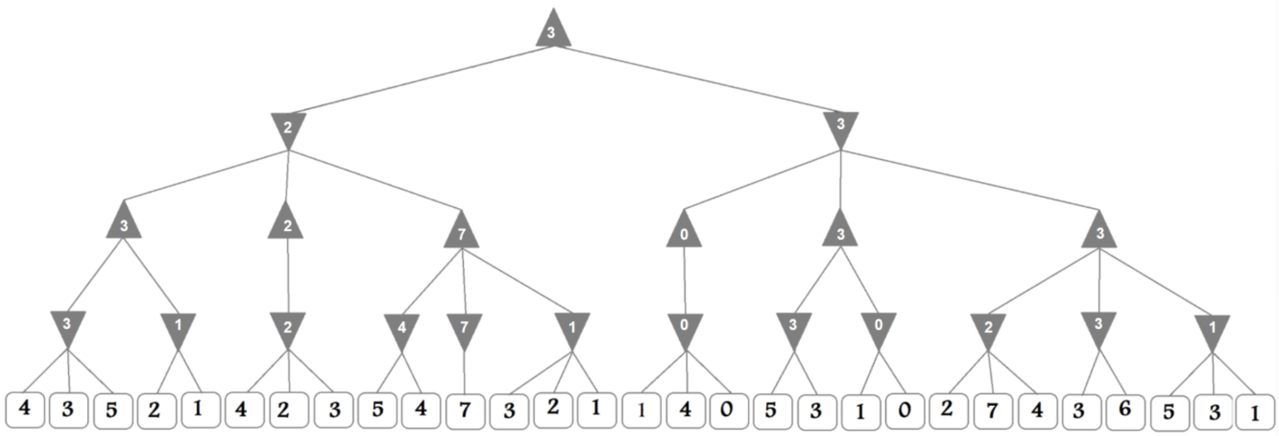
تمرین دوم درس هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

