Probabilidad

13

ACTIVIDADES

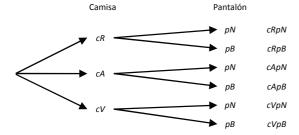
1. Página 318

Denotamos con:

cR =«Camisa roja» cA =«Camisa azul» cV =«Camisa verde»

pN = «Pantalón negro» pB = «Pantalón blanco»

Después, elegimos primero la camiseta que nos queremos poner. Una vez elegida, podemos combinar cada camiseta con el pantalón negro o blanco. Luego tenemos seis maneras distintas de vestirnos.



2. Página 318

Denotamos con:

bJ = «Bocadillo de jamón» rN = «Refresco de naranja»

bC = «Bocadillo de chorizo» rL = «Refresco de limón»

bQ = «Bocadillo de queso» rC = «Refresco de cola»

bT = «Bocadillo de tortilla»

Después, elegimos primero el bocadillo. Una vez elegido, podemos combinar cada bocadillo con el refresco que queramos. Luego el espacio muestral nos queda:

 $E = \{bJrN, \, bJrL, \, bJrC, \, bCrN, \, bCrL, \, bCrC, \, bQrN, \, bQrL, \, bQrC, \, bTrN, \, bTrL, \, bTrC\}$

3. Página 319

Si no se repiten las cifras:

$$V_{9,5} = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9!}{4!} = 15\,120$$
 maneras posibles

Si se repiten las cifras:

$$VR_{9,5} = 9^5 = 59049$$
 maneras posibles

4. Página 319

Como en este caso el orden no influye, se trata de una combinación:

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3! \cdot (12-3)!} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 220$$
 helados de tres sabores diferentes.

Sean los sucesos:

N = «Coger una naranja» $M = \text{``Coger una manzana''} \qquad P = \text{``Coger un plátano''} \qquad C = \text{``Coger una ciruela''}$

a) El espacio muestral es $E = \{N, M, P, C\}$.

Un suceso seguro es: A = «Coger una naranja o coger una manzana o coger un plátano o coger una ciruela».

Un suceso imposible es: B = «Coger una pera».

b) $C = \text{``Coger dos manzanas''} = \{M, M\}$ $D = \text{``Coger una ciruela y un plátano''} = \{C, P\}$

6. Página 320

- a) $A = \text{``Obtener un número múltiplo de 3 o de 7"} = \{3, 6, 9, 12\} \cup \{7\} = \{3, 6, 7, 9, 12\}$
- **b)** $B = \text{``Obtener un número múltiplo de 2 y de 3''} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{3, 6, 9, 12\} = \{6, 12\}$

7. Página 321

A y B son compatibles ya que puedes sacar el as de bastos.

A y C son incompatibles ya que una carta no puede ser un as y un caballo a la vez.

A y D son incompatibles ya que una carta no puede ser un as y una figura a la vez.

B y C son compatibles ya que puedes sacar el caballo de bastos.

B y D son compatibles ya que puedes sacar la sota, el caballo o el rey de bastos.

C y D son compatibles ya que los caballos son figuras, por lo que al sacar un caballo estás sacando una figura.

8. Página 321

```
a) A = \text{«Escoger fruta roja»} = \{\text{Manzanas rojas, ciruelas rojas}\}
```

 $B = \text{«Escoger manzana»} = \{\text{Manzanas rojas, manzanas verdes}\}$

 $C = \text{``Escoger plátano o pera''} = \{\text{Peras verdes, peras amarillas, plátanos}\}$

 \overline{A} = «No escoger fruta roja» = {Manzanas verdes, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

 \overline{B} = «No escoger manzana» = {Ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}

 \overline{C} = «No escoger plátano o pera» = {Manzanas rojas, manzanas verdes, ciruelas rojas}

 $A - B = \{\text{Ciruelas rojas}\}\$ $B-C = \{\text{Manzanas rojas, manzanas verdes}\}$

 $A \cap \overline{B} = \{\text{Ciruelas rojas}\}\$ $A \cap \overline{C} = \{\text{Manzanas rojas, ciruelas rojas}\}$

b) $\overline{A \cup B} = \overline{\{Manzanas rojas, manzanas verdes, ciruelas rojas\}} = \{Peras verdes, peras amarillas, plátanos\}$

 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{\text{Peras verdes, peras amarillas, plátanos}\}\$

 $\overline{A \cap B} = \overline{\{\text{Manzanas rojas}\}} = \{\text{Manzanas verdes, ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}\}$

 $\overline{A} \cup \overline{B} = \{\text{Manzanas verdes, ciruelas rojas, peras verdes, peras amarillas, plátanos}\}$

La moneda está trucada, ya que si no lo estuviese el número de caras y el número de cruces deberían ser más o menos el mismo.

La frecuencia relativa del número de caras en cada caso es:

$$f(\text{Amigo 1}) = \frac{70}{100} = 0.7$$

$$f(\text{Amigo 3}) = \frac{69}{100} = 0,69$$

$$f(\text{Amigo 2}) = \frac{68}{100} = 0,68$$

$$f(\text{Amigo 4}) = \frac{72}{100} = 0.72$$

Como podemos observar, la probabilidad de obtener cara se aproxima a 0,7.

10. Página 322

N.º de lanzamientos	«Salir 2»	Frecuencia relativa
100	20	0,2
500	80	0,16
1 000	168	0,168
10 000	1660	0,166

La probabilidad es aproximadamente 0,166.

11. Página 323

a)
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) \rightarrow P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0,\hat{6}$$

b)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{15} = 0,0\hat{6}$$

c)
$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15} = 0.93$$

12. Página 323

a)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,1 = 0,6$$

b)
$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0, 1 = 0, 9$$

c)
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

a)
$$P(\text{Una espada}) = \frac{10}{40} = 0.25$$

b)
$$P(\text{Una figura}) = \frac{12}{40} = 0.3$$

c)
$$P(\text{Una figura de bastos}) = \frac{3}{40} = 0,075$$

d)
$$P(\text{Un as de oros o copas}) = \frac{2}{40} = 0.05$$

Primero veamos cuántos casos posibles hay:

$$V_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = 56$$

De esos 56 casos posibles solo nos interesan los que acaben en 5, por lo que hay 7 casos favorables:

El «55» no se puede dar pues las bolas se extraen consecutivamente sin reemplazamiento, y si en la primera posición ya sale el 5, en la segunda no puede salir. Así:

$$P(\text{Número múltiplo de 5}) = \frac{7}{56} = 0,125$$

15. Página 325

a)
$$P(Playa / Montaña) = \frac{n.^{\circ} \text{ de personas que van a ambos sitios}}{n.^{\circ} \text{ de personas que van a la montaña}} = \frac{5}{8} = 0,625$$

b)
$$P(\text{Playa/No monta} \hat{n}) = \frac{n.^{\circ} \text{ de personas que van a la playa y no a la monta} \hat{n} = \frac{17-5}{30-8} = \frac{12}{22} = 0, \widehat{54}$$

16. Página 325

a)
$$P(1/Rojo) = \frac{Rojas \ y \ numeradas \ con \ 1}{Rojas} = \frac{2}{5} = 0.4$$

b)
$$P(2 / Azul) = \frac{Azules \ y \ numeradas \ con \ 2}{Azules} = \frac{2}{6} = 0, \hat{3}$$

c)
$$P(2 / Blanco) = \frac{Blancas y numeradas con 2}{Blancas} = \frac{3}{4} = 0,75$$

