ISSN 1992-6502 (Print) Вестник УГАТУ ISSN 2225-2789 (Online)
2014. Т. 18, № 1 (62). С. 114–121 http://journal.ugatu.ac.ru

УДК 629.73:519.87

Управление полетом БПЛА в строю на основе координации взаимодействия группы летательных аппаратов

В. Н. Ефанов[1], **С. В. Мизин**[2], **В. В. Неретина**[3]

[1] efanov@mail.rb.ru, [2] sergmvik@mail.ru, [3] neretina@bk.ru

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 22.11.2013

Аннотация. Рассматривается задача управления группой БПЛА для организации движения строем по заданной траектории, обеспечивающей наиболее эффективное достижение цели полета. Обсуждаются вопросы выбора математической модели пространственного движения группы БПЛА, пригодной для решения задачи синтеза согласованного управления всей совокупностью летательных аппаратов. Учитывая специфику требований к пространственно-временному положению отдельных БПЛА в группе, используется модель относительного движения, согласно которой в составе группы выделяется совокупность пар: ведущий–ведомый. Применительно к выбранному способу организации строя БПЛА предлагается двухуровневая иерархическая структура координирующего управления группой БПЛА.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат; математическая модель; координация; управление.

ВВЕДЕНИЕ

Успехи, достигнутые в разработке беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) как военного, так и гражданского назначения, создают хорошие предпосылки для широкого круга их применения, в частности для исследования земной поверхности, в том числе зон стихийных бедствий, мест чрезвычайных ситуаций, для обнаружения очагов пожаров, для измерения метеорологических данных, радиационного фона и других факторов, а также для обеспечения телекоммуникаций, мониторинга трубопроводов и линий электропередач, патрулирования границ [1, 2]. Связано это с тем, что БПЛА гораздо дешевле пилотируемой авиации, более простые в обслуживании, их полет может быть намного продолжительнее, они также могут работать в темноте, в условиях плохой видимости, кроме того, они могут применяться в ситуациях, угрожающих жизни пилота.

Эффективность использования БПЛА значительно повышается при организации групповых полетов. Однако при этом возникает ряд сложных проблем, связанных с обеспечением управления полетом группы БПЛА [3]. Под группой БПЛА обычно понимают некоторую совокупность летательных аппаратов, которые подчиняются определенным правилам сбора в группу, способны выдерживать свое место в строю на прямолинейных и криволинейных участках полета всей группы в целом, реагировать на изменения окружающей среды и взаимодействовать друг с другом для решения единой целевой задачи, поставленной перед группой [4].

Это определяет необходимость гибкого формирования группы средств в операции, которое позволяет выбирать параметры пространственно-временного и комбинаторного взаимного положения элементов, исходя из требований каждого этапа и операции в целом [5].

С точки зрения пространственно-временного положения элементов в группе, последние могут выполнять:

- групповой маневр, при котором номинальные траектории движения всех элементов конгруэнтны;
- индивидуальный маневр, при котором каждый элемент, независимо от других, может менять параметры траектории движения;
- смешанный маневр, при котором возможно изменение параметров движения как всей группой средств, так и отдельными элементами.

Что касается комбинаторного положения, то оно характеризует структуру построения группы элементов различных типов, например целевых элементов (непосредственно решающих задачу) и обеспечивающих элементов. Формирование пространственно-временной модели построения группы должно базироваться на учете ограничений по располагаемой энергетике, маневренным возможностям, взаимной расстановке и т.д.

При этом на систему управления полетом группы БПЛА возлагается задача согласованного управления каждым из летательных аппаратов для организации движения строем по заданной траектории, которая обеспечивает наиболее эффективное достижение цели, поставленной перед группой. Система управления полетом БПЛА в строю осуществляет контроль правильности удержания траектории каждым летательным аппаратом с точностью, обеспечивающей безопасность в плотных групповых порядках. На эту же систему возлагается задача межсамолетной навигации и организации взаимодействия БПЛА по информационным каналам с целью определения взаимных координат.

В статье предлагается метод синтеза алгоритма координации автономных БПЛА в беспилотных авиационных системах, обеспечивающий синхронное управление каждым из них для организации движения строем по заданной траектории с учетом ограничений, накладываемых на параметры движения динамическими характеристиками объектов.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ БПЛА В ГРУППЕ

Группу БПЛА, двигающихся строем, принято рассматривать как систему связанных твердых тел, обладающую значительным числом степеней свободы [6, 7]. Причем число степеней свободы системы значительно возрастает с увеличением числа БПЛА в группе, что делает модель пространственного движения чрезвычайно громоздкой и малопригодной для решения задачи синтеза согласованного управления всей совокупностью летательных аппаратов. В связи с этим широко используется модель относительного движения группы БПЛА, согласно которой в составе группы выделяется несущее тело (носитель) и носимые тела. В качестве носителя выступает головной или ведущий БПЛА, а ведомые летательные аппараты играют роль носимых тел. При этом любой тип строя – колонна, фронт, ромб, пеленг, клин или смешанный строй – можно рассматривать как совокупность пар: ведущий–ведомый. Следует отметить, что при формировании таких пар используется два принципа. В одном случае привязка ведомого БПЛА осуществляется к впереди идущему носителю. Во втором случае все ведомые БПЛА определяют характер своего движения относительно общего для всех ведущего БПЛА. Не вдаваясь подробно в особенности каждого способа формирования строя БПЛА, отметим, что в данной работе мы будем рассматривать модель, отвечающую принципу построения по ведущему БПЛА.

