

### به نام خدا



دانشگاه تهران پردیس دانشکدههای فنی دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مبانی مکاترونیک استاد: دکتر طالع ماسوله

مینی پروژه 3

فربد سیاه کلی ۸۱۰۱۹۸۵۱۰

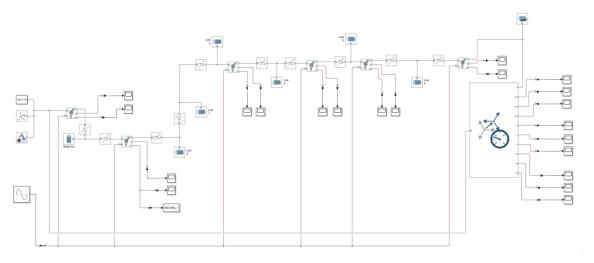
خرداد ۱۴۰۱

# **فهرست گزارش سوالات** (لطفاً پس از تکمیل گزارش، این فهرست را بهروز کنید.)

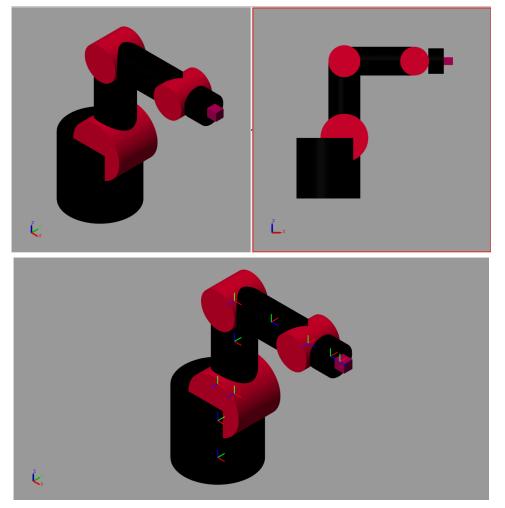
تعريف ربات در محيط Simscape	3.
بررسی فضای کاری ربات	4.
ژاکوپین ربات	5
ڙا ڏوپين ربات	)
چک کردن ماتریس ژاکویین	7

# تعریف ربات در محیط Simscape

تعریف مفاصل در محیط سیمولینک:



## خروجی شبیه سازی:



#### بررسی فضای کاری ربات:

پس از بدست آوردن عدد وضعیت ربات، شرط بزرگتر و یا مساوی بودن آن را چک کرده و اقدام به حل معادله به ازای بازه ی محدود گفته شده برای برخی از مفاصل می کنیم:

$$weight = \frac{1}{6} \times I$$

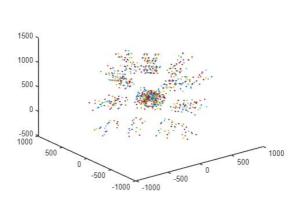
 $Condition Num = \sqrt{trace(J \times weight \times J^T)}$ 

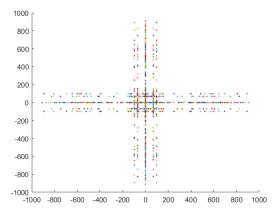
 $\rightarrow$  Working space: Condition Num  $\geq 1$ 

حال زوایای هر مفصل را در محدوده خود گسسته سازی می کنیم و سپس اقدام به چک کردن شرط فضای کاری می کنیم. در صورت برقرار بودن شرط، با استفاده از سینماتیک مستقیم ربات، محل effector را بدست می آوریم.

به علت آنکه مقادیر می توانند به صورت جایگشتی استفاده شوند، مدت زمان محاسبه فضای کاری بسیار طولانی می شود.

#### **Working Space**





#### ژاکوپین ربات:

$$e1 = 3 \times 1$$

$$0$$

$$0$$

$$1$$

$$e2 = \begin{cases} sin(teta_1) \\ -cos(teta_1) \\ 0 \end{cases}$$

$$e3 = \begin{cases} sin(teta_1) \\ -cos(teta_1) \\ 0 \end{cases}$$

e4 = 
$$\begin{pmatrix} \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2) \\ \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \\ \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \end{pmatrix}$$

