



به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مبانی مکترونیک

استاد: دکتر طالع ماسوله

## مینی پروژه 4

فرید سیاه‌کلی

۸۱۰۱۹۸۵۱۰

مرداد ۱۴۰۱

**فهرست گزارش سوالات** (لطفاً پس از تکمیل گزارش، این فهرست را به روز کنید.)

- 3..... جدول پارامترهای DH
- 3..... سینماتیک مستقیم ربات
- 3..... سینماتیک معکوس ربات
- 4..... معادله دینامیکی
- 5..... صحت سنجی معادله دینامیکی

## جدول پارامترهای DH

تعریف مفاصل در محیط سیمولینک:

$i$	$a_i$	$b_i$	$\alpha_i$	$\theta_i$	$\theta_{initial}$
1	0	$0.06 + 0.15$	90	$\theta_1$	180
2	$0.06 + 0.15$	0	0	$\theta_2$	90
3	$0.03 + 0.15$	0	0	$\theta_3$	0

## مسئله سینماتیک مستقیم

$$a_i = \begin{pmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ b_i \end{pmatrix}, \quad Q_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix}$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.21 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0.21 \cos \theta_2 \\ 0.21 \sin \theta_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0.18 \cos \theta_3 \\ 0.18 \sin \theta_3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P = a_1 + Q_1 a_2 + Q_1 Q_2 a_3 =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{3 \cos(\theta_1) (6 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 7 \cos(\theta_2))}{100} \\ \frac{3 \sin(\theta_1) (6 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 7 \cos(\theta_2))}{100} \\ \frac{9 \sin(\theta_2 + \theta_3)}{50} + \frac{21 \sin(\theta_2)}{100} + \frac{21}{100} \end{pmatrix}$$

## مسئله سینماتیک معکوس

$$x = \frac{3 \cos(\theta_1) (6 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 7 \cos(\theta_2))}{100}$$

$$y = \frac{3 \sin(\theta_1) (6 \cos(\theta_2 + \theta_3) + 7 \cos(\theta_2))}{100}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{9}{10^4} (36 \cos^2(\theta_2 + \theta_3) + 49 \cos^2(\theta_2) + 84 \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2))$$

$$z^2 = \frac{324}{10^4} \sin^2(\theta_2 + \theta_3) + \frac{441}{10^4} \sin^2(\theta_2) + \frac{441}{100} + \frac{756}{10^4} \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) + \frac{756}{10^4} \sin(\theta_2 + \theta_3) + \frac{882}{10^4} \sin(\theta_2)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{324}{10^4} + \frac{441}{10^4} + \frac{756}{10^4} \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_2) + \frac{756}{10^4} \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_2) + \frac{756}{10^4} \sin(\theta_2 + \theta_3) + \frac{882}{10^4} \sin(\theta_2)$$

که پس از ساده سازی خواهیم داشت:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{765}{10^4} + \frac{756}{10^4} \cos(\theta_3) + \frac{756}{10^4} \sin(\theta_2 + \theta_3) + \frac{882}{10^4} \sin(\theta_2)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{765}{10^4} + \frac{756}{10^4} \cos(\theta_3) + \frac{42}{100} \left( z - \frac{21}{100} \right)$$

$$\cos(\theta_3) = \frac{(x^2 + y^2 + z^2 - 0.42z + 0.117)10^4}{756}$$

$$\rightarrow \theta_3 = \cos^{-1} \left( \frac{(x^2 + y^2 + z^2 - 0.42z + 0.117)10^4}{756} \right)$$

در ادامه با جایگذاری در معادله  $z$ ،  $\theta_2$  را بدست خواهیم آورد. در ادامه نیز  $\theta_3$  را بدست می آوریم.