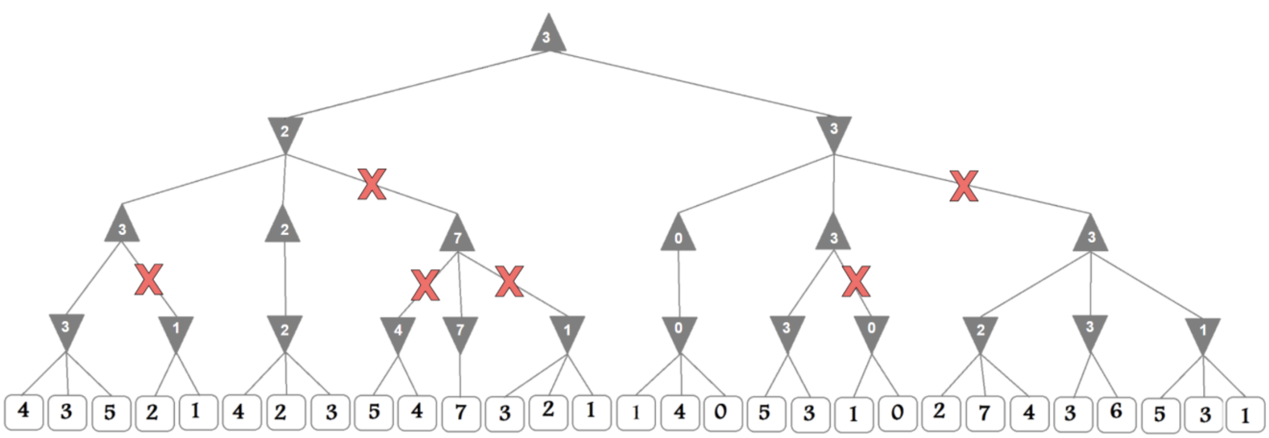
فربد سیاهکلی ۸۱۰۱۹۸۵۱۰

بازی

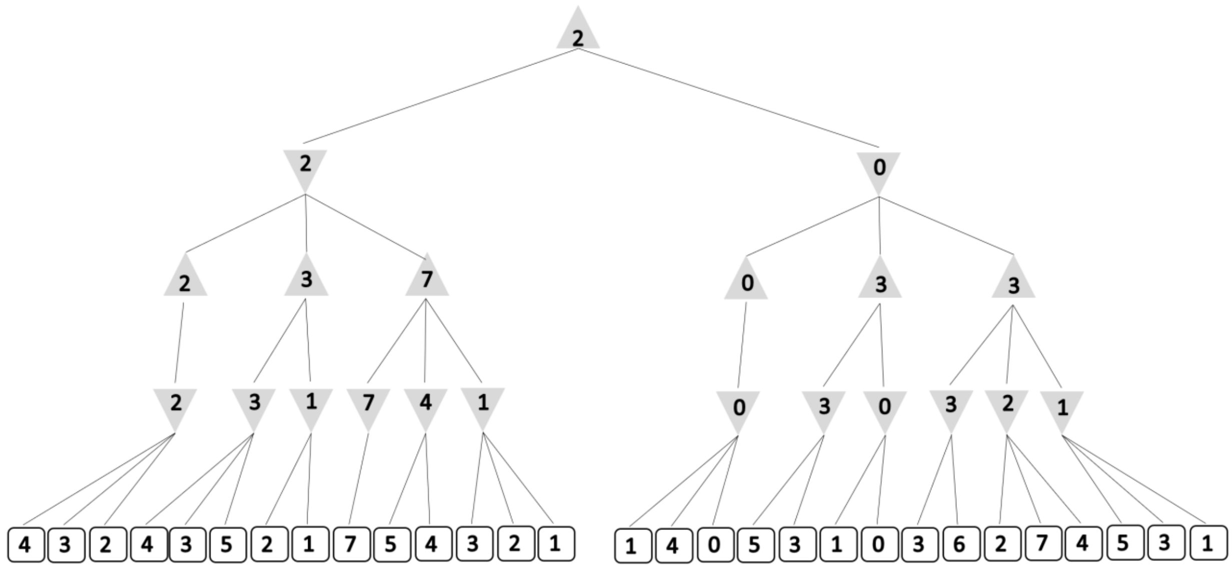
الف)



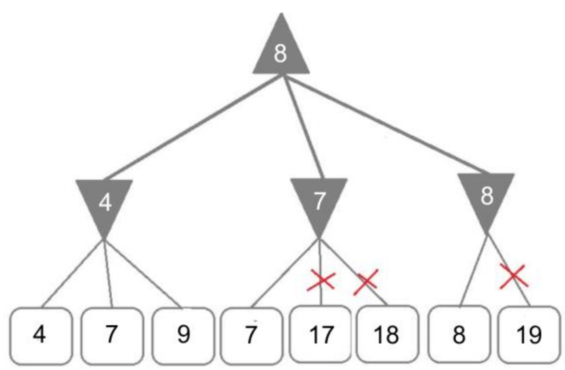
نودها و شاخه هایی که قابلیت هرس شدن دارند به شرح زیر است:

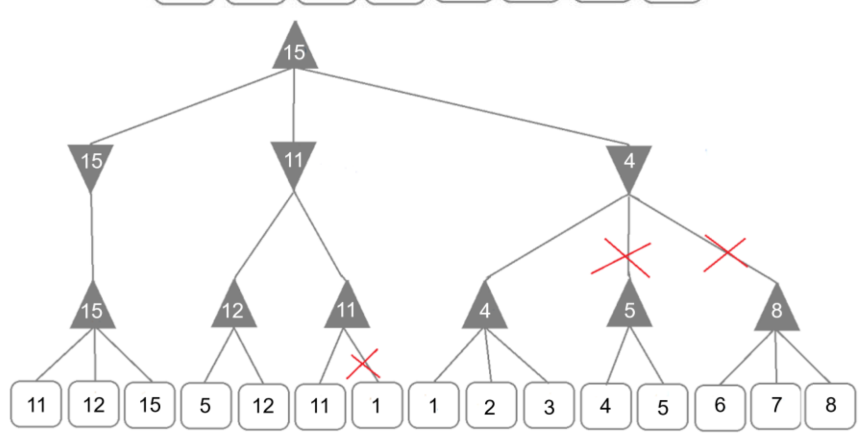


سطرهای Max را از کمترین مقدار به بیشترین مقدار مرتب کرده و سطرهای Min را از بیشینه مقدار به کمترین مقدار به صورت نزولی مرتب می کنیم.



ب)





احتمال

۱) ما می‌توانیم این مسئله را با استفاده از قضیه بیز حل کنیم. رویداد A را برای یک ایمیل بودن به عنوان اسپم و رویداد B را برای فیلتر شناسایی ایمیل به عنوان اسپم تعریف می‌کنیم. ما می‌خواهیم احتمال A به شرط B یا همان P(A|B) را بدست آوریم . می دانیم که:

$\boldsymbol{P(A) = 0.05}$ (5% chance that an email is a spam)

P(B|A) = 0.93 (93% chance that the filter detects a spam email)

$\boldsymbol{P(B|not\ A) = 0.01}$ (1% chance that the filter detects a normal email as spam)

