zbędnych stopni swobody, a więc bez sztucznego powiększania złożoności.

Ostatnim elementem minimum jest kontrola naprawy do fizyczności i jej kosztu. Ponieważ dane są skończone, rekonstrukcja zawsze będzie wprowadzać niewielką niefizyczność, którą trzeba skorygować. Trzeba więc opisać nie tylko wynik, ale i koszt korekty oraz stabilność tego kosztu w walidacjach. Jeśli wniosek o nieosiągalności zależy od subtelności naprawy, jest to sygnał, że dane są jeszcze zbyt słabe, by cokolwiek sensownie rozstrzygać.

Elementy te w istocie są jednym spójnym protokołem

## Część XIV

# Interferencja: dwie szczeliny

## 81 Model eksperymentu: alternatywy, rekord, procedura pomiarowa

Dwie szczeliny są w tej książce traktowane jako test kompletności mostu: od mechanizmu teorii, przez cień, do liczb w zliczeniach. Jest to eksperiment prosty w opisie bogaty jednak strukturalnie. W jednym układzie ujawniają się trzy elementy naraz. Te elementy to spójne składanie alternatyw, rola rekordu, oraz zmiana pamięć środowiska w dekoherencję w cieniu.

Model zastosujemy zaczynając od rozdzielenia tego, co jest alternatywą i co jest rekordem. Alternatywy jako dwie drogi przejścia przez szczeliny, oznaczmy symbolicznie przez  $\alpha = 1, 2$ . W mechanizmie to dwa różne przebiegi w przestrzeni zdarzeń, jednak dopóki nie powstanie rekord rozróżniający, nie istnieje fakt operacyjny, mówiący że zaszła jedna z nich. Rekord zaś pojawia się dopiero wtedy, gdy jakaś część świata: detektor drogi, środowisko, element aparatury — utrwały w stabilnej postaci skorelowanie z alternatywą.

Procedura pomiarowa w tym eksperymencie to trzy etapy: przygotowania wiązki, propagacja przez przysłonę z dwiema szczelinami i oczywiście rejestracja na ekranie. Wynik jest etykietą przypisaną rekordowi na ekranie, zwykle nią położenie  $x$  wzduż osi poprzecznej. To, co liczymy, to zliczenia  $n_x$  i ich częstości. To, co teoria musi wyjaśnić, to kształt  $p(x)$  w zależny od tego, czy procedura wytwarza rekord drogi, czy tylko dopuszcza spójne składanie alternatyw.

Istotnym jest, że eksperiment ma naturalny parametr proceduralny: stopień wycieku informacji o drodze. Można go zrealizować przez dołączanie znacznika drogi, sprząganie z polaryzacją, oddziaływanie z gazem, drgania przysłony. W każdym przypadku pytanie jest takie samo: czy w mechanizmie powstaje stabilny rekord, czy chwilowa korelacja, oraz na jakiej skali czasu i kosztu korelacja

ona się utrwała.

W tym miejscu użyteczny staje się rdzeń nowości. Eksperyment dwóch szczezin nie stanowi tylko testu reguły Bornego. Jest też testem tego, co jest osiągalne przy danym zasobie i w danym czasie. W szczególności, jeśli ktoś twierdzi, że można mieć jednocześnie niemal pełną informację o drodze i pełną interferencję w tym samym reżimie proceduralnym, to jest to najlepszy sposób naruszenia granic osiągalności.

## 82 Składanie amplitud i powstawanie prążków

W reżimie, w którym procedura nie wytwarza rekordu rozróżniającego alternatywy, cieś musi składać alternatywy w spójny sposób. Oznacza to, że amplituda dotarcia do punktu  $x$  na ekranie jest sumą z obu szczelin:

$$A(x) = A_1(x) + A_2(x).$$

Prawdopodobieństwo rejestracji w punkcie  $x$  jest następnie dane przez regułę Bornego:

$$p(x) = |A(x)|^2 = |A_1(x) + A_2(x)|^2.$$

Rozpisanie tego wyrażenia jest miejscem, w którym interferencja staje się widoczna metafizycznych odniesień:

$$p(x) = |A_1(x)|^2 + |A_2(x)|^2 + 2 \operatorname{Re}(A_1(x)A_2^*(x)).$$

Pierwsze dwa składniki są tym, co otrzymalibyśmy, gdyby alternatywy były klasycznie rozłączne i nie dało się ich składać spójnie. Trzeci składnik jest członem interferencyjnym i zależy od fazy względnej między  $A_1$  i  $A_2$ .

Rola fazy staje się oczywista, gdy zapiszemy amplitudy w postaci moduł-faza:

$$A_j(x) = |A_j(x)| e^{i\phi_j(x)}.$$

Człon interferencyjny ma wówczas postać proporcjonalną do  $\cos(\phi_1(x) - \phi_2(x))$ . To pokazuje, dlaczego prążki są czułe na przesunięcie fazy. Zmiana fazy w jednej gałęzi procedury przesuwa wzór interferencyjny bez konieczności zmiany intensywności.

W tym miejscu można powiedzieć: to jest po prostu falowość. Czytanie tego powinno być ostrożne. Falowość jest właściwością cienia, ale nie koniecznie właściwością mechanizmu w przestrzeni fizycznej. Mechanizm może być opisany w języku oddźwięku i kosztu, a mimo to cieś, który jest jego ekonomicznym streszczeniem, ma strukturę amplitudową. Wzór prążków nie dowodzi, że cząstka jest falą; dowodzi, że procedura nie wytworzyła rekordu rozdzielającego alternatywy, więc cieś musi traktować alternatywy jako spójne.

Warto też podkreślić, że widać tu różnicę między alternatywą a wynikiem. Alternatywy 1 i 2 nie są wynikami, dopóki nie ma rekordu drogi. Wynikami

są położenia  $x$  na ekranie. Cień składa alternatywy na poziomie amplitud do wyniku, nie z powodu realności alternatyw, ale tylko dlatego, że brak rekordu drogi wymusza spójność rachunku w całej klasie procedur, które różnią się tym, jak zmieniamy fazę w jednej z gałęzi.

### 83 Zanik i powrót interferencji

Jak odróżnia ładny rachunek od fizyki procedury. Daje to możliwość wytwarzania informacji o drodze. W języku cienia informacja o drodze ujawnia się wtedy, gdy alternatywy stają się skorelowane z dodatkowymi stopniami swobody. Oznaczmy je przez  $E$ , tak, że stan tych stopni swobody zależy od tego, która alternatywa zaszła. Jeśli te stany środowiska są rozróżnialne, to w świecie istnieje potencjalny rekord drogi, nawet jeśli go nie odczytujemy.

Najprostszy zapis tej sytuacji, zachowujący sens bez wchodzenia w model mikroskopowy, polega na tym, że amplitudy do punktu  $x$  stają się sprzężone z dwoma stanami środowiska  $|e_1\rangle$  i  $|e_2\rangle$ :

$$A(x) \rightsquigarrow A_1(x)|e_1\rangle + A_2(x)|e_2\rangle.$$

Gdy nie śledzimy środowiska i obserwując tylko na zliczenia na ekranie, efektywnie uśredniamy po  $E$ . Wtedy człon interferencyjny ulega przemnożeniu przez nakładanie  $\langle e_2|e_1\rangle$ :

$$p(x) = |A_1(x)|^2 + |A_2(x)|^2 + 2 \operatorname{Re}(A_1(x)A_2^*(x)\langle e_2|e_1\rangle).$$

Widać od razu, co tak naprawdę oznacza koherencja. Koherencja jest wielkością mierzoną przez to, jak bardzo stany środowiska dla dwóch alternatyw są nieroróżnialne. Jeśli  $|e_1\rangle$  i  $|e_2\rangle$  są identyczne, nakładanie jest równe 1 i interferencja jest to pełna. Jeśli są ortogonalne, nakładanie jest równe 0 co oznacza zanik interferencji. W przypadkach pośrednich interferencja jest częściowa, a widoczność prążków maleje w sposób kontrolowany przez stopień rozróżnialności środowiskowych śladów alternatyw.

To jest formalny zapis kompromisu między informacją o drodze a widocznością. Nie wymaga on żadnego kolapsu. Wystarczy fakt korelacji. Jeżeli korelacja zostanie utrwalona jako rekord, interferencja praktycznie nie wróci bez aktywnej kontroli nad środowiskiem. Gdy korelacja jest odwracalna i nie zostanie utrwalona, można stworzyć procedurę, która wymaga informację o drodze i przywróci interferencję przez odpowiednie warunkowanie. W tym sensie powrót interferencji ma zawsze aspekt proceduralny. Czy mamy dostęp do tych stopni swobody, które niosą ślad drogi, i czy umiemy je wykorzystać tak, by faza względna znów stała się operacyjnie dostępna.

### 84 Dekoherencja w dwóch szczelinach jako mechanizm oddźwięku

Powyżej zanik interferencji pojawił się jako skutek korelacji z  $E$  i uśrednienia po  $E$ . A to jest zapis cienia. Teraz trzeba powiązmy go z mechanizmem.

Dekoherencja w dwóch szczelinach jest w tej książce wzorcowym przykładem oddźwięku. Przeszłe rozróżnienie alternatyw wraca jako wpływ środowiska na przyszłe statystyki, nawet braku do niego bezpośredniego dostępu.

Mechanizm oddźwięku polega na tym, że środowisko nie tylko rozróżnia alternatywy, przechowuje bowiem ten ślad przez pewien czas. Gdy ślad jest trwały na skali procedury, nakładanie  $\langle e_2|e_1 \rangle$  staje się małe i pozostaje małe. Wtedy interferencja zanika stabilnie. Informacja o drodze staje się w praktyce faktem, bo istnieje w świecie rekord. Dla nietrwałego śladu lub środowiska o strukturze rezonansowej, nakładanie może oscylować lub częściowo wracać, co w danych objawia się jako rekoherecja lub echa interferencji.

W najprostszym opisie czasowym człon interferencyjny jest mnożony przez funkcję koherencji  $g(t)$ , która jest cieniem pamięci środowiska:

$$p(x, t) = |A_1(x)|^2 + |A_2(x)|^2 + 2 \operatorname{Re}(A_1(x) A_2^*(x) g(t)).$$

W reżimie Markowskim  $g(t)$  maleje wykładniczo a z pamięcią  $g(t)$  może mieć ogon, oscylować, lub wykazywać częściowy powrót. W języku tej teorii jest to bezpośrednie odbicie tego, że oddźwięk ma własną dynamikę i własny koszt. Środowisko może być pochłaniaczem, ale może też być rezonatorem.

Najważniejsza jest tu jednak interpretacja. Zanik interferencji nie wymaga kolapsu ontologicznego. Wymaga jedynie tego, że środowisko przejmuje informację fazową i utrudnia jej odzyskanie w klasie procedur uznawanych za dopuszczalne. Słowo utrudnia ma treść fizyczną i jest związane z zasobem i lokalnością. Jeżeli środowisko ma wielką liczbę stopni swobody, ślad drogi rozlewa się i staje się praktycznie nieodwracalny. Dla małego środowiska i dającego się kontrolować, ślad można odwrócić, a interferencja może wrócić. Różnica między tymi przypadkami nie jest różnicą metafizyki, ale osiągalności w sensie  $Ach(a, \tau)$ .

W tym miejscu, widać, jak rdzeń nowości styka się z klasycznym eksperymentem. Dwie szczeliny nie są tylko dowodem na superpozycję. Są miernikiem pamięci: zanik i ewentualny powrót prążków kodują funkcję  $g(t)$ , a więc kodują jądro pamięci w cieniu. A ponieważ pamięć jest zasobem, eksperiment dwóch szczelin może stać się testem granic osiągalności. Można zapytać nie tylko czy jest interferencja, lecz jaka interferencja jest możliwa przy danym budżecie zasobu i w danym czasie, jeśli jednocześnie próbujemy wydobyć informację o drodze.

## 85 Interferencja przez warunkowanie na rekord

W dwóch szczelinach interferencja znika bo procedura wytwarza ślad drogi, rozróżnialny w dodatkowych stopniach swobody. W poprzednich rozdziałach było to na poziomie cienia w postaci czynnika nakładania  $\langle e_2|e_1 \rangle$ , który tłumi człon interferencyjny w rozkładzie na ekranie. Kwantowa gumka nie jest obejściem tego faktu. Pokazuje skutecznie, że zanik interferencji dotyczy rozkładu bezwarunkowego, a więc takiego, w którym z świadomie ignorujemy pewną część rekordu. Gdy zamiast tego warunkujemy na właściwy rekord, interferencja może się pojawić w podzbiorach danych, mimo że w danych łącznych jej nie ma.

Warto to zapisać w jednoznaczna postaci. Niech  $|x\rangle$  oznacza etykietę położenia na ekranie, a znacznik drogi niech będzie stopniem swobody  $M$ , na którym

powstaje ślad. W reżimie spójnego składania alternatyw, ale z korelacją z  $M$ , stan cienia tuż przed rejestracją na ekranie ma strukturę

$$|\Psi\rangle = \int dx \left( A_1(x) |x\rangle \otimes |m_1\rangle + A_2(x) |x\rangle \otimes |m_2\rangle \right).$$

Jeśli  $|m_1\rangle$  i  $|m_2\rangle$  są prawie rozróżnialne, to w rozkładzie bezwarunkowym na ekranie interferencja zanika, bo śledzimy tylko ekran i nie ma uśredniania po znaczniku. Wtedy pojawia się dokładnie to, co już znamy:

$$p(x) = |A_1(x)|^2 + |A_2(x)|^2 + 2 \operatorname{Re}(A_1(x) A_2^*(x) \langle m_2 | m_1 \rangle),$$

a przy  $\langle m_2 | m_1 \rangle \approx 0$  pozostała suma dwóch obrazów pojedynczych szczelin bez prążków.

Gumka polega na tym, że zamiast odczytywać  $M$  w bazie którądrogą, wybieramy procedurę, która wytwarza rekord w innej bazie, w której informacja o drodze nie jest dostępna. Najprostszy wybór to baza

$$|m_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|m_1\rangle \pm |m_2\rangle),$$

która jest bazą parzystości znacznika, a nie bazą drogi. Gdy warunkujemy zliczenia na ekranie na konkretny wynik rekordu na  $M$ , na przykład na  $m_+$ , to amplitud w cieniu uśrednienie nie tłumii. Dostajemy rozkład warunkowy

$$p(x|m_+) \propto |A_1(x) + A_2(x)|^2,$$

a dla drugiego wyniku

$$p(x|m_-) \propto |A_1(x) - A_2(x)|^2.$$

W obu przypadkach pojawiają się prążki, przesunięte względem siebie o fazę  $\pi$ . To przesunięcie jest powodem, dla którego w rozkładzie bezwarunkowym prążki się znoszą. Suma dwóch wzorów o przeciwnej fazie daje gładką krzywą bez interferencji.

W tym miejscu, pojęcie rekordu decyduje o znaczeniu słowa interferencja. Interferencja ona własnością rozkładu warunkowego względem pewnej klasy rekordów. Jeśli w procedurze pojawia się rekord niosący informację o drodze, to warunkowanie na nim prowadzi do zaniku interferencji. Jeśli procedura tworzy rekord w bazie, która informację miesza, to warunkowanie na nim prowadzi do powrotu interferencji w podzbiorach danych. I nie ma tu żadnej sprzeczności. Różne warunkowania odpowiadają różnym procedurom klasyfikacji rekordów. Mechanizm w świecie wytwarza koreacje. Cień mówi, jak te koreacje przeliczyć na rozkłady wyników przy danym warunkowaniu.

## 86 Rozdzielenie mechanizmu od cienia

W wersji klasycznej dyskutuje się sytuację, w której wybór procedury odczytu znacznika lub zachować interferencję / poznać drogę dokonuje się dopiero po

tym, jak cząstka minęła szczeliny, a czasem nawet po tym, jak zarejestrowano ją na ekranie. Z tego faktu bywa wyciągany wniosek taki, że jakoby y późniejszy wybór decydował, co zaszło wcześniej. W podejściu warstwowym jest oznaką pomieszania mechanizmu i cienia.

Mechanizm jest lokalny i przyczynowy w sensie stożka wpływu. To, co powstało w świecie jako korelacja pomiędzy alternatywą a znacznikiem, nastąpiło wtedy, gdy układ przechodził przez przysłonę i spręgał się z  $M$ . Tego faktu nie zmienia żadna późniejsza decyzja o tym jaki jest sposób czytania rekordu  $M$ . Zmienia jedynie klasyfikację i warunkowanie, a więc zmienia cień, którym opisujemy statystyki w podzbiorach danych.

Widać to bezpośrednio w rachunku przy zachowaniu pewnej dyscypliny. Rozróżnimy rozkład bezwarunkowy od rozkładów warunkowych i nie mieszamy ich w jednej narracji. Dane eksperymentu są zbiorem par rekordów: położenia  $x$  na ekranie i wyniku  $m$  na znaczniku. Z tego zbioru można policzyć  $p(x)$ ,  $p(m)$  oraz  $p(x|m)$ . Późny wybór procedury dotyczy bazy użytej do określenia rekordu  $m$ . Gdy zmieniamy bazę, nie zmieniamy przeszłości; zmieniamy mapowanie surowych sygnałów na etykiety wyników, a więc zmieniamy to, co z danych uznajemy za istotne.

Jeśli decyzja o bazie pomiaru znacznika jest podjęta po fakcie, to w danych nie dzieje się nic nadzwyczajnego. Rozkład bezwarunkowy  $p(x)$  pozostaje bez prążków, bo jest sumą po wszystkich  $m$ . Natomiast rozkłady warunkowe  $p(x|m_{\pm})$  pokazują prążki przesunięte w przeciwnieństwie, bo to jest struktura korelacji, która istniała w  $|\Psi\rangle$  od początku. To tylko uwidacznia, że cień jest opisem zależnym od sposobu warunkowania na rekord, a nie opisem mechanizmu tego co się stało między szczeliną a ekranem.