17. Página 326

a)
$$P(\text{Viva donde trabaje}) = \frac{\text{n.}^{\circ} \text{ de personas que viven donde trabajan}}{\text{n.}^{\circ} \text{ de personas totales}} = \frac{30}{55} = 0, \widehat{54}$$

b)
$$P(\text{No viva donde trabaje / Mujer}) = \frac{\text{Mujer y no vive donde trabaja}}{\text{Mujer}} = \frac{10}{30} = 0, \hat{3}$$

c)
$$P(\text{Viva donde trabaje / Hombre}) = \frac{\text{Hombre y vive donde trabaja}}{\text{Hombre}} = \frac{10}{25} = 0.4$$

	Chico	Chica	Total
Practica deporte	10	8	18
No practica deporte	6	6	12
Total	16	14	30

$$P(\text{Ser chica y no practicar deporte}) = \frac{\text{n.}^{\circ} \text{ de chicas que no practican deporte}}{\text{n.}^{\circ} \text{ de personas totales}} = \frac{6}{30} = 0.2$$

No hablan dos idiomas extranjeros 18 - 4 = 14 personas del grupo.

$$P(Ser mujer) = \frac{18}{33} = 0, \widehat{54}$$

P(No saber dos idiomas sabiendo que es mujer) = $\frac{14}{18}$ = 0, $\hat{7}$

 $P(\text{No saber dos idiomas y ser mujer}) = \frac{18}{33} \cdot \frac{14}{18} = 0, \widehat{42}$

20. Página 327

$$P(Ser chico) = \frac{20}{32} = 0,625$$

P(Usar el tranporte público sabiendo que es chico) = $\frac{9}{20}$ = 0,45

 $P(Usar el transporte público y ser chico) = \frac{20}{32} \cdot \frac{9}{20} = 0,281$

21. Página 328

Sea el suceso A = «Escoger un alumno haya aprobado todas las materias».

En total hay 32 + 35 + 31 = 98 alumnos.

$$A_1 = \text{ "Pertenecer al grupo 1"} \rightarrow P(A_1) = \frac{32}{98} = 0,326$$

$$A_2 = \text{ ``Pertenecer al grupo 2"} \rightarrow P(A_2) = \frac{35}{98} = 0,357$$

$$A_3 =$$
 «Pertenecer al grupo 3» $\rightarrow P(A_3) = \frac{31}{98} = 0.316$

$$P(A/A_1) = 0.68$$

$$P(A/A_2) = 0.72$$

$$P(A/A_3) = 0.84$$

$$P(A) = P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2) + P(A_3)P(A/A_3) = 0.745$$

Hay un 74,5% de probabilidad de que el alumno elegido haya aprobado todas las materias.

22. Página 328

Sea el suceso A =«Coger un caramelo que sea de fresa».

Se escoge una bolsa al azar:

$$A_1 = \text{ ``Pertenecer a la bolsa 1''} \rightarrow P(A_1) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$A_2 = \text{``Pertenecer a la bolsa 2"} \rightarrow P(A_2) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$P(A/A_1) = \frac{5}{8} = 0,625$$

$$P(A/A_2) = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2) = 0,6875$$

Hay un 68,75 % de probabilidad de que el caramelo sea de fresa.

Sea el suceso A =«Escoger a un alumno no haya aprobado todas las materias».

En total hay 32+35+31=98 alumnos.

$$A_1 = \text{ ``Pertenecer al grupo 1"} \rightarrow P(A_1) = \frac{32}{98} = 0,326$$

$$A_2 = \text{ ``Pertenecer al grupo 2"} \rightarrow P(A_2) = \frac{35}{98} = 0,357$$

$$A_3 =$$
 «Pertenecer al grupo 3» $\rightarrow P(A_3) = \frac{31}{98} = 0.316$

$$P(A/A_1) = 1 - 0.68 = 0.32$$

$$P(A/A_2) = 1-0.72 = 0.28$$

$$P(A/A_3) = 1 - 0.84 = 0.16$$

$$P(A) = P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2) + P(A_3)P(A/A_3) = 0.255$$

$$P(A_3 \mid A) = \frac{P(A_3)P(A \mid A_3)}{P(A_1)P(A \mid A_1) + P(A_2)P(A \mid A_2) + P(A_3)P(A \mid A_3)} = 0,1984$$

La probabilidad de que el alumno sea del grupo 3 si no ha aprobado todas las materias es del 19,84 %.

24. Página 329

Sea el suceso A =«Un caramelo sea de menta».

Se escoge una bolsa al azar:

$$A_1 = \text{ ``Pertenecer a la bolsa 1''} \rightarrow P(A_1) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$A_2 =$$
 «Pertenecer a la bolsa 2» $\rightarrow P(A_2) = \frac{1}{2} = 0.5$

$$P(A/A_1) = \frac{3}{8} = 0.375$$

$$P(A/A_2) = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$P(A) = P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2) = 0.3125$$

$$P(A_1/A) = \frac{P(A_1)P(A/A_1)}{P(A_1)P(A/A_1) + P(A_2)P(A/A_2)} = 0,6$$

La probabilidad de que el caramelo provenga de la bolsa 3 si el caramelo es de menta es del 60 %.

SABER HACER

25. Página 330

a)
$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

b)
$$VR_{5,3} = 5^3 = 125$$

26. Página 330

«Sacar 0 bolas»
$$C_{5,0} \rightarrow 1$$

«Sacar 0 bolas»
$$C_{5,0} \rightarrow 1$$

«Sacar 2 bolas» $C_{5,2} = 5 = 5 = 10$
«Sacar 4 bolas» $C_{5,4} = 5 = 5 = 10$

«Sacar 4 bolas»
$$\rightarrow C_{5,4} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = 5$$

«Sacar 1 bola»
$$\rightarrow C_{5,1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 5$$
 «Sacar 3 bolas» $\rightarrow C_{5,3} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = 10$

«Sacar 3 bolas»
$$\to C_{5,3} = {5 \choose 3} = 10$$

«Sacar 5 bolas»
$$\rightarrow$$
 1

 $1+5+10+10+5+1=2^5=32 \rightarrow \text{Hay } 32 \text{ sucesos en total.}$

«Sacar 0 bolas» \rightarrow 1

«Sacar 1 bola»
$$\rightarrow C_{3,1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 3$$

«Sacar 2 bolas»
$$\rightarrow C_{3,2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 3$$

«Sacar 3 bolas» \rightarrow 1

 $1+3+3+1=2^3=8 \to \text{Hay 8 sucesos en total}.$

28. Página 331

	1	2	3	4	5	6
R	R1	R2	R3	R4	R5	R6
N	N1	N2	N3	N4	N5	N6

El espacio muestral es *E* = {*R*1, *R*2, *R*3, *R*4, *R*5, *R*6, *N*1, *N*2, *N*3, *N*4, *N*5, *N*6}.

29. Página 331

		Az	Ve	Ro
1	N	AzN	VeN	RoN
	R	AzR	VeR	RoR

El espacio muestral es $E = \{AzN, VeN, RoN, AzR, VeR, RoR\}$.

30. Página 331

Sea A =«Extraer una tarjeta de color blanco».

Tarjetas extraídas	10	50	75	100	300	500
Tarjetas blancas	2	9	15	21	62	95
Frecuencia relativa	0,2	0,18	0,2	0,21	0,208	0,19

Las frecuencias relativas tienden a 0,2. Por tanto, P(A) = 0,2.