$\boldsymbol{P(not\ B|A) = 0.07}$ (7% chance that the filter does not detect a spam email)

با استفاده از این احتمالات می توان P(B) که احتمال اینست که ایمیل توسط فیلتر اسپم تشخیص داده شده باشد، بدون توجه به اینکه واقعا اسپم است یا نه، را بدست آوریم:

$$\boldsymbol{P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(not\ A) \times P(B|not\ A)}$$
$$\boldsymbol{= 0.05 \times 0.93 + 0.95 \times 0.01 = 0.0564}$$

حال، ما می‌توانیم از قضیه بیز برای محاسبه $\boldsymbol{P(A|B)}$ ، احتمال واقعی بودن یک ایمیل به عنوان اسپم با در نظر گرفتن شناسایی آن توسط فیلتر به عنوان اسپم استفاده کنیم:

$$\boldsymbol{P(A|B) = P(A)\ x\ P(B|A) / P(B) = 0.05\ x\ 0.93 / 0.0564 = 0.823}$$

بنابراین، احتمال واقعی بودن یک ایمیل به عنوان اسپم و شناخته شدن آن توسط فیلتر برابر حدودا 82.3% است.

۲)

الف) برای محاسبه‌ی احتمال برنده شدن امیر در دور اول بازی، باید از قانون احتمال کل استفاده کنیم. فرض کنید B رویدادی باشد که حریف امیر مبتدی باشد، I رویدادی باشد که حریف امیر متوسط باشد و P رویدادی باشد که حریف امیر حرفه‌ای باشد. در این صورت داریم:

$$\boldsymbol{P(win_1) = P(win_1\,|\,B) * P(B) + P(win_1\,|\,I) * P(I) + P(win_1\,|\,P) * P(P)}$$
$$\boldsymbol{= 0.9 * (1/3) + 0.5 * (1/3) + 0.2 * (1/3) = 0.5333}$$

بنابراین، احتمال برنده شدن امیر در دور اول بازی تقریباً ۰.۵۳۳۳ است.

ب) اگر بدانیم که امیر بازی اول را برده است، ما می توانیم از قانون بیز برای بدست آوردن احتمال برد نفر دوم استفاده کنیم. گیریم W2 به بردن بازی دوم اشاره دارد. خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{P(W2 \mid W1) = P(W1 \mid W2) * P(W2) / P(W1)}$$

از بخش قبل احتمال برد او در بازی اول را داریم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{P(W2 \mid W1, B) = 0.9 * P(B \mid W1)\, P(W2 \mid W1, I)}$$

$$\boldsymbol{= 0.5 * P(I \mid W1)\, P(W2 \mid W1, P) = 0.2 * P(P \mid W1)}$$

برای محاسبه احتمالات $P(B \mid W1), P(I \mid W1), P(P \mid W1)$ خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{P(B \mid W1) = P(W1 \mid B) * P(B) / P(W1) = 0.9 * (1/3) / 0.5333 = 0.5347}$$

$$\boldsymbol{P(I \mid W1) = P(W1 \mid I) * P(I) / P(W1) = 0.5 * (1/3) / 0.5333 = 0.2978}$$

$$\boldsymbol{P(P \mid W1) = P(W1 \mid P) * P(P) / P(W1) = 0.2 * (1/3) / 0.5333 = 0.1675}$$

در نتیجه داریم:

$$P\boldsymbol{(W2 \mid W1) = (0.9 * 0.5347 + 0.5 * 0.2978 + 0.2 * 0.1675) / 0.5333}$$

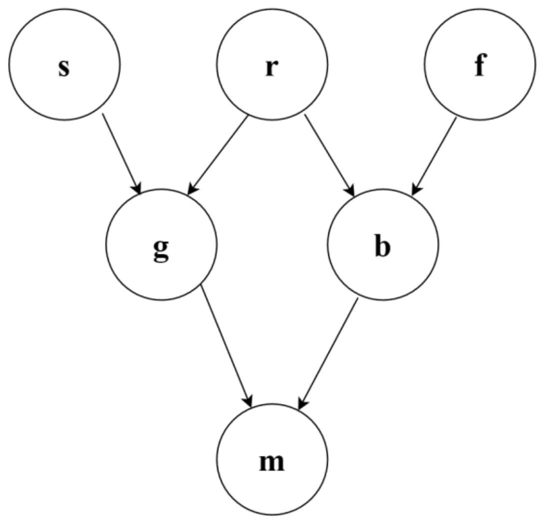
$$\boldsymbol{= 0.6562}$$

پس اگر بدانیم امیر بازی اول را برده است، احتمال بردن او در بازی دوم حدودا 0.6562 خواهد بود.