При использовании такой модели параметры движения строя задаются направлением движения, скоростью и ускорением ведущего БПЛА. Следовательно, в качестве системы координат, в которой должно быть описано относительное движение каждого БПЛА группы, необходимо выбрать траекторную систему координат ведущего БПЛА.

Следуя [7], опишем вначале абсолютное движение каждого объекта в составе группы из N БПЛА в скоростной системе координат с учетом кинематических уравнений связи в земной системе координат

$$\frac{dV_i}{dt} = g\left(n_{xai} - \sin\theta_i\right);$$
$$\frac{d\theta_i}{dt} = \frac{g}{V_i}\left(n_{yai}\cos\gamma_{ai} - \cos\theta_i\right);$$
$$\frac{d\psi_i}{dt} = \frac{g}{V_i\cos\theta_i} n_{yai}\sin\gamma_{ai};$$
$$\frac{dx_{gi}}{dt} = V_i\cos\theta_i\cos\psi_i;$$
$$\frac{dy_{gi}}{dt} = V_i\sin\theta_i;$$
$$\frac{dz_{gi}}{dt} = -V_i\cos\theta_i\sin\psi_i;\; i = 1,2,\ldots,N, \tag{1}$$

где V_i – путевые скорости, θ_i, ψ_i – углы наклона траектории и курса, γ_{ai} – скоростные углы крена, n_{xai}, n_{yai} – перегрузки в скоростной системе координат, x_{gi}, y_{gi}, z_{gi} – координаты движения БПЛА в земной системе координат.

В системе (1) индекс i = 1 соответствует ведущему БПЛА, а индексы $i \geq 2$ – ведомым БПЛА. Линеаризация уравнений (1) позволяет получить совокупность линейных уравнений состояния

$$\delta\dot{V}_i = a_{11}^{(i)}\delta V_i + a_{12}^{(i)}\delta\theta_i + a_{13}^{(i)}\delta\psi_i + a_{14}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{15}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{16}^{(i)}\delta z_{gi} +$$
$$+ b_{11}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{12}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{13}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{14}^{(i)}\delta u_H^{(i)};$$
$$\delta\dot{\theta}_i = a_{21}^{(i)}\delta V_i + a_{22}^{(i)}\delta\theta_i + a_{23}^{(i)}\delta\psi_i + a_{24}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{25}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{26}^{(i)}\delta z_{gi} +$$
$$+ b_{21}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{22}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{23}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{24}^{(i)}\delta u_H^{(i)};$$

$$\begin{aligned}
\delta\dot{\psi}_i &= a_{31}^{(i)}\delta V_i + a_{32}^{(i)}\delta\theta_i + a_{33}^{(i)}\delta\psi_i + a_{34}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{35}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{36}^{(i)}\delta z_{gi} + \\
&\quad + b_{31}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{32}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{33}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{34}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\
\delta\dot{x}_{gi} &= a_{41}^{(i)}\delta V_i + a_{42}^{(i)}\delta\theta_i + a_{43}^{(i)}\delta\psi_i + a_{44}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{45}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{46}^{(i)}\delta z_{gi} + \\
&\quad + b_{41}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{42}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{43}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{44}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\
\delta\dot{y}_{gi} &= a_{51}^{(i)}\delta V_i + a_{52}^{(i)}\delta\theta_i + a_{53}^{(i)}\delta\psi_i + a_{54}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{55}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{56}^{(i)}\delta z_{gi} + \\
&\quad + b_{51}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{52}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{53}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{54}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\
\delta\dot{z}_{gi} &= a_{61}^{(i)}\delta V_i + a_{62}^{(i)}\delta\theta_i + a_{63}^{(i)}\delta\psi_i + a_{64}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{65}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{66}^{(i)}\delta z_{gi} + \\
&\quad + b_{61}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{62}^{(i)}\delta u_Э^{(i)} + b_{63}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{64}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\
&\quad i = 1, 2, \ldots, N, \qquad (2)
\end{aligned}$$

здесь $\delta u_R^{(i)}, \delta u_Э^{(i)}, \delta u_B^{(i)}, \delta u_H^{(i)}$ – управляющие воздействия, соответственно, положение рычага управления двигателем, углы отклонения элеронов, рулей высоты и направления.