Wybór opóźniony nie oznacza, że mechanizm świata zmienia swój przebieg w przeszłości. Oznacza, że dopiero później decydujemy, które relacje w rekordach traktujemy jako warunki. Dopóki nie ma sygnalizacji wstępnej w sensie stożka wpływu, nie ma sprzeczności. Jest tylko fakt, że opisy warunkowe i bezwarunkowe są różnymi obiektami cienia, i w QM te obiekty mogą wyglądać falowo lub cząstkowo zależnie od tego, na czym warunkujemy. Mechanizm nie jest zmieniany przez nasz wybór opisu, ale cień, który jest narzędziem predykcji, i zależy od procedury.

## Część XV

# Układy złożone: tensor i splątanie

## 87 Reguła składania układów

Przechodząc do układów złożonych, pojawia się nowe wymaganie spójności: opis cienia dla całości musi być zgodny z tym, co wiemy o częściach, nie może jednak zakładać, że całość jest sumą części w sensie klasycznym. W mechanizmie Itej teorii złożenie oznacza współistnienie i możliwość sprzężeń w obrębie stożka wpływu. W cieniu złożenie musi być regułą, która pozwala składać procedury i rekordy dla podkładów w jeden opis.

Wprowadźmy reguła składania układów w cieniu jako operacyjny warunek. Jeśli wykonujemy procedurę na układzie  $A$  i niezależną procedurę na układzie

$B$ , to wspólne prawdopodobieństwa wyników powinny mieć postać zgodną z niezależnością, a wspólna struktura zależy od amplitudy powinna umożliwiać spójne składanie procedur równoległych oraz sekwencyjnych. To jest wymóg kompozycyjności cienia. Gdy nie możemy składać opisów, teoria nie może opisać świata, w którym eksperymenty da się robić równolegle.

W podstawowej sytuacji, gdy przygotowania są niezależne i procedury odczytu są też, obserwujemy faktoryzację rozkładów:

$$p(a, b|C_A, C_B) = p(a|C_A) p(b|C_B).$$

Ponieważ w cieniu prawdopodobieństwa pochodzą z amplitud przez regułę Borna, regułą, która zachowuje addytywność alternatyw i multiplikatywność sekwencji, jest multiplikatywność amplitud dla składania niezależnego. Jeśli amplituda dla wyniku  $a$  w  $A$  jest  $A_a$ , a dla wyniku  $b$  w  $B$  jest  $B_b$ , to amplituda dla pary  $(a, b)$  ma postać produktu:

$$C_{ab} = A_a \otimes B_b.$$

Nie jest jeszcze definicja tensora jako abstrakcyjnego bytu. Stanowi skrót dla faktu, że potrzebujemy przestrzeni, w której pary niezależnych alternatyw można reprezentować dwuliniowo, tak by zachować strukturę składania. Tensor jest więc naturalny nie dlatego, że jest ładny, lecz dlatego, że jest najprostszą konstrukcją, która implementuje kompozycyjność w rachunku amplitud.

## 88 Splątanie

Splątanie jest najczęściej przedstawiane jako dziwna i niekiedy szokująca własność świata. Tu splątanie jest przede wszystkim własnością cienia dla układów złożonych. Sytuacją, w której wspólny obiekt cienia dla  $AB$  nie daje się zredukować do mieszaniny cieni produktowych bez utraty mocy predykcyjnej. To trochę technicznie brzmi, ale znaczenie jest czysto proceduralne. Chodzi o to, że istnieją procedury odczytu wykonywane lokalnie na  $A$  i na  $B$ , które dają korelacje niemożliwe do uzyskania przez losowanie niezależnych przygotowań lokalnych.

W formalizmie cienia szczególnie dobrze to widać na poziomie stanów mieszańczych. Stan wspólny  $\rho_{AB}$  jest niesplątany wtedy, gdy może być zapisany jako mieszanina stanów produktowych:

$$\rho_{AB} = \sum_k p_k \rho_A^{(k)} \otimes \rho_B^{(k)}.$$

Jeśli taki zapis nie istnieje, stan jest splątany. To jest kryterium operacyjne, a nie metafizyczne. Mówiąc, że nie da się wytłumaczyć korelacji jako efektu wspólnego losowania klasycznych etykiet  $k$  oraz niezależnego przygotowania  $A$  i  $B$  warunkowo na  $k$ . Inaczej, że korelacje nie są tylko wspólną przyczyną w klasycznym sensie cienia.

Bezpośrednie sprawdzenie rozkładalności jest raczej trudne, wprowadza się więc narzędzia, które działają wprost na danych. Takim narzędziem jest marker

splatania. To obserwabla lub funkcjonal  $W$ , który dla wszystkich stanów niesplatanych ma wartość nieujemną, a dla pewnych stanów splatanych przyjmuje ujemną:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(W\rho_{AB}) &\geq 0 \quad \text{dla wszystkich } \rho_{AB} \text{ rozkładalnych,} \\ \text{Tr}(W\rho_{AB}) &< 0 \quad \text{dla pewnych } \rho_{AB} \text{ nierozkładalnych.} \end{aligned}$$

Użyteczność marker polega na tym, że jego wartość można oszacować z ograniczonego zestawu procedur odczytu. W języku filtrów oznacza to, że filtr P może testować splatanie na surowych zliczeniach, a filtr M pytać, jakie zasoby mechanizmu są potrzebne, by taki stan wytworzyć w danym czasie i przy danej lokalności.

Istnieje też ważna klasa kryteriów, które nie wymagają znajomości idealnego markera, lecz wynikają z geometrii stożka fizyczności w przestrzeni złożonej. Najbardziej znane kryterium to oparte na transpozycji częściowej. Dla pewnych wymiarów układów złożonych dodatniość transpozycji częściowej jest równoważna rozkładalności, i ogólnie jest silnym testem koniecznym:

$$\rho_{AB}^{T_B} \succeq 0.$$

Gdy to nie zachodzi, stan jest splatany.

## 89 Miary korelacji i ograniczenia dystrybucji

Gdy pojawia się splatanie, naturalne jest pytanie nie tylko czy jest, ale ile go jest i jak można je rozdzielać między wiele układów. W świecie klasycznym korelacje to trochę jak kopiowanie: jeśli  $A$  jest doskonale skorelowany z  $B$ , może być też doskonale skorelowany z  $C$ , o ile wszystkie są kopiami tej samej zmiennej ukrytej. W cieniu QM jest inaczej. Splatanie ma strukturę zasobu, a ta struktura narzuca ograniczenia dystrybucji. Najlepszym wyrazem tego faktu jest monogamia: pewne typy silnych korelacji nie mogą być jednocześnie maksymalne z wieloma partnerami.

Potrzebujemy pojęcia jakim jest miara korelacji. To liczba przypisana stanowi wspólnemu, która rośnie wtedy, gdy rośnie nieklasyczność związku między układami. Zbędne jest wybieranie jednej miary jako jedynej prawdziwej, bo różne miary odpowiadają różnym zadaniom operacyjnym. Miara ma być monotoniczna względem operacji lokalnych i klasycznej komunikacji, bo w przeciwnym razie nie byłaby miarą zasobu, tylko miarą sprytu opisu.

Monogamia pojawia się najczęściej w korelacjach testowanych scenariuszem CHSH. Jeśli  $A$  jest silnie splatany z  $B$  w tym sensie, że może naruszać CHSH blisko granicy kwantowej, to  $A$  nie może jednocześnie naruszać CHSH równie silnie z  $C$ . To wynik geometrii przestrzeni stanów: korelacje, które wystarczająco silne, by naruszać pewne nierówności, wymagają, by stan  $A$  był w pewnym sensie prawie czysty względem pary, a to wyklucza równie silne związanie z trzecim układem.

Monogamia ma w tej książce znaczenie większe niż zwykle. Jest ona narzędziem badawczym. Jeśli w danych eksperymentu wygląda, jakby układ  $A$  był

maksymalnie splatany z wieloma partnerami naraz, oznacza to, że źle zrekonstruowaliśmy obiekty cienia, lub mamy do czynienia z selekcją zdarzeń, ewentualnie przekroczył zakres ważności został. Monogamia jest więc jednym z naturalnych wewnętrznych stres-testów spójności rekonstrukcji.

## 90 Zasoby splatania w protokołach

Jeśli splatanie ma być zasobem, to jego znaczenie powinno ujawnić się w zadaniach, które bez niego są niemożliwe lub mniej efektywne. Dwa protokoły są tu podstawowe, jako czyste w sensie operacyjnym: teleportacja stanu i supergester kodowanie. W tej książce nie traktujemy ich jako ciekawostek informatycznych, lecz jako testy zgodności mostu. Pokazują, że formalizm splatania przekłada się na procedury, rekordy i zliczenia w sposób bezpośredni.

Teleportacja właściwie jest procedurą, w której stan cienia układu  $S$  ma zostać odtworzony na odległym układzie  $B$  bez fizycznego przesłania tego stanu. Mechanizm świata oczywiście nie przenosi stanu magicznie. To, co się dzieje, to użycie wcześniej ustanowionej korelacji (splatania) między  $A$  i  $B$ , wykonanie lokalnego pomiaru na  $S$  i  $A$  oraz przesłanie klasycznego rekordu wyniku do miejsca  $B$ , i tam następuje korekcja sterowaniem. W formalizmie cienia wygląda to jak przeniesienie stanu, ale mechanistycznie jest to przepis na to, jak rekordy i sterowanie wykorzystują wcześniej zgromadzony zasób korelacji.

Ważne dla teleportacji jako testu jest to, że jakość odtworzenia, zależy w sposób ilościowy od jakości splatania zasobu. Bez splatania nie da się przekroczyć pewnej klasycznej granicy wierności dla nieznanych stanów. Zatem teleportacja to marker zasobów i pokazuje, że korelacja nie jest tylko wspólną przyczyną, bo daje przewagę proceduralną, która jest mierzalna na zliczeniach wyników testowych.

Supergester kodowanie pokazuje, że jeśli mamy parę splatana, to przesłanie jednego układu pozwala zakodować więcej klasycznych informacji niż byłoby możliwe bez zasobu. I tu splatanie zamienia się w przepustowość dla rekordów. Liczba rozróżnialnych etykiet, które odbiorca może odczytać z jednego przesłania, rośnie dzięki temu, że część informacji była wspólnie dostępna jako korelacja. Operacyjnie jest to wygląda na test kanoniczny: bez splatania granica jest inna, a z nim jest inna, i różnica jest liczbą w danych.

## 91 Splatanie a pamięć i rekord

W warstwie formalnej splatanie jest nierozkładalnością stanu wspólnego. W warstwie fizycznej trzeba jednak zrozumieć, co to znaczy w języku rekordu i pamięci. To jest miejsce, gdzie teoria ta daje naturalną interpretację bez dopisywania bytów.

Splatanie mówi, że nie istnieje opis, w którym korelacje między  $A$  i  $B$  byłyby w całości wyjaśnione przez wspólną klasyczną etykietę utrwaloną jako rekord w przeszłości. Mówiąc prościej: nie ma w świecie jednego sekretnego rekordu, który byłby źródłem korelacji w klasycznym sensie. Korelacja jest relacyjna i rozlała w strukturze stanu całości, a więc w relacji między układami, a nie w lokalnych własnościach.

Tu pojawia się rola pamięci. W różnych sytuacjach splątanie wynika stąd, że w przeszłości układy weszły w oddziaływanie i pozostawiły ślad w korelacjiach, które przetrwały. Ten ślad nie musi być rekordem klasycznym. Może być korelacją fazową, która jest stabilna w pewnym zakresie ważności, ale nie da się zapisać jako etykieta bez jej zniszczenia. W tym sensie splątanie jest pamięcią bez rekordu: jest nośnikiem relacyjnej informacji, która jest realna operacyjnie (bo wpływa na zliczenia), ale nie jest dostępna jako klasyczna etykieta bez zmiany procedury.

To sformułowanie usuwa wiele pozornych paradoksów. Jeśli ktoś pyta: gdzie jest informacja o wyniku pomiaru zanim zmierzmy?, to miesza po prostu rekord z korelacją. Splątanie nie jest listą ukrytych wyników. Jest strukturą, która pozwala na koreacje w wynikach różnych procedur, ale nie implikuje, że wyniki istniały jako rekord przed procedurą. Z naszego punktu widzenia to naturalne: rekord powstaje dopiero przy stabilizacji, a ta kosztuje i zmienia dostęp do faz. Splątanie jest możliwe właśnie dlatego, że mechanizm może utrzymywać koreacje bez ich klasycznego zapisania.

W tym miejscu widać też, jak monogamia nabiera sensu mechanistycznego. Jeśli splątanie jest pamięcią relacyjną, to jej utrzymanie i dystrybucja wymagają zasobów. Nie można jej skopiować, bo kopowanie wymagałoby wytwarzania rekordu co jest czym, a to zniszczyłoby fazę, która jest istotą korelacji. Monogamia to cień tego, że relacyjna pamięć ma ograniczoną pojemność i nie daje się rozszczepiać bez degradacji.

## Część XVI

# Bell i kontekstualność

## 92 Scenariusz CHSH jako język instrumentów

Aby przejść do Bella, musimy ponownie narzucić rygor warstwy operacyjnej. Bell nie jest twierdzeniem o nielokalnej magii, tylko o ograniczeniach na rozkłady rekordów w pewnej klasie procedur. Jeśli zakładamy określony typ wyjaśnienia oczywiście. W tej książce najwygodniejszy język to język instrumentów, bo od początku rozdziela on wynik i aktualizację oraz przypisuje wszystko do procedury.

Scenariusz CHSH składa się z dwóch stron, nazwijmy je  $A$  i  $B$ , a one w każdej próbie wybierają ustawienie pomiaru. Po stronie  $A$  ustawienie oznaczmy przez  $x \in \{0, 1\}$ , a wynik przez  $a \in \{-1, +1\}$ . Po stronie  $B$  oznaczmy przez  $y \in \{0, 1\}$ , a wynik przez  $b \in \{-1, +1\}$ . Dane eksperymentu są zliczeniami  $n_{ab|xy}$ , a obiektem cienia jest rozkład  $p(a, b|x, y)$ , ewentualnie z założeniami o tym, jak ten rozkład ma powstawać z mechanizmu.

W języku instrumentów każde ustawienie jest wyborem instrumentu lokalnego. Po stronie  $A$  mamy rodzinę instrumentów  $\{\mathcal{I}_a^{(x)}\}_a$ , a po stronie  $B$  rodzinę  $\{\mathcal{J}_b^{(y)}\}_b$ . Dla stanu wspólnego  $\rho_{AB}$  przewidywanie cienia ma postać

$$p(a, b|x, y) = \text{Tr} \left[ (E_a^{(x)} \otimes F_b^{(y)}) \rho_{AB} \right],$$

gdzie  $E_a^{(x)}$  i  $F_b^{(y)}$  są efektami POVM odpowiadającymi wynikom. Ta postać jest celowo statyczna, bo w CHSH interesuje nas przede wszystkim rozkład wyników, a nie stan po ich aktualizacji. Jednak instrumenty pozostają w tle ważne, bo pozwalają później analizować wersje sekwencyjne i sytuacyjne, gdzie aktualizacja ma znaczenie.

Z rozkładu  $p(a, b|x, y)$  buduje się

$$\langle ab \rangle_{xy} = \sum_{a,b} ab p(a, b|x, y),$$

a następnie kombinację CHSH

$$S = \langle ab \rangle_{00} + \langle ab \rangle_{01} + \langle ab \rangle_{10} - \langle ab \rangle_{11}.$$

To  $S$  jest liczbą, którą w praktyce liczymy z danych i do której odnoszą się nierówności.

### 93 Założenia Bella

Scenariusz CHSH jest prosty jeśli chodzi o dane, ale jego znaczenie zależy od tego, jakie założenia uznajemy za dopuszczalne jako opis świata pod cieniem. W literaturze mówi się o lokalności, niezależności ustawień i również o braku sygnalizacji. W tej książce to nie mogą być slogans. Muszą zostać przepisane na prymitywy, które od początku były fundamentem: procedura, rekord, stożek wpływu, pamięć, koszt i perspektywa.

Zaczniemy od lokalności. W ujęciu tej teorii lokalność nie jest równoznaczna z brakiem korelacji. Lokalność jest ograniczeniem wpływu: ustawienie i działanie wykonane w jednym obszarze nie może zmienić rozkładu rekordów w obszarze odległym szybciej niż dopuszcza stożek wpływu. Jest ona przyczynowa, a nie statystyczna. W samym CHSH jest tym, że wybór ustawienia  $x$  po stronie  $A$  nie może wpływać przyczynowo na rozkład wyników po stronie  $B$  w tej samej próbie, jeśli między wyborami nie ma czasu na propagację wpływu.

W języku danych lokalność przyczynowa to jako brak sygnalizacji. Brak sygnalizacji jest więc w tej książce operacyjnym cieniem stożka wpływu. Jest to warunek na rozkłady:

$$\sum_a p(a, b|x, y) = p(b|y) \text{ niezależne od } x, \sum_b p(a, b|x, y) = p(a|x) \text{ niezależne od } y.$$

Jeżeli te warunki są złamane, to eksperyment ma błąd proceduralny (na przykład komunikację ukrytą w aparaturze), stożek wpływu został przekroczony w opisie, lub mechanizm nie spełnia lokalności, którą zakładaliśmy. W każdym razie warunek braku sygnalizacji jest bezpośrednio testowalny z danymi i powinien być traktowany jako element minimalnego pakietu testów dla CHSH.

