# Universidad Nacional de Catamarca

FACULTAD DE TECNOLOGÍA Y CIENCIAS APLICADAS

Ciclo Común Articulado (C.C.A.) - Carreras de Ingeniería



# FÍSICA I

# Trabajos Prácticos de Laboratorio

"Me lo contaron y lo olvidé, lo vi y lo entendí, lo hice y lo aprendí."

Confucio

#### Docentes:

Dra. Erlinda del Valle Ortiz Ing. Gustavo Rodríguez Ing. Juan Guerrero Velázquez Prof. Manuel Quiroga

Arq. Roxana del Valle Vélez Ortiz

Est. Julieta Andrade

APELLIDO Y NOMBRE:	
CARRERA:	
MU N°·	



#### NORMAS GENERALES DE USO DEL LABORATORIO

# Para el desarrollo de las prácticas es conveniente tener en cuenta algunas normas elementales que deben ser observadas minuciosamente.

- **1.** Antes de realizar una práctica, debe leerse detenidamente todo el Trabajo Práctico de Laboratorio para adquirir una idea clara de su objetivo, fundamento y procedimientos.
- 2. Se debe conocer el lugar específico, de los elementos de seguridad (matafuego, salidas de emergencia, botiquín, etc.) ubicados en el laboratorio, así como todas las indicaciones sobre seguridad expuestas en él.
  - 3. El material asignado a cada práctica debe permanecer en el lugar indicado para ella.
- **4.** No se debe emplear el material destinado a una práctica en otras distintas a las que se está realizando.
- **5.** El orden y la limpieza deben presidir todas las experiencias de laboratorio. Al finalizar cada sesión de trabajo el material y la mesa de laboratorio deben dejarse perfectamente limpios y ordenados.
  - 6. Todos los desperdicios sólidos y papeles deberán colocarse en los botes de basura.
- 7. Cada grupo de trabajo es responsable del material y equipamiento que se le asigne. En caso de pérdida o daño, deberá responder de ello, reponerlo en caso de imprudencia y llenar la ficha que le proveerá el encargado del laboratorio.
- **8.** Está prohibido Fumar, Beber y Comer en el laboratorio, así como dejar encima de la mesa del laboratorio algún tipo de objeto personal que no sea material de la práctica.
- **9.** Los resultados de las observaciones y mediciones deben ser siempre anotados cuidadosamente apenas se conozcan.
- **10.** Al enrasar un líquido con una determinada división de escala graduada u observar una medición debe evitarse el error de paralaje, para lo cual debe ubicar los ojos a la altura del recipiente graduado o emplear espejos de modo que la visual se enrase horizontalmente.
- **11.** Todo el material, especialmente los aparatos delicados, como comparadores, calibres y micrómetros deben manejarse con cuidado evitando golpes y forzamiento de sus mecanismos.
  - 12. Manejar con especial cuidado el material frágil.
- **13.** Antes de empezar con el procedimiento experimental o utilizar algún aparato, asegúrese que los mismos estén conectados a la red eléctrica si lo requirieran. Revisar todo el material y de ser necesario leer su manual de funcionamiento.
- **14.** Tener especial cuidado a la hora de manipular artefactos eléctricos, cuidando que las conexiones a la red se realicen en la toma más cercana al lugar de la práctica, evitando extensiones innecesarias de cables.
- **15.** Utilizar las herramientas o máquinas conociendo su uso, funcionamiento y normas de seguridad específicas.



# TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO № 1

#### **TEMA: MEDICIONES DIRECTAS E INDIRECTAS**

# Lectura PREVIA OBLIGATORIA

#### **OBJETIVOS**

- Identificar y analizar las fuentes de incertezas que intervienen en un proceso de medición directa e indirecta.
- Adquirir habilidades para el manejo de instrumentos de medición.
- Adquirir un lenguaje acorde con la obtención de datos experimentales y capacidad para informarlos en forma escrita.

# INTRODUCCIÓN TEÓRICA

En Física experimental se busca deducir las leyes que interpretan los fenómenos de la naturaleza. Para ello necesita medir las *magnitudes* que caracterizan a los fenómenos. Realizar una medición significa "transformar las observaciones en números".

*Magnitudes*: entes abstractos para los cuales se pueden definir la igualdad y la suma, tales como longitudes, pesos, volúmenes, cargas eléctricas, tiempos, etc.)<sup>1</sup>

Para medir una determinada magnitud se comienza por elegir una *unidad* y luego se determina el número de veces que está contenida en la primera. *Este número es la medida de la magnitud en la unidad elegida*.

Unidad: cantidad de la misma especie.

**Medir una magnitud física** es asociar a la misma un valor dimensionado en relación a la unidad que arbitrariamente se ha definido para medirla. Así medir una distancia, significa establecer el número de veces que la unidad de longitud (cm, m, pulgada, etc.) está contenida en dicha distancia.<sup>2</sup>

La realización de una medida consiste en buscar determinadas coincidencias en los instrumentos de medida. 1

Cuando deseamos medir una magnitud X cualquiera, la medimos n veces y el conjunto de esas n determinaciones que, en general, no son iguales entre sí, tratamos de deducir un valor tan próximo al  $valor\ exacto$  como sea posible y calculamos un límite del error dentro del cual debe estar comprendido el valor exacto.

Llamamos valor exacto de una magnitud a aquel que por mediciones anteriores o consideraciones teóricas, conocemos con una precisión mucho mayor que la de las mediciones que estamos realizando.<sup>1</sup>

Todo proceso de medición debe ser consistente consigo mismo, de tal forma que cada vez que se mida la misma cantidad, en las mismas condiciones los resultados se reproduzcan dentro de ciertos límites.

Cuando realizamos una medición debemos tener en cuenta que en dicho proceso intervienen tres sistemas y un operador,

- a) El sistema objeto de la medición, que es la cantidad a medir,
- b) El sistema de medición, formado por el instrumento de medición y su teoría de funcionamiento y



- c) El sistema de comparación o referencia, que es la unidad empleada con su definición y patrón.
- d) El *operador*, el responsable de decidir si se han cumplido los criterios de operación y toma las lecturas (*criterios de medición*). Produce la interacción de todos los sistemas.