Уравнения относительного движения ведомых БПЛА в траекторной системе координат ведущего БПЛА можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned}
&\Delta x_{gi} = x_{g1} - x_{gi}; \\
&\Delta y_{gi} = y_{g1} - y_{gi}; \\
&\Delta z_{gi} = z_{g1} - z_{gi}; \\
&\Delta V_{xgi} = \frac{dx_{g1}}{dt} - \frac{dx_{gi}}{dt}; \\
&\Delta V_{ygi} = \frac{dy_{g1}}{dt} - \frac{dy_{gi}}{dt}; \\
&\Delta V_{zgi} = \frac{dz_{g1}}{dt} - \frac{dz_{gi}}{dt}; \\
&x_{gi}^{(1)} = \Delta x_{gi}\cos\theta_1\cos\psi_1 + \Delta y_{gi}\sin\theta_1 - \Delta z_{gi}\cos\theta_1\sin\psi_1; \\
&y_{gi}^{(1)} = -\Delta x_{gi}\sin\theta_1\cos\psi_1 + \Delta y_{gi}\cos\theta_1 + \\
&+ \Delta z_{gi}\sin\theta_1\sin\psi_1; \\
&z_{gi}^{(1)} = \Delta x_{gi}\sin\psi_1 + \Delta z_{gi}\cos\psi_1; \\
&\Delta V_{xgi}^{(1)} = \Delta V_{xgi}\cos\theta_1\cos\psi_1 + \Delta V_{ygi}\sin\theta_1 - \\
&- \Delta V_{zgi}\cos\theta_1\sin\psi_1; \\
&\Delta V_{ygi}^{(1)} = -\Delta V_{xgi}\sin\theta_1\cos\psi_1 + \Delta V_{ygi}\cos\theta_1 - \\
&- \Delta V_{zgi}\sin\theta_1\sin\psi_1; \\
&\Delta V_{zgi}^{(1)} = \Delta V_{xgi}\sin\psi_1 + \Delta V_{zgi}\cos\psi_1; \\
&i = 2, 3, \ldots, N, \qquad (3)
\end{aligned}$$

где $x_{gi}^{(1)}$, $y_{gi}^{(1)}$, $z_{gi}^{(1)}$ и $\Delta V_{xgi}^{(1)}$, $\Delta V_{ygi}^{(1)}$, $\Delta V_{zgi}^{(1)}$ – соответственно координаты и относительные скорости ведомых БПЛА относительно ведущего в траекторной системе координат последнего.

В свою очередь линеаризация уравнений (3) позволяет получить совокупность уравнений наблюдения, которые задают траекторию движения ведомых БПЛА относительно ведущего

$$\begin{aligned}
\delta x_{gi}^{(1)} &= c_{11}^{(i)}\delta\theta_1 + c_{12}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{13}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{14}^{(i)}\delta y_{g1} + c_{15}^{(i)}\delta z_{g1} - \\
&\quad - c_{13}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{14}^{(i)}\delta y_{gi} - c_{15}^{(i)}\delta z_{gi}; \\
\delta y_{gi}^{(1)} &= c_{21}^{(i)}\delta\theta_1 + c_{22}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{23}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{24}^{(i)}\delta y_{g1} + c_{25}^{(i)}\delta z_{g1} - \\
&\quad - c_{23}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{24}^{(i)}\delta y_{gi} - c_{25}^{(i)}\delta z_{gi}; \\
\delta z_{gi}^{(1)} &= c_{32}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{33}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{35}^{(i)}\delta z_{g1} - c_{33}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{35}^{(i)}\delta z_{gi}; \\
&\quad i = 2, 3, \ldots, N. \qquad (4)
\end{aligned}$$

Объединяя уравнения (2), (4) и переходя к разностной форме записи, сформируем модель движения группы БПЛА в следующем виде:

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bg(k); \\
y(k) &= Cx(k),
\end{aligned} \qquad (5)$$

где $x(k)$ – прямая сумма векторов состояния в записи уравнений (2), размерности $\dim x(k) = n$; $g(k)$ – вектор воздействий на ведомые БПЛА со стороны ведущего, размерность которого равна $\dim g(k) = m$; $y(k)$ – вектор обобщенных выходных координат, характеризующих движение всей группы БПЛА с размерностью $\dim x(k) = l$.