### مدل دینامیکی سیستم

$$C_1 = \begin{pmatrix} -0.01 \\ 0.01 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.04 \\ -0.01 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.06 \\ -0.02 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} 20 & 1 & 1 \\ 1 & 25 & 1 \\ 1 & 1 & 50 \end{pmatrix} \times 10^{-6}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} 50 & 1 & 1 \\ 1 & 300 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix} \times 10^{-6}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} 30 & 1 & 1 \\ 1 & 40 & 1 \\ 1 & 1 & 50 \end{pmatrix} \times 10^{-6}$$

$$\vec{C}_i = ]\vec{C}_i[ + \vec{\omega}_i \times \vec{C}_i$$

$$\vec{\omega}_1 = \theta_1 \vec{k}_1 = \theta_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad [\vec{\omega}_2]_2 = \theta_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad [\vec{\omega}_3]_3 = \theta_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{\omega}_1]_2 = \theta_1 Q_1^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad [\vec{\omega}_2]_3 = \theta_1 Q_1^T Q_2^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \theta_2 Q_2^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\vec{\omega}_3]_4 = \theta_1 Q_1^T Q_2^T Q_3^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \theta_2 Q_2^T Q_3^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \theta_3 Q_3^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\dot{\vec{C}}_2]_1 = Q_1 [\dot{\vec{C}}_2]_2, \quad [\dot{\vec{C}}_3]_1 = Q_1 Q_2 [\dot{\vec{C}}_3]_3$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \overrightarrow{\dot{C}_1}^T \overrightarrow{\dot{C}_1} + \frac{1}{2} [\overrightarrow{\omega_1}]_2^T [I_1]_2 [\overrightarrow{\omega_1}]_2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 \overrightarrow{\dot{C}_2}^T \overrightarrow{\dot{C}_2} + \frac{1}{2} [\overrightarrow{\omega_2}]_3^T [I_2]_3 [\overrightarrow{\omega_2}]_3$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 \overrightarrow{\dot{C}_3}^T \overrightarrow{\dot{C}_3} + \frac{1}{2} [\overrightarrow{\omega_3}]_4^T [I_3]_4 [\overrightarrow{\omega_3}]_4$$

$$T_{total} = T_1 + T_2 + T_3$$

$$V_1 = 0, \quad V_2 = \frac{mgl_1}{2} \sin(\theta_2)$$

$$V_3 = mgl_1 \sin(\theta_2) + \frac{l_2}{2} mg \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

$$V_2 = 3 \times 0.15 \sin(\theta_2) = 0.45 \sin(\theta_2)$$

$$V_3 = 0.9 \sin(\theta_2) + 0.45 \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

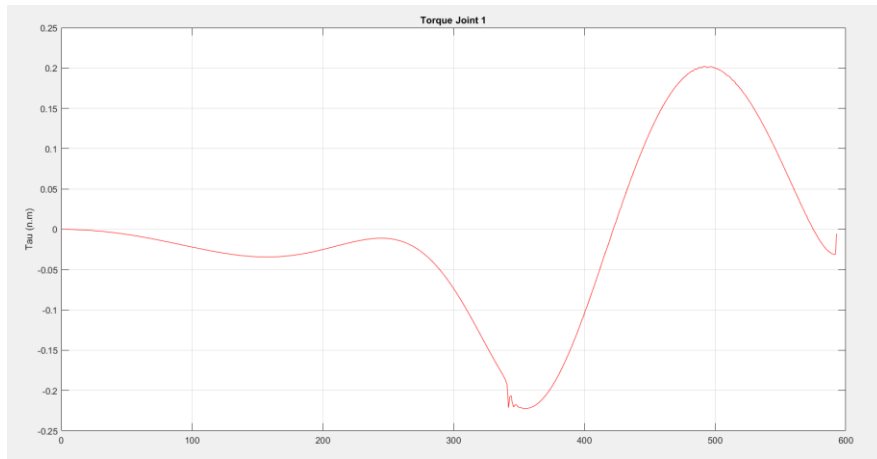
$$V = 1.35 \sin(\theta_2) + 0.45 \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

$$\vec{\tau} = M \ddot{\vec{\theta}} + \dot{M} \dot{\vec{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \vec{\theta}} + \frac{\partial V}{\partial \vec{\theta}}$$

