

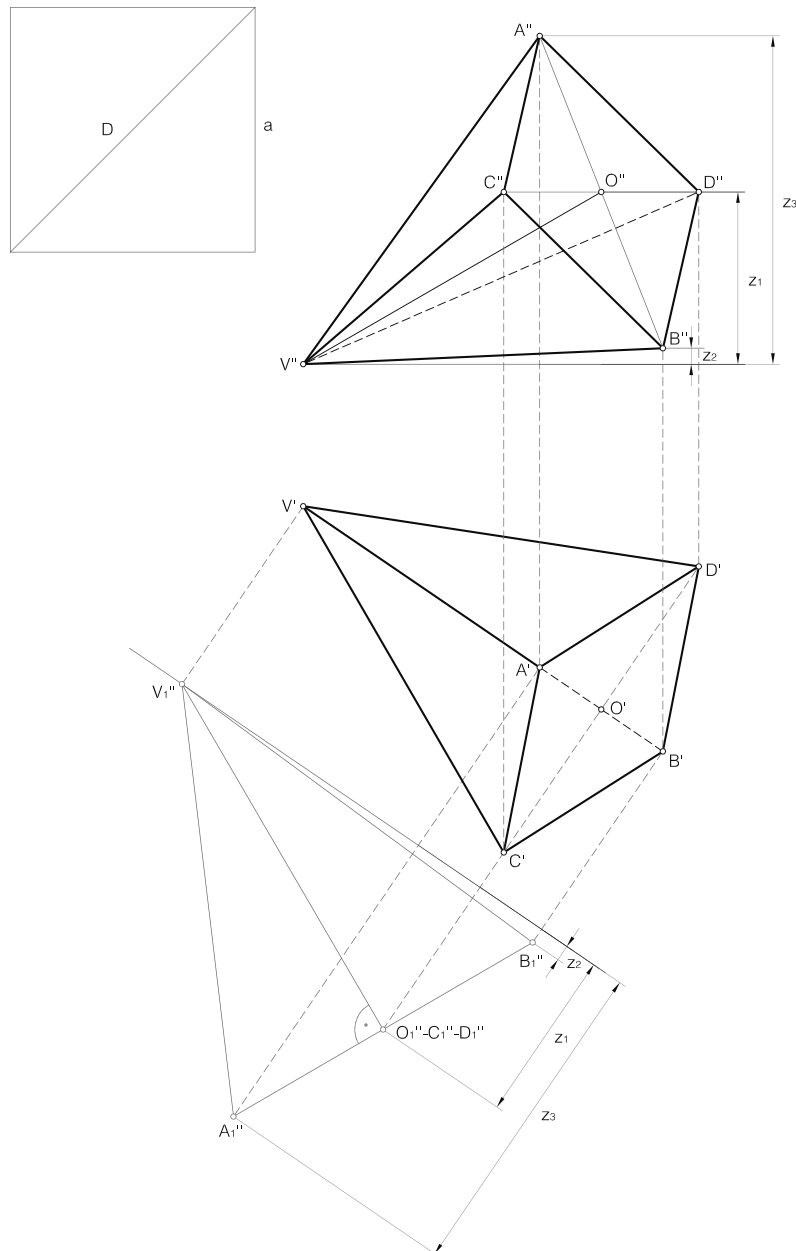
Unitat 7. Sistema dièdric, altres cossos geomètrics

ACTIVITATS (pàgines 165 i 166 del llibre de l'alumne)

Piràmide

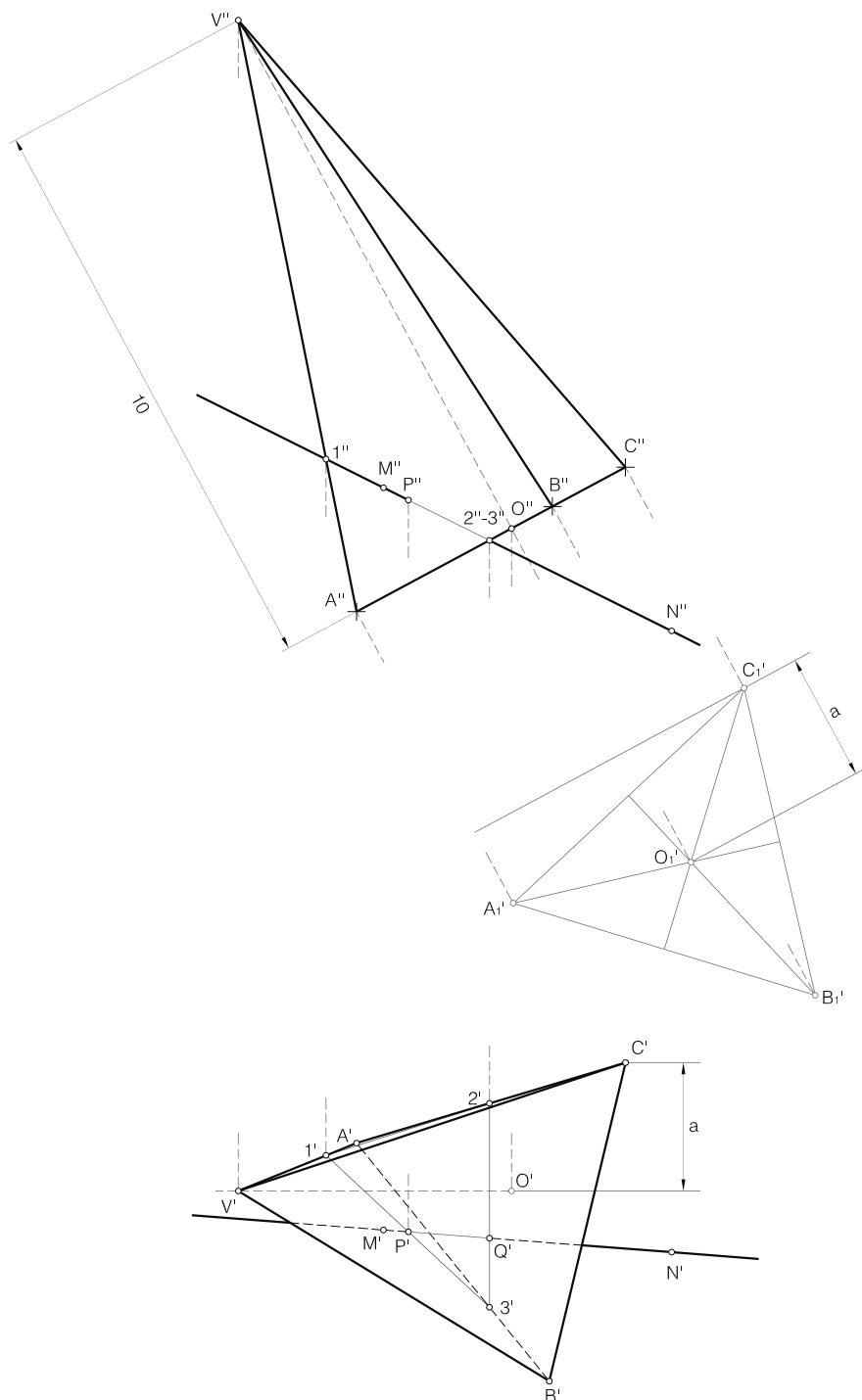
1. Amb un canvi de pla vertical transformem el segment **VO** en frontal. A la projecció vertical auxiliar, tracem la traça projectant del pla perpendicular a **VO**, perpendicular a la nova projecció vertical de **VO**.

Les diagonals del quadrat de la base, que hem determinat en una construcció auxiliar, a la projecció horitzontal es mostren perpendiculars; la que ocupa la posició de punta respecte a la projecció auxiliar està en veritable magnitud i l'altra, que és frontal, té la projecció vertical auxiliar en veritable magnitud. Aquest fet permet determinar la projecció auxiliar **A₁''B₁''**. Amb les cotes relatives agafades de la projecció vertical auxiliar, determinem la projecció vertical principal, i estudiem la visibilitat de totes dues projeccions.

