

TUGAS 2 MA1101 MATEMATIKA I 2025

Nama : Muhammad Faran Aiki

NIM : 19625091

Fakultas : STEI-K

Matkul : MA1101

Tanggal : 13 September 2025

Muhammad Faran Aiki

Jawaban

(1). (a) $|2 + \frac{5}{x}| < 3$

$$\Leftrightarrow -3 < 2 + \frac{5}{x} < 3$$

$$\Leftrightarrow -5 < \frac{5}{x} < 1$$

$$\Leftrightarrow -5 < \frac{5}{x} \text{ dan } \frac{5}{x} < 1$$

$$\hookrightarrow -1 < \frac{1}{x} \quad \hookrightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{5}$$

$$\hookrightarrow x < -1 \vee x > 0 \Rightarrow x < 0 \vee x > 5$$

Irisan dari \nwarrow adalah \nearrow

• $x < -1 \text{ atau } x > 5$

(b) $\left| \frac{2x-1}{x+3} \right| \geq 1$ (kali dengan $\frac{1}{|x+3|}$, $x \neq -3$)

$$|2x-1| \geq |x+3|$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)^2 \geq (x+3)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)^2 - (x+3)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+2)(x-4) \geq 0$$

• $x \geq 4 \text{ atau } x \leq -\frac{2}{3}$

(c) $0 < |x-2| \leq 1$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < |x-2| - \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow |x-2| - \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \leftarrow \text{Teknik kasus (3)}$$

→ Perhatikan bahwa $\forall x \in \mathbb{R}$,

$$|x| \geq 0, \text{ maka } x \neq 2$$

$$|x-2| < 1$$

$$\Leftrightarrow -1 < x-2 < 1 \rightarrow \text{gabung}$$

$$\Leftrightarrow 1 < x < 3$$

Maka, solusinya

• $1 < x < 3 \text{ dan } x \neq 2$

(d) $|2x+1| \leq 2|x+1|$

$$\Leftrightarrow |2x+1| \leq |2x+2|$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^2 \leq (2x+2)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^2 - (2x+2)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (-1)(4x+3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x+3 \geq 0$$

• $\Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$

(2) $|x| \leq 2 \wedge x > -\frac{1}{2}$

Berarti, kita bisa mencari irisannya

$$|x| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2 \cap x > -\frac{1}{2}$$

• $\Leftrightarrow \boxed{-\frac{1}{2} < x \leq 2}$

(3) Kita bisa menggunakan pertidaksamaan

Segituga, yaitu $|A+B| \leq |A| + |B|$

Untuk membuktikan pertidaksamaan tersebut, bisa dibagi kasus, tetapi tidak akan dibahas di sini.

$$|(x+y)-5| = |x+y-2-3|$$

$$= |(x-2) + (y-3)|$$

Menggunakan triangle inequality,

$$|(x-2) + (y-3)| \leq |x-2| + |y-3| \leq \dots$$

Karena $|x-2| < 0,01$ dan $|y-3| < 0,02$

$$\text{Maka, } |(x+y)-5| \leq |x-2| + |y-3|$$

$$< 0,01 + 0,02 = 0,03$$

• Dengan demikian,
 $\boxed{|(x+y)-5| < 0,03}$

(4) m dari $2x+5y+8 = -\frac{2}{5}$ ($-\frac{2}{5}$ koef x)

Maka $m_p = -\frac{1}{m} = \frac{5}{2}$

Karena segraden dengan titik $(1, -2)$, maka

$$\frac{y-(-2)}{x-1} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow y+2 = \frac{5}{2}(x-1)$$

• $\Leftrightarrow \boxed{y = \frac{5}{2}x - \frac{9}{2}}$

(5) ω melalui $P(-1,4)$ dan $Q(1,0)$
 Titik tengah $\overline{PQ} = \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{4+0}{2} \right)$
 $= (0, 2)$

Maka, pusat ω (lingkaran) di $O(0,2)$
 Untuk menghitung jari-jari, ambil panjang \overline{OP} atau jarak O ke P , maka

$$r = \sqrt{(0-1)^2 + (2-4)^2}$$

$$= \sqrt{1+4}$$

$$= \sqrt{5} \Rightarrow r^2 = 5$$

Bentuk umum persamaan lingkaran adalah...

