----------------------------------装----订----线----------------------------------

“工大出版社杯”第十四届西北工业大学数学建模竞赛暨全国大学生数学建模竞赛选拔赛题目

A 题

密封号		2013 年 5 月 2 日

----------------------------------剪----切----线----------------------------------

密封号		2013 年 5 月 2 日

动力与能源 学院 第 13 队

	队员 1	队员 2	队员 3
姓名	杨武	杨帅	杨炯
班级	07021102	07021102	07021102

一、摘要

在现代社会，配送中心不仅执行一般的物流职能，而且越来越多地要执行指挥调度、处理信息等职能，是整个物流网络的关键所在，受到各方面的广泛重视，因此物流配送中心的合理选择是企业发展的战略决策问题。

一个成功的配送中心选址方案，可以缩短配送距离，加快配送速度，降低配送成本，提高服务质量，还可以促进生产和消费的有机协调与配送，使整个物流系统处于平衡发展的状态。配送中心选址决策就是要确定配送中心的数量、位置及每个配送中心服务的客户群体。

如何分析、评价和提高供应链系统的可靠性在生产、生活中变得尤为重要。

本论文主要解决了供应链网络的建立与道路破坏的问题，在已知各个需求点的需求量的情形下，在若干个备选地址中采用了图论和穷举算法，还有 matlab 软件编程进行求解。在问题一中，考虑了基本建设费用，城市之间距离的远近，地理位置等诸多实际问题，采用图表和分析相结合的方式来确定配送点，最后确定了 8 个城市作为配送中心，找出了此题目的最优解。问题二采用了穷举算法，找出了破坏的 6 条道路 ，问题二采用了数学期望来求解平均值 ，诸多方法相结合，最终完整的解决了此问题。

二、 问题提出

供应链网络的建立与道路破坏问题

全球化竞争的加剧促使越来越多的企业开始采用供应链管理策略，以实现企业的一体化管理。供应链是一个复杂的网状结构系统，每一部分都面临着各种潜在的风险，任何一部分出现问题都可能给整个供应链带来严重的影响，因此如何分析、评价和提高供应链系统的可靠性变得日益迫切。

设施系统是供应链的核心，在供应链研究中有着极其重要的地位。在一个设施系统中，某些个设施由于自然灾害或者其他因素的影响可能失效，例如 911 恐怖袭击事件、2004 年的印度洋海啸、2008 年的汶川地震等都对诸多行业的设施系统造成了严重的破坏。

现有某物流公司要在全国各城市之间建立供应链网络。需要选定部分城市作为供应点，将货物运输到各城市。通常每个供应点的货物是充足的，可以充分满足相应城市的需求。

设该公司考虑共考虑 49 个城市的网络，城市的坐标见表 1。城市之间的道路连接关系见表 2。在每个城市建立配送中心的固定费用和需求量表 3，并假定作为供应点的城市其供应量可以满足有需要的城市的需求。现将要建立一个供应网络，为各城市提供货物供应。货

物运输利用汽车进行公路运输。设每吨每公里运输费用为 0.5 元。现提出如下问题：

1. 现在要从 49 个城市中选取部分城市做为供给点供应本城市及其它城市。建立供给点会花费固定费用，从供应点运输到需求点会产生运输费用，要使总费用最小，问建立多少个供应点最好。给出选中作为供应点的城市，并给出每个供应点供应的城市。同时根据坐标作出每一个供应点到需求点的连接图。

2. 假定有某组织对该供应网络的道路进行破坏。并非所有的道路都可以被破坏，可破坏的道路见表 4。当某条道路被破坏后，该条道路就不能再被使用，以前运输经过该道路的只有改道，但总是沿最短路运输。如果破坏方选取的策略是使对方总费用增加 25%，而每破坏一条道路都需要成本和代价，因此需要破坏最少的道路。问破坏方选取哪几条线路进行破坏。给出具体的破坏道路和总费用。

3.假定各道路能否被破坏具有随机性，当某条道路被破坏后，该条道路就不能再被使用，以前运输经过该道路的只有改道，但总是沿最短路运输。由于破坏方选取一些边进行破坏时，这些边不一定被破坏，而是服从一定的概率分布。设可破坏的边及各边破坏的概率见表 4。运输时产生的费用可按照各种情况下的平均费用来考虑。如果破坏方选取的策略是使对方平均总费用增加最大。给出具体的破坏道路和平均总费用。