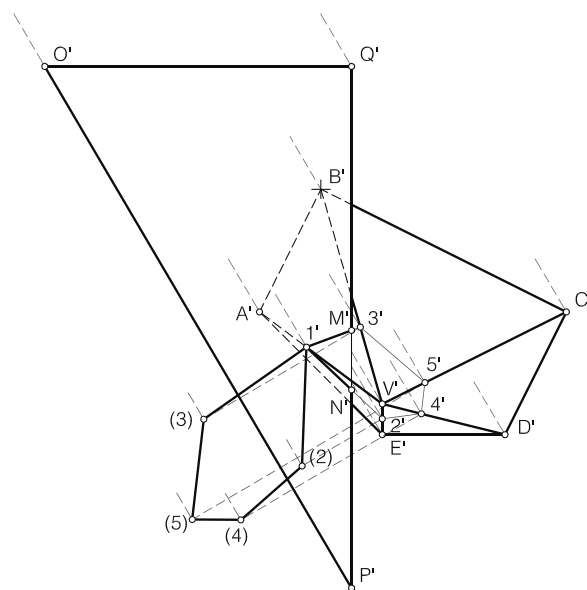
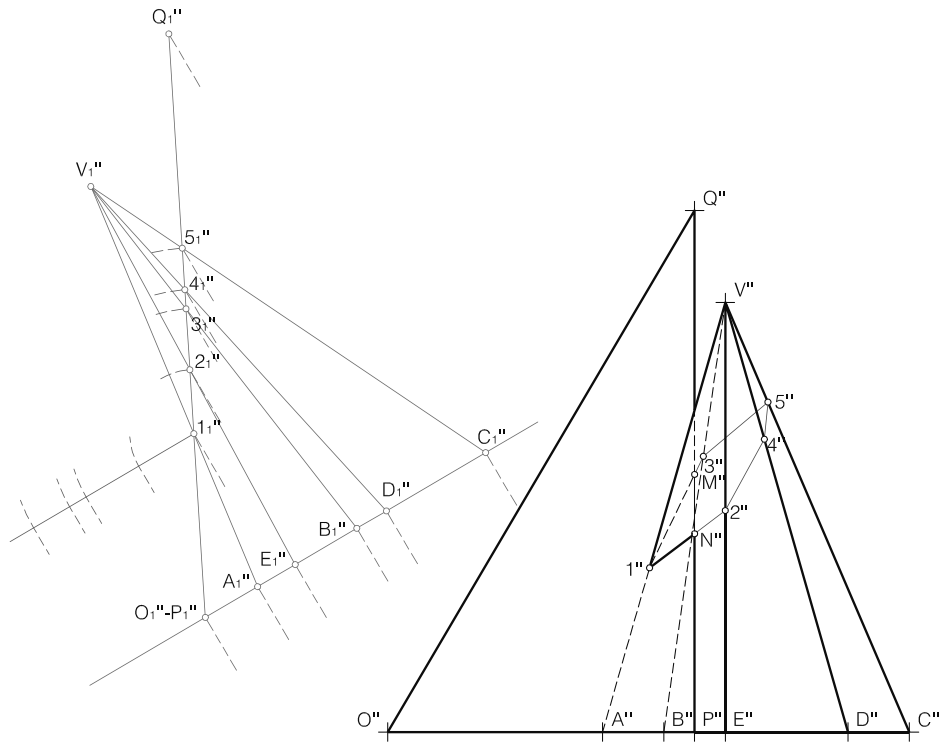


2. La base d'una piràmide triangular regular és un triangle equilàter del qual determinem una projecció horitzontal auxiliar per determinar-ne el centre, que referim a les dues projeccions. La perpendicular al pla de la base és una frontal; a la seva projecció vertical portem l'altura de 10 cm en veritable magnitud, per determinar la projecció vertical V'' , que referim a la projecció horitzontal de la frontal traçada pel centre de la base. La unió de $V'-V''$ amb els vèrtexs de la base, i amb la visibilitat corresponent, ens completa les dues projeccions que es demanen.

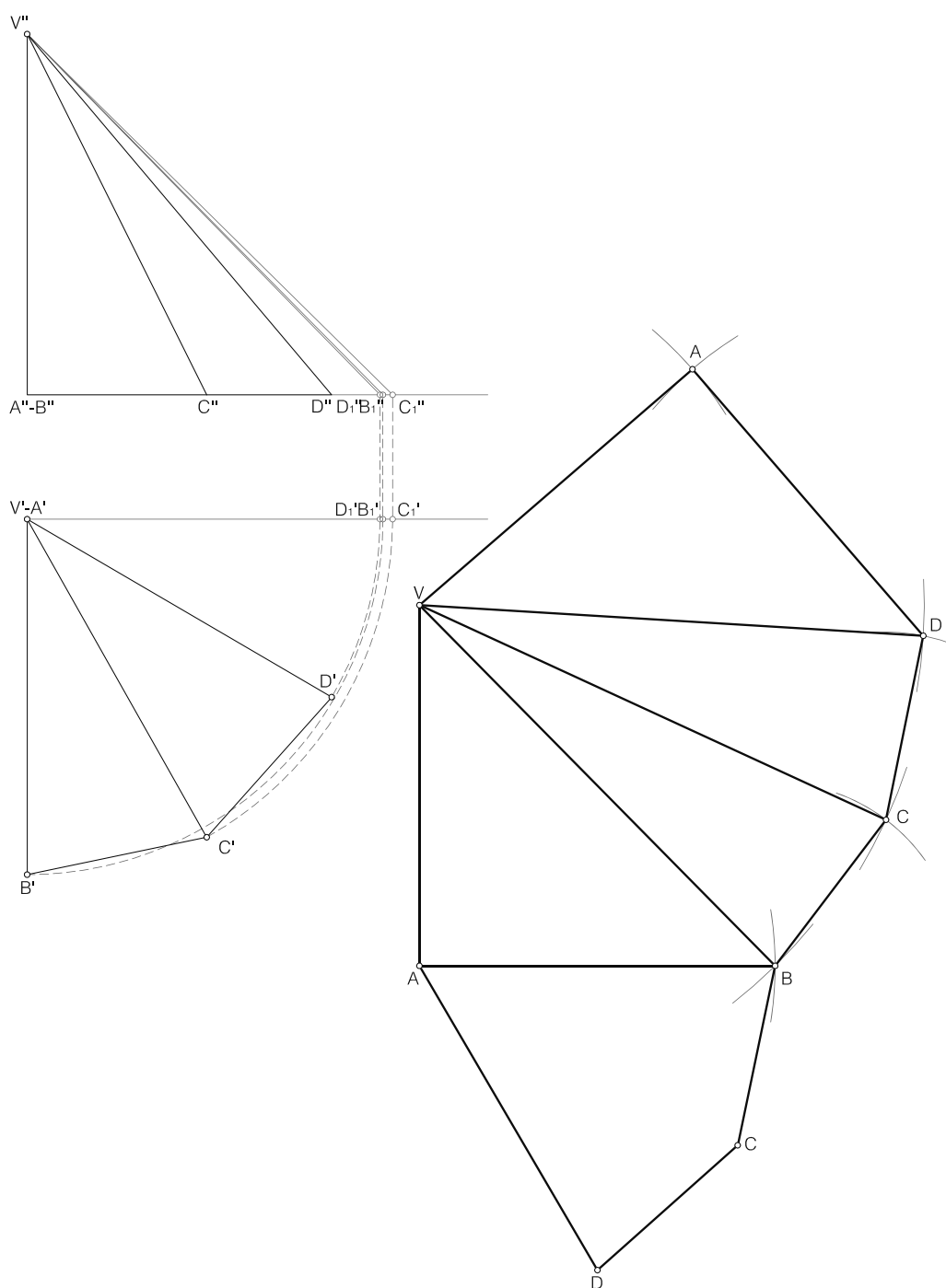
La intersecció del segment MN amb la piràmide la determinem mitjançant un pla auxiliar projectant, que fem coincidir amb la seva projecció vertical; els punts d'intersecció $1''2''3''$ els referim a les arestes de la projecció horitzontal de la piràmide per tal de determinar el polígon secció; la intersecció entre $1'2'3'$ i $M'N'$ ens dóna els punts $P'Q'$ d'entrada i sortida de la recta en la piràmide.



3. Unint $V'V''$ amb els corresponents vèrtexs de la base, a les dues projeccions, determinem les dues projeccions de la piràmide. Amb un canvi de pla vertical transformem el pla **OPQ** de la secció en pla projectant de cantell; en aquesta projecció auxiliar trobem fàcilment la intersecció, **12345**, entre el pla i la piràmide i la referim a les dues projeccions principals. L'abatiment respecte a l'horizontal de projecció del pla de la secció ens dóna la veritable magnitud d'aquesta.