Drugim elementem jest niezależność ustawień. W literaturze bywa to nazywane wolnym wyborem. W tej książce jest to warunek precyzujący relację między procedurą wyboru ustawień a pamięcią mechanizmu. Zakładając świat

ma pamięć i oddźwięk, zawsze istnieje ryzyko, że ustawienia nie są statystycznie niezależne od tego, co jest wspólną przeszłością układów. Dlatego niezależność ustawień nie jest u nas dogmatem, ale jawnie sformułowanym założeniem o procedurze: wybór  $x$  i  $y$  ma być rekordem generowanym w taki sposób, by w zakresie ważności nie był skorelowany z ukrytymi zmiennymi mechanizmu, które mogłyby wpływać na wyniki.

W prymitywach teorii tej oznacza to, że procedura generowania ustawień musi leżeć poza stożkiem wpływu wspólnej przeszłości układów w rozważanym horyzoncie pamięci, ewentualnie musi mieć kosztowo zapewnioną izolację od tych wpływów. To jest dokładnie miejsce, gdzie pamięć jako zasób staje się możliwym źródłem pozornych naruszeń. Jeśli mechanizm ma długą pamięć i potrafi sprzągać się z generatorami ustawień, można otrzymać korelacje, które wyglądają jak naruszenie CHSH, choć w istocie są wynikiem naruszenia niezależności ustawień. Dlatego w tej książce niezależność ustawień jest elementem protokołu testowego, a nie dogmatem o wolnej woli.

Trzecim to lokalna przyczynowość w sensie modeli Bella, tzw. faktoryzacja warunkowa. W języku klasycznym mówi się, że istnieje zmienna ukryta  $\lambda$ , taka że

$$p(a, b|x, y) = \int d\lambda \mu(\lambda) p(a|x, \lambda) p(b|y, \lambda).$$

W naszej warstwie fizycznej to założenie ma jasne znaczenie: oznacza, że wszystkie koreacje między  $A$  i  $B$  mają charakter wspólnej przyczyny zapisanej w pamięci przeszłości, i że lokalne odpowiedzi na ustawienia są wyznaczone przez tę pamięć bez potrzeby relacyjnej struktury. To jest mocniejsze założenie niż brak sygnalizacji. Brak sygnalizacji mówi nie można komunikować przez wybór ustawienia. Lokalna przyczynowość mówi koreacje są wytłumaczalne przez klasyczną pamięć wspólnej przeszłości.

W ten sposób odwzorowanie jest完备的: brak sygnalizacji odpowiada stożkowi wpływu w jego operacyjnym cieniu, niezależność ustawień założeniu o odcięciu generatorów ustawień od pamięci mechanizmu, a lokalna przyczynowość temu, że relacyjne koreacje nie są potrzebne i że wszystko da się sprowadzić do klasycznej etykiety w pamięci.

## 94 Naruszenie Bella

W eksperymencie CHSH dane są surowe zliczenia  $n_{ab|xy}$ . Z nich buduje się estymatory prawdopodobieństw

$$\hat{p}(a, b|x, y) = \frac{n_{ab|xy}}{\sum_{a', b'} n_{a'b'|xy}}.$$

Następnie liczy się korelacje

$$\widehat{\langle ab \rangle}_{xy} = \sum_{a,b} ab \hat{p}(a, b|x, y),$$

i wreszcie liczy się wartość CHSH

$$\hat{S} = \widehat{\langle ab \rangle}_{00} + \widehat{\langle ab \rangle}_{01} + \widehat{\langle ab \rangle}_{10} - \widehat{\langle ab \rangle}_{11}.$$

W modelach lokalnie przyczynowych, przy zachowaniu niezależności ustawań, obowiązuje nierówność

$$|S| \leq 2.$$

Jeśli z danych wychodzi stabilnie  $|S| > 2$ , to wniosek nie jest taki, że świat jest nielokalny jako dopasowanie do sytuacji. Jest precyzyjniejszy: przynajmniej jedno z założeń poprzedniego rozdziału jest fałszywe w zakresie ważności eksperymentu.

Fizycznie interpretacja naruszenia przebiega w określonej kolejności, zgodnej z filtrami. Najpierw sprawdzamy brak sygnalizacji, bo to jest cień stożka wpływu i jest bezpośrednio sprawdzalny z tych samych danych. Jeśli brak sygnalizacji jest naruszony, problemem nie jest Bell, tale procedura. Mamy komunikację lub sprzężenie, które trzeba opisać. Przy braku sygnalizacji, przechodzimy do niezależności ustawań: sprawdzamy, czy procedura generowania ustawań mogła być sprzęgnięta z pamięcią mechanizmu. Tu wchodzą testy proceduralne i stres-testy, a nie sama algebra na rozkładach. Jeśli niezależność ustawań jest wiarygodna, pozostaje wniosek trzeci: lokalna przyczynowość w sensie klasycznej etykiety  $\lambda$  nie wystarcza.

Mechanistycznie oznacza to, że korelacje, które widzimy, są relacyjne w sensie cienia i nie dają się wyjaśnić jako wspólna klasyczna pamięć ale wymagają struktury odpowiadającej splątaniu. To jest miejsce, gdzie splątanie i Bell spotykają się, ale nie są tym samym. Naruszenie CHSH jest markerem tego, że korelacje nie dają się zrealizować przez modele lokalnie przyczynowe przy niezależnych ustawniach. W formalizmie QM jest to możliwe dzięki splątaniu i odpowiednim pomiarom. W warstwie fizycznej do tego dochodzi pytanie osiągalności: czy takie korelacje są osiągalne w czasie  $\tau$  i przy zasobie  $a$ , zgodnie ze stożkiem wpływu.

W tym właśnie miejscu rdzeń nowości zaczyna selekcjonować nie tylko klasyczne czy kwantowe, ale także kwantowe formalnie czy kwantowe osiągalne. Formalizm QM mówi, że można osiągnąć wartości  $S$  aż do pewnej granicy kwantowej. Warstwa fizyczna dodaje: nawet jeśli są dozwolone formalnie, mogą być nieosiągalne przy danym budżecie zasobu i w danym czasie. Gdy np. wymagają zbyt szybkiej dystrybucji korelacji lub zbyt głębokiej pamięci proceduralnej. W tym sensie naruszenie Bella staje się narzędziem do mierzenia zasobów mechanizmu, a nie tylko do dyskusji o interpretacji.

## 95 Granice korelacji: co wybiera warstwa fizyczna

Skoro modele lokalnie przyczynowe mają granicę 2, a formalizm QM pozwala ją naruszać, to jaka jest maksymalna granica i dlaczego właśnie taka? W literaturze wiadomo, że sama zasada braku sygnalizacji pozwala na jeszcze silniejsze korelacje niż kwantowe, co oznacza, że brak sygnalizacji nie wybiera granicy kwantowej. Potrzebna jest dodatkowa zasad.

W formalizmie QM granica kwantowa w CHSH wynosi

$$|S| \leq 2\sqrt{2},$$

i jest to konsekwencja geometrii iloczynu skalarnego w przestrzeni Hilberta i tego, że lokalne obserwacje mają widma w  $\{-1, +1\}$ . W tym sensie granica kwantowa jest granicą cienia: wynika z tego, jak amplitudy i operatory składają się w formalizmie.

Warstwa fizyczna może tę granicę odczytać na dwa sposoby. Pierwszy jest zachowawczy i mówi, że cień QM jest poprawnym opisem operacyjnym, a granica  $2\sqrt{2}$  jest po prostu geometrią tego cienia. Drugi, ten rdzeniowy: mówi, że spośród wszystkich korelacji bez sygnalizacji tylko pewne są osiągalne w świecie przy lokalności, zasobie i pamięci, i to właśnie one pod cieniem wybierają klasę korelacji zgodną z formalizmem QM, a nie korelacje ponadkwantowe.

W tym miejscu rdzeń nowości wprowadza naturalny kandydata na zasadę selekcji: osiągalność  $Ach(a, \tau)$  wraz ze stożkiem wpływu i kosztami pamięci. Korelacje ponadkwantowe mogą być zgodne z brakiem sygnalizacji na poziomie rozkładów, ale mogą wymagać tworzenia relacji, które w krótkim czasie nie są możliwe przy lokalnych sprzężeniach, mogą wymagać też pamięci, która działa jak idealny zasób nieograniczonej głębokości bez kosztu. I to jest bardzo ważne: nie są one zakazane przez prawdopodobieństwo, ale są zakazane przez fizykę osiągalności.

To jest bardzo delikatne miejsce, bo wymaga, by teoria powiedziała coś więcej niż potwierdziła prawdziwość QM. Musi powiedzieć, jakie mechanistyczne ograniczenia wycinają podzbiór korelacji bez sygnalizacji wpływu i skończone zasoby pamięci oraz sterowania w danym czasie. Z tego powodu pewne korelacje są nieosiągalne, choć są bez sygnalizacji. Jeśli ta linia jest poprawna, granica kwantowa jest nie tylko faktem geometrii Hilberta, lecz cieniem fizycznego prawa osiągalności.

W praktyce oznacza to, że warstwa fizyczna wybiera klasę korelacji przez narzucenie ograniczeń na procesy, które mogłyby je realizować. To jest zgodne z filozofią całej książki: nie wybieramy korelacji przez aksjomat o informacji, tylko przez stożek możliwości mechanizmu.

## 96 Kontekstualność jako drugi filar nieklasyczności

Bell twierdzi, że korelacje przestrzennie rozdzielone nie dają się wyjaśnić przez lokalnie przyczynowe modele z klasyczną etykietą. Kontekstualność mówi coś innego, ale również podstawowego: nawet dla pojedynczego układu nie da się przypisać jednocześnie wartości wszystkim obserwatom w sposób niezależny od kontekstu pomiarowego tak, aby zachować zgodność z przewidywaniami QM. To drugi filar nieklasyczności, bo nie opiera się na separacji przestrzennej, lecz na strukturze kompatybilności procedur.

W języku tej książki kontekst oznacza konkretną procedurę odczytu, a nie abstrakcyjny zestaw operatorów. Jeśli dana wielkość jest mierzona jako część większego pomiaru, w którym mierzone są inne obserwacje, to jest to inny kontekst niż sytuacja, w której ta sama wielkość jest mierzona jako część innego

zestawu wspólnie mierzzonego. Klasyczny model niekontekstualny mówi, że wynik przypisany danej obserwabli jest własnością układu, a więc nie powinien zależeć od tego, z czym jeszcze ją mierzymy, oczywiście jeśli same procedury są kompatybilne i nie zmieniają układu w sposób istotny.

Twierdzenia Kochen–Speckera pokazują, że w QM nie da się skonstruować takiego przypisania wartości, które byłoby jednocześnie globalne i pozostaje w zgodzie ze strukturą kompatybilności. W praktyce nie musimy wchodzić w pełną konstrukcję zbiorów KS na tym etapie. Tu wystarczy uchwycić następujące znaczenie: struktura cienia jest taka, że nie istnieje jeden ukryty rekord wartości dla wszystkich potencjalnych procedur, niezależny od kontekstu. To jest naturalne w tej teorii, bo rekord powstaje dopiero przy stabilizacji, a stabilizacja zależy od procedury. Jeśli procedura jest częścią większego kontekstu, zmienia to, jakie rekordy są stabilizowane i jakie korelacje fazowe są tracone.

Kontekstualność tu jest dowodem na to, że próba zrobienia z cienia listy wstępnie istniejących wartości jest błędem kategorii. Cień jest narzędziem predykcji dla procedur, a te mają konteksty. Jeśli świat jest taki, że nie można zrealizować wszystkich procedur naraz bez zmiany mechanizmu, to nie istnieje jeden globalny rekord wartości, który byłby niezależny od kontekstu. Kontekstualność to twierdzenie o ograniczeniach operacyjności i bardzo bliskim temu, co wcześniej widzieliśmy jako komutację i nieoznaczoność, tylko ujętym w formie nie da się dla przypisania wartości.

## Część XVII

# Rezultaty niemożliwości w QM jako konsekwencje warstwy

## 97 Treść fizyczna i związek z operacyjnością

Twierdzenie o zakazie klonowania bywa przedstawiane jako czysto matematyczny fakt o unitarności, a twierdzenie o zakazie rozgłaszenia jako jego uogólnienie na stany mieszane. W tej książce oba mają status bardziej fundamentalny: są konsekwencją tego, że cień jest narzędziem predykcji dla procedur, a procedury muszą respektować jednocześnie spójność składania alternatyw, regułę Borna. Muszą też przestrzegać ograniczenia tego, co może stać się rekordem bez zniszczenia fazowej informacji.

Zacznijmy od znaczenia operacyjnego. Klonowanie stanu byłaby to procedura która dla nieznanego stanu wejściowego  $\rho$  wytwarza na dwóch wyjściach dwa egzemplarze tego samego stanu, tak aby każdy z nich mógł być dalej użyty w dowolnych procedurach bez utraty mocy predykcyjnej. W języku odwzorowań oznaczałoby to istnienie kanału  $\mathcal{C}$  takiego, że

$$\mathcal{C}(\rho) = \rho \otimes \rho$$

dla wszystkich  $\rho$  w pewnej rodzinie stanów (nawet wszystkich).

W formalizmie QM zakaz klonowania jest bezpośrednim skutkiem tego, że ewolucja odwracalna jest liniowa na amplitudach. Gdyby istniał operator  $U$

spełniający

$$U|\psi\rangle|0\rangle = |\psi\rangle|\psi\rangle$$

dla wszystkich  $|\psi\rangle$ , to zachowanie iloczynu skalarnego zostałoby naruszone, bo

$$\langle\phi|\psi\rangle = \langle\phi|\psi\rangle^2$$

musiałoby zachodzić dla wszystkich par, a to możliwe jest tylko dla par ortogonalnych lub identycznych. Ta algebra jest prosta, ale jej interpretacja w warstwie fizycznej głęboka: klonowanie byłoby procedurą, która zamienia relacyjną informację fazową, zawartą w stanie, w coś, co można powiełać bez kosztu i bez utraty. To byłoby w istocie przepisanie fazy na rekord w sposób doskonali i odwracalny, co jest sprzeczne z tym, jak rekord i dekoherencja funkcjonują w mechanizmie świata.

Twierdzenie o zakazie rozgłaszenia to stwierdzenie, że dla stanów mieszańczych nie da się wykonać procedury, która rozsyła informację o stanie do dwóch marginesów tak, by te marginesy miały stan równy wejściowemu, chyba że rozważana rodzina stanów jest wzajemnie komutującą. W sensie warstwy oznacza to, że tylko wtedy, gdy cień zachowuje się klasycznie względem pewnego zestawu rozróżnień, informację można rozdzielać jak klasyczną. Jeśli stany nie komutują, to ich rozróżnianie wymagałoby procedur, które są niekompatybilne.

## 98 Zakaz doskonałego rozróżniania stanów nieortogonalnych

Kolejnym zakazem, który bywa traktowany jako własność geometrii Hilberta, jest niemożność doskonałego rozróżnienia stanów nieortogonalnych w pojedynczej próbie bez dodatkowych założeń. W tej książce ten wynik jest bezpośrednią konsekwencją tego, że prawdopodobieństwa wyników są kwadratową formą na amplitudach a instrumenty muszą być fizyczne.

Operacyjnie rozróżnianie oznacza procedurę, która po jednym przebiegu zwraca rekord to był stan 1 albo to był stan 2 bez błędu. Jeśli mamy dwa stany  $|\psi\rangle$  i  $|\phi\rangle$ , a pomiar ma dawać wynik jednoznaczny, to musiałby istnieć instrument z efektami  $E_\psi$  i  $E_\phi$  taki, że

$$\langle\psi|E_\psi|\psi\rangle = 1, \quad \langle\psi|E_\phi|\psi\rangle = 0,$$

oraz analogicznie dla  $|\phi\rangle$ . Jest to możliwe tylko wtedy, gdy stany są ortogonalne. W innym wypadku reguła Borna i dodatniość efektów wymuszają, że istnieje niezerowe nakładanie i że nie da się skonstruować projektu, który rozdzieli je bez błędu.

Ten zakaz ma w warstwie fizycznej bardzo jasne znaczenie: stan nieortogonalny niesie relacyjną informację, która nie jest rekordem. Gdyby dało się ją doskonale odczytać w jednej próbie, to można by ją zamienić w rekord bez zakłócenia, a potem kopiować, a to z kolei złamałoby Twierdzenie o zakazie

klonowania w jego operacyjnym sensie. W praktyce zakaz rozróżniania jest więc spójny z całym pakietem: nie da się jednocześnie mieć pełnej informacji i j nienaruszalności stanu, bo informacja o stanie w sensie QM jest informacją proceduralną, a nie etykietą świata.

Konsekwencje informacyjne są natychmiastowe. Nie można kodować klasycznych bitów w stanach nieortogonalnych i oczekwać, że odbiorca odczyta je bezbłędnie.

## 99 Zakłócenie i granice kontroli

Jeżeli nie da się doskonale rozróżnić stanów nieortogonalnych, to znaczy, że każda procedura, która wydobywa informację o stanie, musi wprowadzać pewien zakłócający wpływ na przyszłe przewidywania. W literaturze wygląda to różnie, ale w tej książce interesuje nas jego sens fizyczny: jest to granica kontroli, która wynika z tego, że rekord kosztuje koherencję.

W języku instrumentów jest to przejrzyste. Instrument, który ma dużą zdolność informacyjną, to instrument, którego wyniki są silnie skorelowane ze stanem wejściowym. Ale taki instrument musi wytwarzać rekord. Wytworzenie rekordu oznacza, że stan po aktualizacji jest w dużym stopniu zależny od wyniku i że w ogólności traci on część fazowej struktury, która była potrzebna do interferencji w innych kontekstach. Zatem zdolność informacyjna i nienaruszalność są napięciem strukturalnym.