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{8}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{24}$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{5}{24}$$

Sean los sucesos A = «Pertenece al grupo de teatro» y B = «Escribe en el periódico».

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.7$$

$$P(A \cap B) = 0.3$$

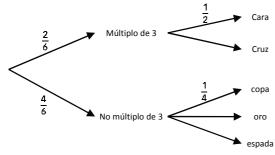
	В	B	
Α	30	10	40
Ā	40	20	60
	70	30	100

a)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = 0.8$$
 $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2$$

b) Como el 70% escribe en el periódico y el 30% además pertenece al grupo de teatro, entonces el 40% escribe en el periódico, pero no pertenece al grupo de teatro.

33. Página 332



a)
$$P(Múltiplo de 3 y cruz) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = 0, 1\hat{6}$$

b)
$$P(\text{No múltiplo de 3 y basto}) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} = 0, 1\hat{6}$$

34. Página 332

Como son sucesos independientes podemos aplicar la regla del producto.

A = «Sacar una bola azul en la primera extracción»

B = «Sacar una bola roja en la segunda extracción»

C = «Sacar una bola blanca en la tercera extracción»

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{7}{20} \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{9}{20} = \frac{63}{2000} = 0,0315$$

35. Página 333

Sea el suceso A = «Sacar un bolígrafo negro».

$$E_1 = \text{ "Pertenecer al estuche 1"} \rightarrow P(E_1) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$E_2$$
 = «Pertenecer al estuche 2» $\rightarrow P(E_2) = \frac{1}{2} = 0.5$

$$P(A/E_1) = \frac{2}{6} = 0,\hat{3}$$

$$P(A/E_2) = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$P(A) = P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2) = 0.2\hat{6}$$

Hay un $26,\hat{6}$ % de probabilidad de que salga un bolígrafo negro.

36. Página 333

Por la actividad anterior sabemos que:

$$P(A) = P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2) = 0.2\hat{6}$$

$$P(E_2)P(A/E_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0.1$$

Por lo que aplicando el teorema de Bayes:

$$P(E_2 / A) = \frac{P(E_2)P(A / E_2)}{P(E_1)P(A / E_1) + P(E_2)P(A / E_2)} = 0,375$$

La probabilidad de que sea del estuche E_2 es de 37,5 %.

ACTIVIDADES FINALES

37. Página 334

- a) Determinista
- c) Determinista
- e) Aleatorio

b) Aleatorio

- d) Determinista
- f) Aleatorio

38. Página 334

- **b)** $E = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
- e) Respuesta abierta. Por ejemplo: $E = \{Rojo, Azul, Verde, Negro, Gris, Blanco\}$
- f) $E = \{Bastos, Espadas, Oros, Copas\}$

39. Página 334

a)
$$C_{12,5} = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5!7!} = 792$$
 c) $P_3 = 6! = 720$

c)
$$P_3 = 6! = 720$$

e)
$$V_{5,4} = \frac{5!}{(5-1)!} = 5$$

b)
$$P_8 = 8! = 40320$$

d)
$$VR_{3.5} = 3^5 = 243$$

f)
$$VR_{3,2} = 3^2 = 9$$

40. Página 334

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$P_{A} = 4! = 24$$

$$V_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20$$

43. Página 334

a) $E = \{0, 1, 2, 3\}$

Como solo anotamos las caras obtenidas, entonces podemos obtener ninguna, una, dos o tres caras.

b)
$$E = \begin{cases} 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, \\ 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66 \end{cases}$$

Como los dados son de distintos colores, los sucesos 16 y 61 son diferentes.

c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

En este caso el color de los dados es indiferente ya que nos preguntan por la suma de los resultados.

d) $E = \{MM, MN, MP, NN, NP, PP\}$

En este caso no importa el orden.

e) $E = \{BB, BN, BR, BV, NN, NR, NV, RR, RV, VV\}$

En este caso no importa el orden.

f) $E = \{FFF, FFL, FFN, FNN, FNL, FLL, NNN, NNL, NLL, LLL\}$

En este caso no importa el orden.

44. Página 334

a)
$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$
 $C = \{5, 10\}$ $E = \{1, 2, 3, 4\}$ $D = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b)
$$B \cap C = \emptyset \rightarrow Son$$
 incompatibles. $C \cap E = \emptyset \rightarrow Son$ incompatibles. $D \cap E = \emptyset \rightarrow Son$ incompatibles.

c)
$$A - B = A \cap \overline{B} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\} = \{2, 4, 8, 10\}$$

 $\overline{A} \cup E = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11\}$
 $\overline{C} \cap A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} = \{2, 4, 6, 8, 12\}$

a)
$$A = \{16, 18, 20\}$$
 $B = \{17, 18, 19, 20\}$ $C = \{15, 18\}$

b)
$$A \cup \overline{B} = \{16, 18, 20\} \cup \{15, 16\} = \{15, 16, 18, 20\}$$

 $(A \cup \overline{B}) \cap C = \{15, 16, 18, 20\} \cap \{15, 18\} = \{15, 18\}$

c)
$$\overline{A \cup B} = \overline{\{16, 17, 18, 19, 20\}} = \{15\}$$

 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{15, 17, 19\} \cap \{15, 16\} = \{15\}\}$ \rightarrow La propiedad se cumple.

$$\overline{A \cap B} = \overline{\{18, 20\}} = \{15, 16, 17, 19\}$$

 $\overline{A \cup B} = \{15, 17, 19\} \cup \{15, 16\} = \{15, 16, 17, 19\}$ \rightarrow La propiedad se cumple.

Complementarios: \overline{A} y \overline{B}

Unión: $A \cup B$, $\overline{A} \cup B$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$, $A \cup \overline{A}$ y $B \cup \overline{B}$

Intersección: $A \cap B$, $\overline{A} \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $A \cap \overline{A}$ y $B \cap \overline{B}$

Diferencia: A - B y B - A

Vamos a definir un ejemplo de cada uno:

 \overline{A} = «NO ser mayor de 18 años»

 $A \cup \overline{B} =$ «Ser mayor de 18 años O NO vivir en zona urbana»

 $\overline{A} \cap B =$ «NO ser mayor de 18 años Y vivir en zona urbana»

B - A = «Vivir en zona urbana Y NO ser mayor de 18 años»

47. Página 334

E = «Detenerse en un número múltiplo de 3» I = «Detenerse en un número múltiplo de 4»

F = «Detenerse en un número múltiplo de 5» J = «Detenerse en un número par»

G = «Detenerse en un número mayor que 15» K = «Detenerse en un número divisor de 18»

H = «Detenerse en un número menor que 5»

 $A = E \cup F$ $B = G \cup H$ $C = E \cap I$ $D = J \cap K$

48. Página 335

- a) $A \cap B =$ «Sacar un as Y sacar un basto»=«As de bastos»
- b) $\overline{B} \cap C = \text{«NO sacar un basto Y sacar un caballo»} = \{\text{Caballo espadas, Caballo oros, Caballo copas}\}$
- c) $B \cap F = \text{«Sacar un basto Y sacar una figura»} = \{\text{Sota bastos, Caballo bastos, Rey bastos}\}$
- d) $A \cup R \cup F =$ «Sacar un as O sacar un rey O sacar una figura»

$$A \cup R \cup F = \begin{cases} \text{As basto, As espadas, As oros, As copas,} \\ \text{Sota basto, Sota espadas, Sota oros, Sota copas,} \\ \text{Caballo basto, Caballo espadas, Caballo oros, Caballo copas,} \\ \text{Rey basto, Rey espadas, Rey oros, Rey copas} \end{cases}$$