$$e5 = \begin{pmatrix} -\cos(\text{teta}_4) & \sin(\text{teta}_1) - \sin(\text{teta}_4) & (\cos(\text{teta}_1) & \sin(\text{teta}_2) & \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_1) & \cos(\text{teta}_2) & \cos(\text{teta}_3) \end{pmatrix} \\ \cos(\text{teta}_4) & \cos(\text{teta}_4) & (\sin(\text{teta}_1) & \sin(\text{teta}_2) & \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) & \cos(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_1)) \\ \sin(\text{teta}_4) & (\cos(\text{teta}_2) & \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_2)) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \sin(\text{teta}_5) & \left(\sin(\text{teta}_1) & \sin(\text{teta}_4) - \cos(\text{teta}_4) & \left(\cos(\text{teta}_1) & \sin(\text{teta}_2) & \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) & \sin(\text{teta}_3) & \cos(\text{teta}_3) & \cos(\text{teta}$$

```
r1
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        sin(teta_1) sin(teta_4) -
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3)
                                              50 \cos(\text{teta}_1) + 420 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) + 98 \sin(\text{teta}_5)
                                                                                                                                                                                                                                                                               -98 \cos(\text{teta}_5)
                                                  (\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)) - 25 \cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_3) \cos(\text{t
                                   25 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 cos(teta_1) sin(teta_4) +
                                         50 \sin(\text{teta}_1) + 420 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) - 98 \sin(\text{teta}_5) \left( \cos(\text{teta}_4) \left( \frac{\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_4)}{\cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3)} \right) \right) = 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                   98 cos(teta<sub>5</sub>)
                                                (\cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2)) + 440 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3)
                                                                                                                                                                                                                       440 cos(teta<sub>3</sub>) sin(teta<sub>1</sub>) sin(teta<sub>2</sub>) -
                                                                                                                                      25 \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1)
                                                                                                                                           420 \sin(\text{teta}_2) - 440 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)
                       +25 \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2) + 440 \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) - \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)) +
                                                                                                                        98 cos(teta_4) sin(teta_5) (cos(teta_2) sin(teta_3) + cos(teta_3) sin(teta_2)) + 380
```

```
r2
                             420 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) + 98 \sin(\text{teta}_5) \left( \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) - \cos(\text{teta}_4) \left( \cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_4) \cos(\text{teta}_3) \right) \right) 
                -98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)) - 25 \cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3)
                                25 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)
                          420 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) - 98 \sin(\text{teta}_5) \left(\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) + \cos(\text{teta}_4) \left(\frac{\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_4)}{\cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_4)}\right) \right)
                 98 \cos(\text{teta}_5) \ (\cos(\text{teta}_2) \ \sin(\text{teta}_1) \ \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \ \sin(\text{teta}_1) \ \sin(\text{teta}_2)) + 440 \ \cos(\text{teta}_2) \ \sin(\text{teta}_1) \ \sin(\text{teta}_3) + 200 \ \sin(\text{teta}_3) \ \sin(\text{teta}_3) + 200 \ \cos(\text{teta}_3) \ \sin(\text{teta}_3) \ \cos(\text{teta}_3) \ \cos(\text{teta}_3
                                     440 \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) - 25 \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1)
             420 \sin(\text{teta}_2) - 440 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2) + 440 \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)
                                                                                                                     98 cos(teta_5) (cos(teta_2) cos(teta_3) – sin(teta_2) sin(teta_3)) +
                                                                                                       98 cos(teta_4) sin(teta_5) (cos(teta_2) sin(teta_3) + cos(teta_3) sin(teta_2))
r3
                  98 \sin(\text{teta}_5) (\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) - \cos(\text{teta}_4) (\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3)) -
                  98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)) - 25 \cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)
                          +25 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + 440 \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2)
             440 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - 98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2)) - \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_3) \cos(\text{teta}_3) \cos
                     98 \sin(\text{teta}_3) \left(\cos(\text{teta}_4) \sin(\text{teta}_4) + \cos(\text{teta}_4) \left(\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1)\right)\right)
                              +440 \ cos(teta_3) \ sin(teta_1) \ sin(teta_2) - 25 \ sin(teta_1) \ sin(teta_2) \ sin(teta_3) + 25 \ cos(teta_2) \ cos(teta_3) \ sin(teta_1)
                                       25 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - 440 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 25 \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2) + 440 \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)
                                                                                                              +98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) - \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3)) +
                                                                                                    98 cos(teta_4) sin(teta_5) (cos(teta_2) sin(teta_3) + cos(teta_3) sin(teta_2))
r4
                                                                          98 \sin(\text{teta}_5) \left( \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) - \cos(\text{teta}_4) \left( \frac{\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_4)}{\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3)} \right) \right)
               -98 \cos(\text{teta}_5) \ (\cos(\text{teta}_1) \ \cos(\text{teta}_2) \ \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \ \cos(\text{teta}_3) \ \sin(\text{teta}_3)) + 440 \ \cos(\text{teta}_1) \ \cos(\text{teta}_2) \ \sin(\text{teta}_3)
                                                                                                                                                              440 cos(teta<sub>1</sub>) cos(teta<sub>3</sub>) sin(teta<sub>2</sub>)
                                                                      440 \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) - 98 \cos(\text{teta}_5) \begin{pmatrix} \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \\ \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \end{pmatrix}
                   -98 \sin(\text{teta}_3) \left(\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) + \cos(\text{teta}_4) \left(\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1)\right)\right)
                                                                                                                                                              440 cos(teta<sub>3</sub>) sin(teta<sub>1</sub>) sin(teta<sub>2</sub>)
                         440 \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - 440 \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) + 98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) - \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3))
                                                                                                 +98 \cos(\text{teta}_4) \sin(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2))
r5
                98 \sin(\text{teta}_5) (\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) – \cos(\text{teta}_4) (\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) – \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3)))
                                                                         -98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2))
                -98 \sin(\text{teta}_5) \left(\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) + \cos(\text{teta}_4) (\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1))\right)
                                                                           -98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2))
                                                                                                            98 cos(teta_5) (cos(teta_2) cos(teta_3) – sin(teta_2) sin(teta_3)) +
                                                                                              98 cos(teta_4) sin(teta_5) (cos(teta_2) sin(teta_3) + cos(teta_3) sin(teta_2))
                98 \sin(\text{teta}_5) (\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) – \cos(\text{teta}_4) (\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) – \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3)))
                                                                         -98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_1) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_2))
                  -98 \sin(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_4) + \cos(\text{teta}_4) (\sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_3) - \cos(\text{teta}_2) \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1)))
                                                                           -98 \cos(\text{teta}_5) (\cos(\text{teta}_2) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_3) + \cos(\text{teta}_3) \sin(\text{teta}_1) \sin(\text{teta}_2))
                                                                                                           98 cos(teta_5) (cos(teta_2) cos(teta_3) – sin(teta_2) sin(teta_3)) +
                                                                                              98 cos(teta_4) sin(teta_5) (cos(teta_2) sin(teta_3) + cos(teta_3) sin(teta_2))
```