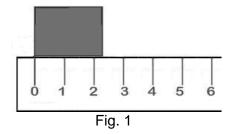
#### La calidad de una medición: apreciación del instrumento y estimación de la lectura.

La calidad de una medición depende del instrumento con el que se trabaja, de las condiciones de trabajo y de la habilidad del operador.

La "apreciación" de un instrumento es la *menor desviación de la escala del mismo*, indica la menor división que leemos sin ninguna duda. Por ejemplo una regla dividida en milímetros tiene una apreciación de un milímetro  $\Delta X = 1$  mm.

La "estimación" de la lectura es el *menor intervalo que un observador puede valorar* con la ayuda de la escala, depende de la apreciación del instrumento y de la habilidad del operador.

En una medición, por ejemplo de una longitud, un extremo del objeto medible se hace coincidir con la división cero y es de esperar que alguna división del instrumento coincida con el otro extremo del mismo, sin embargo, lo más frecuente es que esto no suceda. El observador tratará de expresar una cifra estimada "a ojo". Por ejemplo (ver Figura 1): el observador puede decir según su regla de 1 cm de apreciación, que el objeto que está midiendo tiene 2,5 cm, entonces su estimación es de 0,5 cm.



La "exactitud" tiene que ver con la correcta calibración del instrumento.

El "alcance" es el valor máximo que puede medir el instrumento.

Si el observador realiza una sola medición debe indicar no sólo el resultado de su medición sino el de su incerteza (llamada a veces error de apreciación). Dicha incerteza resulta de la imposibilidad de garantizar la cifra estimada al efectuar la lectura.

#### Errores de medición

Cuando realizamos la medición de una determinada cantidad, se obtiene como resultado un valor numérico acompañado de una determinada unidad. Este valor numérico siempre está afectado por un error o incerteza experimental. Este error o incerteza es consecuencia de la interacción de los tres sistemas del proceso de medición y del observador.

Es importante recalcar que por más que perfeccionemos el sistema de medición, no se puede eliminar el error de la medida, lo que si podemos es disminuirlo.

Estos errores pueden ser debidos a varias causas, y se los clasifica en dos categorías: los *errores* sistemáticos y los accidentales.

**Errores sistemáticos** son los originados por fallas del método empleado por defectos del observador, se producen siempre en un mismo sentido y a menudo con igual valor (p.e. mala calidad de los instrumentos, defectos visuales del observador,...).<sup>1</sup>

**Errores accidentales, casuales o aleatorios** son debidos a causas fortuitas y variables, cuyos valores están comprendidos dentro de la aproximación de los instrumentos. A ellos se les aplica la Teoría de errores. <sup>1</sup>

#### Mediciones directas. Valor representativo, Mejor valor o Valor más probable

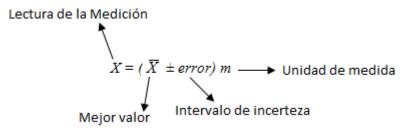
Se llama *medición directa* a la operación de lectura en un instrumento aplicado a medir cierta magnitud, p. e. la determinación de una distancia con una escala métrica, la de un peso con una balanza, la de una intensidad de corriente con un amperímetro, son mediciones directas.<sup>2</sup>



El valor medio o promedio tiene la propiedad de ser el valor representativo que matemáticamente se puede justificar mediante estadística, si se supone una distribución Gaussiana de la muestra y sus indeterminaciones. El "valor más probable" para expresar el resultado de la medición de un objeto de estudio no estará dado por ninguna de las "lecturas individuales"  $x_i$  del conjunto de n lecturas sino por un valor extraído de ese conjunto. El criterio que se sigue es el de aceptar que el "mejor valor" es el promedio de todas las lecturas al que identificaremos colocando una barra sobre la variable representativa, por ejemplo:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$
; con  $i = 1, 2, 3, 4, ..., n$ .

Para obtener la forma correcta de comunicar el resultado de una medición son necesarios: el "mejor valor ( $\bar{X}$ )"; el "intervalo intervalo intervalo



Repetidas *n* veces la medición de la magnitud que interesa del objeto en estudio, cometemos *errores casuales*, y <u>si se han tomado muchas mediciones</u>, la incertidumbre en ella queda determinada por la siguiente expresión, que representa una idea de su dispersión alrededor del valor medio:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n}}$$

donde  $\sigma$  recibe el nombre de error medio cuadrático de las lecturas o desviación estándar,  $x_i$  es una lectura cualquiera, n es el número de dichas lecturas y  $\overline{X}$  es el mejor valor o valor más probable, de las mismas. Sin embargo, el experimentador no acostumbra a repetir la medida más de 10 veces, y en este caso, resulta tomar como desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n - 1}}$$

El resultado X de esta medición puede ahora ser comunicado mediante dos valores:  $\overline{X}$  y  $\sigma$ 

$$X = (\overline{X} \pm \sigma)$$
 unidad

cuanto mejor sea la calidad de una medición menor será  $\sigma$ . Concluimos que el error medio cuadrático de las lecturas indica la calidad del sistema de medición utilizado.

Hay experiencias en las que las mediciones no se pueden repetir debido a que el sistema se modifica por completo y en lugar de realizar una serie de mediciones la magnitud x se mide una sola vez, y el error vendrá dado por el error de apreciación  $\Delta X$  del instrumento, la incerteza será directamente el valor mínimo que el observador pudo estimar o la apreciación del instrumento. El resultado de la medición se expresará entonces como:

$$X = (\overline{X} \pm \Delta X)$$
 unidad

#### Cifras significativas

La expresión de las incertezas debe efectuarse con una sola cifra significativa, esto es un solo dígito no nulo, salvo excepciones en las que se adopta hasta dos cifras.