Требуемый характер поведения группы БПЛА определяется желаемым законом изменения вектора выходных координат $y^*(t)$, который формирует соответствующую траекторию движения системы (5) по фазовому многообразию.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА КООРДИНАЦИИ АВТОНОМНЫХ БПЛА В ГРУППЕ

На систему координирующего управления группой БПЛА возлагаются задачи сбора летательных аппаратов в группу и последующего синхронного управления каждым из них для организации движения строем по заданной траектории, которая формируется ведущим летательным аппаратом исходя из цели, поставленной перед группой. Реализация такого управления требует формирования командного уровня управления и организации вертикальной (иерархической) координации взаимодействующих между собой автономных подсистем управления БПЛА. В связи с этим система координирующего управления группой БПЛА будет иметь двухуровневую иерархическую структуру [8]. Нижний уровень образуют автономные бортовые системы управления, предназначенные для стабилизации параметров движения центра масс БПЛА по заданной траектории.

Для управления, решающего задачу координации отдельных подсистем относительно задачи, поставленной верхним уровнем иерархической системы, в работе [9] было сформулировано следующее условие существования: для координируемости подсистем нижнего уровня относительно задачи, решаемой в подсистеме верхнего уровня, необходимо и достаточно, чтобы для каждой подсистемы нижнего уровня за заданное число тактов решения задачи самоуправления при заданном на произвольном такте управляющем воздействии от подсистемы верхнего уровня существовали такие локальные управляющие воздействия, чтобы обобщенные показатели функционирования принадлежали к заданной области.

Сформулированное условие предусматривает, что автономные подсистемы управления БПЛА, отрабатывая координирующие воздействия, должны обеспечивать движение вектора обобщенных выходных координат системы по заданному многообразию. Указанное требование позволяет выделить в дискретном пространстве состояний системы (5) соответствующее множество $x^*(k)$ значений вектора переменных состояния

$$Cx^*(k) = y^*(k) . \qquad (6)$$

Случай, когда $x(k) \in x^*(k)$, означает, что движение каждого БПЛА в группе обеспечивает требуемый закон движения строя летательных аппаратов. Если же $x(k) \notin x^*(k)$, то в силу (6) глобальная цель не достигается, и в группе происходят несогласованные процессы, требующие их координации. Расстояние в дискретном пространстве между фактическими $x(k)$ и желаемыми $x^*(k)$ значениями переменных состояния определяется минимальной длиной вектора [10]

$$\rho(k) = x^*(k) - x(k) . \qquad (7)$$

Из выражений (6) и (7) следует, что для вектора рассогласования $\rho(k)$ справедлива система уравнений

$$C\rho(k) = Cx^*(k) - Cx(k)$$

или

$$C\rho(k) = y^*(k) - Cx(k) . \qquad (8)$$

Так как матрица C не является квадратной, то для системы (8) не может быть получено решение в классическом виде

$$\rho(k) = C^{-1}\left(y^*(k) - Cx(k)\right).$$

В то же время может быть найдено нормальное псевдорешение [11], имеющее наименьшую евклидову длину среди всех векторов $\rho(k)$, приносящих минимум величине

$$\left| C\rho(k) - \left(y^*(k) - Cx(k)\right)\right| .$$

Оно определяется с помощью псевдообратной матрицы C^+ следующим образом:

$$\rho(k) = C^+(y^*(k) - Cx(k)) .$$

Отметим, что псевдообратной матрицей или обобщенной матрицей Мура–Пенроуза для матрицы A размерности $n{\times}m$ является матрица A^+ размерности $m \times n$, для которой выполняются следующие условия:

1) AA^+ и A^+A – эрмитовы матрицы, для которых справедливы равенства $(AA^+)^T = AA^+$ и $(A^+A)^T = A^+A$;

2) $AA^+A = A$; (9)

3) $A^+AA^+ = A^+$.

В отношении матрицы C из уравнения (8), имеющей размерность $l \times n$, и ранг равный 1, справедливы следующие утверждения:

1) матрица CC^T обратима;

2) псевдообратная матрица C^+ определяется как

$$C^+ = C^T(CC^T)^{-1}, \qquad (10)$$

где C^T – матрица, транспонированная по отношению к матрице C.

Действительно, если $\det CC^T = 0$, то уравнение $CC^T x = 0$ имеет нетривиальное решение x_0. Применяя к равенству $CC^T x_0 = 0$ известное свойство эквивалентности матричных равенств типа $AQ^T Q = 0$ и $QA^T = 0$, при этом имея в виду $A = I$ и $Q = C^T$, получаем, что $C^T x_0 = 0$. Отсюда в силу исходного ранга матрицы C вытекает, что $x_0 = 0$. Значит $\det CC^T \neq 0$ и матрица CC^T обратима.

Второе утверждение (10) проверяется прямой проверкой условий (9), определяющих псевдообратные матрицы.

Следовательно, наименьшее по модулю решение системы (6) находится следующим образом:

$$\rho(k) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k) - Cx(k)) . \qquad (11)$$

Координирующее управление $g(k)$ будем искать, исходя из условия минимизации ожидаемого расстояния между желаемыми и текущими состояниями подсистем нижнего уровня управления, т. е. $\rho(k+1) = x^*(k+1) - x(k+1) \to 0$.