شبکه های بیزی

مسئله اول

الف)



ب)

$$P(S,R,F,G,B,M) = P(S)P(R)P(F)P(G|S,R)P(B|R,F)P(M|G,B)$$

ج)

۱) با استفاده از زنجیره احتمالاتی داریم:

$$P(-r,+s,+b,-m) = P(-m|-r,+s,+b) \times P(+b|-r,+f) \times$$
$$P(+g|+s,-r) \times P(+f) \times P(-r) \times P(+s)$$

$$P(-m|-r,+s,+b) = P(-m,g,b|-r,+s) = \frac{P(-m|g,b)P(g,b|-r,s)}{P(g,b|-m,s,-r)}$$

$$\frac{P(-m|g,b)P(g|s,-r)P(b|-r,f)}{P(g|s,-r)P(b|-r,f)P(-r)P(f)P(s)} = \frac{P(-m|g,b)}{P(g)}$$

$$P(g) = \sum^{g}\sum_{s}\sum_{r} P(g|s,-r)P(s)P(-r) = 0.7 \times 0.8 \times 0.6 = 0.336$$

$$\rightarrow P(-m|-r,+s,+b) = \frac{P(-m|g,b)}{P(g)} = \frac{0.1}{0.336} = 0.298$$

همچنین از طریق جداول داریم:

$$P(+b|-r,+f) = 0.95, \quad P(+g|-r,+s) = 0.7, \quad P(+f) = 0.9,$$

$\boldsymbol{P(-r) = 0.6, \quad P(+s) = 0.8}$

$\Rightarrow \; \boldsymbol{P(-r,+s,+b,-m) = 0.298 \times 0.95 \times 0.7 \times 0.9 \times 0.6 \times 0.8 = 0.0856}$

۲) برای حالتی که $+g,+b,-m$ را می خواهیم داریم:

$\boldsymbol{P(+g,+b,-m) = P(-m|+g,+b) \times P(+g|+s,-r) \times P(+b|-r,+f)}$

همچنین از طریق جداول داریم:

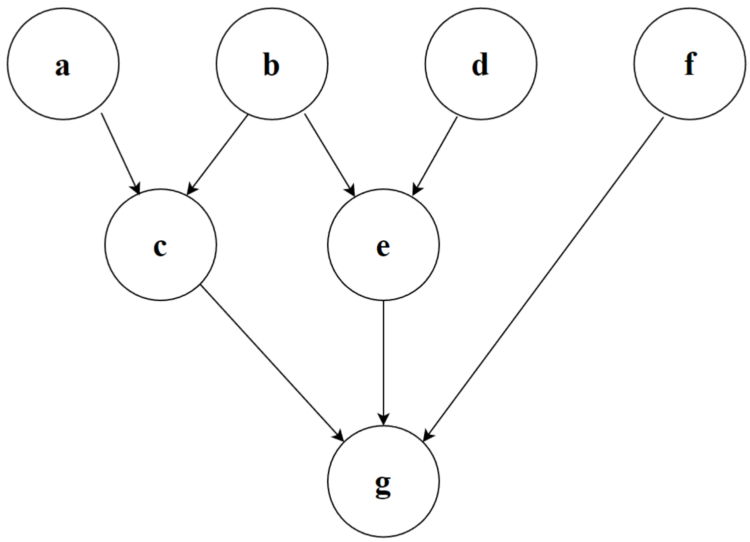
$\boldsymbol{P(-m|+g,+b) = 0.1, P(+g|-r,+s) = 0.7, P(+b|-r,+f) = 0.95}$

$\Rightarrow \; \boldsymbol{P(+g,+b,-m) = 0.1 \times 0.7 \times 0.95 = 0.0665}$

مسئله دوم

$$P(a) \times P(b) \times P(d) \times P(f) \times P(c|a,b) \times P(e|b,d) \times P(g|c,e,f)$$

الف)



ب)

۱) غلط. دانستن نود C به ما اطلاعات از دو نود B و A می دهد و احتمالات را محدود می کند. در نتیجه این دو از هم مستقل نمی شوند.

۲) درست. دانستن نود E تاثیر نود D بر روی G را از بین می برد و در نتیجه این دو نود از هم مستقل می شوند.

۳) درست. دو نود D و B نسبت به هم مستقل بوده و ارتباط مستقیم یا غیر مستقیمی بین این دو وجود ندارد.

۴) غلط. دو نود C و E مستقل از یکدیگر نبوده و نود B بر روی این دو تاثیر مستقیم دارد.