三、问题的分析

由题意可知，问题一的就是为了建立一种模型，解决配送中心选址的问题，在供应点不确定的情况下，找出最优解，使得总的费用最少，此题经考虑供应点的固定建设费用和，一次运输费用，大大的降低了问题的复杂性；

问题二则仅需列出可能的道路破坏情况，计算出每一种情况下使对方增加的费用，然后进行组合，找出破坏最少道路使对方总费用增加 25%的情况；

问题三则需用数学期望来计算其增加费用的平均值，然后结合概率论知识，计算出多条道路被破坏的情况下的平均增加费用。。

四、建模过程

（1） 问题一

1、模型假设：

1、在本题中，假设供应点的城市其供应量可以满足有需要的城市的需求。

2、本题在计算总费用过程中，只考虑固定建设费用和运输费用，不考虑其他费用。

3、运输费用与运输量成正比。

2、定义符号说明：

i,j——对应城市的编号；

A_i——城市 i 被选中作为配送中心的固定建设费用；

h_{ij}——城市 i、j 之间的距离；

B_j——城市 j 的需求量;

Y_i——城市 i 被选中作为配送中心的固定建设费用和为其供应的城市送货的运输费用之和。

3、模型建立：

由于本题要在 49 个城市中选取若干个作为配送中心，使得每一个城市都能满足其货物需求量，同时要使总体费用最小。解决此问题需先确定出哪几个城市作为配送中心。

我们可以先假设在只能为相邻城市供应的情况下计算出 Y_i 的大小，初步确定出几个满足条件的点作为配送中心，再根据各城市的基本建设费用和配送中心的方位区域、城市之间的距离精确确定出配送中心。

由公式 $Y_i = A_i + 0.5 \cdot \sum h_{ij} B_j$ **（1）**

其中：由于题目中给出的基本建设费为 100000000 的不能作为配送中心，所以 i 只可取 1、3、4、5、7、10、11、12、13、14、15、16、17、18、19、20、22、23、24、25、26、27、28、30、40、43、44、45 这二十八个值。

根据题目给出的数据由公式（1）可求出表 1 中的数据：

Y1	1899905.0	Y3	1369900.0	Y4	643833.0	Y5	746290.0
Y7	792920.0	Y10	1742000.0	Y11	1984326.0	Y12	1225750.0
Y13	1698612.0	Y14	1970025.0	Y15	2359367.0	Y16	2150388.0
Y17	1601654.0	Y18	1616090.0	Y19	2112800.0	Y20	1241215.0
Y22	3556900.0	Y23	1912518.0	Y24	1834095.0	Y25	3197585.0
Y26	2056858.0	Y27	3604282.0	Y28	759004.0	Y30	719619.0
Y40	2341203.0	Y43	1343567.0	Y44	1223214.0	Y45	21204380

表 1

对以上表格中的 Y 值排序，取其前五个值 Y4、Y30、Y5、Y28、Y7 结合 49 各城市的坐标图进行分析:

从图中和看出，4 城市作为配送中心非常合适，由于 4 和 5、30 相邻，故不选 5 和 30 作为配送中心，城市 28 和 7 也非常符合作为配送中心。又因为城市 26 的基本建设费用非常小，而且距离其周边城市非常远，以 28 号城市也可作为配送中心。现在确定下了 4、7、26、28 这四个城市作为配送中心。

将上述配送中心相邻的城市都排除掉，只剩下 1、2、9、10、11、12、13、14、15、17、18、19、20、21、22、23、24、25、32、33、34、35、36、37、38、43、44、45、48、49 这几个城市需要考虑。

又这些城市中能作为配送中心的只有 1、10、11、12、13、14、15、17、18、19、20、22、23、24、25、43、44、45 这十八个点，且他们都分布在东南方区域。