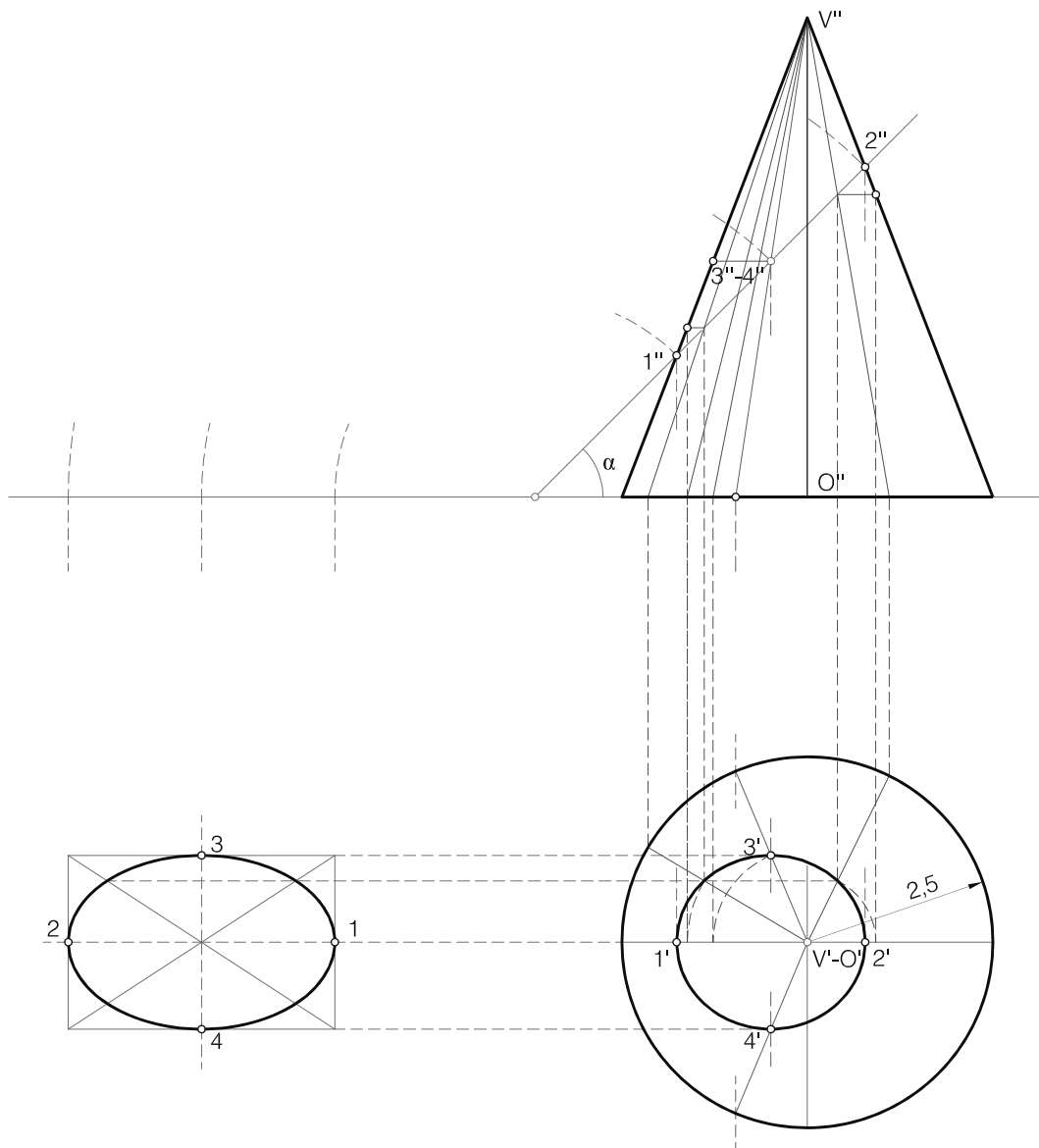
4. En un desenvolupament hem de representar les veritables magnituds dels elements que s'han de representar. A les projeccions donades tenim la veritable magnitud de la base de la piràmide (pel fet de ser un pla horitzontal) i de l'aresta **VA** (en posició de recta vertical); per completar el desenvolupament, ens calen les magnituds reals de la resta d'arestes laterals, que determinem mitjançant girs respecte a un eix vertical que fem coincidir amb l'aresta **VA**. Coneguts tots aquests elements en veritable magnitud, per triangulació, representem el desenvolupament que es demana.