W granicznej formie oznacz to, że jeśli pomiar jest projektujący w pewnej bazie, to po pomiarze stan jest diagonalny w tej bazie, a więc cała informacja o fazach względem tej bazy znika dla przyszłych procedur. Dla słabego pomiaru, fazy nie znikają całkowicie, ale wtedy informacja z pojedynczej próby jest ograniczona i wymaga wielu powtórzeń, a więc i czasu. To jest miejsce, gdzie  $Ach(a, \tau)$  może wejść jako prawo: można pytać, ile informacji o stanie da się uzyskać w czasie  $\tau$  przy zasobie  $a$  bez przekroczenia dopuszczalnego zakłócenia w kolejnych krokach procedury.

## Część XVIII Procesy wielostopniowe

### 100 Obiekt wielostopniowy $W$

Do tej pory opisywaliśmy stany, kanały i instrumenty jako obiekty cienia dla pojedynczych odcinków procedury. Jednak pamięć i oddźwięk pokazują, że to może nie wystarczać. Gdy proces jest wielostopniowy i nie-Markowski, nie da się opisać go przez jedne odwzorowanie  $\rho \mapsto \rho'$ , bo przyszłość zależy od tego, od instrumentów zastosowanych po drodze. Wtedy naturalnym obiektem cienia nie jest stan ani kanał, ale obiekt, który zapisuje całą strukturę zależności od sekwencji.

Wprowadźmy obiekt wielostopniowy  $W$  jako funkcjonał na sekwencjach instrumentów. Operacyjnie  $W$  ma być takim obiektem, że po wybraniu sekwencji instrumentów w krokach  $t_1, \dots, t_n$ , wspólne prawdopodobieństwo wyników jest

określone przez prostą regułę kontrakcji. Podstawiamy odpowiednie elementy instrumentów w  $W$  i dostajemy liczbę, która jest przewidywaniem cienia. W tym sensie  $W$  jest uogólnieniem stanu i kanału. Stan jest szczególnym przypadkiem obiektu wielostopniowego dla jednego kroku, a kanał dla dwóch.

W praktyce oznacza to, że  $W$  jest obiektem, który można rekonstruować z danych sekwencyjnych w sposób analogiczny do tomografii, ale z tym zastrzeżeniem, że nie rekonstruujemy stanu układu w czasie, tylko funkcjonał zależności od instrumentów. Dane są zliczeniami dla wielu sekwencji ustawień i wielu wyników, a rekonstrukcja polega na znalezieniu takiego  $W$ , który przechodzi stożek fizyczności odpowiedni dla procesów wielostopniowych i który daje najlepszą zgodność predykcyjną na walidacjach.

To jest domknięcie programu w sensie strukturalnym. Jeśli chcemy mówić o pamięci jako obiekcie testowalnym, musimy mieć język, który pamięta koduje i nie udaje Markowa.  $W$  jest takim językiem. Z punktu widzenia tej teorii jest to cień mechanizmu z pamięcią zapisany w formie, która umożliwia budowę markerów i testów dla procesów czasowych. Z punktu widzenia rdzenia nowości jest to także naturalne miejsce, by zastosować  $Ach(a, \tau)$  do procesów wielostopniowych. Można pytać nie tylko, czy dany stan lub kanał jest osiągalny, ale czy cały proces wielostopniowy, włącznie z pamięcią i sterowaniem po drodze, jest osiągalny w zadanych budżecie i czasie.

## 101 Fizyczność formalna $W$

Obiekt wielostopniowy  $W$  ma ambicję być cieniem procesu z pamięcią. To oznacza, że musi spełniać warunki analogiczne do tych, które wcześniej narzucaliśmy stanom, kanałom i instrumentom. To dodatniość, normalizacja i zgodność z tym, że prawdopodobieństwa wyników są liczbami nieujemnymi sumującymi się do jedności dla kompletnej procedury. Różnica polega na tym, że teraz warunki nie dotyczą jednego pomiaru, tylko całej rodziny sekwencji. Fizyczność formalna  $W$  jest więc dokładnie tym, co zapewnia, że niezależnie od tego, jakie instrumenty podstawimy w kolejnych krokach, wynikowy rozkład rekordów pozostanie poprawny.

Potrzebna jest jeszcze fizyczność formalna procesu wielostopniowego jako zbiuru ograniczeń liniowo-stożkowych na  $W$ , które gwarantują, że  $W$  generuje dopuszczalne rozkłady dla wszystkich sekwencji instrumentów z zadanej klasy. Intuicyjnie jest poszerzenie zupełnej dodatniości: nie chodzi już o to, by jedna mapa była CPTP, lecz o to, by cały funkcjonał na sekwencjach nie produkował ujemnych prawdopodobieństw.

W praktyce warunki mają dwa aspekty. Pierwsza to dodatniość:  $W$  musi leżeć w odpowiednim stożku dodatnich obiektów, tak aby każda dopuszczalna kontrakcja z instrumentami dawała liczbę nieujemną. Drugi dla warunków brzegowych, które odpowiadają normalizacji: jeśli w którymś kroku zsumujemy po wynikach instrumentu, to w przewidywaniach ma zostać zachowana poprawna marginalizacja. Te warunki są cieniem tego, że zignorowanie wyniku jest dopuszczalną operacją na rekordach i nie może prowadzić do sprzeczności.

Ponieważ  $W$  rekonstruujemy z danych skończonych, niemal zawsze dostajemy obiekt, który minimalnie narusza fizyczność formalną. To fakt statystyczny. Tak jak wcześniej, potrzebujemy naprawy do fizyczności, ale teraz naprawa ma szczególną wagę, bo naruszenia mogą pochodzić nie tylko z szumu, lecz także

z błędnej klasy instrumentów użytej w rekonstrukcji czy z ukrytych kanałów wpływu, które sprawiają, że dane nie odpowiadają jednemu spójnemu procesowi.

Naprawa polega na znalezieniu najbliższego obiektu  $W_{\text{phys}}$  w zbiorze fizycznym procesów wielostopniowych, według metryki związanej z błędem predykcyjnym na danych. Wtedy koszt naprawy

$$c_W = \text{dist}(W, W_{\text{phys}})$$

staje się liczbą diagnostyczną. Komentarz. W poprzednich częściach koszt naprawy był miernikiem napięcia między danymi a fizycznością. Tutaj dochodzi nowe znaczenie: niefizyczność  $W$  może sygnalizować, że proces nie jest stacjonarny w zakresie próby, że aparatura ma ukryte sprzężenia pomiędzy krokami, klasy instrumentów nie są tym, co zakładaliśmy, że dane zawierają selekcję zdarzeń, która wprowadza ukryte warunkowanie rekordu. Innymi słowy, może być sygnałem, że opis proceduralny jest niekompletny.

To ważny punkt standardu empirycznego tej książki. Nie wolno zamiatać niefizyczności pod dywan przez agresywną naprawę. Naprawa jest potrzebna do rachunku, ale koszt naprawy i struktura naprawy są częścią wyniku. Jeśli  $c_W$  jest duży i stabilny, to jest to świadectwo, że albo procedura nie pasuje do modelu procesu, albo że w danych jest kanał wpływu, którego nie uwzględniliśmy.

## 102 Porządek czasowy i osadzalność

Proces wielostopniowy ma jeszcze jedną strukturę, której nie miały pojedyncze kanały. Jest to porządek czasowy. I nie jest to detal. Porządek czasowy jest tym, co odróżnia korelację od wpływu i co pozwala mówić o pamięci w sensie przyczynowym. W obiekcie  $W$  porządek czasowy jest zaszyty w tym, jakie kontrakcje odpowiadają jakim sekwencjom instrumentów. Jeżeli pomylimy porządek, możemy otrzymać obiekt, który formalnie wygląda sensownie, ale nie ma interpretacji jako procesu w czasie.

Osadzalność procesu traktujemy tu jako możliwość przedstawienia go jako części większego procesu, w którym istnieją jawnie stopnie swobody pamięci i lokalna dynamika zgodna ze stożkiem wpływu. W praktyce osadzalność jest odpowiednikiem dylatacji tyle, że dla całego  $W$ . Jeśli proces jest osadzalny, można traktować go jako układ sprzężony z pamięcią, która przenosi informację między krokami, a instrumenty w kolejnych chwilach oddziałują z tym samym nośnikiem pamięci.

Porządek czasowy i osadzalność można testować za pomocą markerów. Główną ideą jest to, że pewne zależności w danych sekwencyjnych są niemożliwe, jeśli wpływ może płynąć tylko do przodu w czasie i tylko przez dozwolone kanały pamięci. Jeśli dane sugerują zależność, która wygląda jak wpływ wsteczny, albo natychmiastowy wpływ poza stożkiem wpływu między krokami, to taki wzorzec jest kandydatem na marker nieosadzalności w ramach zadanych zasobów.

Testy graniczne są szczególnie ważne, bo pozwalają rozdzielić trzy rzeczy. Pierwsza to proces Markowski, w którym  $W$  redukuje się do semigrupy kanałów i nie ma pamięci. Następna to proces z pamięcią, ale osadzalny w prostej pamięci o ograniczonej wymiarowości i ograniczonym zasięgu wpływu. I trzecia

to dane, które wymagają albo pamięci o zbyt dużej pojemności, albo narušenia porządku czasowego lub ukrytej selekcji zdarzeń. W tej książce trzecia kategoria jest najciekawsza diagnostycznie, bo mówi, że opis proceduralny jest niekompletny lub że założenia o zasobie i lokalności są fałszywe.

## 103 Podsumowanie: mapa przejścia IFM/KGO → QM + gdzie dokładnie leży nowe

Program książki można streszczyć jako mapę przejścia między dwoma językami. Po jednej stronie jest budowana teoria jako mechanizm: świat z grubością teraz, pamięcią, kosztem i lokalnością, w którym podstawową kategorią jest rekord i procedura. A drugiej formalizm QM jako cień: amplitudy, przestrzenie Hilberta, reguła Borna, unitarność, instrumenty, tensory i obiekty procesowe. Most polegał na tym, by pokazać, że formalizm QM nie musi być przyjęty jako aksjomat. Może być odczytany jako spójny, operacyjny cień mechanizmu, jeśli narzucimy rygor predykcyjności i niezmienności względem arbitralnych dekompozycji procedur.

Mapa przejścia jest taka. Na początku mechanizm daje pojęcia procedury i rekordu, a wraz z nimi wymóg, by predykcje zależały tylko od tego, co jest operacyjnie rozróżnialne. Następnie spójne składanie alternatyw prowadzi do amplitud i fazy jako struktury cienia. Wymóg nieujemności i spójności częstości prowadzi do reguły Borna. Jednorodność czasu i odwracalność cienia w reżimie izolacji prowadzą do unitarności i równania Schrödingera. Pomiar jest opisany instrumentami, a redukcja staje się regułą warunkowania na rekord, nie zdarzeniem ontologicznym. Dekoherencja jest tu cieniem oddźwięku i pamięci. Układy złożone wymagają tensora, a splątanie staje się zasobem relacyjnej pamięci bez rekordu. Bell i kontekstualność pojawiają się jako no-go dla modeli z klasycznym rekordem wartości niezależnym od kontekstu. Rezultaty niemożliwości w QM są konsekwencjami tego, że rekord i koherencja są w napięciu strukturalnym.

To wszystko to rekonstrukcję QM jako cienia. Jednak to co nowe w tej książce leży nie w samej rekonstrukcji, tylko w tym, co do niej dokładamy jako prawo fizyczne. Nowe jest przeniesienie stożka możliwości z mechanizmu do cienia w postaci osiągalności  $Ach(a, \tau)$  oraz wynikającego z niej aparatu: stożka wpływu jako ograniczenia propagacji, markerów nieosiągalności jako testów no-go, oraz kosztu naprawy do osiągalności jako miary napięcia między opisem a realizacją.

W standardowym QM rozróżnia się zwykle to, co jest formalnie dozwolone, od tego, co jest technicznie trudne. W tej książce to rozróżnienie staje się częścią fizyki: istnieje klasa obiektów cienia, które są formalnie poprawne, ale nieosiągalne przy danym zasobie i w danym czasie, niezależnie od sprytu technologii, jeśli trzymamy się mechanizmu lokalnego z pamięcią i kosztem. To jest dokładnie miejsce nowego:  $Ach(a, \tau)$  nie jest interpretacją. Jest postulatem typu prawa, który generuje mierzalne ograniczenia, i który w zasadzie można falsyfikować przez markery oparte na danych sekwencyjnych.

Domknięcie programu następuje wraz z obiektem  $W$ .  $W$  jest językiem, w którym pamięć, kontekst i wielostopniowość stają się jedną strukturą, a więc językiem, w którym zarówno rekonstrukcja QM, jak i rdzeń nowości, mogą być zapisane w tej samej geometrii ograniczeń. Wtedy standard empiryczny przestaje być zbiorem dobrych praktyk i staje się integralnym elementem teorii:

mówiąc, kiedy cień jest fizyczny, kiedy jest osiągalny, i kiedy proces zasługuje na uznanie jako opis świata w zadanym zakresie ważności.

W tym sensie książka ma jedną tezę, wyrażoną bez metafory. QM jest cieniem świata z pamięcią, lokalnością i kosztem, ale nie każdy cień jest dozwolony. Prawo  $Ach(a, \tau)$  jest tym, co wprowadza ograniczenia, których nie widać w samym formalizmie. To jest rdzeń nowości: przejście od QM jako rachunku do QM jako rachunku z prawami osiągalności, które są testowalne na sekwencjach rekordów.

## ANEKS A: ZASÓB $a$ I OSIĄGALNOŚĆ $Ach(a, \tau)$

W formalizmie cienia dopuszcza się szeroką klasę obiektów: stany, kanały, instrumenty czy procesy sekwencyjne. Warstwa fizyczna ma dopisywać do tego warunki wykonalności mówiąc, że nie wszystko, co da się poprawnie zdefiniować w opisie formalnym można zrealizować w skończonym czasie, przy ograniczonej lokalności oddziaływań, skończonej pamięci i ograniczonym sterowaniem. W tym aneksie porządkujemy pojęcia zasobu  $a$  i osiągalności  $Ach(a, \tau)$  tak, aby były operacyjnie użyteczne i miały jednoznaczne znaczenie w kontekście procedur i danych.

### 1) Zasób jako obiekt porządkowany

W praktyce zasób jest zbiorem ograniczeń. Dlatego traktujemy  $a$  nie jako jedną liczbę, lecz jako element przestrzeni zasobów  $\mathcal{A}$ , wyposażonej w relację nieuboższy niż.

Przymajemy, że  $\mathcal{A}$  jest zbiorem budżetów zasobu, a relacja  $\preceq$  może być interpretowana jako

$$a \preceq a' \iff a' \text{ ma co najmniej tyle zasobu co } a.$$

Ta relacja ma zapisać prostą intuicję. Jeśli przechodzimy do zasobu większego, to wolno nam co najmniej tyle samo (a zwykle więcej) w sensie ograniczeń sterowania, lokalności, pamięci i czasu.

Typowym przykładem jest wektor ograniczeń

$$a = (r, m, g_{\max}, E_{\max}, B, d_M, \eta, \dots),$$

gdzie w zależności od modelu  $r$  może oznaczać lokalność czy zasięg oddziaływań (np. promień sprzężeń lub  $k$  lokalność),  $m$  — horyzont oddźwięku (np. szerokość okna historii albo długość jądra pamięci),  $g_{\max}$  — maksymalną amplitudę sterowania lub siłę sprzężenia,  $E_{\max}$  — budżet energii,  $B$  — pasmo sterowania,  $d_M$  — efektywny rozmiar pamięci lub środowiska wykorzystywanego operacyjnie, a  $\eta$  — poziom szumu.

Ponieważ procedury często składają się z etapów, potrzebujemy też pojęcia składania budżetów. Wprowadzamy więc operację  $\oplus$  tak, by

$$a_{\text{tot}} = a_1 \oplus a_2$$

oznaczało zasób zużywany przez procedurę złożoną z dwóch etapów. W najprostszych przypadkach  $\oplus$  jest sumą składową, ale nie musi. Dla ograniczeń szczytowych naturalne bywa maksimum, a w bardziej szczegółowych modelach reguła wynikająca z fizycznej księgowości kosztu.

### 2) Osiągalność jako obraz procedur dopuszczalnych

W książce rozdzielimy trzy poziomy opisu: mechanizm (warstwa głębsza): przestrzeń struktur  $\Lambda$ , cień (opis formalny): przestrzeń obiektów  $\Xi$ , interfejs: mapowanie mechanizm  $\rightarrow$  cień.

Zakładamy:

- $\Pi_{\text{sh}} : \Lambda \rightarrow \Xi$  jako projekcję do cienia,
- $\Gamma$  jako przebieg mechanizmu w czasie  $[0, \tau]$ ,
- $J(\Gamma)$  jako koszt lub budżet procedury.

Powinniśmy najpierw zdefiniować, które przebiegi w ogóle wolno uznać za dopuszczalne przy zadanym zasobie.

Niech

$$\text{Adm}(a, \tau) = \{\Gamma : \Gamma \text{ spełnia ograniczenia modelu oraz } J(\Gamma) \leq a\}$$

oznacza zbiór przebiegów lub procedur w czasie  $\tau$  zgodnych z ograniczeniami i nieprzekraczających zasobu  $a$ .