Los valores representativos se expresan con igual número de cifras significativas que las consideradas para la incerteza. La última cifra significativa del valor representativo y de su incerteza



expresados en las mismas unidades, deben corresponder al mismo orden de magnitud (..., centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas....)

Ejemplo: se mide indirectamente una masa, y operando con una calculadora se obtiene:

$$\sigma = 0.23751kg$$
  $X = 472.42679 kg$ .

La expresión de  $\sigma$  con una sola cifra significativa es  $\sigma$ =0,2 y en consecuencia X=472,4kg. La expresión final de la medición es:

$$X = (472, 4 \pm 0, 2) kg$$

FORMA INCORRECTA	MOTIVO	FORMA CORRECTA
$0.025 \pm 0.003$	No se indican la unidades	$(0.025 \pm 0.003) \mathrm{m}$
8,2 m	No se indica la incerteza	$(8.2 \pm 0.1) \text{ m}$
(3,418 ± 0,123) m	Incerteza con 3 cifras significativas.  Valor representativo sin truncar.	$(3.4 \pm 0.1) \text{ m}$
$(6.3 \pm 0.085) \text{ m}$	Incerteza con 2 cifras significativas	$(6.3 \pm 0.08) \text{ m}$
(46288 ± 1553) m	Incerteza con 4 cifras significativas	$(4.6 \pm 0.2) \times 10^4 \text{ m}$
(428,351 ± 0,3) m	Valor representativo e incerteza con distinto orden de aproximación	(428,4 ± 0,3) m

#### Mediciones indirectas. Aplicación de la Teoría de errores en el trabajo experimental<sup>1</sup>

A veces, la cantidad que se quiere medir con una determinada aproximación, se mide *indirectamente*, a través de la medición de otras cantidades; o, si se quiere decir de otra manera: la cantidad que se quiere medir, no se *mide* sino que se calcula empleando una fórmula conocida, y midiendo directamente las cantidades que intervienen en la fórmula. Por ejemplo, el caso de una superficie: aun cuando sea cuadrada, difícilmente se le ocurra a alguien medirla empleando un cuadrado unidad. Lo usual es que se mida el lado y se *calcule* la superficie. Es decir: en general se mide otra cantidad (el lado a), y mediante una fórmula adecuada,  $S = a^2$ , se calcula la cantidad cuya medida se quiere obtener.<sup>3</sup>

Son *mediciones indirectas* aquellas que se obtienen determinando por comparación otras magnitudes de especie diferente; en este caso, es necesario conocer la relación matemática que las vincula o bien la *ley del fenómeno*<sup>1</sup>. En otras palabras: una *medición indirecta* es la que resulta de una ley física que vincula la magnitud a medir con otras magnitudes medibles directamente. Así, la aceleración de la gravedad determinada con un péndulo ideal es

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}L$$

donde se relaciona la magnitud g a determinar con: L (longitud del hilo) y T (período de oscilación), ambas medibles en forma directa con una regla y un cronómetro, respectivamente.<sup>2</sup>

Además de las variables medibles, aparecen parámetros numéricos, como por ejemplo, bases exponenciales, coeficientes, etc., en nuestro ejemplo el parámetro  $\pi$ .

El problema de cómo elegir adecuadamente el valor de cada parámetro y el error de cada medición siempre que estén afectadas de errores accidentales fue resuelto por Gauss y Legendre y se conoce como Método de los cuadrados mínimos.

La Teoría de los errores, permitirá, una vez realizadas las mediciones, calcular la precisión de los resultados obtenidos.

En algunos casos, las mismas fórmulas permitirán prever, por anticipado, la eficiencia de determinados métodos, para llegar a los resultados que se buscan.



*Valor exacto*: valor X de una magnitud que, por mediciones anteriores o consideraciones teóricas, conocemos con una precisión mucho mayor que la de las mediciones que estamos realizando.<sup>3</sup>

*Error absoluto*: diferencia ( $\Delta X = X_1 - X$ ) entre el resultado  $X_1$  de una medición y el valor exacto de esa magnitud medida.

**Error relativo**: cociente del error absoluto por el valor exacto  $\left(\frac{\Delta X}{X}\right)$ .

El experimentador deberá tratar de que los *errores relativos* de las distintas magnitudes que intervienen en una fórmula, no sean muy dispares (se cuidará que los *errores relativos* sean del mismo orden, pues un error elevado en uno de los términos trae como consecuencia un error elevado en el resultado final).

#### La estimación previa de las incertezas

La aplicación de la Teoría de Errores dará el valor que podrá esperarse en el error del resultado, para ello existen algunas reglas de aplicación:

a- La incerteza  $\Delta A$  de una cantidad A que quiere medirse indirectamente, relacionada mediante la suma (o resta) de otras B y C que se medirán directamente, es igual a la suma (nunca la resta) de las incertezas de B y C ( $\Delta B$  y  $\Delta C$  respectivamente). En caso que una sea una de mayor orden, ésta es la magnitud que deberá medirse con mayor cuidado y el error de la otra puede despreciarse:

$$\Rightarrow$$
 si A = B ± C  $\rightarrow \Delta$ A =  $\Delta$ B +  $\Delta$ C (si ambas son del mismo orden)

$$\Rightarrow$$
 si A = B ± C con  $\triangle$ B >  $\triangle$ C en un orden de  $\rightarrow$   $\triangle$ A =  $\triangle$ B y  $\triangle$ C~0. magnitud o más

b- La incerteza relativa  $\binom{\Delta A}{A}$  de una cantidad A que se quiere medir indirectamente, producto o cociente de otras cantidades B y C que se medirán directamente, es igual a la **suma** de las incertezas relativas de éstas, como mencionamos antes, si éstas son del mismo orden, sino se sigue igual criterio que en el caso anterior, el error de menor orden puede despreciarse:

$$\Rightarrow$$
 si A = B·C ó A =  $\frac{B}{C}$   $\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$ 

c- Sea la cantidad  $A = B^n$  que se quiere medir indirectamente a través de la medición directa de la cantidad B. La incerteza relativa  $\binom{\Delta A}{A}$  de una cantidad A es:

$$\Rightarrow$$
 si A = B<sup>n</sup>  $\rightarrow \frac{\Delta A}{A} = n \frac{\Delta B}{B}$ 

d- Las cifras en un parámetro se definen de manera tal que su error de estimación sea despreciable ante los de las demás magnitudes intervinientes en la misma relación física. Por ejemplo si  $\pi$  se considera igual a 3,14 la incerteza  $\Delta\pi$  supuesta es de 0,01 y  $\frac{\Delta\pi}{\pi} = \frac{0.01}{3.14} = 0,003$ .