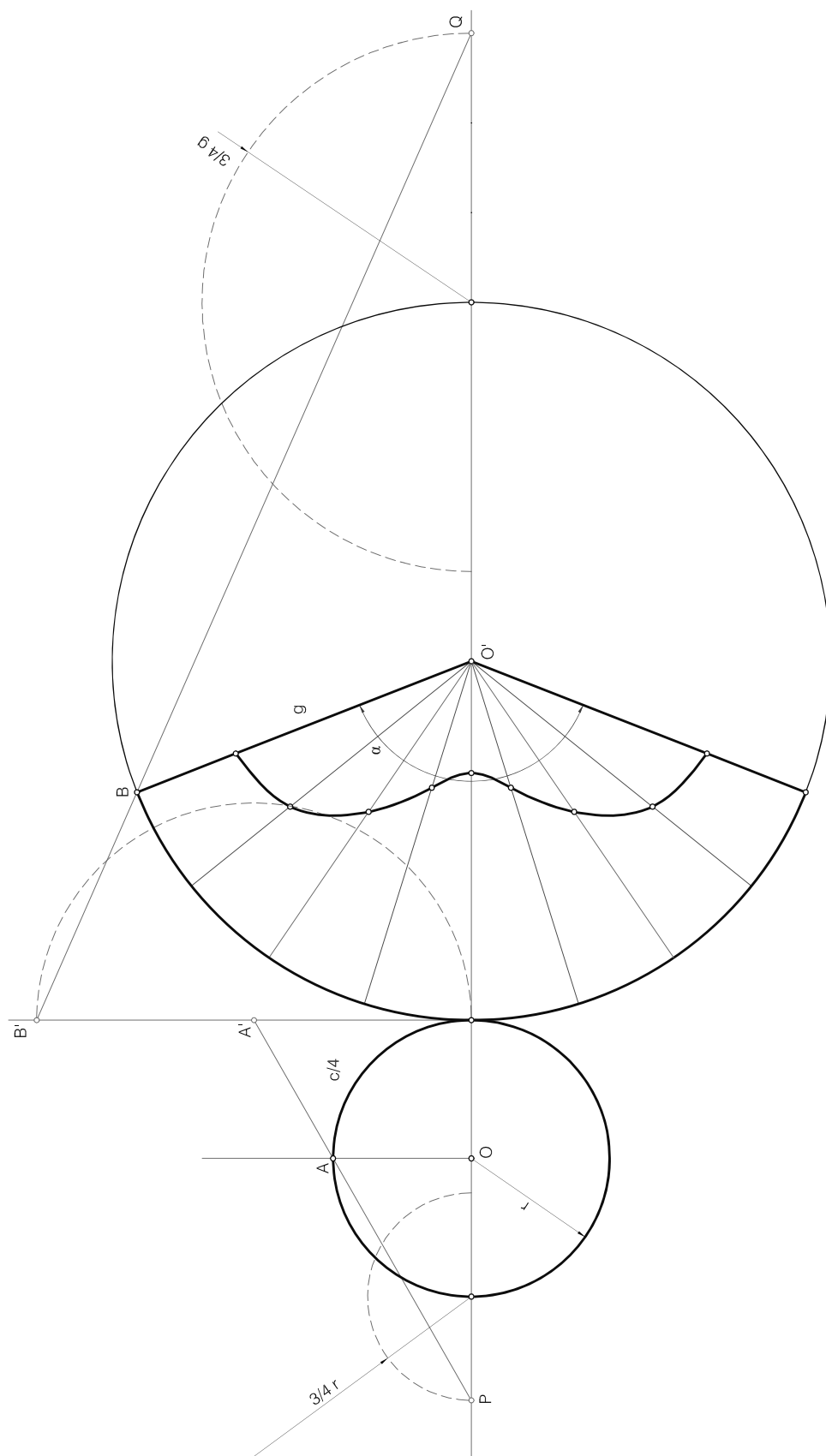


Con

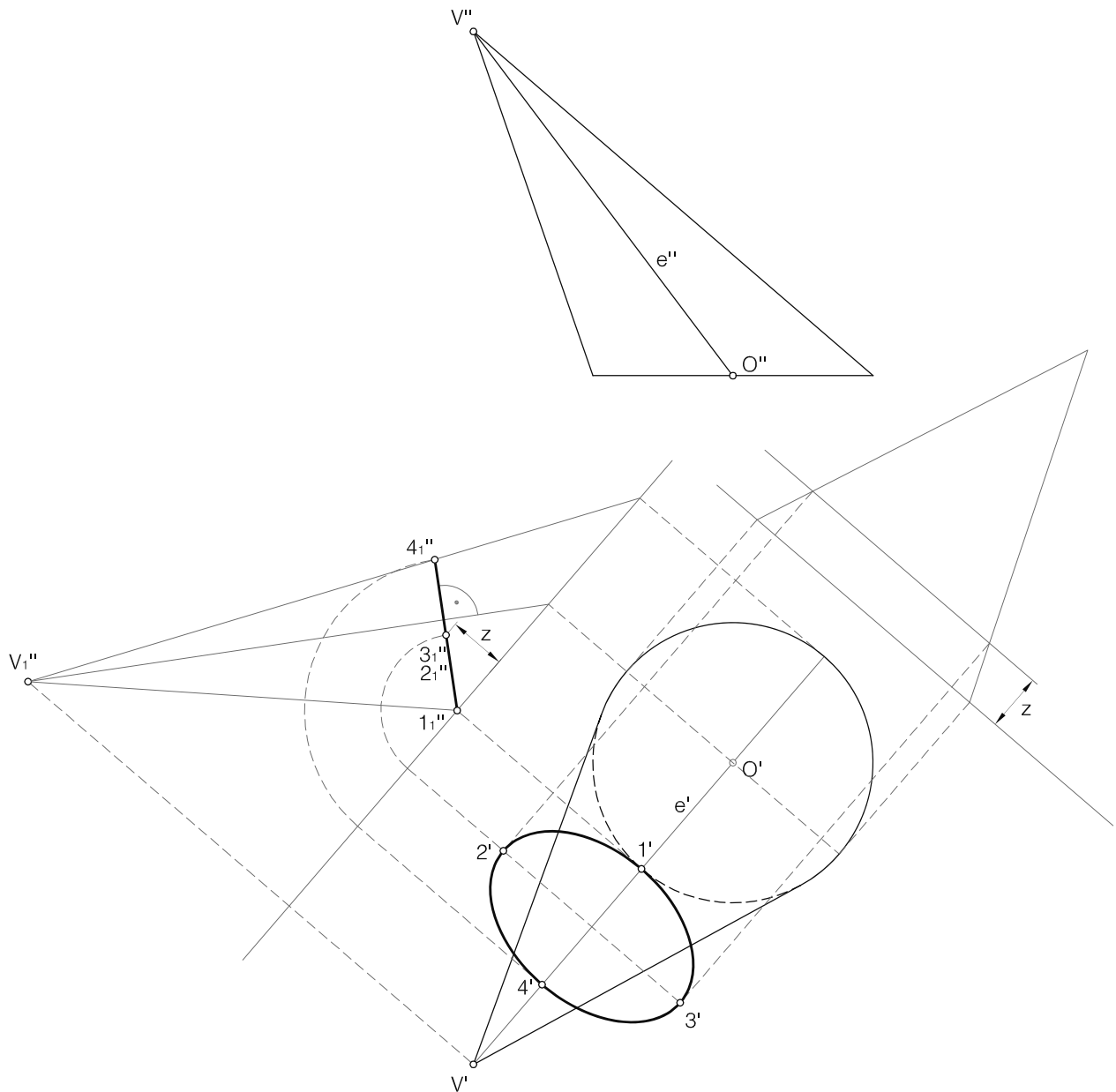
5. Una circumferència de radi 2,5 cm i centre al punt $V'O'$ és la projecció horitzontal de la base del con; en determinem la projecció vertical i la de les generatrius que defineixen el seu contorn aparent en aquesta projecció. Un cop representat el pla, amb la projecció vertical formant 45° amb el pla horitzontal, determinem la secció **1234**, que, mitjançant un abatiment, tindrem en veritable magnitud; el·lipse **(1)(2)(3)(4)**.

Per tenir el desenvolupament lateral del con cal tenir un sector circular amb un arc de la mateixa longitud que la circumferència de la base del con; ho podem determinar analíticament o amb la rectificació feta a la figura 5. En el desenvolupament lateral del con representem generatrius auxiliars a sobre de les quals portem els punts de la secció i obtenim la transformada de la secció.



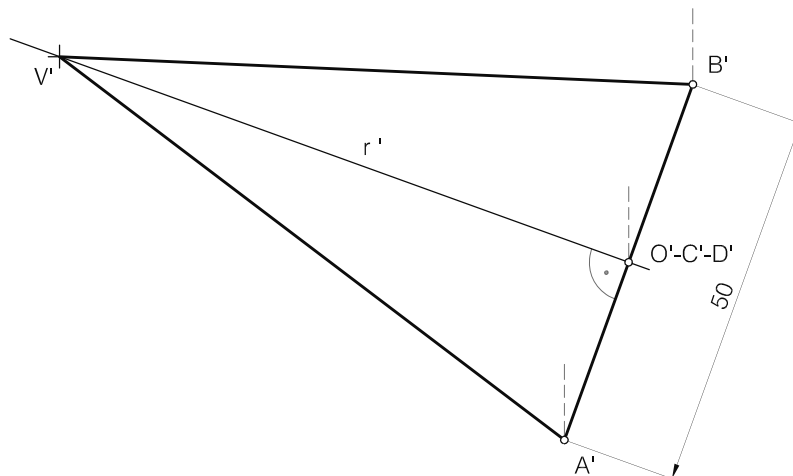
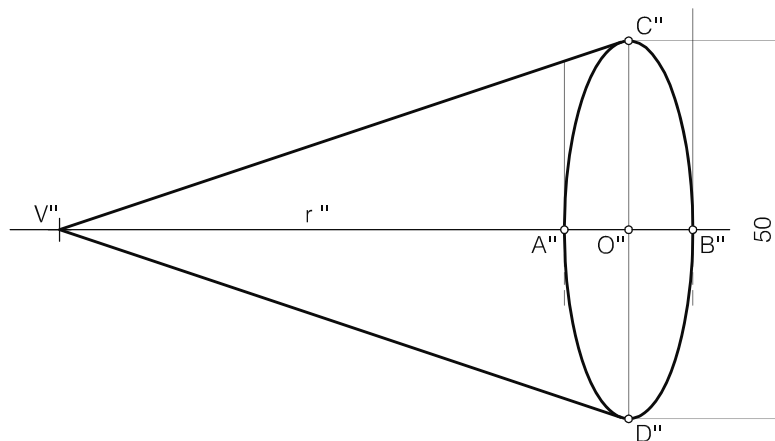


6. La secció recta és la secció obtinguda, en el cas d'un con, per un pla perpendicular a l'eix; per poder representar aquesta perpendicularitat, cal que l'eix del con tingui la posició de recta frontal (o horizontal). Amb un canvi de pla aconseguim aquesta posició a partir de les projeccions inicials; a la projecció auxiliar, tracem la projecció vertical del pla de cantell, que ens produeix la secció recta; mitjançant un abatiment, obtindrem la veritable magnitud d'aquesta secció recta.



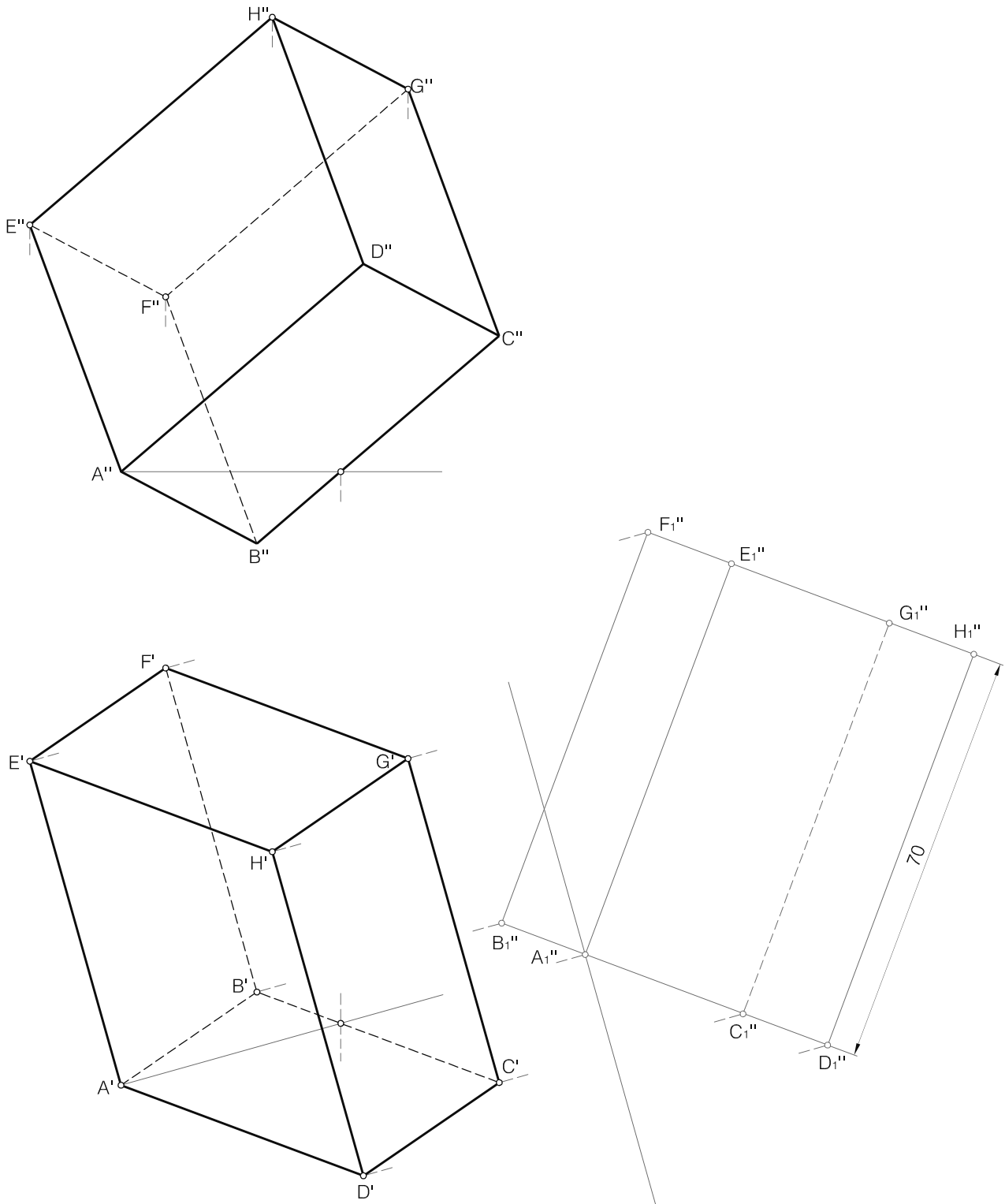
7. La recta $r'-r''$ és horitzontal; per tant, a la projecció horitzontal podem posar la veritable magnitud de l'altura de 80 mm del con; així, determinem les projeccions $O'-O''$ del centre de la base. El pla de la base, perpendicular a una recta horitzontal, és una pla vertical, amb la projecció horitzontal perpendicular a r' i de longitud igual al diàmetre de la base del con. Els extrems A' i B' corresponen als extrems d'un diàmetre de la base que té la projecció vertical amb la mateixa cota que la projecció vertical de l'eix del con.