Osiągalność jest wtedy naturalnym obrazem zbioru procedur dopuszczalnych w przestrzeni cienia i wyraża się jako:

$$\text{Ach}(a, \tau) = \{\Pi_{\text{sh}}(\Gamma) : \Gamma \in \text{Adm}(a, \tau)\} \subseteq \Xi.$$

Oczywiście jest:  $\text{Ach}(a, \tau)$  to zbiór wszystkich obiektów cienia, które mechanizm potrafi odciąć w czasie  $\tau$  przy zasobie  $a$ . A ponieważ w praktyce mamy tolerancje rekonstrukcyjne, potrzebujemy wersji przybliżonej. Wprowadzamy więc grubą osiągalność:

$$\text{Ach}_\varepsilon(a, \tau) = \{X \in \Xi : \exists Y \in \text{Ach}(a, \tau) \text{ takie, że } \text{dist}(X, Y) \leq \varepsilon\}.$$

Metryka  $\text{dist}$  ma być operacyjna, a więc oparta o rozróżnialność przewidywań w dozwolonych testach

### 3) Minimalne własności spójności

Żeby  $\text{Ach}(a, \tau)$  było użyteczne, przyjmujemy minimalny zestaw własności spójności, które w praktyce odpowiadają temu, jak działają zasoby, czas i składanie procedur.

**Monotoniczność:**

$$a \leq a', \tau \leq \tau' \Rightarrow \text{Ach}(a, \tau) \subseteq \text{Ach}(a', \tau').$$

Kompozycja w czasie: jeśli procedura jest składana etapami, to osiągalność złożenia mieści się w osiągalności dla budżetu złożonego:

$$\text{Ach}(a_1, \tau_1) \circ \text{Ach}(a_2, \tau_2) \subseteq \text{Ach}(a_1 + a_2, \tau_1 + \tau_2),$$

gdzie  $\circ$  oznacza naturalną kompozycję obiektów w  $\Xi$ .

Domknięcie na losowość klasyczną: jeśli wolno mieszać procedury przez klasyczne losowanie bez dodatkowego kosztu, oczekuje się wypukłości:

$$X, Y \in \text{Ach}(a, \tau) \Rightarrow pX + (1-p)Y \in \text{Ach}(a, \tau), \quad p \in [0, 1].$$

Jeśli losowanie nie jest darmowe, jego koszt trzeba jawnie ująć w  $a$ .

Stabilność przybliżona oznacza w praktyce testuje się  $\text{Ach}_\varepsilon(a, \tau)$ , a nie ideal  $\text{Ach}(a, \tau)$ , dlatego markery i koszty muszą być odporne na małe  $\varepsilon$ .

**4)** Sens fizyczny tego jest taki. To co wnosi Ach to  $\text{Ach}(a, \tau)$  rozdziela: co jest formalnie dozwolone (spełnia warunki fizyczności formalnej) od tego, co jest do zrealizowania w świecie przy ograniczeniach czasu, lokalności, pamięci i również sterowania.

W tym sensie Ach jest postulatem o świecie: istnieją ograniczenia wykonalności, które można testować na danych (przez markery i koszty oparte o odległość operacyjną).

## **ANEKS B: KONWENCJE NOTACYJNE I Aparat OPERACYJNY**

W tekście głównym te same symbole bywają używane w kilku rolach, a pojęcia metryki, markera czy kosztu naprawy do fizyczności pojawiają się skrótnie i nie są do końca uporządkowane. Ten aneks porządkuje notację i daje jedne spójne rozumienie co jest obiektem cienia  $X$ , jaka jest jego fizyczność formalna, jak mierzyć odległość operacyjną oraz w jaki sposób markery testują (nie)osiągalność w sensie  $\text{Ach}(a, \tau)$ .

### **1) Rozdzielenie symboli**

Projekcje i perspektywy:

- $\pi$  oznacza perspektywę lub interfejs od sygnału do stanu opisu, a więc mapowanie danych do  $S(t) \in H$ ,
- $\Pi_p$  to projekcja perspektywy na poziomie struktur, np.  $\Pi_p : \Lambda \rightarrow H_p$ ,
- $\Pi_{\text{sh}}$  to projekcja do cienia. Mapowanie mechanizmu lub przebiegu na obiekt  $X \in \Xi$ .

Trzy znaczenia  $W$  w celu uniknięcia kolizji:

- $W_\Delta(t)$ : okno historii (grube teraz), fragment przeszłości długości  $\Delta$ ,
- $\mathbf{W}^{(n)}$  to obiekt wielostopniowy procesu (zależny od sekwencji instrumentów),
- $\mathcal{W}$ : marker (funkcjonał testujący ograniczenia i element przestrzeni dualnej).

### **2) Typ obiektu cienia $X$ i przestrzeń, w której żyje**

W zależności od poziomu opisu procedury obiektem cienia  $X$  może być: stanem  $\rho$ , kanałem  $\Phi$ , instrumentem  $\{\Phi_k\}_k$ , procesem sekwencyjnym  $\mathbf{W}^{(n)}$ .

W każdym z tych przypadków istnieje liniowa przestrzeń  $V_X$  taka, że  $X \in V_X$ , oraz przestrzeń dualna  $V_X^*$  funkcjonalów liniowych na  $V_X$ . Wspólną cechą tych obiektów nie jest postać algebraiczna, lecz to, że generują przewidywania dla danych przy czym w wersji jednokrokowej są to rozkłady wyników pomiaru, a w wersji sekwencyjnej — rozkłady sekwencji wyników dla zadanych sekwencji interwencji.

### **3) Zbiór fizyczności formalnej $F_X$ i naprawa**

Dla każdego typu obiektu definiujemy zbiór formalnie fizycznych obiektów  $F_X \subset V_X$ , a więc dla stanów:  $\rho \succeq 0$  oraz  $\text{Tr}(\rho) = 1$ , dla kanałów: zupełna dodatniość i warunek normalizacji, dla instrumentów: każda gałąź jest CP i suma gałęzi jest kanałem i dla procesów sekwencyjnych: dodatniość oraz warunki przyczynowe zapewniające poprawne prawdopodobieństwa dla każdej sekwencji instrumentów.

Rekonstrukcja z danych często daje obiekt  $\tilde{X}$ , który minimalnie narusza  $F_X$ . Wtedy wykonuje się naprawę do fizyczności jako rzut (w sensie wybranej metryki operacyjnej):

$$X^* = \text{Proj}_{F_X}(\tilde{X}).$$

#### 4) Metryka operacyjna $\text{dist}(X, Y)$

Odległość ma mierzyć różnicę w przewidywaniach dla dozwolonych testów, a nie abstrakcyjną różnicę symboli.

Niech  $\mathcal{T}$  będzie klasą dozwolonych testerów (procedur odczytu a w wersji sekwencyjnej: sekwencji instrumentów). Definiujemy:

$$\text{dist}(X, Y) = \sup_{\mathsf{T} \in \mathcal{T}} \|p(\cdot | \mathsf{T}, X) - p(\cdot | \mathsf{T}, Y)\|_1,$$

gdzie  $p(\cdot | \mathsf{T}, X)$  jest rozkładem wyników przewidywanym przez  $X$  przy teście  $\mathsf{T}$ , a  $\|\cdot\|_1$  jest normą całkowitej zmienności na rozkładach.

Na tej bazie dla wygody nie z konieczności dobrze jest rozróżnić dwa koszty diagnostyczne:

$$c_{\text{phys}} = \text{dist}(\tilde{X}, F_X), \quad c_{\text{ach}} = \text{dist}(X^*, \text{Ach}(a, \tau)).$$

Pierwszy mówi, jak daleko rekonstrukcja leży od formalnej fizyczności; drugi — jak daleko (już fizyczny formalnie) obiekt leży od wykonalności przy danym  $(a, \tau)$ .

#### 5) Markery i parowanie $\langle \mathcal{W}, X \rangle$

Marker  $\mathcal{W}$  jest elementem przestrzeni dualnej  $V_X^*$ , czyli liniowym funkcjonalem na obiektach  $X \in V_X$ . Parowanie zapisujemy jako  $\langle \mathcal{W}, X \rangle$ .

Typowe realizacje parowania w zależności od reprezentacji mają postać dla stanów:  $\langle \mathcal{W}, \rho \rangle = \text{Tr}(\mathcal{W}\rho)$ ,

dla kanałów:  $\langle \mathcal{W}, \Phi \rangle = \text{Tr}(W J(\Phi))$ , gdzie  $J(\Phi)$  jest macierzą Choi'a, i dla procesów sekwencyjnych:  $\langle \mathcal{W}, \mathbf{W}^{(n)} \rangle$  jest kontrakcją obiektu procesu z testerem czasowym, dającą liczbę estymowaną z danych sekwencyjnych.

Dla ustalonego  $(a, \tau)$  definiujemy granicę osiągalności markera:

$$\beta_{\mathcal{W}}(a, \tau) = \sup_{Y \in \text{Ach}(a, \tau)} \langle \mathcal{W}, Y \rangle.$$

Jeżeli z danych (po rekonstrukcji i ewentualnej naprawie do fizyczności) otrzymujemy  $X$  i zachodzi stabilnie

$$\langle \mathcal{W}, X \rangle > \beta_{\mathcal{W}}(a, \tau),$$

to  $X$  jest markerowo nieosiągalny w reżimie  $(a, \tau)$ , co oznacza konflikt między przyjętą klasą procedur lub ograniczeń i deklarowanym zasobem a danymi.

W praktyce uwzględnia się następującą tolerancję: zamiast  $X$  testuje się zbiór ufności wokół  $X$  albo pracuje się z  $\text{Ach}_\varepsilon(a, \tau)$  i odpowiednio zgrubioną granicą  $\beta_{\mathcal{W}}(a, \tau, \varepsilon)$ .

#### 6) Jedna ścieżka: od procedury do wniosku

Najpierw określasz procedurę: dozwolone interwencje, kolejność kroków, horyzont  $\tau$ , ograniczenia lokalności i pamięci oraz deklarujesz zasób  $a$ . Potem zbierasz dane (jednokrokowe lub sekwencyjne), rekonstrujesz obiekt cienia  $\tilde{X}$  i gdy to konieczne naprawiasz go do fizyczności formalnej, otrzymując  $X^*$ . Raportujesz  $c_{\text{phys}}$ , a następnie przechodzisz do diagnostyki wykonalności i albo liczysz  $c_{\text{ach}}$ , albo wybierasz marker  $\mathcal{W}$ , wyznaczasz  $\beta_{\mathcal{W}}(a, \tau)$  i sprawdzasz nierówność. Interpretacja jest zawsze ta sama i jest to zgodność z wykonalnością, konieczność korekty  $a$  (lub klasy procedur), albo sygnał, że model warstwy fizycznej w danym reżimie nie pasuje do danych.

## ANEKS C: STOŽEK WPŁYWU, REKORD W MT, STANDARD EMPIRYCZNY ORAZ OBIEKT WIELOSTOPNIOWY W

Ten aneks domyka cztery elementy, które w tekście głównym są obecne, lecz rozproszone i są to: lokalność jako stożek wpływu i jej związek z zasobem  $a$ , rekord jako fakt w przestrzeni pamięć–stanów  $MT$ , (iii) standard empiryczny (rekonstrukcja – naprawa – koszty –marker), obiekt wielostopniowy  $\mathbf{W}$  jako język proceduralny dla pamięci i sekwencji. Celem jest podanie jednego, spójnego interfejsu operacyjnego bez zmiany treści.

### 1) Stożek wpływu jako fizyczna postać lokalności

W wariancie ciągłym rozważamy zdarzenia o pozycjach  $x$  i czasie  $t$  i przyjmujemy stożek wpływu o nachyleniu  $v$ :

$$I_v(x, t) = \{(x', t') : t' \geq t, \|x' - x\| \leq v(t' - t)\}.$$

Interpretując to dosłownie możemy powiedzieć, że interwencja w  $(x, t)$  może wpływać na statystyki wyników tylko wewnątrz  $I_v(x, t)$ .

A w wariancie grafowym dla grafu oddziaływań  $(V, E)$  z metryką grafową  $d_G$ :

$$I_v(u, t) = \{(w, t') : t' \geq t, d_G(u, w) \leq v(t' - t)\}.$$

Ta postać jest szczególnie wygodna w modelach lokalnych (sprzężenia o ograniczonym zasięgu) oraz w analizie eksperymentalnej, gdy „odległość” jest liczbą kroków w sieci.

Najbardziej istotne jest, że w warstwie fizycznej nachylenie stożka nie jest tylko kinematyką, lecz konsekwencją wykonalności, więc traktujemy je jako funkcję zasobu:

$$v = v(a),$$

z minimalnym warunkiem spójności

$$a \preceq a' \Rightarrow v(a) \leq v(a').$$

Oczywiście jest, że większy zasób (silniejsze i szybsze sterowanie, gęstsze sprzężenia) może poszerzać stożek wpływu zaś mniejszy nie może udawać większego bez dopisania kosztu.

Oddźwięk może sprawić, że wpływ jest rozciągnięty w czasie, mimo to nie powinien generować wpływu poza stożkiem bez odpowiedniego zasobu. Operacyjnie dopuszczamy więc, że pamięć może pogrubiać brzeg stożka w sensie tolerancji  $\varepsilon$ , ale zasada pozostaje ta sama: brak wpływu poza  $I_{v(a)}$  w granicy idealnej, a w danych jedynie do tolerancji.

Najbardziej bezpośredni test lokalności to porównanie rozkładów. Dla dwóch konfiguracji procedury, różniących się tylko interwencją w obszarze  $A$  w chwili  $t$ , rozważamy różnicę rozkładów w obszarze  $B$  w chwili  $t'$ :

$$\Delta_{A \rightarrow B}(t, t') = \|p_B(\cdot | \text{interwencja}) - p_B(\cdot | \text{brak interwencji})\|_1.$$

Jeśli  $(B, t')$  leży poza  $I_{v(a)}(A, t)$ , to oczekujemy  $\Delta_{A \rightarrow B}(t, t') \approx 0$ .

### 2) Rekord jako fakt w przestrzeni pamięć–stanów $MT$

Niech  $H$  będzie przestrzenią cech opisu, a  $W_T$  przestrzenią okien historii o długości  $T$ . Definiujemy przestrzeń

$$MT = H \times W_T,$$

a element  $X \in MT$  zapisujemy jako

$$X(t) = (S(t), W_T(t)).$$

Rekord  $R$  jest szczególnym regionem (albo atraktorem) w  $MT$ , który zapisuje fakt jako obiekt odporny i powtarzalny w ramach danej perspektywy. W wersji minimalnej można myśleć o rekordzie jako o zbiorze  $R \subset MT$  wraz z jego basenem przyciągania  $\mathcal{B}(R)$ .

Kluczowe jest to, że stabilność rekordu rozumiemy względem perturbacji wykonalnych, a nie względem dowolnych perturbacji matematycznych. Niech  $\mathcal{U}(a)$  będzie klasą dopuszczalnych zaburzeń lub sterowań wynikających z zasobu  $a$ . Wtedy stabilność rekordu oznacza następujące: jeśli trajektoria startuje w  $\mathcal{B}(R)$  i jest poddana perturbacjom  $u(t) \in \mathcal{U}(a)$ , to pozostaje w pobliżu  $R$  przez czas życia rekordu (zależny od  $a$  i szumu). Wygodną formą zapisu (gdy pasuje do modelu) jest nierówność typu ISS dla pewnej funkcji Lyapunova  $V$ :

$$V(X(t)) \leq e^{-\lambda t} V(X(0)) + \int_0^t e^{-\lambda(t-s)} \alpha(\|u(s)\|) ds + \beta(\text{szum}),$$

gdzie decydujące jest ograniczenie  $u(\cdot)$  przez zasób i lokalność.

Czas życia rekordu w danym reżimie można zapisać jako

$$\tau_R(a) = \sup\{t : X(0) \in \mathcal{B}(R) \Rightarrow X(s) \in \mathcal{N}_\delta(R) \text{ dla } s \in [0, t]\},$$

gdzie  $\mathcal{N}_\delta(R)$  jest otoczeniem tolerancji zależnym od metryki operacyjnej.

Związek z osiągalnością ma znaczenie praktyczne bo obiekty cienia, które wymagałyby utrzymywania niestabilnych konfiguracji bez dostępu do zasobu, są poza  $\text{Ach}(a, \tau)$ , bo mechanizm nie potrafi utrzymać odpowiadającego im rekordu przez wymagany czas.

### 3) Standard empiryczny: od procedury do wniosku

Procedura eksperymentalna jest sekwencją kroków (przygotowanie, sterowanie, pomiar), potencjalnie wielostopniową, z jawnym horyzontem  $\tau$  i ograniczeniami takimi jak: lokalność, dopuszczalne interwencje, pamięć. Jest dopuszczalna wtedy i tylko wtedy, gdy należy do  $\text{Adm}(a, \tau)$  w sensie Aneksu A.

Wtedy z danych rekonstruuje się obiekt cienia  $\tilde{X}$  w odpowiedniej klasie i proces sekwencyjny  $\tilde{\mathbf{W}}^{(n)}$ . Ponieważ rekonstrukcja może minimalnie naruszać fizyczność formalną, wykonuje się naprawę:

$$X^* = \text{Proj}_{F_X}(\tilde{X}),$$

oraz raportuje koszt naprawy

$$c_{\text{phys}} = \text{dist}(\tilde{X}, F_X).$$

Dalej diagnozuje się osiągalność przy zadanych  $(a, \tau)$ :

$$c_{\text{ach}} = \text{dist}(X^*, \text{Ach}(a, \tau)).$$

Jeśli  $c_{\text{ach}}$  jest istotnie dodatni oczywiście ponad błąd metrologiczny i modelowy, oznacza to konflikt pomiędzy deklarowanym zasobem i klasą procedur a tym, co wynika z danych po naprawie formalnej.