El examen de las incertezas antes de realizar la medición nos permite decidir, como se señaló antes, que cantidad debe medirse con mayor cuidado. Evita además que midamos la magnitud B con un error reducido y la magnitud C con un error elevado. Para obtener un resultado coherente ambas mediciones deben efectuarse, en lo posible, con instrumentos que garanticen el mismo orden de incerteza.

Lo primero que debemos saber antes de realizar una medición es, cuál es el uso que le vamos a dar al resultado de esa medición. Este uso, es el que nos va a determinar cuál es la máxima incertidumbre aceptable para el resultado. En base a eso haremos nuestra elección instrumental y seremos más o menos cuidadosos en las condiciones con que realizamos la medición.

Recordemos que no siempre es conveniente medir con "la mayor precisión posible". El ingeniero siempre deberá evaluar el método más conveniente para el uso posterior que se vaya a hacer de la medición.



**Ejemplo**: Si se trata de determinar indirectamente el volumen V de un cilindro midiendo directamente su diámetro d y su altura h.

Relación matemática que vincula el diámetro d y la altura h con el volumen V quiere medirse indirectamente	$\Rightarrow V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h$
Examen de las incertezas	$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h}.$
Una vez apreciados los errores relativos de los distintos términos, se dará el valor que podrá esperarse en el error del resultado.	$\Rightarrow \Delta V = \left(\frac{\Delta \pi}{\pi} + 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h}\right) \cdot V$

#### Representación gráfica de un conjunto de mediciones

A veces se presentan casos en que una magnitud L depende de otra X no conociéndose exactamente la relación funcional que las vincula. En muchos casos se requiere representar gráficamente en un sistema ortogonal de coordenadas los resultados obtenidos, tomando una magnitud como abscisa y otra como ordenada para establecer experimentalmente esta relación. Estos gráficos deben ser cuidadosamente ejecutados, representando fielmente las medidas y cálculos, y usando papel cuadriculado o milimetrado. En ellos debe elegirse la escala de modo que no sea ni demasiado pequeña (porque no podrá ubicar los puntos con precisión), ni exageradamente grande (creará errores prominentes y una línea en zig-zag).

Como siempre hay errores en las medidas, habrá puntos que tendrán que quedar fuera de la línea que se tome como representación del fenómeno estudiado. Los puntos que corresponden a errores fuertes quedarán alejados de dicha línea, la que pasará por los demás. La curva que así resulta, permite visualizar en forma inmediata la dependencia de L con X. Además este método permite hacer determinaciones que no serían posibles de otra forma.

Una gráfica debe ser continua (sin cortes) y derivable (suave, sin puntas). Deberá ser trazada por interpolación, y tener presente que los errores de observación pueden ser positivos o negativos con igualdad de probabilidad, esto es equivalente a trazar una curva en forma tal que queden igual número de puntos a uno y otro lado de la misma (ver ejemplos en Figura 2)

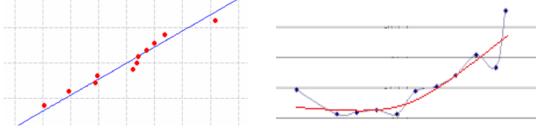


Fig. 2

#### Referencias Bibliográficas

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Fernández, José E. y Ernesto E. Galloni (1968) *Trabajos Prácticos de Física*, Librería y Editorial Nigar.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Balseiro, J. A. (1954) Apunte de Mediciones Físicas.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Maiztegui, A. P. y R. J. Gleiser (1980) *Introducción a las mediciones de laboratorio*, Editorial Kapeluz.



#### **EQUIPAMIENTO**

- Calibre.
- Cilindro.

#### **CALIBRE: IMPORTANTE**

\*No aplique excesiva fuerza al calibre, ya que podría dañar las caras de medición del calibrador.

\*No deje caer, ni golpee el calibre.

\*No use el calibre como martillo.

\*No use las puntas para interiores como compás.

#### PROCEDIMIENTO Y REGISTRO DE DATOS

1- Indicar en el cuadro siguiente las características del instrumento de medida proporcionado por el docente empleado para realizar la experiencia:

INSTRUMENTO	APRECIACIÓN	ALCANCE	ESTIMACIÓN
Calibre o Vernier			

2- Medir el diámetro (d) y altura (h) de un cilindro. Realizar un cuadro con las medidas realizadas por el grupo (las mediciones deben ser tomadas por un mismo operador).

N°de medición		
(n)	d []	h []
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9	_	
10		

3- Determinar "el mejor valor" o "el valor más probable" que se obtiene para cada magnitud.

4- Realizar el cálculo del error cuadrático medio de ambas magnitudes.



5- Expresar los resultados de las mediciones directas con su incerteza.
6- Determinar de manera indirecta el volumen del cilindro con su incerteza estimada.
ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA
1. ¿Cuáles son las fuentes de incertezas que intervienen en el proceso de medición directa? ¿Sor los mismos en el proceso de medición indirecta? En caso de que la respuesta sea negativa diga
cuáles son.
2. ¿Qué habilidades cree haber adquirido para el manejo de un instrumento de medición?