Un segon diàmetre CD , vertical i, per tant, perpendicular a l'anterior, ens permet completar la projecció vertical de la base del con; en relació amb les projeccions de les dues bases, tracem les tangents, des de $V'-V''$, que ens completen els dos contorns aparents en totes dues projeccions.



Prisma

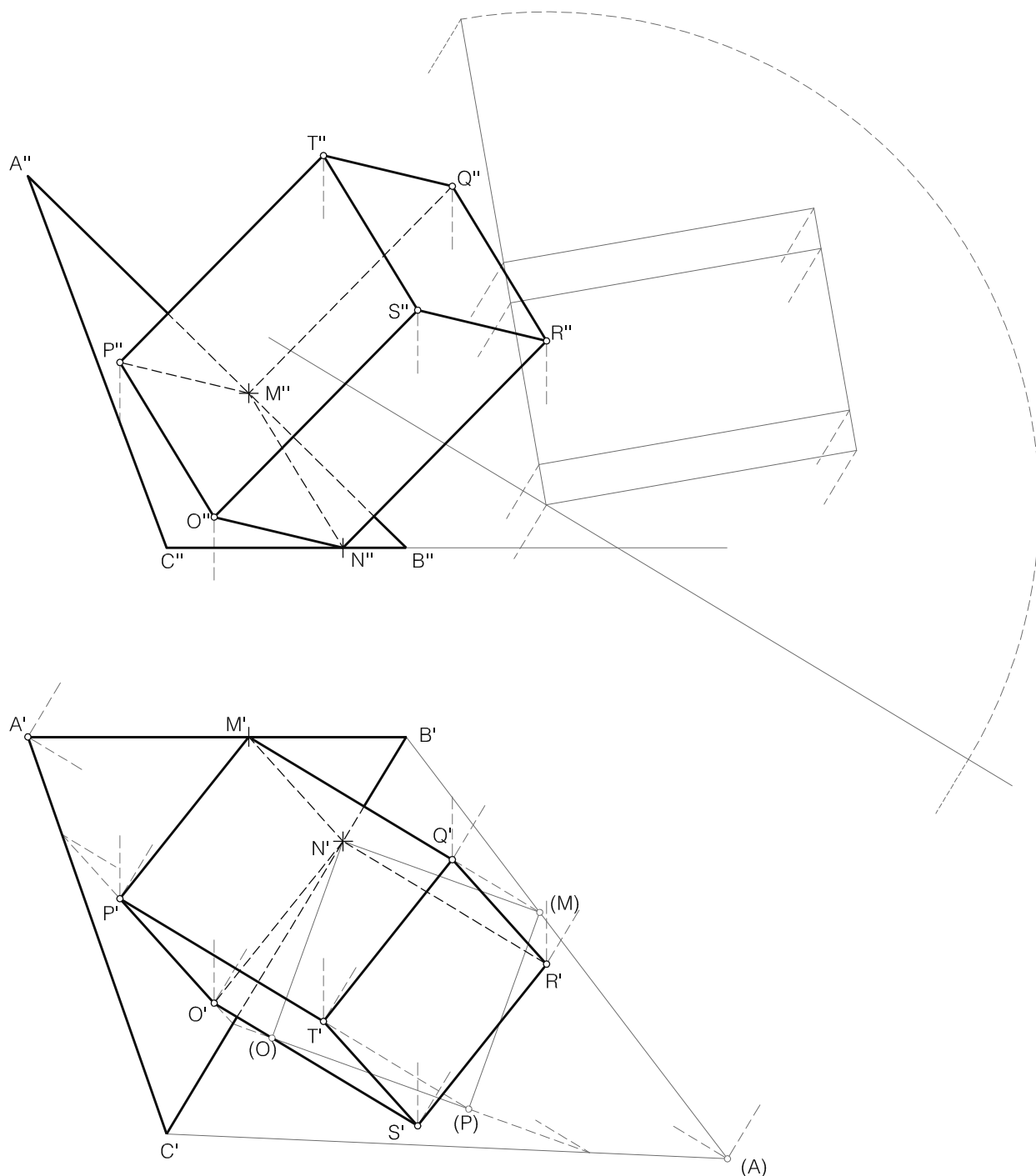
8. En la direcció de la projecció horitzontal d'una de les horizontals del pla **ABCD**, determinem una nova projecció vertical auxiliar d'aquest pla (en posició, lògicament, de pla de cantell); respecte d'aquesta projecció auxiliar, tracem les arestes laterals perpendiculars amb la mesura donada de 7 cm; aquestes arestes laterals, perpendiculars a un pla de cantell, són rectes frontals. Referint vèrtexs entre projeccions, completem les dues projeccions principals del paral·lelogram que es demana (de la projecció auxiliar agafem cotes relatives que ens serveixen per determinar els vèrtexs de la base superior en la projecció vertical principal).



9. L'abatiment del pla **ABC** respecte al pla horitzontal de projecció (la frontissa és l'horitzontal **BC**), ens permet construir la base quadrangular del prisma en veritable magnitud; fent el desabatiment, obtenim el quadrat **MNPQ** en les dues projeccions principals.

Tracem les arestes laterals, perpendiculars al pla de la base, en una projecció vertical auxiliar en la qual el pla **ABC** es projecta com un pla vertical (les perpendiculars a aquesta projecció són rectes horitzontals en la direcció de la projecció auxiliar).

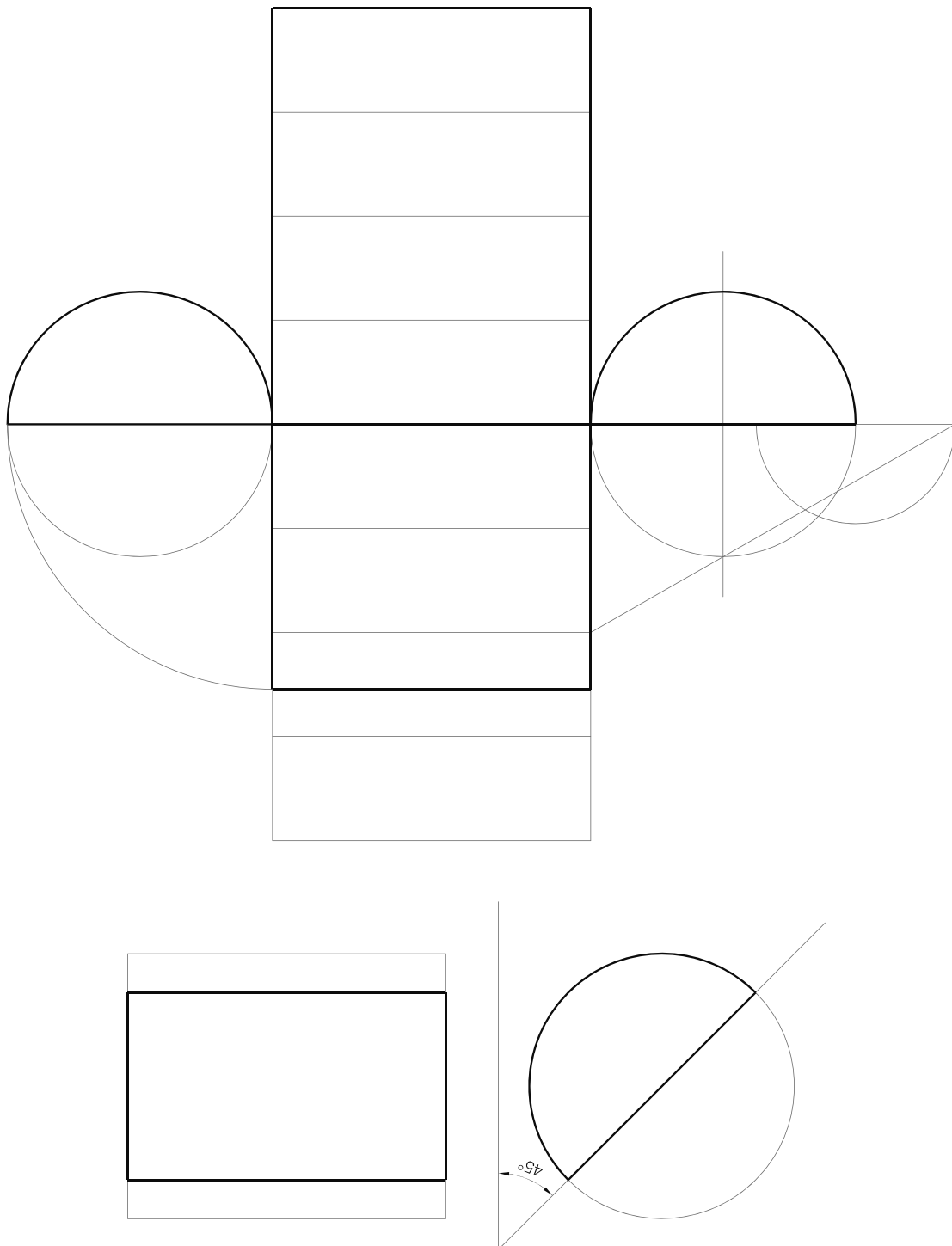
La correspondència dièdrica entre la projecció auxiliar vertical i l'horitzontal principal, i entre aquesta i la vertical principal, ens permet completar les dues projeccions que es demanen. Estudiem la visibilitat del conjunt prisma pla per completar els traçats.