W wielu zastosowaniach wygodniej niż liczyć  $c_{\text{ach}}$  jest użyć markera  $\mathcal{W}$ , dla którego umiemy ograniczyć maksimum na  $\text{Ach}(a, \tau)$ :

$$\beta_{\mathcal{W}}(a, \tau) = \sup_{Y \in \text{Ach}(a, \tau)} \langle \mathcal{W}, Y \rangle.$$

Jeżeli stabilnie z danych wynika

$$\langle \mathcal{W}, X^* \rangle > \beta_{\mathcal{W}}(a, \tau),$$

to mamy markerowe naruszenie wykonalności w zadanym reżimie.

Dlatego dobrym podejściem jest zachowanie kolejności testów. Najpierw test stożka wpływu (lokalność), potem testy sekwencyjne (pamięć i kontekst), dopiero potem markery/odległości dla  $\text{Ach}(a, \tau)$ . Zmniejsza to ryzyko, że „naruszenie Ach” jest w rzeczywistości skutkiem niedoszacowania lokalności lub błędnego modelu pamięci.

#### 4) Obiekt wielostopniowy $\mathbf{W}^{(n)}$ jako język sekwencyjny

Jeżeli mechanizm ma pamięć, opis jednokrokovy nie domyka informacji o zależnościach czasowych. Potrzebny jest obiekt zapisujący statystyki sekwencji interwencji i wyników. Taki obiekt nazywamy  $\mathbf{W}^{(n)}$ .

Niech  $\mathcal{I}_0, \dots, \mathcal{I}_{n-1}$  będą instrumentami wybieranymi w kolejnych krokach, a  $\vec{k} = (k_0, \dots, k_{n-1})$  — sekwencją wyników. Operacyjnie:

$$p(\vec{k} | \mathcal{I}_{0:n-1}) = \mathbf{W}^{(n)}[\mathcal{I}_0^{k_0}, \dots, \mathcal{I}_{n-1}^{k_{n-1}}].$$

Ta definicja nie oznacza narzucania konkretnej reprezentacji (Choi/tester) jeśli potrafimy liczyć i estymować takie prawdopodobieństwa.

Fizyczność formalna dla  $\mathbf{W}^{(n)}$  oznacza przynajmniej: nieujemność i normalizację prawdopodobieństw dla każdej dopuszczalnej sekwencji instrumentów oraz spójność marginalizacji po wynikach kroku (warunek przyczynowości/spójności czasowej). Zbiór takich obiektów oznaczamy  $F_{\mathbf{W}^{(n)}}$ .

Tester czasowy jest sekwencją instrumentów i regułą agregacji wyników. Marker sekwencyjny  $\mathcal{W}$  jest funkcjonałem działającym na  $\mathbf{W}^{(n)}$ , a parowanie  $\langle \mathcal{W}, \mathbf{W}^{(n)} \rangle$  daje liczbę estymowalną z danych sekwencyjnych. To bardzo dobre narzędzie do wykrywania pamięci (nie-Markowskości), naruszeń stożka wpływu w procedurach sekwencyjnych oraz nieosiągalności sekwencyjnej w sensie  $\text{Ach}(a, \tau)$ .

Osiągalność na poziomie sekwencyjnym zapisujemy analogicznie:

$$\text{Ach}^{(n)}(a, \tau) = \{\mathbf{W}^{(n)} : \exists \Gamma \in \text{Adm}(a, \tau) \text{ taka, że } \Pi_{\text{sh}}(\Gamma) = \mathbf{W}^{(n)}\}.$$

Wersję przybliżoną  $\text{Ach}_{\varepsilon}^{(n)}(a, \tau)$  definiuje się przez metrykę operacyjną opartą o supremum po klasie testerów czasowych.

## BIBLIOGRAFIA

1. Worrall, J. (1989). Structural realism: The best of both worlds? *Dialectica*, 43(1–2), 99–124.

2. Ladyman, J., & Ross, D. (2007). Every Thing Must Go: Metaphysics Naturalized. Oxford University Press.
3. Floridi, L. (2011). The Philosophy of Information. Oxford University Press.
4. Bridgman, P. W. (1927). The Logic of Modern Physics. Macmillan.
5. van Fraassen, B. C. (1980). The Scientific Image. Oxford University Press.
6. Bateson, G. (1972). Steps to an Ecology of Mind. University of Chicago Press.
7. Spencer-Brown, G. (1969). Laws of Form. George Allen & Unwin.
8. Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423; 623–656.
9. Landauer, R. (1991). Information is physical. *Physics Today*, 44(5), 23–29.
10. Wheeler, J. A. (1990). Information, physics, quantum: The search for links. In W. H. Zurek (Ed.), Complexity, Entropy, and the Physics of Information. Addison-Wesley.
11. Zurek, W. H. (Ed.). (1990). Complexity, Entropy, and the Physics of Information. Addison-Wesley.
12. Nakajima, S. (1958). On quantum theory of transport phenomena: Steady diffusion. *Progress of Theoretical Physics*, 20, 948–959.
13. Zwanzig, R. (1960). Ensemble method in the theory of irreversibility. *The Journal of Chemical Physics*, 33, 1338–1341.
14. Mori, H. (1965). Transport, collective motion, and Brownian motion. *Progress of Theoretical Physics*, 33, 423–455.
15. Gripenberg, G., Londen, S.-O., & Staffans, O. (1990). Volterra Integral and Functional Equations. Cambridge University Press.
16. Hale, J. K., & Verduyn Lunel, S. M. (1993). Introduction to Functional Differential Equations. Springer.
17. Pontryagin, L. S., Boltyanskii, V. G., Gamkrelidze, R. V., & Mishchenko, E. F. (1962). The Mathematical Theory of Optimal Processes. Interscience/Wiley.
18. Sontag, E. D. (1998). Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems (2nd ed.). Springer.
19. Chung, F. R. K. (1997). Spectral Graph Theory. American Mathematical Society.
20. Belkin, M., & Niyogi, P. (2003). Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation. *Neural Computation*, 15(6), 1373–1396.
21. Coifman, R. R., & Lafon, S. (2006). Diffusion maps. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 21(1), 5–30.

22. Davies, E. B. (1976). *Quantum Theory of Open Systems*. Academic Press.
23. Kraus, K. (1983). *States, Effects, and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory*. Springer.
24. Peres, A. (1993). *Quantum Theory: Concepts and Methods*. Kluwer Academic Publishers.
25. Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information* (10th Anniversary ed.). Cambridge University Press.
26. Breuer, H.-P., & Petruccione, F. (2002). *The Theory of Open Quantum Systems*. Oxford University Press.
27. Lindblad, G. (1976). On the generators of quantum dynamical semigroups. *Communications in Mathematical Physics*, 48, 119–130.
28. Gorini, V., Kossakowski, A., & Sudarshan, E. C. G. (1976). Completely positive dynamical semigroups of N-level systems. *Journal of Mathematical Physics*, 17, 821–825.
29. Breuer, H.-P., Laine, E.-M., & Piilo, J. (2009). Measure for the degree of non-Markovian behavior of quantum processes in open systems. *Physical Review Letters*, 103, 210401.
30. de Vega, I., & Alonso, D. (2017). Dynamics of non-Markovian open quantum systems. *Reviews of Modern Physics*, 89, 015001.
31. Zurek, W. H. (2003). Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *Reviews of Modern Physics*, 75, 715–775.
32. Schlosshauer, M. (2007). *Decoherence and the Quantum-to-Classical Transition*. Springer.
33. Bohr, N. (1928). The quantum postulate and the recent development of atomic theory. *Nature*, 121, 580–590.
34. Englert, B.-G. (1996). Fringe visibility and which-way information: An inequality. *Physical Review Letters*, 77, 2154–2157.
35. Scully, M. O., & Drühl, K. (1982). Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning observation and “delayed choice in quantum mechanics. *Physical Review A*, 25, 2208–2213.
36. Kim, Y.-H., Yu, R., Kulik, S. P., Shih, Y., & Scully, M. O. (2000). Delayed “choice quantum eraser. *Physical Review Letters*, 84, 1–5.
37. Bell, J. S. (1964). On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1, 195–200.
38. Kochen, S., & Specker, E. P. (1967). The problem of hidden variables in quantum mechanics. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17, 59–87.
39. Peres, A. (1996). Separability criterion for density matrices. *Physical Review Letters*, 77, 1413–1415.

40. Horodecki, M., Horodecki, P., & Horodecki, R. (1996). Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions. Physics Letters A, 223, 1–8.
41. Cirel'son (Tsirelson), B. S. (1980). Quantum generalizations of Bell's inequality. Letters in Mathematical Physics, 4, 93–100.
42. Lieb, E. H., & Robinson, D. W. (1972). The finite group velocity of quantum spin systems. Communications in Mathematical Physics, 28, 251–257.
43. Bravyi, S., Hastings, M. B., & Verstraete, F. (2006). Lieb–Robinson bounds and the generation of correlations and topological quantum order. Physical Review Letters, 97, 050401.
44. Hardy, L. (2001). Quantum Theory From Five Reasonable Axioms. arXiv:quant-ph/0101012.
45. Chiribella, G., D'Ariano, G. M., & Perinotti, P. (2011). Informational derivation of quantum theory. Physical Review A, 84, 012311.
46. Masanes, L., & Müller, M. P. (2011). A derivation of quantum theory from physical requirements. New Journal of Physics, 13, 063001.
47. Orzechowski, A. S. (2025). Wzory Rzeczywistości. Tom II: Teoria pola informacyjnego z pamięcią (IFM). Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.17851699.
48. Orzechowski, A. (2025). Wzory Rzeczywistości. Tom III: Kwantowa geometria oddźwięku. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.17862471

## DODATEK

To już nie jest książka. To szkło powiększające pozwalające zobaczyć zawarte w książce pojęcia dokładniej. Dostrzec ich kształt i kolor. Powiązać je z odczuciami obecnymi w zwykłym życiu tworząc jeden obraz. I pokazujące jeszcze coś. Bardzo dziwnego i w pewien subtelny sposób eleganckiego. Ten sam język opisuje mechanikę kwantową i codzienne zmaganie z życiem.

## KENJI I KRAKÓW CZYLI OPOWIEŚĆ ZE ŚWIATA AKTONU.

Kenji Takahashi siedział w samolocie z Tokio do Krakowa. W kieszeni bilet lotniczy, w plecaku aparat fotograficzny, najnowszy smartfon i zwykła książeczka z rozmówkami. I w głowie coś, co złożył sobie jako pewnego rodzaju obietnicę. Tym razem nie będzie zaliczania atrakcji. Będzie patrzył i odczuwał, nie tylko ślizgał się po obcym świecie, ale stanie się jego częścią. Tak sobie pomyślał, zanim usiadł w samolocie. Patrząc przez okno samolotu pomyślał, że chmury pod nim są jak pianka na ramenie, który jadał w domu matki, robiła go zawsze tak jak się robi ceremonię herbacianą z ogromną gracją i spokojem.

Kenji miał jeszcze jedną rzecz w kieszeni: kartkę z notatkami z wykładu o aktonie. Wyjął ją na sekundę, kiedy samolot popłynął nad chmurami. Pod palcami poczuł papier i jego delikatną fakturę, pod stopami lekkie drżenie, a w uszach stały monotony szum. To, co trzymało go w rzeczywistości to ta warstwa fizyczna, uciskająca jak pas wbijający się w biodra. Notatka miała jedną prostą radę, bez wielkich słów. Sprawdzaj to, co da się sprawdzić. Kiedy wyobraźnia

zaczynała dopowidać resztę, wracał do małych pewników. Do oddechu, do ciężaru ciała który dawał chwilami dziwne uczucie, do lampki zapiąć pasy, do skrzydła, które czasem zadrżało, a potem znów było spokojne. Jeśli w głowie mnożyły się wersje, wybierał tę najprostszą, która nie kłóciła się z tym, co czuł. A gdy zaczynał odpływać w opowieści, robił mały powrót. Dotknąć stolika, policzyć do dziesięciu, spojrzeć raz jeszcze na linię horyzontu. Na marginesie stawał sobie znaczek krótki, praktyczny: teraz oddychaj, teraz czekaj, teraz nic nie musisz rozumieć.

Późny ranek. Lotnisko powitało go szklanymi ścianami, zapachem kawy i dźwiękiem języka, który brzmiał jak szelest liści: polski. Wszędzie strzałki, ale inne niż te w Tokio, piktogramy, parę słów po angielsku. Kenji poczuł, że Kraków już się do niego dobija, ale jeszcze nie wie, jak.

W tej historii Kenji jest aktonem. Nie turystą w folderze, i nawet nie człowiekiem w ogólnym sensie, tylko działającą jednostką. Taką, która zbiera sygnały stające się dla niego opisem, podejmuje decyzje i zmienia bieg własnego dnia. Akton to ktoś, kto nie tylko obserwuje świat, ale świat w nim funkcjonuje i działa w świecie.

A każdy akton ma trzy rzeczy, nawet o tym nie myśląc i zresztą najczęściej tak jest. Interfejs czyli to, czym w ogóle dotyka świata i za pomocą czego go postrzega. Perspektywę czyli jak świat przetwarza mu się na to co jest dla niego zrozumiałe i staje się częścią jego wewnętrznej wizji. I to co akton aktualnie uważa za prawdę o sytuacji: stan opisu.

Kenji miał interfejs dość skromny: zmysły, dlonie, telefon z mapą, aplikację tłumaczącą i ograniczony zapas energii w nogach. Ciągle towarzyszył mu filtr kulturowy. Skoro w Japonii robi się tak, tu pewnie też...

I już na lotnisku interfejs stworzył pierwszy problem. W automacie biletowym przy wyjściu Kenji nacisnął flagę angielską – zniknęła. Zostały słowa w języku którego nie znał, nie mówiące mu kompletnie nic. Po chwili kliknął coś, co wyglądało jak bilet, a automat wypisał słowo: KARTA?

Kenji wciągnął powietrze i powiedział do siebie półgłosem:

– Okej. Interfejs mówi: „Nie rozumiem”.

I wtedy dotarło do niego coś prostego i nieprzyjemnego. Rozróżnienie nie jest darem świata, tylko czynnością. To jest operacyjność. Jeśli nie ma wykonalnej procedury, która odróżni dwa stany, to one — dla niego — są tym samym.

Świat aktonu Kenjiego nie jest całym Krakowem. To Kraków przepuszczony przez interfejs. Właściwie tylko jego cień: świat W skleja się tu w klasy nierozróżnialności względem interfejsu. Jakby ktoś zrobił mapę „W/~I” —taką, na której różne miejsca i różne kliknięcia są jednym, jeśli nie da się ich rozróżnić. W pełnym Krakowie biletomat ma sens prosty: wybierasz, placisz, jedziesz. W świecie aktonu Kenjiego biletomat był zagadką.

Zobaczył obok dziewczynę z plecakiem. Uśmiechnął się nieśmiało.

– Excuse me... ticket? – pokazał na ekran.

Dziewczyna zerknęła i przełączyła mu na angielski. Flaga była nie tam, gdzie patrzył. Interfejs Kenjiego nie obejmował wiedzy o tym, gdzie w polskichautomatach jest flaga.

– Dziękuję! – powiedział Kenji, i właściwie tylko to umiał powiedzieć po polsku.

Dziewczyna odpowiedziała:

– Nie ma sprawy. Miłego pobytu w Krakowie!

I w tym momencie powstała pierwsza stabilna rzecz w jego opisie: Polacy są pomocni.

Kenji wsiadł do pociągu. Kiedy wagony ruszyły, Kraków za oknem zaczął się przewijać jak film: domy, reklamy, drzewa bez liści. Otworzył mapę w telefonie. Na ekranie miasto było siecią linii i kropek, ale to już było trochę znajome. To jest perspektywa: sposób, w jaki świat staje się dla aktonu czytelny. A właściwie trzy perspektywy: mapy: tu–tam, skręt, przejście, czas dojścia, aparatu: światło, kadr, kontrast, twarz, moment, i najważniejsza: głód: gdzie zjeść, jak szybko, ile kosztuje. Kenji miał je wszystkie naraz. I co gorsza zaczęły się z nim wykłacać. Zamelduj się – mówiła mapa. Zdjęcia – mówił aparat, popatrz, piękna panorama. Jedzenie – mówił żołądek i to bardzo stanowczo, może nawet za bardzo.

Na rogu ulicy Kenji poczuł, że miasto zmienia zasady. Nagle wszystko było albo–albo: drzwi są otwarte albo zamknięte, światło pozwala albo nie, tłum przyspiesza i nie pyta. W takich chwilach jego mapa i jego nos kłóciły się jak dwie osoby w tym samym pokoju. Każde źródło pokazywało co innego. Ekran obiecywał skrót, zapach jedzenia odciągał w bok, a wiatr pchał wprost w chód. Żeby się nie rozsyapać na dziesiątki decyzji, robił jedną rzeczą: wybierał punkt zaczepienia. Nazwę przystanku, wejście do bramy, jasny szyld, cokolwiek, do czego można wrócić myślą i nogami. Miasto układało mu się w sieć: tor prowadził do toru, zaułek do zaułka, spojrzenie do spojrzenia. Informacje rozchodziły się jak fala — najsilniej tam, gdzie ludzie stali gęsto i powtarzali to samo.

Wysiadł na Dworcu Głównym. Hala była wielka, ludzie płynęli we wszelkie możliwe strony, a Kenji czuł się jak kamień w strumieniu opływanym przez wodęnieruchomą nie wiedząc w którą stronę iść. Wtedy dotarło do niego, że Kraków to nie jedna rzecz, tylko nieskończona liczba sposobów, w jakie można go poukładać:

Kraków to może być historia, trasa tramwajów, lista knajp, pamięć o wojnie, miasto studentów, deszcz i zimny wiatr.