不考虑已经确定作为配送中心的城市以及其周围相邻的城市，再次由公式 1 计算的表 2 中的数据：

Y1	1241215.0	Y14	1970025.0	Y20	1241215.0	Y43	1173051.0
Y10	1742000.0	Y15	22093095.0	Y22	3204730.0	Y44	9435870
Y11	1984326.0	Y17	1406984.0	Y23	1501143.0	Y45	2120438.0
Y12	991425.0	Y18	1616090.0	Y24	1834095.0		
Y13	1698612.0	Y19	2112800.0	Y25	3138425.0		

表 2

再次对表 2 中的 Y 值由小到大进行排序，得到以下一组数：

44、12、43、20、1、17、23、18、13、10、24、14、11、19、45、15、25、22.。对这些数据进行分析:

由于 44 号和 43 号城市基本固定建设费用过高，故不应选取 44 和 43 号城市作为配送中心，12 号和 20 号城市符合要求，排除 44 号并且确定 20 号之后，使得 Y45 达到最小，故 45 号城市也应被确定为配送中心。可在坐标图上可以看出，12 号城市不足以辐射至整个东南沿海地区。因此，需在东南方增加几个点为配送中心。经坐标图中城市间距离分析可知，选取 12 号城市作为配送中心时，还需增加 13 号城市为配送中心可使费用更少。在不选取 12 号城市为配送中心的情况下，可用 11 号城市代替 12 号和 13 号城市作为东南地区的配送中心。

故此处有两种情况，应分选 4、7、12、13、20、23、26、28、45 这九个个城市和选取 4、7、11、20、23、26、28、45 这八个城市作为配送中心的情行进行讨论：