- e) $\overline{C} \cap F = \text{«NO sacar un caballo Y sacar una figura»} = \begin{cases} \text{Sota basto, Sota espadas, Sota oros, Sota copas,} \\ \text{Rey basto, Rey espadas, Rey oros, Rey copas} \end{cases}$
- f) $(C \cup R) \cap \overline{F} = \text{«Sacar un caballo O sacar un rey Y NO sacar una figura»} = \emptyset$

- a) $R \cup P = \{R1, R2, R3, R4, A2, A4, N2\}$ d) $R \cap I = \{R1, R3\}$
- b) $I \cup P = \{R1, R2, R3, R4, A1, A2, A3, A4, A5, N1, N2, N3\}$ e) $\overline{N} = \{R1, R2, R3, R4, A1, A2, A3, A4, A5\}$
- c) $\overline{P} \cap N = \{N1, N3\}$ f) $\overline{R \cup A} = \{N1, N2, N3\}$

a)
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0.4$$

b)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.9$$

c)
$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.8$$

d)
$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4$$

e)
$$P(\overline{B} - A) = P(\overline{B}) - P(\overline{B} \cap A) = 1 - P(B) - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - P(A \cup B) = 0,1$$

f)
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,1$$

51. Página 335

a)
$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) = 0.3$$

b)
$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6$$

c)
$$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.3$$

52. Página 335

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8$$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.7$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,2$$

53. Página 335

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 0.4$$

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = 0.7$$

$$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,1$$

54. Página 335

No es posible.

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 0,7 \rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0,7 \rightarrow P(A \cap B) = 0,3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.3 = 1.1 > 1$$

55. Página 335

Sí, es posible, pues: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.6 - 0.3 = 0.6$.

El suceso A está contenido en el suceso B.

56. Página 335

Sí, es posible.

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0, 6 \rightarrow P(A \cup B) = 0, 4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 \rightarrow P(A \cap B) = 0,3$$

No, porque $P(A \cap B) = 0 \to P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1,1 > 1$.

58. Página 335

El enunciado indica que $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B)$, y por otra parte, sabemos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

De ambas igualdades obtenemos que P(B) = 0 y $P(A \cap B) = 0$.

- a) Los sucesos A y B son disjuntos, pues la probabilidad de su intersección es cero. Además, el suceso B es un suceso imposible.
- **b)** $P(A \cup B) = P(A)$

$$P(A \cap B) = 0$$

59. Página 335

a)
$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{77}{60} > 1$$

No puede suceder porque la probabilidad del espacio muestral debe valer 1.

b)
$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{57}{60} < 1$$

No puede suceder porque la probabilidad del espacio muestral debe valer 1.

60. Página 335

A = «A favor de la apertura de comercios en días festivos»

B = «A favor de la ley reguladora del horario comercial»

a)
$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.4 - 0.3 = 0.9$$

b)
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = 0.1$$

61. Página 335

A = «Aprobar Lengua española»

B = «Aprobar Lengua extranjera»

a)
$$P(A \cup B) = 0.7 + 0.6 - 0.5 = 0.8$$

b)
$$(P(A) - P(A \cap B)) + (P(B) - P(A \cap B)) = 0.3$$

c)
$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.2$$

62. Página 336

A = «Leer habitualmente el periódico»

B = «Leer habitualmente revistas culturales»

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.2 = 0.5$$

$$B =$$
«Sacar una espada»

Se trata de sucesos incompatibles, es decir, $A \cap B = \emptyset$, por lo que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{40} + \frac{10}{40} = 0.5$.

$$B =$$
«Sacar un rey»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{40} + \frac{4}{40} - \frac{1}{40} = 0,325$$

$$B =$$
«Sacar un caballo»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{40} + \frac{4}{40} - \frac{4}{40} = 0.3$$

$$B =$$
«Sacar una figura»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} - \frac{3}{40} = 0,475$$

64. Página 336

En total hay 4+6+3+5+2+1=21 piezas de fruta.

- a) Hay 4 frutas rojas en el frutero; por tanto, $P(\text{Coger fruta roja})\frac{4}{21} = 0.19$.
- b) Hay 3+5=8 frutas verdes en el frutero; por tanto, $P(\text{Coger fruta verde}) = \frac{8}{21} = 0.38$.
- c) Hay 6+2+1=9 frutas que nos son verdes ni rojas; por tanto, $P(\text{Coger fruta ni verde ni roja}) = \frac{9}{21} = 0.43$.
- d) Hay 1+2=3 frutas amarillas en el frutero; por tanto, $P(No coger fruta amarilla) = \frac{21-3}{21} = 0.86$.

65. Página 336

En total hay 7+4+3=14 bolas.

- a) Hay 7 bolas rojas en la bolsa; por tanto, $P(\text{Sacar bola roja}) = \frac{7}{14} = 0.5$.
- b) Hay 7+4=10 bolas rojas y verdes hay en la bolsa; por tanto, $P(\text{Sacar bola roja o verde}) = \frac{10}{14} = 0.71$.
- c) Hay 2 bolas cuyo número es múltiplo de 5; por tanto, $P(\text{Sacar bola múltiplo de 5}) = \frac{2}{14} = 0.14$.
- d) Hay 4 bolas cuyo número está comprendido entre 8 y 13, por tanto, $P(\text{Sacar bola con número entre 8 y 13}) = \frac{4}{14} = 0.28$.
- e) Hay 2 bolas verdes cuyo número es par; por tanto, $P(\text{Sacar bola verde con número par}) = \frac{2}{14} = 0.14$.
- f) Hay 3 bolas azules cuyo número es impar; por tanto, $P(\text{Sacar bola azul con número impar}) = \frac{3}{14} = 0.21$.

Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles:

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, ..., 64, 65, 66}

- a) Los datos solo son iguales en 6 casos: $\{11, 22, 33, 44, 55, 66\}$. Por tanto, la probabilidad de que los dos resultados sean iguales es $\frac{6}{36} = 0, 1\hat{6}$.
- b) Los datos son pares en los dos dados en $3 \cdot 3 = 9$ situaciones, que son $\{22, 24, 26, 42, 44, 46, 62, 64, 66\}$. Por tanto, la probabilidad de que ambos resultados sean pares es $\frac{9}{36} = 0.25$.
- c) Distingamos los casos:

Si en el primer dado sale 1, en el segundo pueden salir: 2, 3, 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 2, en el segundo pueden salir: 3, 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 3, en el segundo pueden salir: 4, 5 o 6.

Si en el primer dado sale 4, en el segundo pueden salir: 5 o 6.

Si en el primer dado sale 5, en el segundo puede salir: 6.

Si en el primer dado sale 6, en el segundo no vale ningún resultado.

Nos valen. Por tanto, hay estos resultados: {12, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 25, 26, 34, 35, 36, 45, 46, 56}.

Es decir, hay 15 posibilidades. Por tanto, la probabilidad de que el primer resultado sea menor que el segundo es $\frac{15}{36} = 0.41\hat{6}$.

67. Página 336

El espacio muestral es $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Como los dados se pueden diferenciar, tenemos en total 36 combinaciones posibles para realizar la suma de ambos dados.