Cilindre

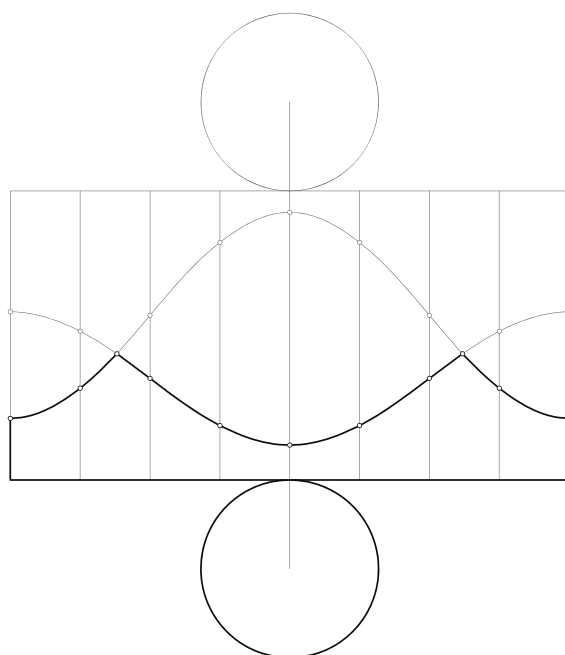
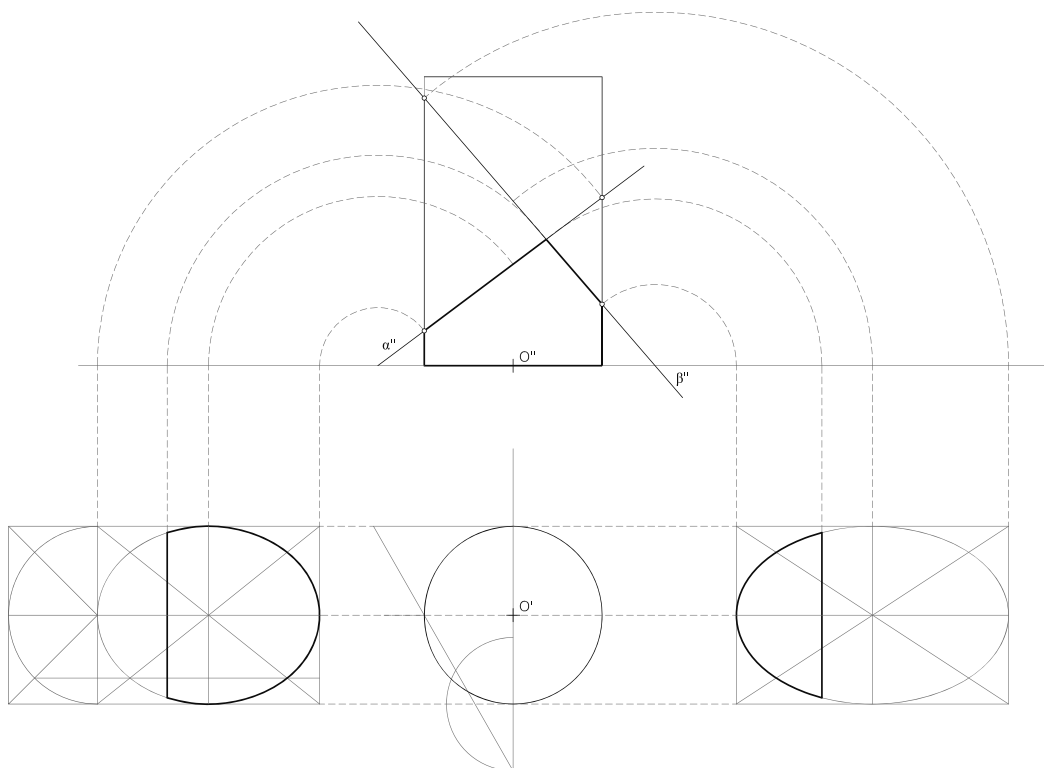
- 10.** Representem el cilindre, recolzat sobre el pla horitzontal a partir dels valors de radi i altura que es donen a l'enunciat. A la mateixa representació, dibuixem la projecció horitzontal del pla vertical que s'indica; aquest pla talla la base, determinat als punts d'intersecció amb la circumferència generatrius auxiliars que formen el tronc que es demana.

El desenvolupament lateral és un rectangle que té per costats l'altura del cilindre i la longitud rectificada de la seva base. A partir de la projecció horitzontal del tronc del cilindre podem determinar la rectificació corresponent i, finalment, el desenvolupament que es demana.



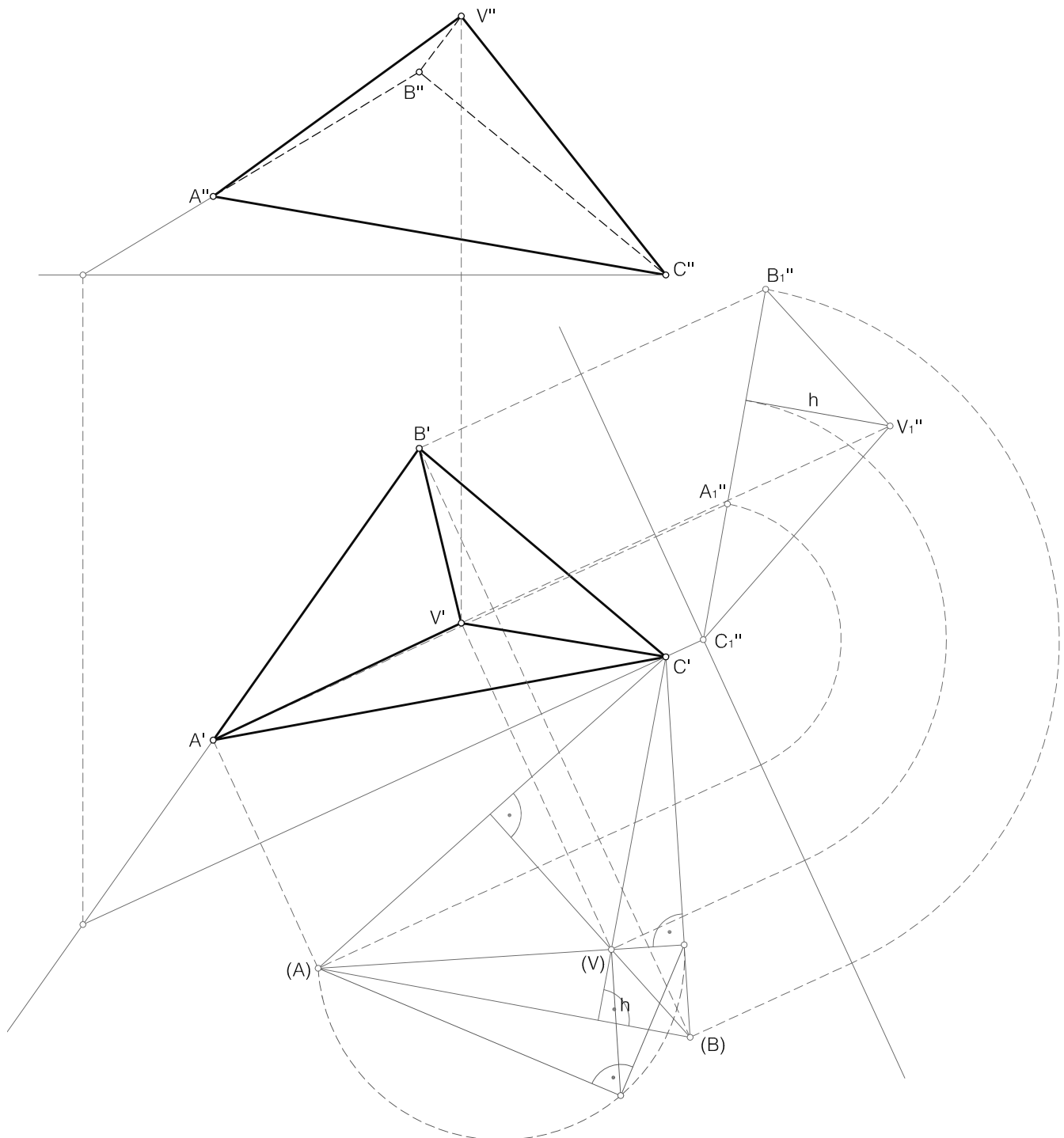
- 11.** Representem el cilindre, recolzat sobre el pla horitzontal a partir dels valors de radi i altura que es donen a l'enunciat. A la mateixa representació, dibuixem la projecció vertical dels dos plans de cantell; l'abatiment d'aquests plans respecte al pla horitzontal ens dóna la veritable magnitud de les seccions produïdes en el cilindre.