一、在选取 4、7、12、13、20、23、26、28、45 九个城市的情况下，根据各个城市间的距离可确定各个供应点城市所供应的城市。具体如下：

4——1、2、3、5、15、16、27、46、47、

7——6、8、39、40、41、42

12——9、10、14、38、43

13——11、32、36、37

20——19、21、25、24、33、35、34、48、49

23——22

26——无

28——29、30、31

45——17、18、44

利用 matlab 软件，使用公式 1 对选取的供应点和供应城市进行计算得：

$\sum Y = 9618177$（元）（matlab 计算程序附于论文后程序 1 中）

二、选取 4、7、11、20、23、26、28、45 这八个城市作为配送中心的情况下，根据各个城市间的距离可确定各个供应点城市所供应的城市。具体如下：

4——1、2、3、5、15、16、27、46、47

7——6、8、39、40、41、42

11——9、10、12、13、32、36、37、38、43

20——19、21、24、25、33、34、35、48、49

23——22

26——无

28——31、29、30

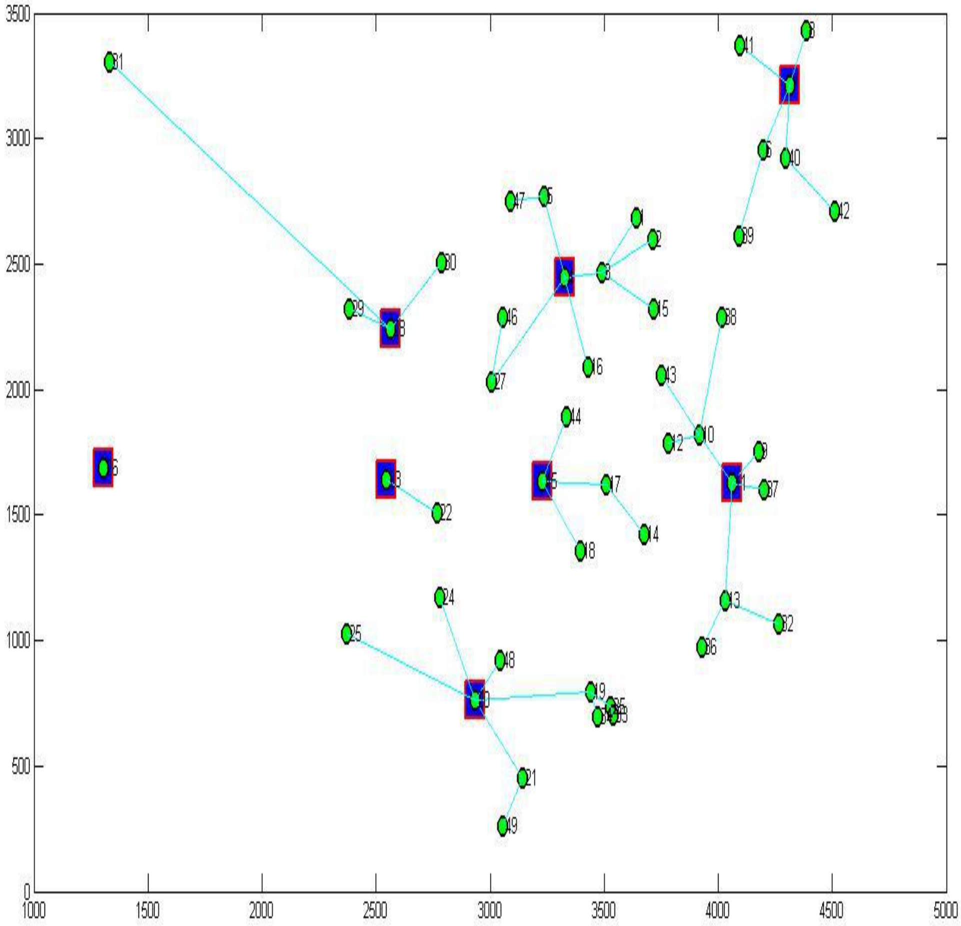
45——17、14、18、44

同理利用 matlab 软件，使用公式 1 对选取的供应点和供应城市进行计算得：

$\sum Y = 9197077$（元）（matlab 计算程序附于程序 2 中）

对两种情况结果比较可知，选取八个城市作为供应点比选取九个点所用的费用更少，所以选取 4、7、11、20、23、26、28、45 这八个城市作为配送中心即为此题最优解。最少费用为 9197077 元。

每一个供应点到需求点的连接图如下图 1.（图 1 的画图程序附于程序 3 中）



（图 1）

（2）、问题二

1、模型假设：

1、假设某条道路被破坏后，该条道路就不能再被使用；

2、假设运输路线被破坏后，新的运输线路总是沿着最短路径运输。

2、定义符号说明：

B：城市的货物需求量；

W：由于道路被破坏，更换线路后增加的费用；

ΔS：更换线路后运送路程的增加量。

3、模型建立及说明：

总共有九条道路可以被破坏，但由于道路 1 道路 2 都与城市 4 相连，且相互之间对运输路线有影响，所以，道路 1 和道路 2 应该一起讨论。同理，道路 5 和道路 9 也应该在一起讨论，所依，这就条道路总共应分 11 种情况惊醒讨论分析：