- a) El 7 lo podemos obtener con 6 pares de resultados distintos: $\{16, 25, 34, 43, 52, 61\}$. Por tanto, la probabilidad de que la suma sea 7 es $\frac{6}{36} = 0, 1\hat{6}$.
- b) Para que el resultado sea un múltiplo de 3, nos vale que la suma sea 3, 6, 9 o 12. Hay 12 formas distintas de obtenerlo: $\{12, 15, 21, 24, 33, 36, 42, 45, 51, 54, 63, 66\}$. Por tanto, la probabilidad de que la suma sea 7 es $\frac{12}{36} = 0, \hat{3}$.
- c) El resultado es mayor que 9 en estos 6 casos: $\{46, 55, 56, 64, 65, 66\}$. Por tanto, la probabilidad de que la suma sea menor o igual que 9 es $\frac{30}{36} = 0.8\hat{3}$.
- d) Hay 6 casos en los que la suma es menor o igual que 4: $\{11, 12, 13, 21, 22, 31\}$. Por tanto, la probabilidad de que la suma no sea mayor que 4 es $\frac{6}{36} = 0, 1\hat{6}$.

68. Página 336

En total hay 15 monedas en el monedero.

a) El valor de 5 monedas es superior a 0,50 €. Por tanto, la probabilidad de que el valor sea superior a 0,50 € es $\frac{5}{15} = 0,\hat{3}$.

- b) Hay 12 monedas con un valor inferior a 2 \in . Así, la probabilidad de que el valor sea inferior a 2 \in es $\frac{12}{15}$ = 0,8.
- c) El valor de 10 monedas está comprendido entre 0,10 \in y 0,80 \in . Por tanto, la probabilidad de que el valor esté comprendido entre 0,10 \in y 0,80 \in es $\frac{10}{15}$ = 0, $\hat{6}$.

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + X + X + X = 1 \rightarrow X = \frac{4}{21} = 0,1904$$

La probabilidad de sacar un 4, un 5 o un 6 es del 19,04%.

70. Página 336

$$P(2) = P(3) = P(5) = 2x$$

$$P(1) = P(4) = P(6) = X$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow x + 2x + 2x + x + 2x + x = 1 \rightarrow 9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9} = 0, \hat{1}$$

La probabilidad de sacar un 1, un 4 o un 6 es del 11,11%.

La probabilidad de sacar un 2, un 3 o un 5 es del 22,22 %.

$$P(2) + P(4) + P(6) = 0,\hat{4}$$

La probabilidad de obtener una puntuación par es del 44,44%.

71. Página 336

$$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1 \rightarrow 0,1+0,1+0,1+a+b+0,1=1 \rightarrow a+b=0,6$$

$$P(4) = 2P(5) \rightarrow a = 2b$$

$$a+b=0.6$$

 $a=2b$ \rightarrow $\begin{cases} a=0.4\\ b=0.2 \end{cases}$

72. Página 336

a)
$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{9}{36}} = \frac{3}{9} = 0,\hat{3}$$

c)
$$P(C/A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{2}{6} = 0, \hat{3}$$

b)
$$P(C/B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{9}{36}} = \frac{1}{9} = 0,\hat{1}$$

73. Página 336

A = «Uno de los tres hijos es niño»

B = «Dos de los tres hijos son niñas»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

a) A =«Una de las puntuaciones es impar»

B = «La suma de las dos puntuaciones es 9»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{4}{36}} = 1$$

b) A = «Una de las puntuaciones es par»

B = «La suma de las dos puntuaciones es 7»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{6}{36}} = 1$$

c) A = «La suma de las dos puntuaciones es 7»

B = «La diferencia de las dos puntuaciones es 3»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{2}{6} = 0,\overline{3}$$

75. Página 337

A = «Sacar un rey»

B =«Sacar una figura»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{40}}{\frac{12}{40}} = \frac{4}{12} = 0,\overline{3}$$

76. Página 337

A = «Sacar una tarjeta numerada con un cuadrado perfecto»

B = «Sacar una tarjeta numerada con un múltiplo de 3»

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{50}}{\frac{16}{50}} = \frac{2}{16} = 0,125$$

77. Página 337

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cup B)}{P(B)} \to P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A/B) \cdot P(B) = 0.7$$

78. Página 337

Sea x el número de hombres no fumadores de la empresa. Si M = «Mujer» y F = «Fumador» son sucesos independientes:

$$P(M \cap F) = P(M) \cdot P(F) \rightarrow \frac{30}{155 + x} = \frac{75}{155 + x} \cdot \frac{110}{155 + x} \rightarrow 30 \cdot (155 + x) = 8250 \rightarrow 155 + x = 275 \rightarrow x = 120$$

a)
$$P(V) = \frac{3}{18} = 0.1\hat{6} \rightarrow P(V) \cdot P(V) \cdot P(V) = \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{27}{5832} = 0.0046$$

b)
$$P(M) = \frac{1}{18} = 0.0\hat{5} \rightarrow P(M) \cdot P(M) \cdot P(M) = \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{5832} = 0.00017$$

c)
$$P(A) = \frac{9}{18} = 0.5$$

 $P(V) = \frac{3}{18} = 0.1\hat{6}$ $\rightarrow 3 \cdot P(A) \cdot P(V) \cdot P(V) = 3 \cdot \frac{9}{18} \cdot \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{243}{5832} = 0.041\hat{6}$

d) Las únicas posibilidades son {AVR, AVM, ARM, VRM}, pero hay que tener en cuenta que importa el orden en que sacamos cada color, es decir, AVR es distinto de ARV, pero tienen la misma probabilidad de ocurrir.

En total, cada uno de los casos puede ocurrir 6 = 3! veces, por lo que la probabilidad de que todos los colores sean distintos es:

$$6 \cdot (P(A) \cdot P(V) \cdot P(R) + P(A) \cdot P(V) \cdot P(M) + P(A) \cdot P(R) \cdot P(M) + P(V) \cdot P(R) \cdot P(M)) = 0$$

$$=6 \cdot \left(\frac{135}{5832} + \frac{27}{5832} + \frac{45}{5832} + \frac{15}{5832} \right) = 0,2284$$

e)
$$P(Al \text{ menos un rojo}) = 1 - P(Ningún rojo) = 1 - \frac{13}{18} \cdot \frac{13}{18} \cdot \frac{13}{18} = 0,6232$$

80. Página 337

a) A =«Coger un caramelo de fresa en primer lugar»

B = «Coger un caramelo de fresa en segundo lugar»

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = \frac{28}{153} = 0,183$$

b) A = «Coger un caramelo en primer lugar»

B = «Coger un caramelo del mismo sabor que A en segundo lugar»

$$A = \{\text{Fresa}\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = \frac{28}{153} = 0,183$$

$$A = \{\text{Menta}\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{4}{18} \cdot \frac{3}{17} = \frac{2}{51} = 0,0392$$

$$A = \{Limón\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} = \frac{5}{51} = 0,098$$

$$P(B) = \frac{28}{153} + \frac{2}{51} + \frac{5}{51} = \frac{49}{153} = 0,3203$$

- c) $P(\text{Sean de distinto sabor}) = 1 P(\text{Sean del mismo sabor}) = 1 \frac{49}{153} = 0,6797$
- d) A = ``Coger un caramelo en primer lugar''

B = «Coger un caramelo de menta en segundo lugar»

$$A = \{\text{Fresa}\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{8}{18} \cdot \frac{4}{17} = \frac{16}{153} = 0,1046$$

$$A = \{Menta\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = \frac{4}{18} \cdot \frac{3}{17} = \frac{2}{51} = 0,0392$$

$$A = \{\text{Lim\'on}\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{6}{18} \cdot \frac{4}{17} = \frac{4}{51} = 0,0784$$

$$P(B) = \frac{16}{153} + \frac{2}{51} + \frac{4}{51} = \frac{34}{153} = 0,\hat{2}$$

e) A = «Coger un caramelo en primer lugar»