Действительно, в этом случае

$$x(k+1) \to x^*(k+1),$$
$$y(k+1) = Cx(k+1) \to Cx^*(k+1) = y^*(k+1),$$

в силу чего в группе БПЛА будет осуществляться движение обобщенной выходной координаты $y(k)$ по желаемому фазовому многообразию $y^*(k)$ размерности l.

Следовательно, задача согласованного управления группой БПЛА может быть интерпретирована как задача обеспечения движения вектора обобщенных выходных координат группы по желаемой траектории в дискретном пространстве состояний. Указанная траектория должна соответствовать заданному закону изменения желаемой траектории полета и в каждый дискретный момент подачи управляющих воздействий может корректироваться в зависимости от текущей обстановки.

Полагая, что координирующее управление использует переменные состояния автономных подсистем управления БПЛА, определим ожидаемую величину вектора $\rho(k)$. С учетом уравнения (11) имеем

$$\rho(k+1) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - Cx(k+1)). \quad (12)$$

Подставив в соответствии с (5) выражение для $x(k+1)$, получим

$$\rho(k+1) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k) - CBg(k)). \quad (13)$$

Управление, формируемое координатором, определим из условия попадания на желаемую траекторию $y^*(k+1)$ согласованного движения группы БПЛА за один такт координирующего управления. Это требование соответствует предельному случаю условия существования координирующего управления для подсистем нижнего уровня относительно задачи, решаемой в подсистеме верхнего уровня. Следовательно, ожидаемое рассогласование между заданными и текущими состояниями автономных подсистем управления БПЛА $\rho(k+1)$ должно равняться нулю, т. е.

$$\rho(k+1) = 0. \quad (14)$$

Из последнего выражения, с учетом (13), следует, что координирующее управление $g(k)$ должно удовлетворять следующей системе уравнений:

$$C^T(CC^T)^{-1}CBg(k) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k)). \quad (15)$$

Используя обозначения

$$H = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k)),$$
$$P = C^T(CC^T)^{-1}CB, \quad (16)$$

запишем систему (15) в виде

$$Pg(k) = H. \quad (17)$$

Отметим, что для неквадратной матрицы P система (17) будет разрешимой при выполнении условия

$$(I - PP^+)H = 0, \quad (18)$$

где P^+ – матрица, псевдообратная для P.

В этом случае система уравнений (17) имеет следующее решение:

$$g(k) = P^+ H. \quad (19)$$

В самом деле, умножая обе части уравнения (17) слева на $(I - PP^+)$, получаем:

$$(I - PP^+)Pg(k) = (I - PP^+)H.$$

Так как в силу свойства $PP^+P = P$ для псевдообратных матриц имеем:

$$(P - PP^+P) = P - P = 0, \text{ то } (I - PP^+)H = 0.$$

Отсюда вытекает, что $PP^+H = H$, и, следовательно, выражение (19) является решением уравнения (17). Покажем теперь, что условие (18) выполняется для системы уравнений (15). С этой целью найдем вначале псевдообратную матрицу для P. При этом воспользуемся скелетным разложением матрицы P в виде

$$P = VW, \quad (20)$$

где $V = C^T(CC^T)^{-1}$, $W = CB$ – матрицы размерности, соответственно, $l \times n$, $n \times m$.

Непосредственной подстановкой в условия, определяющие псевдообратные матрицы, можно показать, что матрица

$$P^+ = W^+ V^+ \quad (21)$$

является псевдообратной к матрице P. Здесь матрица W^+, по аналогии с (10), находится как

$$W^+ = W^T(WW^T)^{-1}. \quad (22)$$

Аналогично для матрицы V, имеющей размерность $l \times n$ и $\operatorname{rank}\{V\} = l$, получаем

$$V^+ = (V^T V)^{-1} V^T. \quad (23)$$

Подставим в выражения (22) и (23) формулы для V и W, следующие из (20):

$$V^+ = [(C^T(CC^T)^{-1})^T C^T(CC^T)^{-1}]^{-1}(C^T(CC^T)^{-1})^T =$$
$$= [((CC^T)^{-1})^T CC^T(CC^T)^{-1}]^{-1}((CC^T)^{-1})^T C =$$
$$= [((CC^T)^{-1})^T]^{-1}((CC^T)^{-1})^T C = C$$

и $W^{+}=(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}$.