To wszystko razem jest jak wielkie miejsce wszystkich struktur świata – panaktorium. Ocean możliwości, w którym płynią różne wersje tego samego miasta. Akton nigdy nie widzi całego oceanu. Akton bierze z niego tylko tyle, ile przejdzie przez interfejs i perspektywę. Kenji w tej chwili miał w ręku walizkę, w telefonie mapę i w oczach lekki niepokój. Jego panaktorium było ogromne, ale jego dostęp do niego był wręcz malutki. Po drodze do hostelu zobaczył szyld Kościół Mariacki. Miał w głowie zdjęcie z internetu: dwie wieże, niebo, i to i ówdzie gołębie. Podniósł aparat. W tym momencie dzieje się coś naprawdę ciekawego.

Treść informacji była bogata: To miejsce może być otwarte lub zamknięte. Może być koncert, msza, tłum, lub cisza. To wszystko może być prawdą, a on jej jeszcze nie znał.

Odczyt to to, co perspektywa daje tu i teraz, a Kenji dostrzegł tabliczkę: Zwiedzanie wstrzymane. Jego telefon przetłumaczył to na łamany angielski. Odczyt był prosty: nie teraz.

A sens? Sens to nie zdanie. Sens to ruch, który z tego wynika.

Kenji pomyślał: Skoro nie teraz, to przejdę się po drugiej stronie Rynku. Nie zmarnuję energii. I poszedł. Treść jest jak chmura możliwości. Odczyt jest jak strzałka. Sens jest jak krok. Stożek możliwości to to, z czego w ogóle można wybierać.

Na Rynku uderzyło go wszystko naraz. Dźwięk hejnału, zapach grzanego wina na straganie, bruk pod stopami, gruby szalik i języki z całego świata.

Wtedy wydarzyła się pierwsza prawdziwa konfrontacja z czymś, co w teorii brzmi jak matematyka, a w życiu jak rozsądek - stożek możliwości.

Stożek możliwości to zestaw działań, które są wykonalne z miejsca, gdzie jesteś i z tym co masz. Dla niego był to czas, bateria, pieniądze, pogoda, kolejki, jego nogi. Do zmroku miał dwie godziny, 34% baterii, ograniczone złotówki, zimno od którego drętwiały mu palce, i plan: zobacz wszystko.

Stożek możliwości powiedział co innego. Nie zobaczysz wszystkiego. Możesz jednak coś wybrać.

Kenji spojrzał na mapę. Wawel. Kazimierz. Sukiennice. Fabryka Schindlera. Planty. Muzeum Narodowe.

Stanął pod Sukiennicami, przy stoisku z obwarzankami. Sprzedawczyni miała czerwone policzki i tempo, z jakim obsługiwała, które przypominało mu tokijskie metro w godzinach szczytu.

– Poproszę... one? – wskazał palcem.

– Obwarzanek? – uśmiechnęła się. – Z makiem czy z solą?

Kenji zawałał się, bo jego interfejs nie rozróżniał jeszcze tej różnicy. W Japonii to byłyby proste. Tu było nowe.

– Z... solą.

To był mały wybór. Ale w teorii aktonu nawet mały wybór jest aktem, konkretną realizacją jednego ruchu ze stożka możliwości. Akt robi dwie rzeczy. Przesuwa cię w świecie i przesuwa cię w sobie – bo po akcie jesteś już trochę innym człowiekiem.

Kenji zjadł obwarzanka i pomyślał: „Smaczne. I pasuje do tego miasta.”

To był nowy element stanu opisu. Mały, ale lepki. Wieczorem Kenji chciał dotrzeć na Kazimierz. Ale mapa pokazała mu coś, co było bardziej filozofią: 20 min pieszo, 12 min tramwajem, 8 min, jeśli już stoi tramwaj.

Na przystanku było pełno ludzi. Kenji zastanawiał się, czy warto czekać. W tym momencie zrozumiał intuicyjnie stożek wpływu: obszar przyszłości, na który realnie może oddziaływać. Jeśli będzie stał tu 10 minut, to wpływa na to, co stanie się za 10 minut w promieniu kilku przystanków. Ale nie wpływa na to, czy jutro będzie padać. Nie wpływa na to, czy koncert zacznie się później. Są ograniczenia prędkości, granice czasu, granice energii.

Spojrzał na zegarek. Przypomniał sobie, że ma rezerwację w muzeum na jutro rano. W środku poczuł coś w rodzaju cichego rozsądku.

– Pójdę pieszo – powiedział do siebie.

I poszedł. Na Kazimierzu znalazł małą księgarnię. Nie planował jej i nic wcześniej o niej nie wiedział. Była w bocznej uliczce i tam, gdzie nie prowadzą główne trasy. W witrynie stały stare plakaty i wyblakłe z czasem zdjęcia, a w środku pachniało papierem i kurzem.

Za ladą siedział starszy pan w swetrze.

– Hello – powiedział Kenji.

– Dzień dobry – odpowiedział pan. – Japonia?

Kenji zdziwił się.

– Tak.

Pan wyciągnął spod lady cienką książkę. Okładka była po japońsku. Kenji rozpoznał słowo „Kraków” zapisane znakami.

– Ktoś zostawił – powiedział. – Może pan chce?

Otworzył ją. W środku były krótkie notatki, ręczne szkice ulic, proste zdania. Tu najlepsza zupa, Tu cichy park, Tu widać miasto wieczorem i jest piękne. To było jakby list od nieznajomego aktonu do niego. Kenji poczuł, że coś mu się

przestawia. Nie tylko dostał informację. On dostał nową zasadę działania: szukaj bocznych uliczek, nie ufaj tylko mapie, idź za ciekawością. To jest właśnie ślad. Zdarzenie, które nie tylko zmienia stan, ale zmienia przyszłe reguły wyborów. Kenji wyszedł z księgarni inaczej niż do niej wszedł.

Następnego dnia rano Kenji poszedł do muzeum, ale w drodze co chwilę zerkał w notes od nieznajomego. Czuł, jak w nim pracuje wczorajsza księgarńia. Jakby jakiś dźwięk dalej brzmiał, choć instrument już ucichł. To właśnie oddźwięk. To sytuacja, w której przeszłe zdarzenie nie jest wspomnieniem w albumie, tylko aktywną siłą, która kształtuje teraźniejszy sens. Wczoraj była księgarnia. Dziś jest inne dzisiaj. Kenji wchodził w nowe ulice z większą odwagą, bo jego świat aktonu był już trochę bogatszy. Interfejs nadal był ograniczony, ale perspektywy się pomnożyły. A stan opisu stał się mniej sztywny. Po południu spadł śnieg. Nie taki romantyczny jak z filmu, tylko drobny, dokuczliwy, który wchodzi w rzęsy.

Kenji stał na Plantach i nagle poczuł zmęczenie. Takie, które jest sumą: chodzenia od rana, stania w kolejce, szukania drogi, chłodu ciągłego rozglądania się. Jego teraz miało ogon.

I wtedy zrozumiał, że teraźniejszość nie jest punktem. To jest fragment czasu: ostatnie pół godziny, ostatnia godzina. To, co nadal trzyma w ciele i w głowie. To jest grube teraz. Okno świeżej historii, które wciąż waży przy decyzji. Dopisał na marginesie. Pamięć ma swoje okno - krótkie i ruchome. Tyle, ile potrafi unieść bez wysiłku, kilka minut wstecz, kroków, decyzji. Reszta zostaje jak zapach szalika, jest, ale nie daje się rozłożyć na szczegóły. Dlatego, kiedy robiło się za dużo, udawał, że liczy się tylko najbliższa decyzja. Jedna. Potem następna.

Kenji pomyślał: Jeśli teraz pójdę jeszcze gdzieś daleko, to jutro będę wykończony. Grube teraz zmieniło stożek możliwości. Nagle Fabryka Schindlera przestała być realna, a herbata w kawiarni stała się najlepszym wyborem. Wielczorem, zupełnie bez planu, Kenji znalazł się z powrotem na Rynku. Tak jak wczoraj. I przedwczoraj. I jeszcze raz.

To było dziwne. Przecież chciał odkrywać nowe miejsca. A jednak nogi same wracały na ten sam bruk, do tej samej przestrzeni światła, dźwięku i czegoś znajomego. Rynek stał się dla niego czymś w rodzaju pewnego faktu, który utrzymuje się mimo zmiennych okoliczności.

To jest rekord. Stabilny wzorzec w jego świecie-opisie i działaniu. To jest też fakt i nie dlatego, że wieczny, tylko dlatego, że odwrócenie jest niewykonalne w rozsądny sposób. Taki, który ma swój basen przyciągania. Niezależnie od tego, gdzie zaczynał wieczór, wiele ścieżek kończyło się tu. A jeśli próbował uciec w inne centrum – koszt był wysoki. Bo dłuższa droga, więcej niepewności, większe ryzyko zgubienia się, i zmęczenie.

Rekord nie jest pomysłem. Rekord jest jak dolina w terenie i jeśli w niej jesteś, najłatwiej staczać się w jej najniższy punkt. Kenji poczuł, że Rynek jest jego doliną.

Czwartego dnia postanowił: Dziś wieczór spędzę gdzie indziej. Koniec z Rynkiem.

Wybrał małą knajpkę na Podgórzcu. Na mapie wyglądało blisko. W praktyce okazało się, że tramwaj miał opóźnienie, telefon zgubił sygnał między kamieniami, zrobiło się zimniej, a Kenji był już zmęczony.

To była bariera przejścia. Niewidzialna ściana z drobnych trudności. Każda osobno mała, razem – wystarczająca, by popchnąć go z powrotem do starej doliny. Kenji zawahał się na przystanku. Spojrzał w stronę miasta.

Kenji zaczął liczyć drogę inaczej niż na mapie. Nie w metrach, tylko w kosztach. Ile zimna, wstydu, czasu, ile ryzyka, zanim znów trafi w ślepą ulicę. Czasem dwa kroki na skróty były droższe niż długie, jasny chodnik. Kiedy przeszkoły pieczęły się jedna na drugiej, jego wybór kurczył się do kilku realnych przejść. Reszta była teorią. Wtedy robił najprostsze, co umiał: sprawdzał na żywo. Stanął przy tablicy przystanku, policzył do sześćdziesięciu i spojrzał w głąb torów. Jeśli tramwaj ma przyjechać, przyjedzie. Jeśli nie, no cóż, zmienia plan i bierze nowy punkt zaczepienia. Bodaj ten najbliższy, gdzie jest światło i można złapać oddech.

I w końcu... wrócił na Rynek.

Nie z porażki. Z realizmu stożka możliwości. Bo aktor nie wybiera w próżni. Aktor wybiera w świecie, który ma tarcie. Ostatniego dnia Kenji wrócił do tej księgarni na Kazimierzu. Starszy pan uśmiechnął się, jakby wiedział, że to było nieuniknione.

– I jak Kraków? – zapytał.

Kenji zastanowił się długo, bo miał w głowie więcej niż jedno zdanie.

– Jest... dużo Krakówów – powiedział w końcu. – Ale ja mam już swój.

Pan skinął głową, jakby to była najlepsza odpowiedź.

Kenji spotkał Martę w miejscu, w którym spotyka się pół Krakowa i pół świata: w kawiarni tak małej, że kiedy ktoś wstawał od stolika, cały lokal na moment wstrzymywał oddech, żeby go przepuścić. Było późne popołudnie, szyby zaparowane od mokrych płaszczy, a na zewnątrz śnieg zamienił się w cienką mżawkę. Siedziała przy oknie z herbatą, której nie umiała nazwać i nie przypominała tej w Japonii, ale która była dokładnie tym, czego potrzebowali jej dlonie. Przeglądała zdjęcia na aparacie. Rynek wieczorem, obwarzanek jak aureola w powietrzu, twarz starszego pana z księgarni. Co chwilę zerknęła na mapę, jakby mapa była przyjacielem, który nie śmie powiedzieć, że on sam też się gubi.

Wtedy Marta, stojąca przy barze, zauważyła jego notes.

– Przepraszam... – powiedziała po angielsku z naturalnością kogoś, kto co dzień przełącza języki jak światło w kuchni. – To jest ten japoński notes o Krakowie?

Uniósł brwi.

– Tak. Skąd... ?

Marta uśmiechnęła się.

– Bo mój znajomy go kiedyś widział. To krąży. Jak miejski talizman. Mogę?

Nie czekała na odpowiedź, tylko usiadła, jakby rozmowa już trwała od dawna.

Kenji poczuł lekką panikę. Jego interfejs nagle dostał nowy kanał wejścia – człowieka. A człowiek to najbogatszy, najbardziej nieprzewidywalny kanał.

To, co przeżywał, było zawsze tylko wersją świata taką, którą dało się przeczytać na szybko. Przez wzrok, słuch, telefon, a czasem zwykłe czuję, że tedy. Widział tyle, ile sięgała chwila, i tyle, ile dawało światło. Odróżnianie rzeczy miało cenę. Żeby sprawdzić, czy to skrót czy ślepa uliczka, musiał zapłacić uwagę albo czasem, czasem też odwagę, żeby podejść bliżej i zaryzykować pomyłkę. Niepewność wracała jak napięty mięsień. Zrobić krok w lewo czy w prawo, kiedy nie da się sprawdzić wszystkiego, a zegar i głód nie czekają? A kiedy próbował utrzymać w głowie zbyt wiele drobiazłów: nazwy ulic, numery tramwajów, twarze, znaki, wszystko zaczynało się rozmywać. Jakby miasto na moment traciło ostrość, a on musiał mrugnąć i wybrać jedno: to, czego trzyma się teraz.

– Kenji – przedstawił się.

– Marta. Skąd jesteś?

– Tokio.

– A, to ty jesteś ten, co robi zdjęcia wszystkiemu, co się rusza i nie rusza – powiedziała, patrząc na jego aparat. – Pokaż. I to było pierwsze pęknięcie w jego rekordzie który był samotnym turystą. Marta weszła jak zdarzenie, które zostawia ślad. I nie tylko ktoś zagadał, ale świat od teraz ma przewodnika.

Dwa światy aktonu: to samo miasto, inne rozróżnienia

Następnego dnia spotkali się pod Barbakanem. Marta przyszła bez mapy. Kenji przyszedł z mapą otwartą już od domu.

– Ty nie sprawdzasz trasy? – zapytał.

– Nie muszę – wzruszyła ramionami. – Ja mam Kraków w nogach.

To zdanie było proste, ale kryło w sobie całą różnicę między ich światami aktonu.

Dla Marty droga do Wawelu była czymś, co istnieje jak nawyk. Skręcasz tu, omijasz to, uważaś na te schody. Dla Keniego ta sama droga była ciągiem instrukcji - idź prosto 200 metrów, skręć w lewo, potem w prawo...

Ich interfejsy rozróżniały inne rzeczy.

Kenji na Plantach widział ładny park w środku miasta. Marta widziała okrąg dawnych murów, w którym się umawia na randki i idzie na skróty, kiedy się spóźnia.

Kenji widział Sukiennice jako miejsce na zdjęcie. Marta widziała je jako to, co omijasz, jeśli nie chcesz tłumu.

To był Kraków, ale w dwóch różnych ilorazach: Kenji i Marta inaczej tna świat na to samo i inne.

– Tu jest fajnie – powiedział Kenji pod Barbakanem.

– Fajnie? – Marta roześmiała się. – Dla mnie zawsze tu wieje. To całkiem inna kategoria.

I Kenji nagle zobaczył, że jego opis miasta ma wielkie plamy „nieodróżnialności”. On dopiero uczył się, że „wieje przy Barbakanie” to informacja praktyczna, która wpływa na wybór kurtki. Marta miała tę informację jakby wpisaną w mięśnie.

Szli na Wawel. Kenji już miał w głowie obraz: wzgórze, zamek, smoka. Marta miała w głowie coś innego:

– Uważaj, tu jest pułapka – powiedziała i wskazała schody. – Jak pada, robi się źle.

Kenji spojrzał i zobaczył tylko schody. Marta zobaczyła schody plus prawdopodobieństwo upadku plus wspomnienie koleżanki, która kiedyś spadła. To było jakby jej perspektywa miała dodatkową warstwę mówiącą co może się stać. Kiedy stanęli pod wejściem, zobaczyli kolejkę. Długą, powolną, niecierpliwą. Kenji wyjął telefon i odczytał komunikat: czas oczekiwania około 60 minut. Jego odczyt był jasny: cała godzina stania. Ale treść sytuacji była bogatsza, bo ta kolejka mogła znaczyć wiele rzeczy. Dziś są tłumy, jest ważna wystawa, Jest weekend, jest deszcz, więc wszyscy w środku, polskie kolejki rządzą się swoimi prawami.

Marta spojrzała raz i powiedziała:

– Zróbmy inaczej. Wawel jest po to, żebyś go miał w głowie, nie w statystyce. Pójdziemy od tyłu, pokażę ci miejsce, gdzie widać Wisłę i miasto, a potem wróćmy, kiedy tłum się rozładuje.

Kenji poczuł, jak w nim przestawia się sens gdyż nie było to już zobaczyć Wawel oznacza wejść do środka, tylko zobaczyć Wawel to doświadczyć go z mądrą kolejnością. Marta nie zmieniła sensu danych. Zmieniła sens danych.

To jest magia perspektywy. To nie tylko co widzisz, ale co z tym robisz. Kenji był przyzwyczajony, że plan się realizuje, jeśli jest dobry. Marta była przyzwyczajona, że plan jest tylko propozycją, a miasto ma własny charakter.

– Masz dziś rezerwację o siedemnastej? – spytała.

– Tak.

– I ile masz baterii?

Kenji spojrzał: 23%.

Marta gwizdnęła.

– To jest twój dzisiejszy stożek możliwości – powiedziała i wskazała jego telefon, jego nogi i chmury. – Nie możesz wybierać tak, jakbyś miał 100% i mógł się teleportować.