B = «Coger un caramelo de fresa en segundo lugar»

$$A = \{Fresa\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = \frac{28}{153} = 0,183$$

$$A = \{Menta\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = \frac{4}{18} \cdot \frac{8}{17} = \frac{16}{153} = 0,1046$$

$$A = \{Limón\} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{6}{18} \cdot \frac{8}{17} = \frac{8}{51} = 0,1569$$

$$P(B) = \frac{28}{153} + \frac{16}{153} + \frac{8}{51} = \frac{68}{153} = 0,\hat{4}$$

 $P(\text{Segundo no sea de fresa}) = 1 - P(\text{Segundo sea de fresa}) = 1 - \frac{68}{153} = 0,\hat{5}$

f) A = ``Coger un caramelo que no sea de limón en primer lugar"

B = «Coger un caramelo que no sea de limón en segundo lugar»

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = \frac{12}{18} \cdot \frac{11}{17} = \frac{22}{51} = 0,4314$$

 $P(Al \text{ menos uno sea de limón}) = 1 - P(Ninguno haya sido de limón) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{22}{51} = 0,5686$

81. Página 337

a) A₁ = «Tomar 1 € en primer lugar»

B₂ = «Tomar 0,50 € en segundo lugar»

C₃ = «Tomar 2 € en tercer lugar»

$$P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) \cdot P(C_3 / A_1 \cap B_2) = \frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{13} = \frac{1}{26} = 0,0385$$

b) $A_1 =$ «Tomar una moneda en primer lugar»

 $B_2 =$ «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en segundo lugar»

 $C_3 =$ «Tomar una moneda de distinto tipo que A_1 en tercer lugar»

$$A_1 = \{0,50 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 \wedge A_1) \cdot P(C_3 \wedge A_1 \cap B_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{10}{13} = \frac{20}{273} = 0,0733$$

$$A_1 = \{1 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) \cdot P(C_3 / A_1 \cap B_2) = \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{8}{65} = 0,123$$

$$A_1 = \{2 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) \cdot P(C_3 / A_1 \cap B_2) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} \cdot \frac{12}{13} = \frac{12}{455} = 0,0263$$

$$P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = \frac{20}{273} + \frac{8}{65} + \frac{12}{455} = \frac{304}{1365} = 0,223$$

c) $A_1 = \text{``Tomar una moneda en primer lugar"}$

 $B_2 =$ «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en segundo lugar»

 $C_3 =$ «Tomar una moneda del mismo tipo que A_1 en tercer lugar»

$$A_1 = \{0,50 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 \setminus A_1) \cdot P(C_3 \setminus A_1 \cap B_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} = \frac{2}{91} = 0,022$$

$$A_1 = \{1 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) \cdot P(C_3 / A_1 \cap B_2) = \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{1}{13} = 0,0769$$

$$A_1 = \{2 \in \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = P(A_1) \cdot P(B_2 \setminus A_1) \cdot P(C_3 \setminus A_1 \cap B_2) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{455} = 0,0022$$

$$P(A_1 \cap B_2 \cap C_3) = \frac{2}{91} + \frac{1}{13} + \frac{1}{455} = \frac{46}{455} = 0,1011$$

a) $A_1 =$ «Enfermo de la primera planta»

 B_2 = «Enfermo de la segunda planta»

 C_3 = «Enfermo de la tercera planta»

 $D_{4} =$ «Hombre»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{50}{100} \cdot \frac{62}{100} + \frac{30}{100} \cdot \frac{44}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{35}{100} = \frac{64}{125} = 0,512$$

b) $B_2 =$ «Enfermo de la segunda planta»

 $E_5 =$ «Mujer»

$$P(E_5 \cap B_2) = P(B_2) \cdot P(E_5 / B_2) = \frac{30}{100} \cdot \frac{56}{100} = \frac{21}{125} = 0,168$$

c) $A_1 =$ «Enfermo de la primera planta»

 C_3 = «Enfermo de la tercera planta»

 $D_{A} =$ «Hombre»

 $E_5 =$ «Mujer»

$$P((D_4 \cap A_1) \cup (E_5 \cap C_3)) = P(D_4 \cap A_1) + P(E_5 \cap C_3) = \frac{50}{100} \cdot \frac{62}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{65}{100} = \frac{11}{25} = 0,44$$

83. Página 337

a) $A_1 = \text{"Coger un refresco de limón en primer lugar"}$

 B_2 = «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{105} = 0,0095$$

b) $A_1 = \text{``Coger un refresco de cola en primer lugar"}$

 B_2 = «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{4}{21} = 0.1905$$

c) $A_1 = \text{``Coger un refresco de cola en primer lugar''}$

 B_2 = «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{1}{21} = 0,0476$$

Como esta probabilidad es la misma que si se toma primero el de limón y luego el de cola, entonces el resultado es $2 \cdot 0.0476 = 0.0952$.

- d) $P(\text{Tomar dos refrescos}) = 1 P(\text{Tomar un refresco de naranja en primer lugar}) = 1 \frac{8}{15} = 0.4\hat{6}$
- e) $A_1 = \text{``Coger un refresco en primer lugar''}$

 $B_2 =$ «Coger un refresco del mismo sabor que A_1 en segundo lugar»

$$A_1 = \{ \text{Cola} \} \rightarrow P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21} = 0,0952$$

$$A_1 = \{\text{Lim\'on}\} \rightarrow P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{105} = 0,0095$$

$$P(A_1 \cap B_2) = \frac{2}{21} + \frac{1}{105} = \frac{11}{105} = 0,1048$$

f) $A_1 = \text{``Coger un refresco de lim\u00e4n en primer lugar''}$

 B_2 = «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{2}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{8}{105} = 0,0762$$

84. Página 337

- a) No puede tomarse dos refrescos de limón porque solo hay uno $\rightarrow P(A) = 0$
- b) $A_1 = \text{``Coger un refresco de cola en primer lugar''}$

 B_2 = «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{20}{91} = 0,2198$$

c) $A_1 = \text{``Coger un refresco de cola en primer lugar''}$

 B_2 = «Coger un refresco de limón en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{13} = \frac{5}{182} = 0,0275$$

Como esta probabilidad es la misma que si se toma primero el de limón y luego el de cola, entonces el resultado es $2 \cdot 0.0275 = 0.0549$.