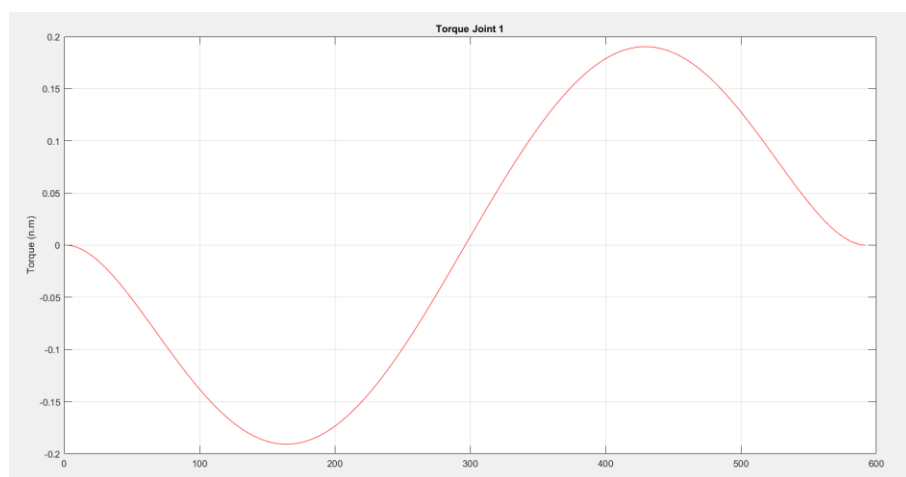
$$M = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_1^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_1 \partial \dot{\theta}_2} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_1 \partial \dot{\theta}_3} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_2 \partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_2^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_2 \partial \dot{\theta}_3} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_3 \partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_3 \partial \dot{\theta}_2} & \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\theta}_3^2} \end{bmatrix}$$

صحت سنجی مدل دینامیکی

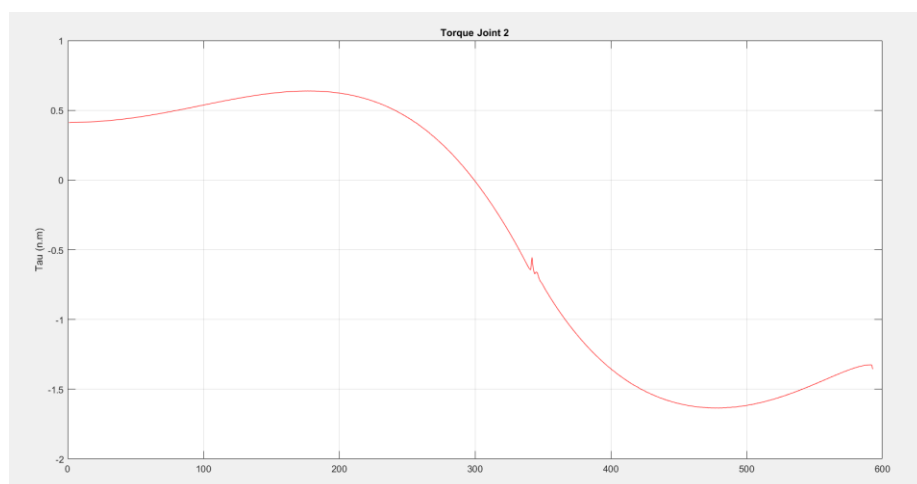
گشتاور مفصل شماره یک:



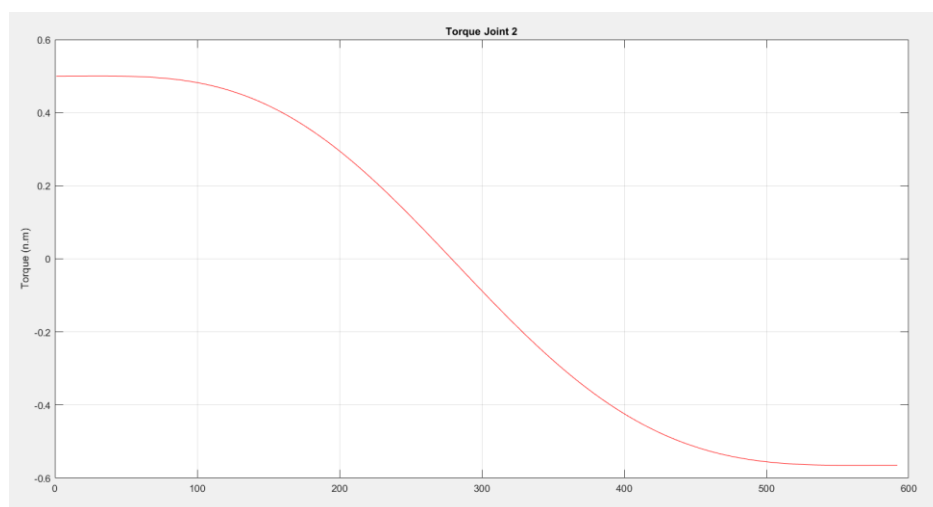
پیش بینی بر اساس معادله بدست آمده:



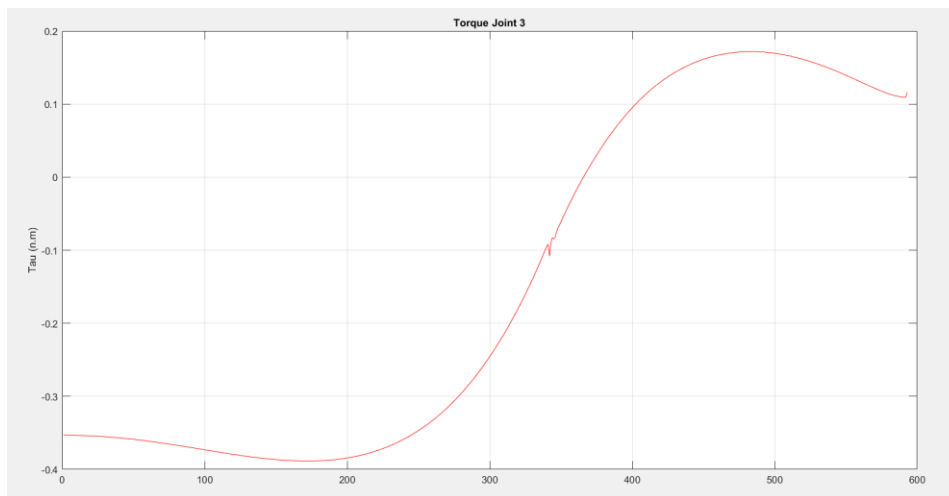
گشتاور مفصل شماره دو:



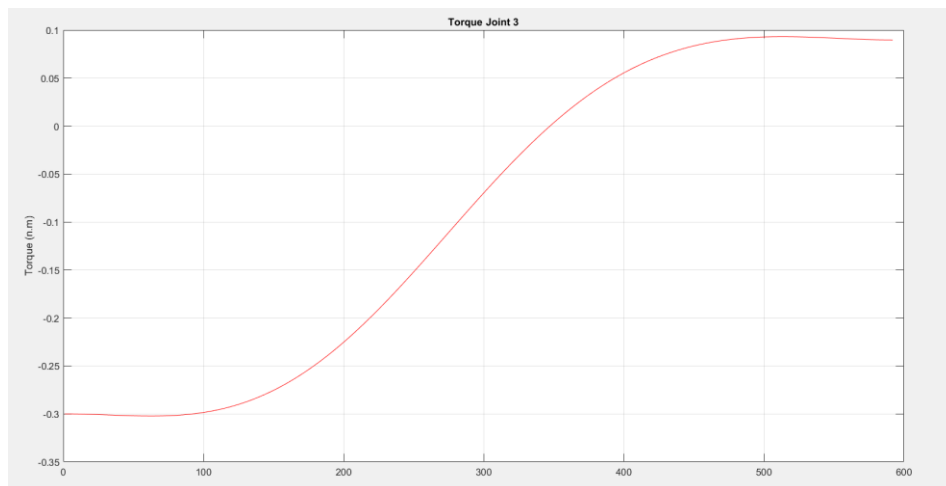
پیش بینی بر اساس معادله بدست آمده:



گشتاور مفصل شماره سه:



پیش بینی بر اساس معادله بدست آمده:



که با تقریب یکسان بدست می آیند.

برای اجرای کدها ابتدا فایل MP4.m و سپس Test.m اجرا شوند.