道路断开后比断开前增加的费用应使用如下公式计算

$$W=0.5\times B\times \Delta S \qquad (2)$$

（1）道路 1 破坏，道路 2 未被破坏：

4——5 ：W=54635　　　　　（4——5 表示城市 4 到 5 的运输路线）

4——47：变为（28—47）：W=114359-77686=36673

W1=91308

（2）道路 1 未破坏，道路 2 被破坏；

4——1： W =363440

4——2： W =297070

4——3： W =318450

4——15: W =10220805

W2=1081168.5

（3）道路 1,2 同时被破坏

4——1：变为（7——1）：W =695464-295680=399784

4——2 ：W =311680

4——3 ：W =318450

4——5：变为（28——5)：W =136030-59059=76935

4——15 ：W =102208.5

4——47：变为（28——47)：W =114359-77686=36673

W3=1245730.5

（4）道路 3 被破坏

7——40 ：W4 =99538

（5）道路 4 被破坏

11——10 ：W =59592

11——12 ：W =46508.5

11——38 ：W =72675.5

11——43 ：W =90534

W5=269310

（6）道路 5 被破坏，道路 9 未被破坏

20——19 ： W =168990

20——33 ： W =150715

20——34 ：W =11825

20——35 ：W =50095

W6=381625

（7）道路 5 未被破坏，道路 9 破坏

20——21：W =56940

20——49 ：W 20075

W7=77015

（8）道路 5 和 9 同时被破坏：

20——19:变为（45——19）：W =506184-279030=227154

20——21:变为（45_——21）：W =145704-43680=102024

20——33:变为（45——33）：W =5085755-305986.5=202589

20——34:变为（45——34）：W =38995-23100=15895

20——35:变为（45——35）：W =164847.5-97510.5=67337

20——49:变为（45——49）：W =58795-22825=35970

W8=650969

（9）道路 6 被破坏，由于没有供应点与城市之间的鱼送路线经过该道路，所依，该道路破坏与否对运输费用无影响，即： W9=0

（10）道路 7 被破坏：

45—17：W=212670

45—14：变为（11—14）：W =158400-156420=1980

W10=212670+1980=214650

(11)道路 8 被破坏：

由于城市 49 只能通过道路 8 进行运输，如果道路 8 被破坏，则无法向 49 号城市运送货物，因此，这种情况不存在，即，道路 8 不可被破坏。

由以上 11 种情况可知，要使总费用增加 25%，切破坏道路最少，则应该选取道路 1、2、4、5、7、9 或者 2、3、4、5、7、9 进行破坏。

1、道路 1、2、4、5、7、9 同时被破坏：

W 总=W1+W2+W4+W5+W7+W9

=2380659.5

W 总/$\sum$Y =2380659.5/9197077×100%

=25.88%

2、道路 2、3、4、5、7、9 同时被破坏：

W 总=W2+W3+W4+W5+W7+W9

=2315635.5

W 总/$\sum$Y =2315635.5/9197077×100%

=25.18%

以上两种情况均满足题目要求。

（3）、问题三

1、模型假设

1、假设各条道路能否被破坏是随机的；

2、假设运输路线被破坏后，新的运输线路总是沿着最短路径运输。

2、定义符号说明

Eζ（i，j，k…）——表示 i，j，k…道路被破坏后费用增加的期望。

W（i，j，k…）——由于道路 i，j，k…被破坏，更换线路后增加的费用；

P（i，j，k…）——i，j，k…道路被破坏的概率。

3、模型建立

由于该 9 条道路的破坏服从一定的该路分布，所以计算每条道

路破坏时增加的费用应使用数学期望来计算其平均增加费用，由此题第二问可知：

1、仅 1 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W1=91308，P(1)=0。6×（1-0.7）=0.18

2、仅 2 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W2=1081168.5，P（2）=0.28

3、仅 1 和 2 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W（1,2）=1245730.5，P（1,2）=0.42

4、仅 3 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W3=99538，P（3）=0.45

5、仅 4 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W4=269310，P（4）=0.5

6、仅 5 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W5=381625，P（5）=0.22

7、仅 6 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W6=0，P（5）=0.4

8、仅 7 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W7=214650，P（7）=0.5

9、8 道路被破坏：

此种情况无意义。

10、仅 9 道路被破坏时增加的费用和此事件发生的概率为：

W9=77015，P（9）=0.27

11、5 和 9 道路同时被破坏时增加的费用和此事件发生的概率

为：

W（5,9）=650969，P（5,9）=0.27

有上述条件可计算出以下道路破坏时的数学期望：

Eζ(1,2)=0.42*1245730.5+0.18*91308+0.28*1081168.5=942369.43

Eζ(3)=0.45*99538=44792.1

Eζ(4)=0.5*269310=134655

Eζ(5,9)=0.33*650969+0.22*381625+0.27*77015=319571.32

Eζ(6)=0

Eζ(7)=0.5*214650=107325

由公式 $$E\sum X_i = X_i \sum E$$

可知：在一定范围内，破坏的道路越多，增加费用的期望越大，当破坏道路为 1、2、3、4、5、7、9 时，

Eζ(1,2,3,4,5,7,9)=1448712.85

当破坏道路为 1,2,3,4,5,6,7,9 时

Eζ(1,2,3,4,5,6,7,9)=1448712.85

当破坏道路为 1,2,3,4,5,6,7,8,9 时

Eζ(1,2,3,4,5,6,7,8,9)=0.4*Eζ(1,2,3,4,5,7,9)