Kenji roześmiał się, choć trochę bolało, bo to było prawdziwe. Zrozumiał, że wykonalność nie jest moralną oceną nie dasz rady, tylko geometrią dnia to co się da, a czego nie.

I wtedy Marta zrobiła coś, co znów było jak ślad: zamiast mówić zróbi tak, powiedziała:

– Zrobimy dwa punkty i jeden odpoczynek. Odpoczynek jest punktem.

To zdanie wpadło Kenjiemu do głowy jak karteczka z pinezką, która zostaje na długo. Zeszli nad Wisłę. Wiatr był ostry, ale powietrze czyste. Marta pokazała mu miejsce, z którego widać było jednocześnie wzgórze i rzekę.

– Tu przychodzę, jak mam mętlik – powiedziała.

Kenji patrzył, a potem zapytał:

– Czemu tu?

Marta zastanowiła się.

– Bo tu mój wpływ na resztę dnia jest największy. Jak tu usiądę dziesięć minut, to potem podejmuję lepsze decyzje. Jak biegnę, to potem dzień mnie goni. Kenji poczuł, że ona mówi o czymś, co w jego teorii brzmi jak stożek wpływu, tylko że u niej jest psychologiczny: nie promień w metrach, ale promień w jakości decyzji. Jedno spokojne miejsce rozszerzało jej jakość funkcjonowania na resztę dnia.

Kenji zrobił zdjęcie Wisły.

– W Japonii też są takie miejsca – powiedział cicho.

– Tak, wszędzie są – uśmiechnęła się Marta. – Tylko różne aktony je inaczej rozpoznają.

Wieczorem poszli na Kazimierz. Kenji do tej pory traktował Kazimierz jak „dzielnicę z listy”. Marta traktowała go jak „rodzaj nastroju”. Weszli do malej restauracji. Marta przywitała się z kelnerem, jakby znali się od lat.

Kenji poczuł uklucie. Oto jego świat aktonu nagle poszerzył się o sieć relacji, do której nie miał dostępu. Jego interfejs nie obejmował bycia tutejszym.

– Jak ty to robisz? – spytał, kiedy kelner przyniósł coś, co wyglądało jak zupa z innego wszechświata.

– Co?

– Że ludzie cię znają. Że wszystko jest... mniej obce.

Marta wzruszyła ramionami.

– To też jest rekord. Mój rekord to miasto jest moje. Twój rekord jest jeszcze miasto jest obce.

To słowo – rekord – zabrzmiało jak twardy kamień, ale miało sens. Kenji zauważył, że jego własny rekord wieczorem Rynek trzymał się mocno, bo dawał mu stabilność. Marta miała inny rekord: wieczorem Kazimierz albo wieczorem Wisła. Każdy rekord miał swój basen przyciągania: setki małych sytuacji, które w końcu i tak zsuwały cię do znajomej doliny.

Kenji spróbował zupy. Była kwaśna i dobra.

– To zostawia ślad – powiedział i sam się zdziwił, że używa tych słów w głowie jak normalnych.

Marta parskanęła śmiechem.

– Tak, zostawia. Jutro będziesz tego szukał.

I miała rację.

Trzeciego dnia spadł ciężki śnieg. Taki, który zamienia chodnik w ślepką mapę błędów. Kenji i Marta szli wolno, a Kenji zauważył, że jego decyzje stają się prostsze, jakby mu ktoś zmniejszył rozdzielcość świata.

– Dlaczego dziś wszystko wydaje się bardziej trudne? – jęknął.

Marta spojrzała na niego.

– Bo twoje teraz jest cięższe. Jesteś zmęczony i zmarznięty. To jest grube teraz. Ono ci siedzi na plecach i mówi ci nie kombinuj.

Kenji poczuł ulgę, że ktoś to nazywa. Bo rzeczywiście to nie była tylko bieżąca chwila, tylko cała wzorajsza trasa, dzisiejszy chód, niewyspanie, napięcie. To okno historii, które wciąż ważyło przy wyborze.

Wtedy Kenji zrozumiał coś ważnego: jego stożek możliwości nie zwężał się tylko przez obiektywne rzeczy (czas, pieniądze), ale też przez subiektywne (zmęczenie jako grube teraz). I to nie było słabością. To było fizyką aktonu.

Marta postanowiła zrobić eksperyment.

– Dziś nie idziemy na Rynek – powiedziała.

Kenji uniósł głowę jak ktoś, komu zabrano dom.

– Czemu?

– Bo chcę zobaczyć, czy potrafisz zmienić swój rekord.

Kenji poczuł opór zanim jeszcze zrozumiał, skąd się bierze. To było jak niewidzialna sprężyna.

– Ale... Rynek jest... łatwy – powiedział w końcu.

– Właśnie. Łatwy to dolina. A my spróbowujemy przejść przez grzbiet.

Wybrały Podgórze. Trasa miała sens na mapie, ale w praktyce tramwaj zniknął z rozkładu jak żart, śnieg przyklejał się do butów, ludzie pchali się w przejściach, Kenji zgubił internet. Każda rzecz była mała, ale razem robiły maksimum trudności na ścieżce. To właśnie bariera przejścia: nie jedna wielka przeszkoda, tylko suma tarć, które podnoszą koszt wyjścia z doliny.

Kenji zatrzymał się i powiedział:

– Ja chcę na Rynek.

Powiedział to bez złości, jak ktoś, kto mówi prawdę o grawitacji.

Marta popatrzyła na niego miękko.

– Okej. Dziś bariera jest za wysoka. Ale zobacz, że: nie chodzi o to, abyś wygrał. Chodzi o to, żebyś zobaczył, że to nie kaprys, tylko struktura.

Skinął głową. To było najdziwniejsze. On nie czuł się przegrany. Czuł się... zrozumiany. I to też był ślad.

Czwartego dnia Marta nie mogła się spotkać. Miała pracę, swoje życie. Kenji został sam z miastem.

I wtedy stało się coś ciekawego. Kenji wyszedł rano bez mapy. Nie całkiem – mapa była w kieszeni, jak parasol na wszelki wypadek. Ale nie była na wierzchu. Kenji szedł wolniej, bardziej patrzył, mniej liczył. Wybierał boczne uliczki. Zatrzymał się przy oknie małego sklepu z plakatami, bo tak by zrobiła Marta.

To był oddźwięk: przeszłe spotkanie nie było już wydarzeniem wczorajszym. Było aktywną siłą w jego teraźniejszym sensie. Kenji chodził inaczej, bo Marta kiedyś powiedziała kilka zdań.

Znowu wszedł na Kazimierz. Znalazł tę samą restaurację. Kelner go rozpoznał.

– Dzień dobry – powiedział kelner.

Kenji odpowiedział:

– Dzień dobry.

I nagle jego interfejs się poszerzył. Jedno słowo, które nie było już obce, tylko jego.

Wieczorem Kenji zorientował się, że nie wrócił na Rynek od dwóch dni. Coś się przesunęło. Nie całkowicie. Rynek nadal był w nim, jak stary port. Ale pojawiło się inne centrum. Był to spacer nad Wisłą, kawa w tej ciasnej kawiarni, Kazimierz w bocznych uliczkach. Nowy rekord nie powstał przez jedno postanowienie. Powstał przez serię małych śladów i oddźwięków, które zmieniły jego wykonalność i sens. Usiadł na ławce nad Wisłą, tak jak Marta. Popatrzył na wodę. W jego głowie odezwało się zdanie, które nie brzmiało jak definicja, tylko jak prawda.

Ja mam już swój Kraków. I on się zmienia. Ostatniego dnia spotkali się jeszcze raz. Pod Rynkiem, oczywiście – bo rekordy lubią się potwierdzać na pożegnanie.

– I co? – zapytała Marta. – Nadal wracasz tu automatycznie?

Kenji uśmiechnął się.

– Już nie zawsze.

– To gdzie teraz jest twoja dolina?

Kenji pomyślał chwilę.

– Nie mam jednej. Mam dwie. I to jest... lepsze.

Marta skinęła głową.

– Widzisz? To jest różnica między miasto jest obce a miasto jest moje. Nie przez to, że znasz zabytki. Tylko przez to, że twoje perspektywy się mnożą. Kenji podniósł aparat. Marta spojrzała w obiektyw.

– Uśmiechnij się – powiedział Kenji.

– Czemu?

– Bo to zostawi ślad.

Marta roześmiała się w chwili, kiedy na Rynku rozległ się hejnał. Kenji naciąsnął migawkę.

I w tym jednym zdjęciu spotkały się ich dwa światy aktonu: jej Kraków od środka i jego Kraków od świeżego zachwytu. Dwie perspektywy, jedna treść chwili, różne odczyty – a sens wspólny: to było ważne.

Kenji wrócił do Tokio w środku nocy, kiedy miasto jest najbardziej sobą. Neonowe, uporządkowane, ciche w tej szczególnej, japońskiej wersji ciszy, w której nawet automaty z napojami brzmią jak uprzejme szeptanie.

W metrze było czysto jak w laboratorium. Ludzie stali równo, nie patrzyli na siebie. Kenji poczuł ulgę, ale też dziwny brak – jakby w jego świecie aktonu nagle ubyło szumu. Kraków był pełen nieprzewidywalności, Tokio było przewidywalne aż do bólu. I właśnie wtedy Kenji zauważył pierwszą rzeczą, która nie była ani

zdjęciem, ani pamiątką. To było coś, co wróciło z nim w środku. Oddźwięk po powrocie pojawia się, kiedy przeszłość wchodzi w dzisiejszy dzień.

Pierwszego poranka po powrocie Kenji obudził się o szóstej. Zwykle budził się o siódmej, ale teraz ciało miało swoje zdanie. Wstał, zrobił kawę i usiadł przy oknie. Tokio pod nim było jak wielki układ scalony: ulice, światła, rzeka ludzi. Kenji poczuł, że jego teraz jest ciężkie. Nie tylko dlatego, że był zmęczony podróżą. Tylko dlatego, że w teraz mieszały się dwa miasta naraz: plan dnia w Tokio i echo spacerów nad Wisłą.

To był oddźwięk: Kraków nie został w Krakowie. Kraków zaczął pracować w Tokio. Jak struna, którą kiedyś szarpnięto, a ona dalej drży w innym pokoju. Kenji odruchowo sięgnął po telefon i otworzył mapę. Po sekundzie zamknął. I sam się tym zdziwił. Ślad w praktyce pojawia się, gdy jedno zdarzenie zmienia reguły wyborów.

W drodze do pracy Kenji zawsze wybierał tę samą trasę, nawykowo, bez myślenia. Jak kolej w metrze, to samo wejście, te same schody, ta sama stacja. Tym razem jednak tak nie było. Na rogu ulicy zobaczył wąską alejkę, której nigdy wcześniej nie zauważał. Taką, jaka w Krakowie prowadziła do księgarni. W Krakowie ten odruch był naturalny — zatrzymywał w bok. W Tokio odruch był obcy bo obowiązywało — nie schodź z trasy.

Kenji przystanął. To nie była tylko ciekawość. To była nowa zasada działania, która w nim została. Ślad. Zanim zdążył to przemyśleć, skrucił w alejkę. I nagle Tokio stało się inne: mniej jak autostrada, bardziej jak labirynt. W alei stał mały sklepik z narzędziami, pachniało metalem i drewnem, a na ścianie wisiały stare plakaty. Poczuł coś znajomego. To samo uczucie, które miał, kiedy w Krakowie zgubił turystyczną trasę i znalazł coś lepszego. To nie była nostalgia. To była zmiana w jego perspektywie.

W pracy Kenji był analitykiem. Uporządkowane tabelki, liczby, raporty – jego codzienna perspektywa była perspektywą zadania. Zwykle świat dawał mu odczyt w stylu: terminy, wyniki, plan, kolejne kroki.

Ale tego dnia, po południu, kiedy wstał od biurka, poczuł w ciele coś, co znał z Plant. Zwykle zmęczenie, które nie było chwilą, tylko sumą.

Kenji spojrzał na zegarek i pomyślał:

– Jeśli teraz zostanę jeszcze godzinę, jutro będę do niczego.

To nie był leniwy kaprys. To było grube teraz, okno świeżej historii, które wciąż trzymało go za kark. W Krakowie nauczył się, że odpoczynek to punkt planu. Że przerwa też jest aktem. A więc zrobił coś, czego dawny Kenji prawie nigdy nie robił. Wyszedł wcześniej. Po drodze do domu kupił herbatę. Usiadł w małym parku między blokami. Tokio miało swoje Planty, tylko wcześniej ich nie widział, bo jego perspektywa była zbyt wąska. Kolejnego dnia plan był prosty czyli praca, potem spotkanie z przyjacielem, potem zakupy.

Ale w połowie dnia szef poprosił go o dodatkowy raport. Kenji poczuł, jak jego stożek możliwości się zwęża a czas ucieka, energia spada, zobowiązania rosną.

Dawniej Kenji próbowałby to przepchnąć siłą. Jakby stożek możliwości był opinią, a nie geometrią. Teraz zatrzymał się i zrobił rachunek w głowie: Ile mam energii? Ile mam czasu? Co jest wykonalne bez psucia jutra?

To był Kraków w nim, nie w postaci obrazów, tylko w postaci nowego sposobu decydowania. Kenji napisał do przyjaciela: Przełożmy na jutro.

I poczuł ulgę, która była spokojna, nie triumfalna. To był akt. Wybór jednego ruchu z realnego stożka możliwości, zamiast z fantazji.

Po tygodniu Kenji zauważał coś jeszcze bardziej zaskakującego.

Wieczorami przestał kończyć dzień w domu przed ekranem. Zaczął chodzić do małej kawiarni dwie ulice dalej. Zwykle siadał przy oknie. Pił herbatę. Nic nie robił, tylko patrzył, jak ludzie przechodzą. To nie było postanowienie. To się wydarzyło. Tak jak w Krakowie wieczorem Rynek stał się jego stabilnym centrum, tak w Tokio powstało nowe stabilne - wieczorem okno w kawiarni.

To był rekord. Stabilny wzorzec w jego zachowaniu, który przyciągał go nawet wtedy, gdy dzień był chaotyczny.

Co ciekawe, rekord krakowski nie zniknął. On się przekształcił. Rynek był doliną, bo dawał: orientację, światło, ludzi, i najważniejsze to poczucie, że tu jestem bezpieczny. Tokijska kawiarnia dawała to samo, tylko inaczej.

Kenji zrozumiał, że rekordy nie muszą być miejscami. Mogą być rytuałami. Mogą być strukturami jak kończę dzień. Oczywiście nie wszystko poszło gładko.

W pewien piątek Kenji był wyczerpany. Wrócił późno, padał deszcz. Jego nowy rekord kawiarnia przegrał ze starym rekordem kanapa i telefon. I Kenji zobaczył mechanizm, który w Krakowie był tramwajem i śniegiem, a w Tokio był deszczem i zmęczeniem. To była bariera przejścia. Bariera przejścia nie musi być dramatem. Czasem to jest tylko to: jest mokro, nie mam siły, nie chce mi się, zostań.

Wtedy rekord stary ma przewagę, bo jest głębiej wydeptany. Ma większy basen przyciągania. Jest łatwiejszy.

Kenji nie złościł się na siebie. Zamiał tego pomyślał:

Aha. To jest koszt przejścia. Dziś jest za wysoki.

To był nowy rodzaj spokoju: widzenie struktury zamiał moralizowania.

Dwa Tokio: jego świat aktonu się poszerzył. Minął miesiąc. Kenji pewnego dnia spotkał się ze znajomą, Aiko, która wróciła z podróży do Europy i narzekała:

– Europa jest chaotyczna. Zgubiłam się trzy razy. Nie da się.

Kenji uśmiechnął się, bo usłyszał w tym głos swojego dawnego interfejsu, który mówił: nie rozumiem, więc świat jest zły.

– Zgubiłaś się? – spytał. – I co znalazłaś?

Aiko spojrzała na niego, jakby powiedział coś absurdalnego.

– Co?

– No, jak się gubisz, to czasem znajdujesz rzeczy, których nie było w planie.

Aiko zmarszczyła brwi.

– Ty brzmisz jak jakiś filozof od ulic.

Kenji roześmiał się.

– Nie. Po prostu... mój świat aktonu się zmienił.

I to była prawda. Bo po Krakowie jego interfejs zaczął rozróżniać więcej rzeczy takie jak małe alejki, miejsce do uspokojenia się, zmęczenie jako argument, odpoczynek jako punkt planu, nawyk jako struktura, nie wada. Tokio było to samo, ale dla Keniego było więcej Tokio.

I ostatnia scena: mała księgarnia w Tokio.

Któregoś dnia, idąc z pracy, Kenji znów skręcił w boczną uliczkę. Tym razem nie przypadkiem, tylko z cichą intencją. Na rogu zobaczył małą księgarnię, do której nigdy nie wchodził. Drzwi były wąskie, a w środku pachniało papierem - jak na Kazimierzu. Kenji wszedł.

Za ladą siedziała starsza pani. Uśmiechnęła się.

– Dobry wieczór – powiedział Kenji po polsku, bo to jedno zdanie stało się jego małym talizmanem.

Pani mrugnęła, jakby usłyszała coś pięknego, nawet jeśli nie rozumiała.

Kenji rozejrzał się i pomyślał:

To jest mój nowy rekord. Moje nowe grube teraz. Moja nowa perspektywa.

Kraków nie był już miejscem na mapie. Był częścią jego dynamiki. A oddźwięk? Oddźwięk był w tym, że kiedy otworzył losową książkę i zobaczył w niej zdanie o podróżach, poczuł nagle Wisłę, wilgotny bruk i śmiech Marty.

Jakby świat czasem lubił przypominać: Ślady zostają. Oddźwięki wracają. A akton wciąż pisze swój opis.