A sobre del desenvolupament lateral (fet mitjançant la rectificació de la circumferència de la base), portem els punts de tall dels plans secants a sobre de generatrius auxiliars del cilindre.



Tríedre trirectangle

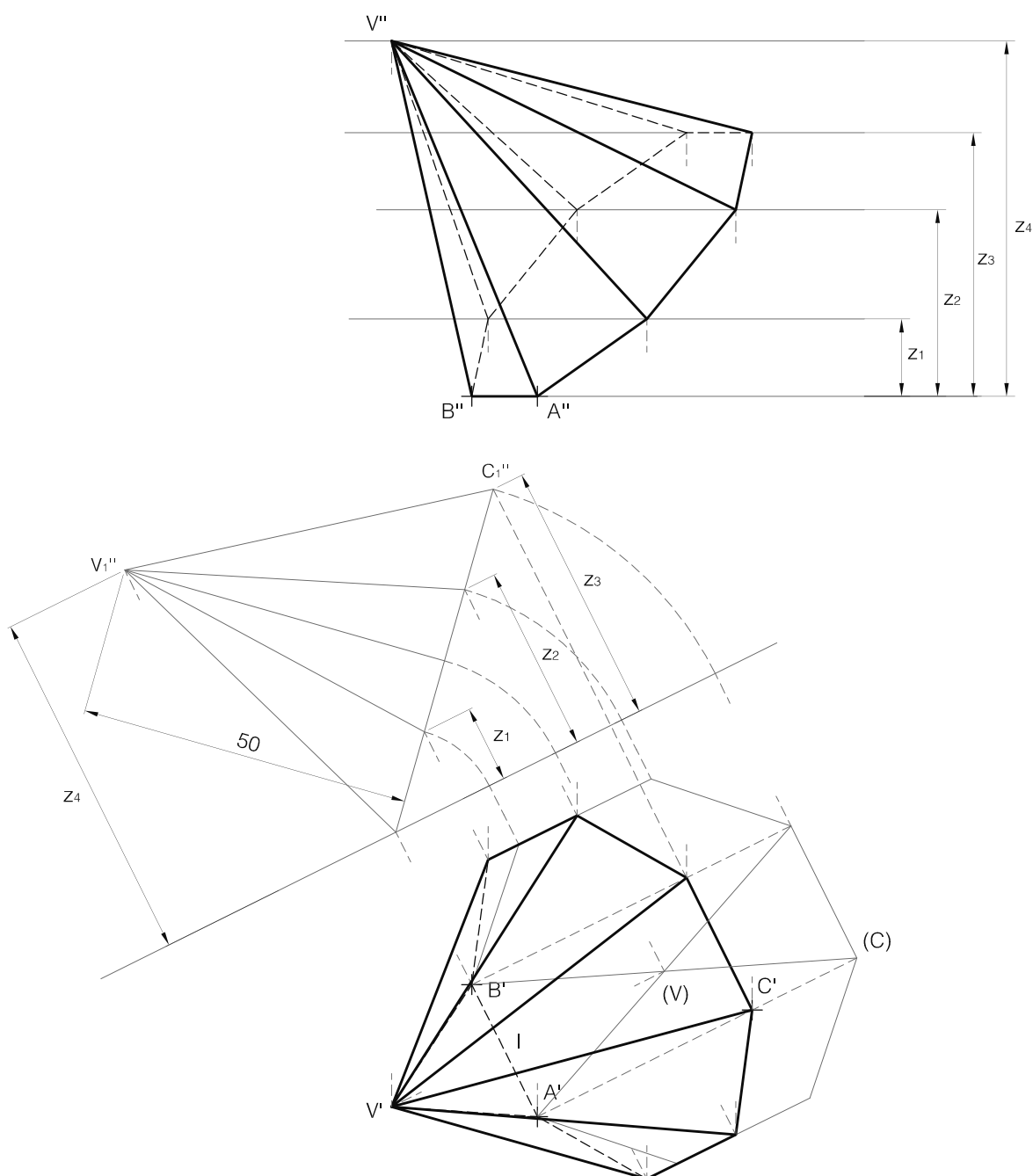
12. Mitjançant la combinació de moviments, canvi de pla i gir més abatiment, situem el pla **ABC** en posició de pla horitzontal. A la projecció horitzontal auxiliar en veritable magnitud **C'(A)(B)**, tracem les projeccions de les arestes del tetràedre, les quals es projecten com altures del triangle secció; en aquesta projecció auxiliar, mitjançant un abatiment, determinem la cota **h** del vèrtex **V** del tríedre trirectangle. Amb aquesta cota i a partir de la projecció vertical de cantell, determinem les dues projeccions principals del tríedre trirectangle.



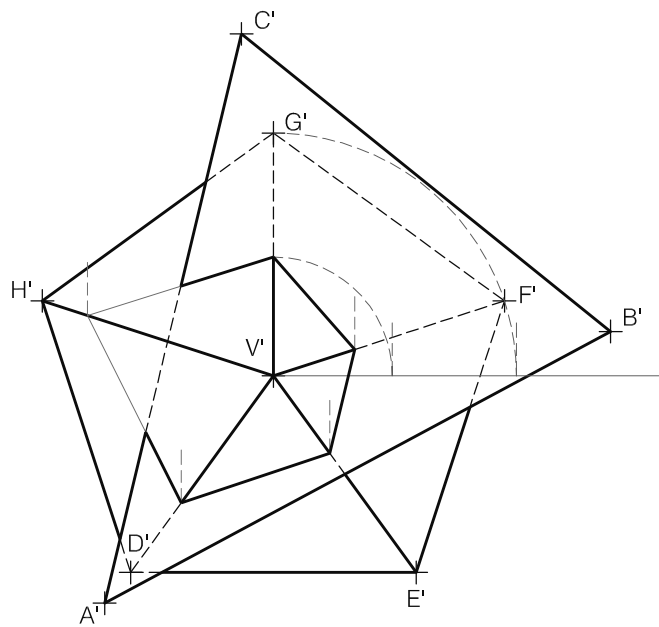
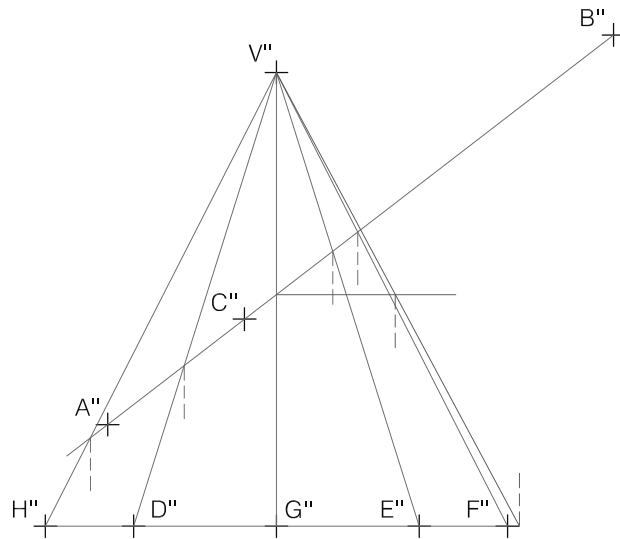
Piràmide

13. Respecte a la projecció horitzontal **A'B'** (en veritable magnitud), dibuixem l'octògon abatut, conegut el seu costat. A partir de **C'** i de l'abatiment del polígon, representem la projecció auxiliar en què aquest se situa com un pla de cantell; referim la resta de vèrtexs de l'octògon a la projecció auxiliar i, des d'aquesta, a la projecció horitzontal. Per paral·lelisme entre costats oposats i amb les cotes relatives agafades de la projecció auxiliar, completem la projecció vertical.