- d) $P(\text{Tomar dos refrescos}) = 1 P(\text{Tomar un refresco de naranja en primer lugar}) = 1 \frac{8}{14} = 0,4286$
- e) $A_1 = \text{``Coger un refresco de cola en primer lugar''}$

 B_2 = «Coger un refresco de cola en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{10}{91} = 0,1099$$

f) $A_1 = \text{``Coger un refresco de lim\u00e3n en primer lugar"}$

 $B_2=$ «Coger un refresco de naranja en segundo lugar»

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{1}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{4}{91} = 0,044$$

a) $A_1 = \text{«Sacar un número mayor que 4»}$

 $B_2 =$ «Sacar un número menor o igual que 4»

 $C_3 =$ «Salir una figura»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10} + \frac{4}{6} \cdot \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0.3$$

b) $A_1 = \text{«Sacar un número mayor que 4»}$

 $B_2 =$ «Sacar un número menor o igual que 4»

 $C_3 =$ «Salir un as»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{10} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0.1$$

c) $C_3 =$ «Salir un caballo»

 $D_4 =$ «Sacar un 6»

$$P(C_3 \cap D_4) = P(D_4) \cdot P(C_3 / D_4) \rightarrow P(C_3 / D_4) = \frac{P(C_3 \cap D_4)}{P(D_4)} = \frac{\frac{1}{60}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

86. Página 338

 $A_1 = \text{«Ser un hombre»}$

 B_2 = «Tomar un menú del día»

$$P(A_1) \cdot P(B_2 / A_1) = \frac{26}{49} \cdot \frac{11}{26} = 0,2245$$

87. Página 338

Sean $A_1 =$ «Salir cara» $y B_2 =$ «Salir cruz».

a) $C_3 =$ «Salir un número par»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

b) $C_3 =$ «Salir un múltiplo de 3»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{19}{60} = 0,31\hat{6}$$

c) $C_3 =$ «Salir un múltiplo de 5»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{60} = 0,18\hat{3}$$

88. Página 338

a) Si sacamos bastos de $M_1 \rightarrow P$ (Sacar oros de M_2) = $\frac{6}{11} \cdot \frac{7}{13} = \frac{42}{143} = 0,2937$

Si sacamos oros de $M_1 \to P(\text{Sacar oros de } M_2) = \frac{5}{11} \cdot \frac{8}{13} = \frac{40}{143} = 0,2797$

$$P(\text{Salga carta de oros}) = \frac{40}{143} + \frac{42}{143} = \frac{82}{143} = 0,5734$$

b) Si sacamos bastos de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar espadas de } M_2) = \frac{6}{11} \cdot \frac{2}{13} = \frac{12}{143} = 0,0839$

Si sacamos oros de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar espadas de } M_2) = \frac{5}{11} \cdot \frac{2}{13} = \frac{10}{143} = 0,0699$

 $P(\text{Salga una espada}) = \frac{10}{143} + \frac{12}{143} = \frac{22}{143} = 0,1538$

c) Si sacamos bastos de $M_1 \to P(\text{Sacar oros de } M_2) = \frac{6}{11} \cdot \frac{7}{13} = \frac{42}{143} = 0,2937$

 $P(\text{Oros después de una de bastos}) = \frac{\frac{42}{143}}{\frac{6}{11}} = \frac{7}{13} = 0,5385$

d) Si sacamos oros de $M_1 \rightarrow P(\text{Sacar bastos de } M_2) = \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{13} = \frac{15}{143} = 0,1049$

 $P(Bastos después de una de oros) = \frac{\frac{15}{143}}{\frac{5}{11}} = \frac{3}{13} = 0,2308$

89. Página 338

a)
$$A_1 =$$
«Sacar dos caras»

$$B_2 =$$
 «No sacar dos caras»

 C_3 = «Sacar una ficha roja»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{14} + \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11} = \frac{351}{616} = 0,5698$$

b)
$$A_1 =$$
«Sacar dos caras»

$$B_2$$
 = «No sacar dos caras»

 C_3 = «Sacar una ficha blanca»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 \mid A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 \mid B_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{14} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3}{22} = 0,1\widehat{36}$$

c)
$$A_1 = \text{«Sacar dos caras»}$$

$$B_2 =$$
 «No sacar dos caras»

 C_2 = «Sacar una ficha negra»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{11} = \frac{181}{616} = 0,2938$$

$$P(A_1 / C_3) = \frac{P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1)}{P(C_3)} = \frac{\frac{5}{56}}{\frac{181}{616}} = \frac{55}{181} = 0,3039$$

d)
$$A_1 = \text{«Sacar dos caras»}$$

$$B_2 =$$
 «No sacar dos caras»

 C_3 = «Sacar una ficha roja»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{14} + \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11} = \frac{351}{616} = 0,5698$$

$$1 - P(A_1 / C_3) = 1 - \frac{P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1)}{P(C_3)} = 1 - \frac{\frac{9}{56}}{\frac{351}{616}} = 1 - \frac{11}{39} = \frac{28}{39} = 0,7179$$

$$B_2 =$$
«Caja 2»

$$C_3 =$$
«Caja 3»

$$D_{\star} =$$
«Sacar un 4»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{13}{72} = 0,1806$$

$$B_2 =$$
«Caja 2»

$$C_2 =$$
«Caja 3»

$$C_3 =$$
 «Caja 3» $D_4 =$ «Sacar un número par»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0.5$$

c)
$$A_1 = \text{«Caja 1»}$$

$$B_2 =$$
«Caja 2»

$$C_2 =$$
«Caia 3»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{0}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{13}{72} = 0,1806$$

d)
$$A_1 = \text{«Caia 1»}$$

$$B_2 =$$
«Caja 2»

$$C_2 =$$
«Caja 3»

$$D_{x} =$$
«Sacar un 4»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{13}{72} = 0,1806$$

$$P(A_1/D_4) = \frac{P(A_1) \cdot P(D_4/A_1)}{P(D_4)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{13}{72}} = \frac{6}{13} = 0,4615$$

e)
$$A_1 = \text{«Caja 1»}$$
 $B_2 = \text{«Caja 2»}$

$$B_2 = \text{«Caja 2»}$$

$$C_3 =$$
«Caja 3»

$$C_3 =$$
 «Caja 3» $D_4 =$ «Sacar un 6»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{0}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{72} = 0,0972$$

$$P(B_2 / D_4) = \frac{P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2)}{P(D_4)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{7}{72}} = \frac{4}{7} = 0,5714$$

91. Página 338

a) $A_1 =$ «Sacar de la primera urna una bola roja»

 C_3 = «Sacar una bola roja»

 $B_2 =$ «Sacar de la primera urna una bola negra»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{10} + \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{10} = \frac{29}{45} = 0,6\hat{4}$$

b) $C_3 =$ «Sacar una bola negra»

 D_4 = «Sacar una bola roja»

$$P(C_3 \cap D_4) = P(D_4) \cdot P(C_3 / D_4) \rightarrow P(C_3 / D_4) = \frac{P(C_3 \cap D_4)}{P(D_4)} = \frac{\frac{12}{90}}{\frac{4}{90}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

c) $A_1 = \text{«Sacar de la primera urna una bola roja»}$

 C_3 = «Sacar una bola negra»

 $B_2 =$ «Sacar de la primera urna una bola negra»

$$P(C_3) = P(A_1) \cdot P(C_3 / A_1) + P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{45} = 0.3\hat{5}$$

$$P(B_2 / C_3) = \frac{P(B_2) \cdot P(C_3 / B_2)}{P(C_3)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{16}{45}} = \frac{5}{8} = 0,625$$

$$B_2 =$$
«Bolsa 2»

$$C_3$$
 = «Bolsa 3»

$$C_3$$
 = «Bolsa 3» D_4 = «Sacar una bola blanca»

$$P(D_4) = P(A_1) \cdot P(D_4 / A_1) + P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2) + P(C_3) \cdot P(D_4 / C_3) = \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{9} = \frac{179}{378} = 0,4735$$

$$P(B_2 / D_4) = \frac{P(B_2) \cdot P(D_4 / B_2)}{P(D_4)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{179}{378}} = \frac{36}{179} = 0,2011$$