Следовательно,

$$P^{+}=W^{+}V^{+}=(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}C. \qquad (24)$$

Используя выражение для P^{+} и формулу (16) для H, получаем

$$\begin{aligned}&(I-PP^{+})H=\\&=(I-C^{T}(CC^{T})^{-1}CB(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}C)C^{T}(CC^{T})^{-1}\times\\&\times(y^{*}(k+1)-CAx(k))=\\&=(I-C^{T}(CC^{T})^{-1}C)C^{T}(CC^{T})^{-1}(y^{*}(k+1)-CAx(k))=\\&=(C^{T}(CC^{T})^{-1}-C^{T}(CC^{T})^{-1}CC^{T}(CC^{T})^{-1})\times\\&\times(y^{*}(k+1)-CAx(k))=\\&=(C^{T}(CC^{T})^{-1}-C^{T}(CC^{T})^{-1})(y^{*}(k+1)-CAx(k))=0.\end{aligned}$$

Следовательно, система (15) имеет решение, вид которого с учетом уравнений (19), (16), (24) задается выражением

$$\begin{aligned}&g(k)=-(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}CC^{T}(CC^{T})^{-1}\times\\&\times(CAx(k)-y^{*}(k+1)),\end{aligned}$$

или, поскольку $CC^{T}(CC^{T})^{-1}=I$,

$$g(k)=-(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}(CAx(k)-y^{*}(k+1)). \qquad (25)$$

В системе (5), замкнутой координирующим управлением (25), достигается полное согласование динамических процессов отдельных подсистем. Это находит свое выражение в обеспечении движения обобщенных выходных координат $y(k)$ системы, определяющих фактический уровень согласования состояний подсистем, по желаемой траектории $y^{*}(k)$. Действительно, подставляя уравнение (25) в систему (5), имеем

$$\begin{aligned}&x(k+1)=Ax(k)-B(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}CAx(k)+\\&+B(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}y^{*}(k+1).\end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned}&y(k+1)=Cx(k+1)=\\&=CAx(k)-CB(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}CAx(k)+\\&+CB(CB)^{T}(CB(CB)^{T})^{-1}y^{*}(k+1)=y^{*}(k+1).\end{aligned}$$

Таким образом, с помощью предложенного метода синтезируется координирующее управление, обеспечивающее согласованное управление БПЛА в группе с целью достижения желаемой траектории движения. Положенный в основу алгоритма функционирования координатора подход к синтезу прямого цифрового управления использует специфику дискретного пространства состояний и предполагает минимизацию ожидаемого расстояния между текущим множеством состояний и заданной особым образом областью дискретного пространства.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для иллюстрации применения разработанного метода рассмотрим задачу управления продольным движением группы БПЛА. Движение ведущего и ведомого БПЛА в вертикальной плоскости описывается следующей совокупностью разностных уравнений

$$\begin{aligned}&x_1(k+1)=0.88x_1(k)+0.03x_2(k)+0.01x_3(k)+0.11x_4(k)-\\&\quad-0.01g_1(k)-0.68g_2(k);\\&x_2(k+1)=0.07x_1(k)+0.94x_2(k)+0.21x_3(k)+0.02x_4(k)+\\&\quad+0.23g_1(k)+0.001g_2(k);\\&x_3(k+1)=-0.002x_1(k)+0.10x_2(k)+0.91x_3(k)-\\&\quad-0.003x_4(k)+0.05g_1(k)-0.10g_2(k);\\&x_4(k+1)=-0.03x_1(k)+0.08x_2(k)+0.001x_3(k)+1.01x_4(k)+\\&\quad+0.78g_1(k)+0.32g_2(k).\end{aligned}$$

Высота полета ведомого БПЛА относительно ведущего в траекторной системе координат последнего подчиняется соотношению

$$y(k)=0.68x_1(k)+0.443x_2(k)+0.371x_3(k)+0.22x_4(k).$$

Требуется синтезировать управление, обеспечивающее следующий закон изменения обобщенной выходной координаты $y(k)$ системы

$$y^{*}(k)=\begin{cases}1.25k, \text{ если } k\le 20;\\ k+5, \text{ если } k\le 30;\\ 35, \quad \text{если } k\le 40.\end{cases}$$

Координирующее управление, синтезированное для данной системы в соответствии с выражением (25), имеет вид:

$$\begin{aligned}&g_1(k)=-0.556x_1(k)-0.433x_2(k)-0.223x_3(k)-\\&\quad-0.271x_4(k)+0.888y^{*}(k+1);\\&g_2(k)=-0.969x_1(k)-0.755x_2(k)-0.389x_3(k)-\\&\quad-0.472x_4(k)+1.548y^{*}(k+1).\end{aligned}$$

В таблице приведены результаты моделирования синтезированной системы, которые свидетельствуют о том, что выходная координата системы точно воспроизводит заданный закон управления.

При решении задачи управления полетом БПЛА в строю, центральное место занимает выбор математической модели для описания пространственного движения группы летательных аппаратов, поскольку уравнения динамики представляют собой достаточно сложную систему нелинейных дифференциальных уравнений, которая включает кинематические уравнения, уравнения сил, уравнения моментов, а также совокупность уравнений связей параметров движения в различных системах координат. Использованная в работе модель относительного движения позволяет декомпозировать совокупность уравнений динамики группы летательных аппаратов в набор моделей движения ведущего и ведомого БПЛА.

