Лабораторная работа № 6
Вложенные циклы

Задачи для самостоятельного решения:

1. Найти цифровой корень числа (однозначное число, получаемое путем последовательного сложения цифр числа, затем цифр полученной суммы и т. д. до тех пор, пока не получится однозначное число).
2. (Старинная задача) Сколько можно купить быков, коров и телят, если плата за быка 10 рублей, за корову – 5 рублей, за теленка - полтинник (0.5 рубля), если на 100 рублей надо купить 100 голов скота.
3. Составить программу для графического изображения делимости чисел от 1 до n (n – вводится с клавиатуры). В каждой строке надо печатать число и столько плюсов, сколько делителей у этого числа.
   Например, если исходное данное число равно 4, то на экране должно быть напечатано следующее:
   1+
   2++
   3++
   4+++
4. Составить программу получения всех совершенных чисел, меньших заданного числа n. Число называется совершенным, если равно сумме всех своих положительных делителей, кроме самого этого числа. Например, 28 - совершенно, т.к. 28=1+2+4+7+14.
   Из истории. Грекам были известны первые четыре совершенных числа: 6, 28, 496, 8128. Эти числа высоко ценились. Даже в XII веке церковь утверждала, что для спасения души необходимо найти пятое совершенное число. Это число было найдено только в XV веке. До сих пор совершенные числа полностью не исследованы - не известно, имеется ли конечное число совершенных чисел или их число бесконечно, кроме того, неизвестно ни одного нечетного совершенного числа, но и не доказано, что таких чисел нет.
5. Составить программу для нахождения всех натуральных решений уравнения $n^2 + m^2 = k^2$ в интервале [1, 10]. **Примечание: решения, которые получаются перестановкой n и m, считать совпадающими.**
6. Найти натуральное число от 1 до 10000 с максимальной суммой делителей.
7. Даны натуральные числа a, b ($a < b$). Получить все простые числа p, удовлетворяющие неравенствам: $a \le p \le b$.
8. Даны натуральные числа n и m. Найти все пары дружественных чисел, лежащих в диапазоне от n до m. Два числа называются дружественными, если каждое из них равно сумме всех делителей другого (само число в качестве делителя не рассматривается).
9. Составить программу возведения заданного числа в третью степень, используя следующую закономерность:
   1^3=1
   2^3=3+5
   3^3=7+9+11
   4^3=13+15+17+19

5^3=21+23+25+27+29

10. Найти все трехзначные числа, удовлетворяющие каждому из двух условий:
    - любые две цифры различны;
    - число равно среднему арифметическому всех трехзначных чисел (включая данное), имеющих тот же цифровой состав.
11. Стороны прямоугольника заданы натуральными числами M и N. Составить программу, которая будет находить, на сколько квадратов, стороны которых выражены натуральными числами, можно разрезать данный прямоугольник, если от него каждый раз отрезается квадрат максимально большой площади.
12. Дано натуральное число $n \geq 2$. Составить программу разложения этого числа на простые множители:
    - простой множитель p должен быть выведен k раз, где k – натуральное число, такое, что n делится на p^k и не делится на p^{k+1};
    - каждый простой множитель должен быть выведен ровно один раз.
13. Сумма квадратов длин катетов a и b прямоугольного треугольника равна квадрату длины гипотенузы с: $a^2 + b^2 = c^2$. Тройка натуральных чисел, удовлетворяющих этому равенству, называется *Пифагоровыми числами*. Составить программу нахождения основных троек Пифагоровых чисел, используя следующие формулы:

$$a=u*v;$$
$$b = (u^2 - v^2)/2;$$
$$c = (u^2 + v^2)/2,$$

    где u и v – взаимно простые нечетные натуральные числа, $u > v$ и значение u не превосходит 20.
14. Даны натуральные числа $m, n_1, n_2, .., n_m$ ($m > 2$). Вычислить НОД($n_1, n_2,.., n_m$), воспользовавшись соотношением НОД($n_1, n_2,.., n_m$) = НОД(НОД($n_1, n_2,.., n_{m-1}$), n_m) и алгоритмом Евклида.
15. Найти все простые несократимые дроби, заключенные между 0 и 1, знаменатели которых не превышают 7 (дробь задается двумя натуральными числами – числителем и знаменателем).
16. В данном натуральном числе переставить цифры таким образом, чтобы образовалось наименьшее число, записанное этими же цифрами.
17. Игра с компьютером. Предусмотреть два уровня – компьютер знает стратегию, компьютер не знает стратегию.
    a. Игра «Камни». В куче N камней. Двое игроков ходят по очереди. За один ход можно взять из кучи не более M камней. Выигрывает тот, кто сделал последний ход. Написать игру для пользователя и компьютера.
    b. Игра «Камни-2». Перед двумя игроками куча из N камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается взять: либо 1 камень из кучи, либо половину камней из кучи (но только если их было четное число). Проигрывает тот, кто не может сделать ход, то есть когда кончились камни в куче.
18. Игра «Длинное число». Двое игроков записывают по очереди n цифр (0..9). Если полученное n-значное число делится на 9, то побеждает игрок, сделавший последний ход, иначе он проигрывает. Написать алгоритм игры пользователя с компьютером.

Индивидуальное задание:

Для задачи с номером, соответствующим последней цифре в номере вашего студенческого билета, построить схему алгоритма ее решения. Схема алгоритма должна быть оформлена в соответствии с ГОСТ 19.701-90 (файл ГОСТ 19.701-90.pdf)