$$J = \begin{bmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} & \overrightarrow{e_4} & \overrightarrow{e_5} & \overrightarrow{e_6} \\ \overrightarrow{e_1} \times \overrightarrow{r_1} & \overrightarrow{e_2} \times \overrightarrow{r_2} & \overrightarrow{e_3} \times \overrightarrow{r_3} & \overrightarrow{e_4} \times \overrightarrow{r_4} & \overrightarrow{e_5} \times \overrightarrow{r_5} & \overrightarrow{e_6} \times \overrightarrow{r_6} \end{bmatrix}$$

حال برای بدست آوردن نقاط تکین کافیست تا دترمینان ماتریس ژاکوپین را برابر با صفر بگذاریم. تمامی نقاطی که در این معادله صدق کنند، نقطه تکین هستند.

معکوس پذیر نبودن ماتریس ژاکوپین نشان دهنده ی آن است که این زوایا، end effector را بر روی یک نقطه تکین می برند.

### چک کردن ماتریس ژاکوپین:

گشتاوری سینوسی به مفاصل اعمال شده و سرعت زاویهای مفاصل به همراه سرعت و سرعت زاویهای end effector را در ثانیهای خاص میخوانیم. سپس اقدام به صحت سنجی ماتریس ژاکوپین مینماییم:

$$\vec{t} = I \dot{\vec{\theta}}$$

teta1=0.252; teta2=0.252; teta3=0.252; teta4=0.252; teta5=0.252; teta6=0.252;

ژاکوپین به ازای تتاهای بالا:

سرعت زاویهای مفاصل:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.162497 \\ 0.162497 \\ 0.162497 \\ 0.162497 \\ 0.162497 \\ 0.162497 \end{bmatrix}$$

خروجی تئوری:

$$\overrightarrow{twist} = \begin{bmatrix} 0.1143 \\ -0.1541 \\ 0.1965 \\ 60.8040 \\ 119.4675 \\ 137.3621 \end{bmatrix}$$

خروجی شبیه سازی:

$$\overline{twist} = \begin{bmatrix} \omega \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.394644 \\ -0.406885 \\ 0.315910 \\ -218.512 \\ 12.421 \\ 186.575 \end{bmatrix}$$

متاسفانه برخلاف تصور، خروجیها همخوانی نداشت.