Таблица

Результаты моделирования системы

k	$y^*(k)$	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$	$x_4(k)$	$y(k)$
1	1.25	1.25	0.25	-0.13	1.46	1.25
2	2.50	2.44	0.63	-0.22	2.82	2.50
3	3.75	3.58	1.11	-0.27	4.07	3.75
4	5.00	4.66	1.68	-0.26	5.24	5.00
5	6.25	5.69	2.30	-0.20	6.35	6.25
6	7.50	6.69	2.95	-0.09	7.41	7.50
7	8.75	7.65	3.64	0.07	8.42	8.75
8	10.00	8.59	4.33	0.30	9.41	10.00
9	11.25	9.51	5.02	0.56	10.36	11.25
10	12.50	10.42	5.69	0.87	11.34	12.50
11	13.75	11.33	6.35	1.22	12.30	13.75
12	15.00	12.24	6.97	1.59	13.26	15.00
13	16.25	13.15	7.57	1.99	14.22	16.25
14	17.50	14.07	8.14	2.41	15.18	17.50
15	18.75	15.01	8.67	2.84	16.16	18.75
16	20.00	15.95	9.17	3.28	17.14	20.00
17	21.50	16.91	9.64	3.73	18.14	21.50
18	22.50	17.88	10.09	4.18	19.14	22.50
19	23.75	18.86	10.51	4.62	20.15	23.75
20	25.00	19.86	10.91	5.06	21.16	25.00
21	26.00	20.62	11.25	5.52	21.89	26.00
22	27.00	21.40	11.54	5.97	22.64	27.00
23	28.00	22.21	11.80	6.40	23.42	28.00
24	29.00	23.03	12.05	6.81	24.21	29.00
25	30.00	23.88	12.27	7.20	25.02	30.00
26	31.00	24.73	12.48	7.58	25.84	31.00
27	32.00	25.60	12.69	7.93	26.66	32.00
28	33.00	26.47	12.90	8.27	27.48	33.00
29	34.00	27.35	13.12	8.59	28.31	34.00
30	35.00	28.24	13.34	8.90	29.14	35.00
31	35.00	28.12	13.36	9.31	28.78	35.00
32	35.00	28.05	13.30	9.67	28.52	35.00
33	35.00	28.02	13.16	9.99	28.33	35.00
34	35.00	28.03	12.98	10.26	28.20	35.00
35	35.00	28.08	12.76	10.49	28.12	35.00
36	35.00	28.16	12.51	10.66	28.08	35.00
37	35.00	28.25	12.26	10.80	28.06	35.00
38	35.00	28.36	12.01	10.89	28.06	35.00
39	35.00	28.48	11.77	10.95	28.07	35.00
40	35.00	28.61	11.55	10.98	28.09	35.00

Такой подход позволяет упростить анализ задачи управления группой БПЛА, упростить переход к новой базовой системе отсчета при измерении координат относительного движения, а также упростить техническую реализацию выбранной базовой системы координат на борту БПЛА, что определяет простоту всей системы управления и в особенности ее измерительной части.

В результате удается реализовать принцип координирующего управления, которое обеспечивает перевод вектора переменных состояния в заданную область за один такт управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беспилотные** летательные аппараты. Основы устройства и функционирования / П. П. Афанасьев [и др.]. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: 2008. 656 с. [P. P. Afanas'ev, *et al.*, *Unmanned aerial vehicles. The basic structure and functioning*, (in Russian). Second edition, revised and enlarged. Moscow, 2008.]

2. **Dalamagkidis K., Valavanis K.P., Piegl L. A.** Current status and future perspectives for Unmanned aircraft system operations in the US // J. Iniell. and Rob. Syst. 2008. 52, № 2. P. 313-329. [K. Dalamagkidis, K. P. Valavanis, L. A. Piegl, "Current status and future perspectives for Unmanned aircraft system operations in the US," *J. Iniell. and Rob. Syst.* vol. 52, no. 2, pp. 313-329, 2008.]

3. **Адаптивное** управление автономной группой беспилотных летательных аппаратов / К. С. Амелин [и др.] // Стохастическая оптимизация в информатике. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009. Вып. 5. С. 157–166. [K. S. Amelin, *et al.,* "Adaptive control of Autonomous group of unmanned aerial vehicles Unmanned aerial vehicles," (in Russian), in *Stohasticheskaja optimizacija v informatike*. Iss. 5, pp. 157-166, Sankt-Peterburg: Sankt-Peterburgskij universitet, 2009.]

4. **Баранов Н. А.** Оптимизация параметров строя группы ЛА по условиям безопасности при преодолении ПВО // Полет. 2007. № 9. С. 21–25. [N. A.Baranov, "Optimization of parameters of the system group aircraft on safety conditions at overcoming air defense," (in Russian), *Polet*, no. 9, pp. 21-25, 2007.]