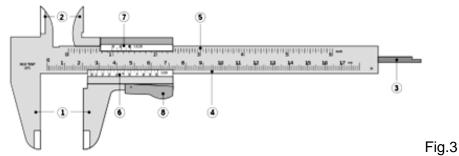
3. ¿Qué vocablos o conceptos acordes con la obtención de datos experimentales ha adqu	irido?
4. ¿Cree que existe el valor exacto de una medición y que un error en la medición es s medición mal realizada? El valor exacto de una medición se refiere a un valor me instrumento de mayor precisión, y un error en la medición indica la incerteza de la misma.	señal de una dido con un
5. Investigue sobre las innovaciones tecnológicas que se introdujeron en el calibre ideado y Nonius.	por Vernie



#### **ANEXO**

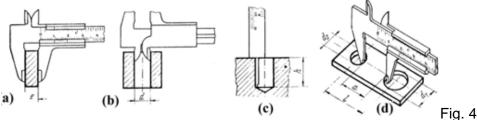
**Calibre**: este instrumento utiliza el método ideado por Vernier y Nonius, el cual consiste en utilizar una regla fija, graduada por ejemplo en centímetros y en milímetros, y una regla móvil graduada, en el sistema decimal por un múltiplo de diez menos uno: 9mm, 1,9mm, etc., que puede deslizarse sobre la fija. Es un instrumento sumamente delicado y debe manipularse con habilidad, cuidado y delicadeza, con precaución de no rayarlo ni doblarlo (en especial, el vástago de profundidad) (Figura 3).

<u>Componentes</u>: Consta de una "regla" con una escuadra en un extremo, sobre la cual se desliza otra destinada a indicar la medida en una escala. Permite apreciar longitudes de 1/10, 1/20 y 1/50 de milímetro utilizando el nonio. Mediante piezas especiales en la parte superior y en su extremo, permite medir dimensiones internas y profundidades. Posee dos escalas: la inferior milimétrica y la superior en pulgadas.



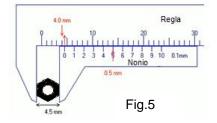
- 1. Mordazas para medidas externas.
- 2. Mordazas para medidas internas.
- 3. Vástago para medida de profundidades.
- 4. Escala con divisiones en centímetros y milímetros.
- 5. Escala con divisiones en pulgadas y fracciones de pulgada.
- 6. Nonio para la lectura de las fracciones de milímetros en que esté dividido.
- 7. Nonio para la lectura de las fracciones de pulgada en que esté dividido.
- 8. Botón de deslizamiento y freno.

La Figura 4 muestra distintas mediciones que se pueden realizar con el calibre. En (a) se efectúa la medición externa del espesor de una pieza mediante las mordazas 1; en (b) se tiene la medición interior de un hueco mediante las mordazas 2; en (c) con el vástago o cola del calibre se mide una profundidad h y en (d) se mide la distancia a entre los bordes de dos agujeros. Actualmente existen calibres digitales donde la lectura de la medida realizada se hace directamente en una pantalla incorporada al aparato.



#### Como leer medida en un Calibre (en milímetros).

La Figura 5 muestra la medición del tamaño de un objeto con un calibre de 1/10 de apreciación, vemos que el cero de la escala móvil pasó los 4mm pero no llega a 5mm. Recorriendo con los ojos la extensión de la escala móvil vemos que el valor que coincide con una graduación cualquiera de la escala fija es 5. Por lo tanto debemos agregar a los 4mm los 0,5mm de la escala móvil, quedando el valor determinado como 4,5mm o 0,45cm.





# TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO № 2

#### **TEMA:** CINEMATICA EN DOS DIMENSIONES

#### **OBJETIVOS**

- Estudiar un movimiento en dos dimensiones aplicando el concepto de independencia de los movimientos.
- Demostrar que el movimiento plano es una composición de dos movimientos: uno vertical y otro horizontal.

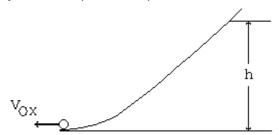
#### INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Los cuerpos lanzados al aire con un cierto ángulo o desde una cierta altura describen una trayectoria curva siempre parabólica.

En este movimiento se debe tener en cuenta que:

La aceleración de caída libre, g, es constante en todo intervalo de movimiento y siempre está dirigida verticalmente hacia abajo, además el efecto de resistencia del aire puede despreciarse.

Para investigar el movimiento en dos dimensiones (también llamado movimiento plano) se deja caer una esfera a lo largo de una rampa. La velocidad horizontal de salida (v<sub>ox</sub>) dependerá de la altura (h) del lanzamiento (verifíquelo dejando caer por la rampa la esfera desde distintas alturas).



Dicha velocidad  $v_{ox}$  permanece constante desde el instante en el cual la esfera abandona la rampa hasta aquél en que choca con un soporte deslizable colocado en el camino de la esfera.

Además de la velocidad horizontal constante  $v_x = v_{ox}$ , la esfera adquiere una velocidad vertical  $v_y$  que varía a medida que transcurre el tiempo. ¿Qué valor tiene la velocidad vertical inicial  $v_{oy}$ ?

Para estudiar el movimiento sobre el eje y, se debe registrar las posiciones ocupadas por la esfera a medida que transcurre el tiempo. Para ello, se repetirá varias veces el lanzamiento de la esfera (obviamente desde la misma altura) y se deslizará el soporte vertical con cinta registradora (de papel carbónico) de modo que la esfera choque en diferentes posiciones: una vez en A, otra en B, otra en C, etc., y que en cada choque la esfera deje una marca sobre el papel que definirá la posición en ese instante.

La velocidad sobre el eje x permanece constante:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = constante$$

Entonces, a lapsos iguales de tiempo le corresponderán desplazamientos iguales. En consecuencia, si los puntos en los que se interrumpe la trayectoria de la esfera se encuentran separados distancias  $\Delta x$  iguales, los tiempos transcurridos resultarán múltiplos del intervalo de tiempo  $\Delta t$  empleado por la esfera desde el lanzamiento hasta chocar en A,  $\Delta t_A$ .

$$\Delta t_i = n \Delta t_A$$

13



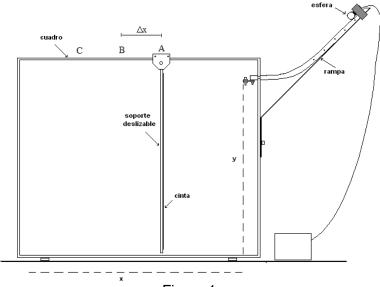


Figura 1.