=579485.14

即，破坏道路 1,2,3,4,5,7,9 或者 1,2,3,4,5,6,7,9 可以使对方平均总费用增加最大，并且增加费用为：1448712.85 元

程序 1

272080+0.5*(480*1232+580*974+210*965+530*223+521*603+430*721+630*774+934*224+716*217)

ans =

1.7488e+06

>>

457824+0.5*(330*715+230*989+717*583+429*317+347*204+1016*272)

ans =

1140106

>> 370120+0.5*(440*1391+160*624+610*495+758*761+435*948)

ans =

    1371644

>> 580032+0.5*(745*677+490*246+266*174+592*568)

ans =

  1.0838e+06

>>

526680+0.5*(710*786+560*156+830*55+305*366+650*364+873*701+837*233+840*55+820*531)

ans =

    1690637

>> 684608+0.5*340*3257

ans =

1238298

```
>> 196384+0.5*(230*194+500*151+234*1980)

ans =

    488104

>> 243808+0.5*(362*834+508*642+466*1150)

ans =

     825780

>>
1748800+1140106+1371644+1083800+1690637+1238298+31008+825780+488104

ans =

   9618177
```

程序 2

```
>> 825780+0.5*632*495

ans =

    982200

>>
411616+0.5*(190*1391+279*624+439*487+745*636+1235*246+1011*174+153*568+877*761+604*948)

ans =

      1877924
```

```
>> 1748800+1140106+1877924+1690637+1238298+31008+
982200+488104
ans =
        9197077
```

程序3

```
city_coordinate=[3639   2685
3712    2601
3488    2465
3326    2444
3238    2771
4196    2956
4312    3210
4386    3430
4177    1756
3918    1821
4061    1630
3780    1788
4029    1162
3676    1422
3715    2322
3429    2092
```

3507	1624
3394	1357
3439	799
2935	760
3140	450
2769	1508
2545	1643
2778	1174
2370	1025
1304	1688
3007	2030
2562	2244
2381	2324
2788	2509
1332	3305
4263	1069
3538	702
3470	696
3526	737
3928	971
4201	1603
4016	2285
4089	2613

```
4296    2920
4095    3374
4512    2710
3751    2055
3334    1893
3229    1633
3054    2290
3089    2749
3044    919
3053    261
];
bestchrom=[4 7 11 20 23 26 28 45];
figure(1)
title('×îÓÅ¹æ»®ÅÉËÍÂ·Ïß')
cargox=city_coordinate(bestchrom,1);
cargoy=city_coordinate(bestchrom,2);
plot(cargox,cargoy,'rs','LineWidth',2,...
    'MarkerEdgeColor','r',...
    'MarkerFaceColor','b',...
    'MarkerSize',20)
hold on

plot(city_coordinate(:,1),city_coordinate(:,2),'o
```

```
','LineWidth',2,...
    'MarkerEdgeColor','k',...
    'MarkerFaceColor','g',...
    'MarkerSize',10)
b=[3 3 4 4 4 7 7 7 11 11 11 10 11 17 3 4 45 45 20 20
20 23 23 20 20 26 4 28 28 28 28 13 35 19 19 13 11 10
6 7 7 40 10 45 45 27 5 20 21];
for i=1:49

x=[city_coordinate(i,1),city_coordinate(b(i),1)];

y=[city_coordinate(i,2),city_coordinate(b(i),2)];
    plot(x,y,'c');hold on
end
hold on
for i=1:49
c=num2str(i);
c=[' ',c];
text(city_coordinate(i,1),city_coordinate(i,2),c)
;
```

五、模型的评价

本文在综合考虑运输费用、固定建设成本的前提下，建立了使总费用最低的配送中心选址问题的数学模型，运用了穷举法和图论进行了求解。由于研究配送中心选址时考虑存储费用的文献不是很多，所以此论文的研究结果具有一定的理论意义。

由于本文对研究的问题做了一定的假设，比如配送中心不限制容量，从配送中心对需求点都可以满足不考虑储存费用等，而这些假设与实际情况可能有一定的偏离，因此下一步我们将进一步修改这些假设，以便得到更加符合实际的模型。

六、参考文献

1、多配送中心选址问题的数学模型及算法，李婷婷 1,黄晓东 1,李珍萍（1.北京物资学院研究生部， 北京 101149；2.北京物资学院信息学院, 北京 101149)

2、赵静 但琦 数学建模与数学实验（第 3 版） 高等教育出版社 2008.1

3、冉启康 张振宇 张立柱 常用数学软件教程 人民邮电出版社 2008.10