93. Página 338

G = «Haya gustado la película»

a)
$$P(G) = P(A) \cdot P(G / A) + P(B) \cdot P(G / B) + P(C) \cdot P(G / C) = \frac{240}{500} \cdot \frac{40}{100} + \frac{180}{500} \cdot \frac{50}{100} + \frac{80}{500} \cdot \frac{90}{100} = \frac{129}{250} = 0,516$$

b)
$$P(G/C) = \frac{9}{10}$$

c)
$$P(C/G) = \frac{P(C) \cdot P(G/C)}{P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C)} = \frac{\frac{80}{500} \cdot \frac{90}{100}}{\frac{129}{250}} = \frac{12}{43} = 0,2791$$

94. Página 339

D = «Producto defectuoso»

a)
$$P(D) = P(P) \cdot P(D/P) + P(E) \cdot P(D/E) + P(A) \cdot P(D/A) = 0.6 \cdot 0.01 + 0.3 \cdot 0.005 + 0.1 \cdot 0.03 = 0.0105$$

b)
$$P(A/D) = \frac{P(A) \cdot P(D/A)}{P(P) \cdot P(D/A) + P(E) \cdot P(D/E) + P(A) \cdot P(D/A)} = \frac{0.1 \cdot 0.03}{0.0105} = 0.28$$

95. Página 339

A = «Apoya la propuesta»

a)
$$P(A) = P(QW) \cdot P(A/QW) + P(SZ) \cdot P(A/SZ) = 0.6 \cdot 0.35 + 0.4 \cdot 0.9 = 0.57$$

b)
$$P(QW / A) = \frac{P(QW) \cdot P(A/QW)}{P(QW) \cdot P(A/QW) + P(SZ) \cdot P(A/SZ)} = \frac{0.6 \cdot 0.35}{0.57} = 0.37$$

a)
$$P(\text{Hacer guardia lunes, martes y miércoles}) = \frac{1}{C_{7,3}} = \frac{1}{35} = 0,0286$$

b)
$$P(No \text{ hacer guardia el sábado y domingo}) = 1 - P(Hacer guardia sábado, domingo y otro día de la semana) = 1 - P(Hacer guardia sábado, domingo y otro$$

$$=1-\frac{5}{35}=\frac{6}{7}=0,8571$$

- c) P(Hacer guardia lunes, miércoles y viernes) + P(Hacer guardia martes, jueves y sábado) +
 - $+P(\text{Hacer guardia miércoles, viernes y domingo}) = \frac{3}{35}$

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$$

$$P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{256}$$

98. Página 339

$$P(15 \text{ aciertos}) = \frac{1}{3^{15}} = 0,000000069$$

$$P(14 \text{ aciertos}) = 15 \cdot \frac{1}{3^{14}} \cdot \frac{2}{3} = 0,00000209$$

99. Página 339

- E = {Variedad europea}
- A = {Variedad africana}
- D = {Pez con aleta}
- a) $P(\overline{D}) = P(E) \cdot P(\overline{D} / E) + P(A) \cdot P(\overline{D} / A) = 0.8 \cdot 0.01 + 0.2 \cdot 0.03 = 0.014$
- b) $0.014 \cdot 2000000 = 28000$ ejemplares no tendrán aleta.

100. Página 339

	Α	Bi	
P	Х	у	<i>x</i> + <i>y</i>
Q	Z	t	z + t
	x + z	<i>y</i> + <i>t</i>	x+y+z+t

Si A y P son independientes, entonces:

$$P(A \cap P) = P(A) \cdot P(P) \rightarrow \frac{X}{X + y + z + t} = \frac{X + Z}{X + y + z + t} \cdot \frac{X + y}{X + y + z + t} \rightarrow X^2 + Xy + Xz + Xt = X^2 + Xy + Xz + yz \rightarrow Xt = yz$$

S = «Haber nacido un día de la semana»

a)
$$7 \cdot P(S \cap S) = 7 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = 0.14$$

b) P(Al menos dos nacieron el mismo día) = 1 - P(Todos nacieron en días distintos) =

$$=1-7\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{5}{7}=\frac{19}{49}=0,39$$

c) Si se reúnen cuatro amigos:

P(Al menos dos nacieron el mismo día) = 1 - P(Todos nacieron en días distintos) =

$$=1-7\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{4}{7}=\frac{223}{343}>0.5$$

102. Página 339

Suponemos que el juego es equitativo, es decir, que Beatriz y Jesús parten con un mismo número de puntos.

a) Queremos calcular la probabilidad de que Jesús pierda todos sus puntos al tercer lanzamiento.

Esto quiere decir que debe tener 1 punto después del segundo lanzamiento y que salga cruz en el tercero.

Como tras el segundo lanzamiento tiene 1 punto, la única posibilidad es que tras el primer lanzamiento tenga 2 puntos, es decir, en el segundo lanzamiento debe salir cruz.

Si tras el primer lanzamiento tiene 2 puntos, necesariamente ha de tener 1 o 3 puntos al comenzar a jugar, pero no puede tener 1 punto, ya que esto significaría que el juego acaba en la primera tirada, pues Jesús o Beatriz se quedarían sin puntos para jugar.

Por tanto, la única opción válida para que Jesús termine de jugar en el tercer lanzamiento es que haya partido con tres puntos y que salgan 3 cruces seguidas.

$$P(XXX) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Si al comienzo de la partida, tuvieran un número de puntos distinto de 3, la probabilidad de que Jesús pierda exactamente al tercer lanzamiento es cero.

b) Con un razonamiento análogo al anterior, que podemos resumir en el siguiente cuadro, comprobamos que las únicas opciones válidas para que Jesús tenga 1 punto tras la cuarta tirada es que haya comenzado con 3 puntos o con 5 puntos.

$$1 \leftarrow 4^{\circ +} - 2 \begin{cases} \leftarrow 3^{\circ +} - 3 \begin{cases} \leftarrow 2^{\circ +} - 4 \begin{cases} \leftarrow 7^{\circ +} - 5 \\ \leftarrow 7^{\circ} C - 3 \end{cases} \\ \leftarrow 2^{\circ + C} - 2 \leftarrow 7^{\circ +} - 3 \end{cases}$$

Si ha comenzado con 3 puntos, la probabilidad de que acabe con 1 punto es:

$$P(Acabar con 1 punto) = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

Y si ha comenzado con 5 puntos:

$$P(Acabar con 1 punto) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

MATEMÁTICAS EN TU VIDA

1. Página 340

Como, al principio, no tenemos ninguna referencia de dónde está el premio, para nosotros la probabilidad de que esté en cualquiera de las puertas es la misma.

2. Página 340

Porque el presentador no elige la puerta que abre al azar; él sabe que la que va a abrir no es la que tiene premio.

3. Página 340

$$P(\text{Premio est\'e en la puerta elegida}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
 $P(\text{Premio est\'e en las otras puertas}) = 1$

Si el presentador abre una de las puertas $\rightarrow P(\text{Premio esté en una de las dos puertas que quedan}) = 1$

$$P(Acertar en las dos puertas que quedan) = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

La probabilidad de acertar en la puerta elegida y en una de las puertas que quedan es la misma. Son sucesos equiprobables, no hay una estrategia mejor que otra.

4. Página 340

$$P(\text{Puerta 2}) = P(\text{Puerta 3})$$

$$P(\text{Puerta 1}) = 2P(\text{Puerta 2})$$

$$P(\text{Puerta 2}) + P(\text{Puerta 2}) = 1 \rightarrow P(\text{Puerta 2}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Puerta 1}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Puerta 2 o Puerta 3}) = \frac{1}{2}$$

Si el presentador abra la puerta $3 \rightarrow P(Puerta 3) = \frac{1}{2}$, que es la misma que de que esté el premio en la puerta 1.