Aprovechando este hecho se puede considerar la unidad de tiempo arbitraria de modo que  $\Delta t_A$ = 1. La información que podemos registrar es, entonces, la de las ordenadas (medidas en cm o mm), correspondientes a sucesivos instantes de tiempo (medidos en una unidad arbitraria).

#### **EQUIPAMIENTO:**

EQUIPO 3: un cuadro, un soporte desplazable, una rampa de lanzamiento, una esfera y una cinta métrica (ver la Figura 1). Cinta registradora. Lápiz.

#### **PROCEDIMIENTO**:

- 1. Fije cinta registradora sobre el soporte desplazable.
- 2. Coloque el soporte desplazable junto a la rampa. Deje caer la esfera desde una altura h de la rampa (posición perfectamente definida y repetible, si no lo hace así, no podrá garantizar que la velocidad  $v_{ox}$  sea constante y que los intervalos  $\Delta t$  sean iguales).
- 3. Verifique que el impacto haya quedado registrado sobre la cinta de papel. Si así no fuese, centre la cinta y repita la experiencia.
- 4. Desplace el soporte una distancia  $\Delta x$  (por ejemplo, 2 cm).
- 5. Deje caer nuevamente la esfera desde la posición h elegida precedentemente. (Ver Figura 2).

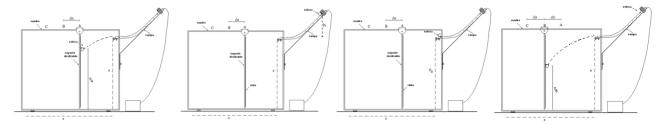


Figura 2. Secuencia ejemplificadora de la experiencia.

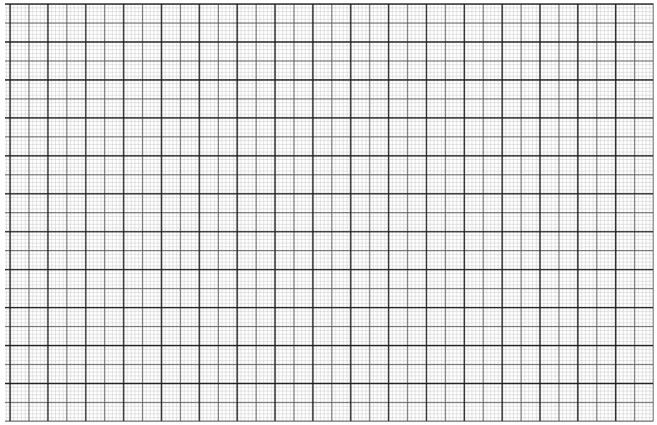
- 6. Reitere los pasos anteriores para sucesivos desplazamientos  $\Delta x$  iguales.
- 7. Analice el registro del movimiento midiendo las posiciones sobre el eje y, correspondientes a sucesivas posiciones sobre el eje x.
- 8. Anote los valores de las ordenadas  $y_i$  correspondientes a cada valor de x en tabla. Note que los sucesivos valores de  $\Delta x$  determinan los sucesivos valores de  $\Delta t$ , medidos en unidades arbitrarias.



i	t <sub>i</sub>	$\Delta t_{i} = t_{i} - t_{i-1}(u^{*})$	Xi	$\Delta x_i$ (cm)	y <sub>i</sub> (cm)	$\Delta y_i = y_i - y_{i-1} (cm)$	v <sub>i</sub> (cm/u*)
0	0	-	0	-		-	-
1	1	1	2				
2	2	1					