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + (y-2)^2 = 5}$$

(6) $f(x) = x^2 + x - 2$

$$\cdot f(3) = 3^2 + 3 - 2 = \boxed{10}$$

$$\cdot f(2a) = (2a)^2 + (2a) - 2 = \boxed{4a^2 + 2a - 2}$$

$$\cdot f(-2a) = (-2a)^2 + (-2a) - 2 = \boxed{4a^2 - 2a - 2}$$

$$\cdot f(a^2) = (a^2)^2 + (a^2) - 2 = \boxed{a^4 + a^2 - 2}$$

$$\cdot (f(a))^2 = (a^2 + a - 2)^2 = \boxed{a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 4a + 4}$$

$$\cdot f(a+h) = (a+h)^2 + (a+h) - 2 = \boxed{a^2 + 2ah + h^2 + a + h - 2}$$

(7) Ganjil/genap sebuah fungsi

$$\cdot f(x) = \frac{x}{x^2+1}; f(-x) = \frac{-x}{x^2+1} = -f(x)$$

\therefore Ganjil

$$\cdot g(x) = \frac{x^2}{x^2+4}; g(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2+4} = \frac{x^2}{x^2+4} = g(x)$$

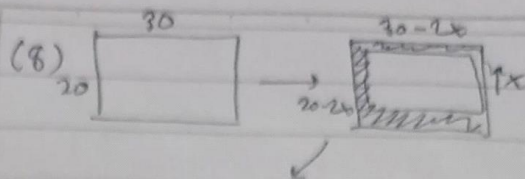
\therefore Genap

$$\cdot h(x) = \frac{x}{x+1}; h(-x) = \frac{-x}{-x+1}$$

$$= \frac{x}{1-x}$$

$$\neq -h(x) \neq h(x)$$

\therefore Tidak genap ataupun ganjil



$$V = p \cdot l \cdot t$$

$$= (30-2x)(20-2x)x$$

$$= (600 - 60x - 40x + 4x^2)x$$

$$= \boxed{\frac{4x^3 - 100x^2 + 600x}{2}}$$

Untuk menentukan daerah definisi, kita tahu bahwa $V > 0$ karena volume harus positif.

$$\text{Maka, } 4x^3 - 100x^2 + 600x > 0$$

$$(30-2x)(20-2x) \cdot x > 0$$

Tinjau panjang $20-2x$, ia harus positif karena panjang > 0

$$\text{Maka, } 20-2x > 0$$

$$20 > 2x \Rightarrow 10 > x$$

$x > 0$ karena tinggi > 0

$$\text{Maka, } \boxed{D_f = \{x \mid 0 < x < 10\}}$$

$$(9) V_a(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$P(r)$ = banyak udara yang diperlukan
agar mengubah jari-jari $r \rightarrow r+1$

Rumus untuk $V_a(r+1)$ adalah

$$V_a(r) = \frac{4}{3}\pi (r+1)^3$$

Maka, selisihnya adalah udara yang diperlukan untuk mengubah jari-jari $r \rightarrow r+1$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned} P(r) &= V_a(r+1) - V_a(r) \\ &= \frac{4}{3}\pi (r+1)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi ((r+1)^3 - r^3) \\ &= \frac{4}{3}\pi (r^3 + 1 + 3r + 3r^2 - r^3) \\ &= \frac{4}{3}\pi (3r^2 + 3r + 1) \end{aligned}$$

$$(10) f(x) = x-1, D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2-4}, D_g = \mathbb{R} \setminus \{x^2-4=0\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

$$f \circ g = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x^2-4}\right)$$

$$= \frac{1}{x^2-4} - 1$$

$$= \frac{5-x^2}{x^2-4} \quad \text{dengan } D_{f \circ g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

Real tanpa -2 dan 2

$$g \circ f = g(f(x)) = g(x-1)$$

$$= \frac{1}{(f(x))^2 + 4}$$

$$= \frac{1}{(x-1)^2 + 4}$$

$$= \frac{1}{x^2 - 2x - 3} \quad \text{dengan } D_{g \circ f} = \mathbb{R} \setminus \{x^2 - 2x - 3 = 0\}$$

$$= \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$$

Real tanpa -1 dan 3