5. **Управление** и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 280 с. [*Control and guidance of unmanned maneuverable aircraft on the basis of modern information technologies*, Edited by M. N. Krasil'shhikov and G. G. Sebrjakov, (in Russian). Moscow: FIZMATLIT, 2003.]

6. **Терентьев В. М.** Задача управления полетом ДПЛА в групповых порядках и способы и средства ее решения // Авиакосмическое приборостроение. 2009. № 1. С. 10–25. [V. M. Terent'ev, "The task of the flight control RPV group orders and ways and means for its solution," (in Russian), *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, no. 1, pp. 10-25, 2009.]

7. **Терентьев В. М.** Математическая модель относительного движения летательных аппаратов ведущий-ведомый в сферической системе координат ведомого // Авиакосмическое приборостроение. 2009. № 3. С. 17–27. [V. M. Terent'ev, "Mathematical model of relative movement of an aircraft master-slave in the spherical coordinate system slave," (in Russian), *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, no. 3, pp. 17-27, 2009.]

8. **Денисенко Д. А., Ефанов В. Н.** Координация сложных систем с децентрализованной структурой в условиях

параметрических возмущений // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 9. С. 9–14. [D. A. Denisenko, V. N. Efanov, "Coordination of complex systems with decentralized structure under parametric perturbations," (in Russian), *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, no. 9, pp. 9-14, 2012.]

9. **Михалевич В. С., Волкович В. Л.** Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982. 287 с. [V. S. Mihalevich, V. L. Volkovich, *Computational methods of research and design of complex systems*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1982.].

10. **Завалищин С. Т., Суханов В. И.** Прикладные задачи синтеза и проектирования управляющих алгоритмов. М.: Наука, 1985. 144 с. [S. T. Zavalishhin, V. I. Suhanov, *Applied problems of synthesis and design of control algorithms*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1985.]

11. **Маркус М., Минк Х.** Обзор по теории матриц и матричных неравенств. М.: Наука, 1972. 232 с. [M. Markus, H. Mink, *Overview of the theory of matrices and matrix inequalities*, (in Russian). Moscow: Nauka, 1972.]

ОБ АВТОРАХ

ЕФАНОВ Владимир Николаевич, проф. каф. электроники и биомедицинских технологий. Дипл. инж.-электр. (УАИ, 1973). Д-р техн. наук по упр. в техн. системах (УГАТУ, 1995). Иссл. в обл. созд. интеллектуал. комплексов бортового оборудования.

МИЗИН Сергей Викторович, асп. каф. электроники и биомедицинских технологий. М-р техн. и технол. (УГАТУ, 2010). Готовит дис. о сист. упр. полетом БПЛА в групповых порядках.

НЕРЕТИНА Вера Валерьевна, доц. каф. инф.-измер. техники. М-р техн. и технол. (УГАТУ, 2000). Канд. техн. наук по сист. анализу, упр. и обр. информации (УГАТУ, 2004). Иссл. в обл. упр. сл. техн. сист. с исп. дискретных ортогональных многочленов.

METADATA

Title: Flight control of the UAV in the ranks on the basis of coordination of interaction of the group of aircraft.

Authors: V. N. Efanov, S. V. Mizin, V. V. Neretina.

Affiliation: Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: efanov@mail.rb.ru.

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 18, no. 1 (62), pp. 114-121, 2014. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: The problem of controlling a group of UAVs for traffic management systems on a given path, providing the most efficient flight goal. Discusses the choice of a mathematical model of spatial movement group UAV suitable for solving the problem of synthesis of the entire set of coordinated control of aircraft. Given the specifics of the requirements for the space-time position of the individual in the group UAV model is used relative motion, according to which the group released the collection of pairs: a master-slave. In relation to the chosen method of organization UAV system proposed Duplex hierarchical control group coordinating UAV.

Key words: drone; mathematical model; coordination, control.

About authors:

EFANOV, Vladimir Nikolaevich, Prof., Dept. of Electronics and biomedical technologies. Dipl. Electronic Engineer (UAI, 1973). Ph. D., Control Systems, (UAI, 1977). D.Sc. (Full Doctor), Control in Technical Systems (USATU, 1995). Research in the area of avionics systems intellectualized.

MIZIN, Sergej Viktorovich, Postgrad. (PhD) Student, Dept. of electronics and biomedical technologies. Master of Engineering and Technology (USATU, 2010). Preparing a thesis on the establishment of UAV flight control systems in group orders.

NERETINA, Vera Valer'evna, Ass. Prof., Dept. of Information and measuring equipment. Master of Engineering and Technology (USATU, 2000). PhD in Technical Sciences System analysis, management and information processing (USATU, 2004). Research in the control of complex engineering systems using discrete orthogonal polynomials.