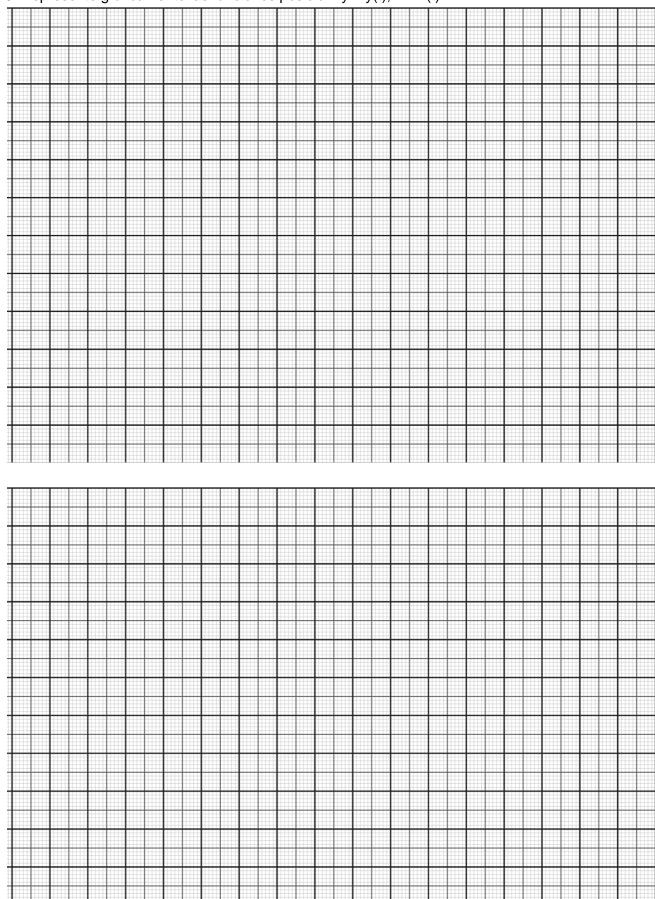
u\* unidad arbitraria de tiempo

9. Represente gráficamente la función trayectoria: y = y(x).





10. Represente gráficamente las funciones posición: y = y(t), x = x(t).



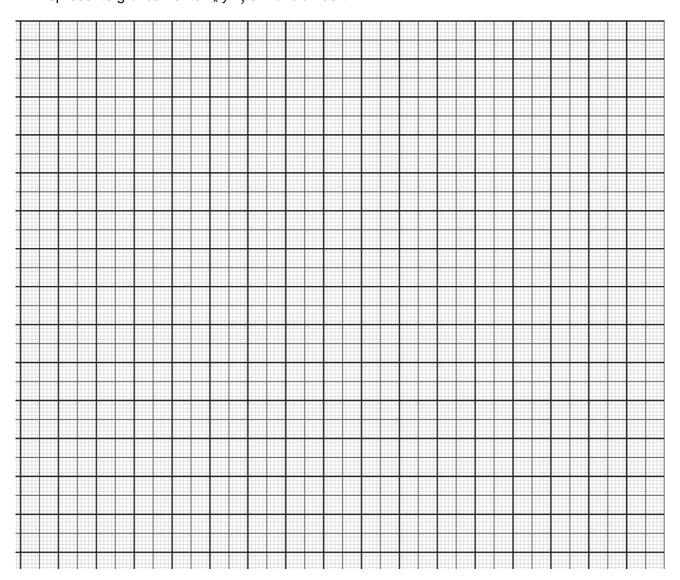


11. Determine los sucesivos valores de velocidad

$$v_{i} = \left(\frac{x_{i} - x_{i-1}}{t_{i} - t_{i-1}}; \frac{y_{i} - y_{i-1}}{t_{i} - t_{i-1}}\right)$$

Anote los sucesivos valores de la diferencia entre un valor de  $y_i$  y el anterior  $y_{i-1}$ . Divida dicha diferencia por el intervalo de tiempo respectivo

12. Represente gráficamente  $v_x$  y  $v_y$  en función de t.



#### **ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA**

1. ¿A qué aceleración está sometida la esfera sobre el eje y? ¿Y sobre el eje x?



2. ¿Coinciden los diferentes impactos? ¿Por qué? ¿Qué punto elige para medir y?
3. ¿El valor de velocidad así determinado es medio o instantáneo?
4. De los gráficos: ¿Qué tipo de curva obtiene? ¿Cuál es su significa da físico? ¿Cuál es el significado físico de la pendiente? ¿Cuál sería el valor de la pendiente si conociésemos el valor de los intervalos de tiempo?
5. ¿Cómo estimaría experimentalmente las incertezas asociadas a la medición?
6. ¿Qué es lo que se ha verificado? Conclusiones



# TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO № 3

#### TEMA: ROTACIÓN DE CUERPOS RÍGIDOS

## **OBJETIVOS:**

- \* Analizar un movimiento de rotación utilizando el principio de conservación de la energía.
- \* Medir el momento de inercia de un cuerpo rígido.

# **INTRODUCCIÓN TEÓRICA:**

Un sistema de partículas constituye un cuerpo rígido cuando las distancias entre todas sus partículas permanecen inalteradas bajo la aplicación de una fuerza o de un momento externo. Si el cuerpo rígido tiene un movimiento de rotación alrededor de un eje fijo posee una energía cinética rotacional asociada. Podemos expresar esta en términos de la velocidad angular  $\omega$  del cuerpo y del momento de inercia I.

Para un cuerpo con el eje de rotación dado y una masa total dada, cuanto mayor sea la distancia del eje a las partículas que constituyen el cuerpo, mayor será el momento de inercia. En un cuerpo rígido, las distancias r<sub>i</sub> son constantes y el momento de inercia es independiente de cómo gira el cuerpo en torno al eje dado. La unidad del momento de inercia en el SI es el Kilogramo-metro cuadrado (kg m²). En términos del momento de inercia I, la energía cinética rotacional K de un cuerpo rígido es

$$K = \frac{1}{2}I \cdot \omega^2$$

Donde

$$I = \sum_{\cdot} m_i \cdot r_i^2$$

es el momento de inercia del cuerpo para el eje de rotación dado. Para un disco de masa M y radio R, el momento de inercia está establecido por

$$I_{Disco} = \frac{1}{2}M R^2$$

El momento de inercia es una medida de la resistencia de un objeto a experimentar cambios en su movimiento de rotación respecto de un eje y depende de la distribución de la masa dentro del objeto respecto al eje de rotación.

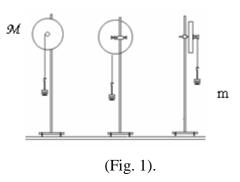
La energía potencial gravitacional U para cualquier cuerpo rígido es

$$U = m g y_{CM}$$

donde  $y_{CM}$  es la coordenada y del centro de masa, y m es la masa total del cuerpo.

Para analizar el movimiento, efectuamos un balance de energía del sistema mostrado en la Fig.1: la energía potencial inicial de la masa m debe ser igual a la energía cinética final, suponiendo que no hay disipación de energía.

La energía mecánica inicial es:



$$U_p = m \cdot g \cdot h$$



La energía mecánica final es la energía cinética (correspondiente al instante anterior en que m toca la mesa) es la suma de:

a) la energía cinética de traslación de la masa es:

$$K_T = \frac{1}{2} \text{m.v}_f^2$$

donde v<sub>f</sub> es la velocidad lineal final de la masa m.

b) la energía cinética de rotación del disco es:

$$K_R = \frac{1}{2}I \cdot \omega_f^2$$

donde  $\omega_f$  es la velocidad angular final del disco completo.

Igualando la energía potencial disponible inicialmente a la suma de las energías cinéticas finales tendremos:

$$m.g.h = \frac{1}{2}.m.v_f^2 + \frac{1}{2}I \cdot \omega_f^2$$

Despejando el momento de inercia (total) I del disco, obtenemos:

$$I = \frac{(2 \cdot m \cdot g \cdot h - m \cdot v_f^2)}{\omega_f^2}$$

Recordando que  $\omega_f = v_f / r$  (en el carretel) =  $V_f / R$  (en el disco) resulta:

$$I = \frac{m \cdot r^2 \cdot (2 \cdot g \cdot h - v_f^2)}{v_f^2} = m \cdot r^2 \left(\frac{2gh}{v_f^2} - 1\right)$$

Al efectuar este análisis hemos considerado que:

- a) no hay disipación de energía por el rozamiento del eje de rotación con el disco acoplado de masa M.
- b) el hilo es inextensible.

Para calcular el momento de inercia I con la expresión anterior debemos conocer los valores de:

- a) la masa suspendida m, cuyo valor está grabado en ella;
- b) la altura h que mediremos con una cinta métrica;
- c) el tiempo de caída de la masa m desde la altura h que mediremos con un cronómetro;
- d) el valor de la velocidad final  $v_f$  que calcularemos indirectamente en función de la altura h y del tiempo de caída. Para dicho cálculo partimos del análisis de la función posición de m, cuya aceleración tiene un valor  $\underline{a}$  distinto al valor de la aceleración de la gravedad:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \implies a = \frac{2 \cdot h}{t^2}$$

Reemplazando  $\underline{a}$  en la función velocidad correspondiente a un M.R.U.V. se obtiene  $\underline{v}$  en función de la altura h y del tiempo de caída t:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow v = 2 \cdot \frac{h}{t}$$

Reemplazando esta expresión en la del momento de inercia resulta:

$$I = m \cdot r^2 \left( \frac{g \cdot t^2}{2h} - 1 \right)$$



Utilizamos la teoría de propagación de las incertezas de las estimaciones para determinar los parámetros que deben ser medidos con mayor cuidado: De acuerdo con dicha teoría.

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta g}{g} + 2 \cdot \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta m}{m} + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}$$

Para calcular el momento de inercia de un disco se cuenta con la fórmula teórica del momento de inercia de un cilindro relleno, con una distribución uniforme de materia, en término de su masa y sus dimensiones:

$$I = \frac{1}{2}M \cdot R^2$$

Al aplicar esta fórmula se desestima que el disco es uniforme, es decir, la densidad del disco no tiene el mismo valor en todos sus puntos, ya que en el centro, el eje es de un material diferente.

De acuerdo con la teoría de propagación de errores, el error relativo que se comete al aplicarla es:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta \mathcal{M}}{\mathcal{M}} + 2 \cdot \frac{\Delta \mathcal{R}}{\mathcal{R}}$$

# **DESCRIPCIÓN DEL EQUIPAMIENTO A USAR:**

Un disco con carrete, nuez cerrada, soporte e hilo, um juego de masas y portamasas, un cronómetro, una cinta métrica, un calibre.

#### **PROCEDIMIENTO:**

- 1. Disponer el equipo tal como se indica en la figura 1
- 2. Preparar una tabla de valores donde volcar el resultado de las mediciones.

<b>3</b> . I	. Realizar la medición o an	otación de la masa	de la/s pesa/s que	va a utilizar.	



- 4. Fijar un extremo del hilo al disco y el otro al portamasas cuidando que al estar el hilo extendido la misma apenas roce la mesa del laboratorio (esto es para una mejor determinación de h y t)
- 5. Enrollar el hilo haciendo rotar el disco cuidando que en las sucesivas vueltas el hilo no se superponga sobre sí mismo.

dición) en una tabla.			

8. Calcular el momento de inercia del disco con los valores experimentales.

9. Calcular geométricamente el momento de inercia del disco mediante fórmula teórica.



# ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA Y DE LOS RESULTADOS:

1. Comparar el valor experimental con el calculado con fórmula teórica.

2. Analizar críticamente la experiencia.	
3. ¿Qué es lo que se ha verificado? Conclusiones.	



#### **ANEXO**

# **ELABORACIÓN DE UN INFORME DE LABORATORIO**

Un registro de laboratorio debería contener de cada trabajo la siguiente información:

- 1- Carátula
- 2- Título del experimento.
- 3- Objetivo
- 4- Breves consideraciones teóricas
- 5- Plan de trabajo
- 6- Datos: Lecturas obtenidas en la medición
- 7- Cálculos para elaborar la medida y su incerteza
- 8- Discusión crítica del experimento
- ✓ **Carátula:** Deberá ser completada con los datos del trabajo (título, fecha de realización), y del grupo (Número de grupo y nombre de los integrantes).
- ✓ **Título y Objetivos:** El título reflejará el objetivo del trabajo práctico desarrollado.
- ✓ Introducción teórica: Se describirá el modelo relacionado con la experiencia a realizar. Debe incluir los conceptos centrales del trabajo de manera que sirvan para introducir y dar sustento al mismo.
- ✓ Materiales y esquema del o los dispositivos utilizados: Se indicarán los elementos utilizados en la experiencia. Para los instrumentos de medición se mencionarán las apreciaciones respectivas. Se realizará un esquema aclaratorio del dispositivo empleado, detallando sus partes, condiciones operativas, etc., cuando corresponda.
- ✓ **Desarrollo y resultados**: Se hace una breve descripción de la experiencia realizada y se incluyen las mediciones efectuadas, con sus incertezas. Las mismas deberán expresarse con sentido físico y con sus respectivas unidades expresadas correctamente, preferentemente en tablas.
- ✓ **Discusión de resultados y conclusiones:** Se realizará la interpretación de los datos obtenidos y las observaciones efectuadas durante la práctica. Se analizarán los datos y se escribirán las conclusiones.

#### **Sugerencias**

- \* La información debe registrarse claramente MIENTRAS REALIZA LA EXPERIENCIA, a medida que se obtiene, ocupar un lugar destacado en las anotaciones e incluir indefectiblemente el error y las unidades.
- \* Los cálculos deben ser indicados, no importa que parezcan obvios o simples.
- \*TRABAJE SOLAMENTE CON LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS; redondee siempre que le sea posible.
- \* Por lo general un instrumento ya está calibrado y con una precisión definida (error de apreciación).
- \* Haga entrega del informe en un folio plástico o en carpeta, con hojas numeradas.