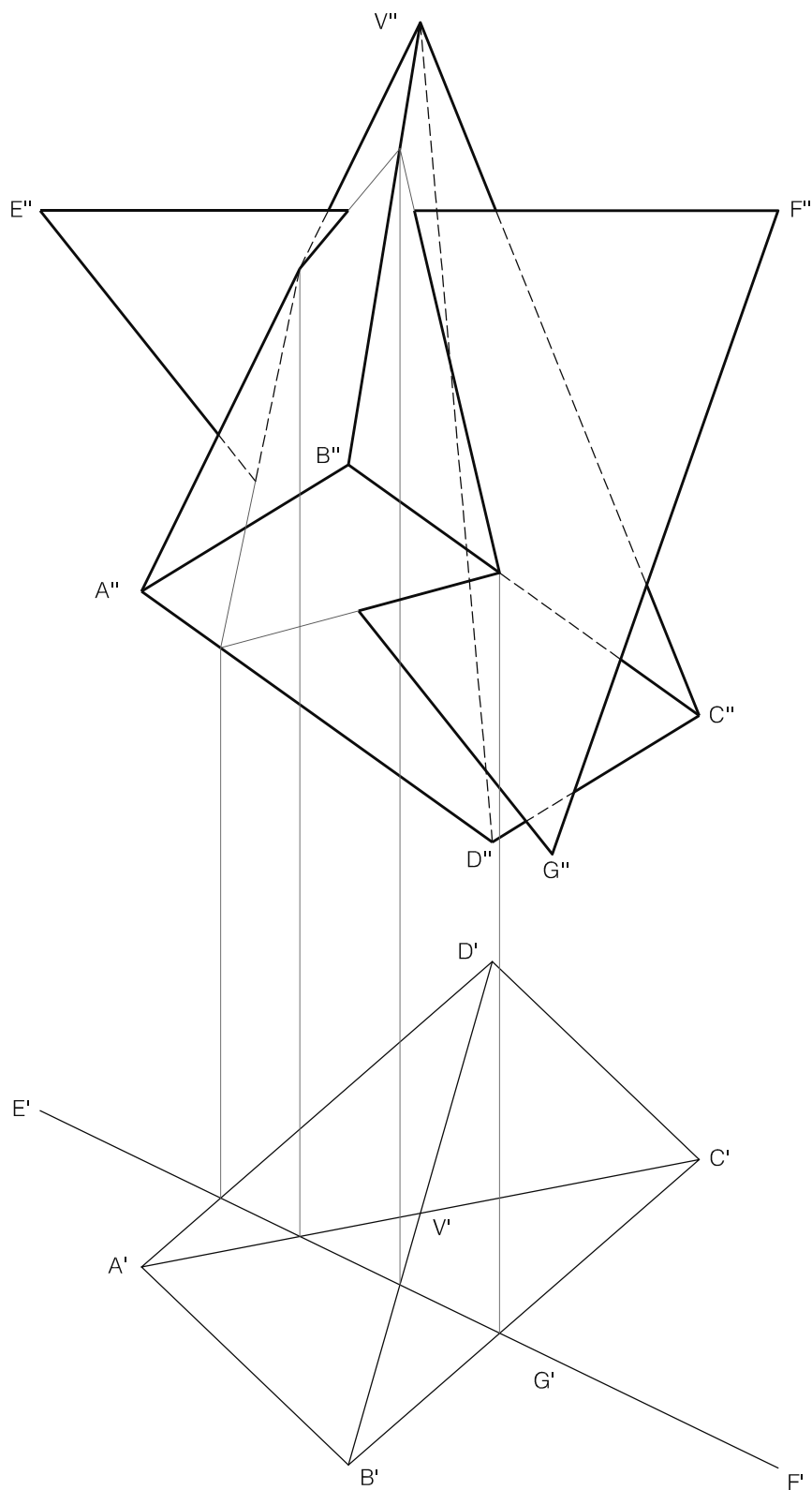
La perpendicular a l'octògon traçada pel seu centre (a la projecció horitzontal i a l'auxiliar) és un segment frontal que permet mesurar, en la projecció vertical auxiliar, l'altura real de la piràmide. La cota relativa **z₄** permet completar la projecció vertical principal del vèrtex **V** de la piràmide i, des de les dues projeccions d'aquest, les arestes laterals de la piràmide amb la visibilitat corresponent.



14. Unint les projeccions donades, representem les dues projeccions de la piràmide i del pla. A la projecció vertical (pel fet de ser el pla de cantell) determinem els vèrtexs de la secció, que referim a la projecció horitzontal; el vèrtex situat a l'aresta **VG** (de perfil a la figura) es refereix girant prèviament l'aresta a posició frontal. Estudiem la visibilitat per tal d'obtenir el resultat de la resolució gràfica.

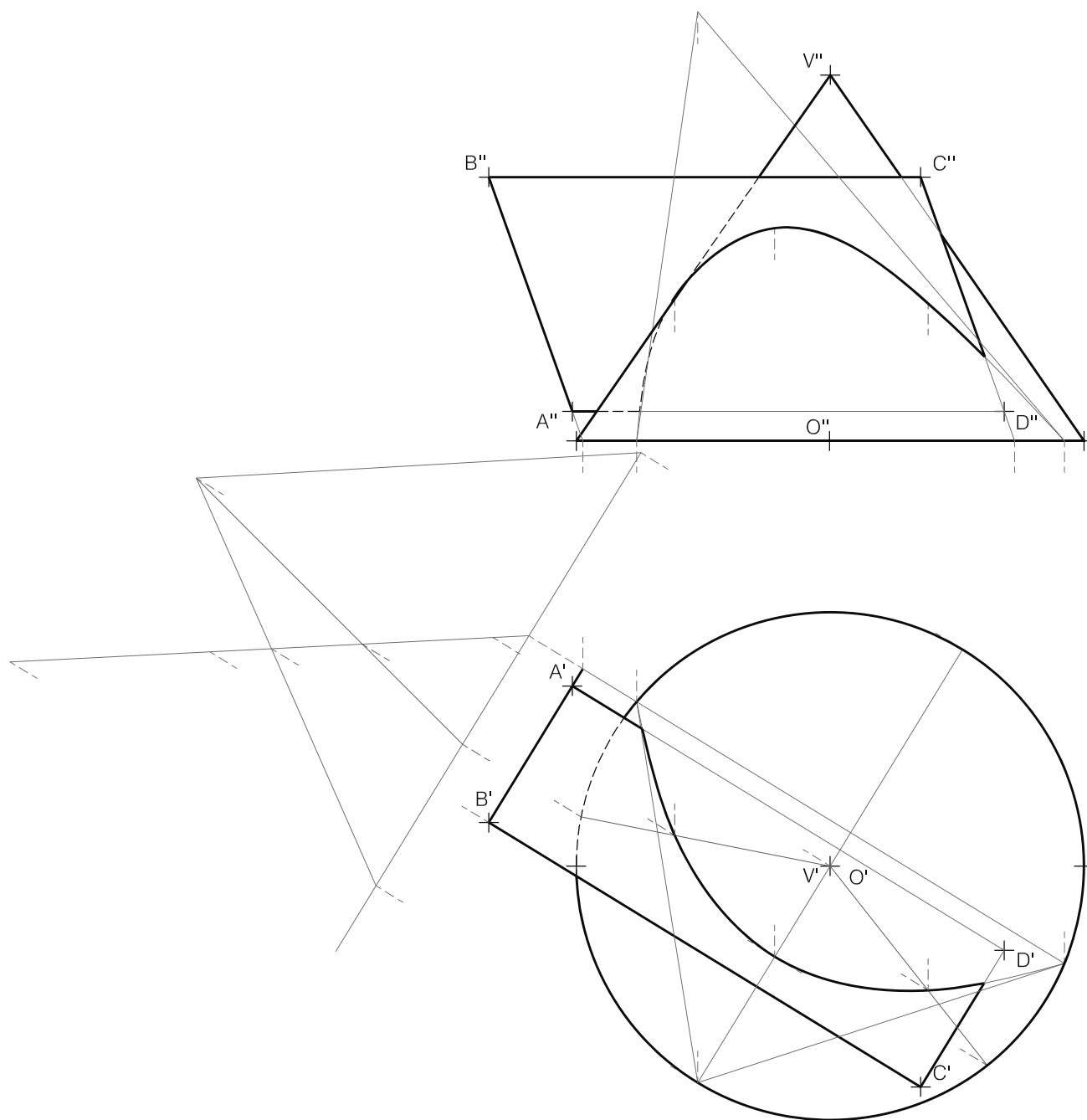


15. El pla vertical permet determinar, a la projecció horitzontal, els vèrtexs de la secció que referim a la projecció vertical de la piràmide. La comparació d'allunyaments relatius permet obtenir la visibilitat de la projecció vertical del conjunt.



Con

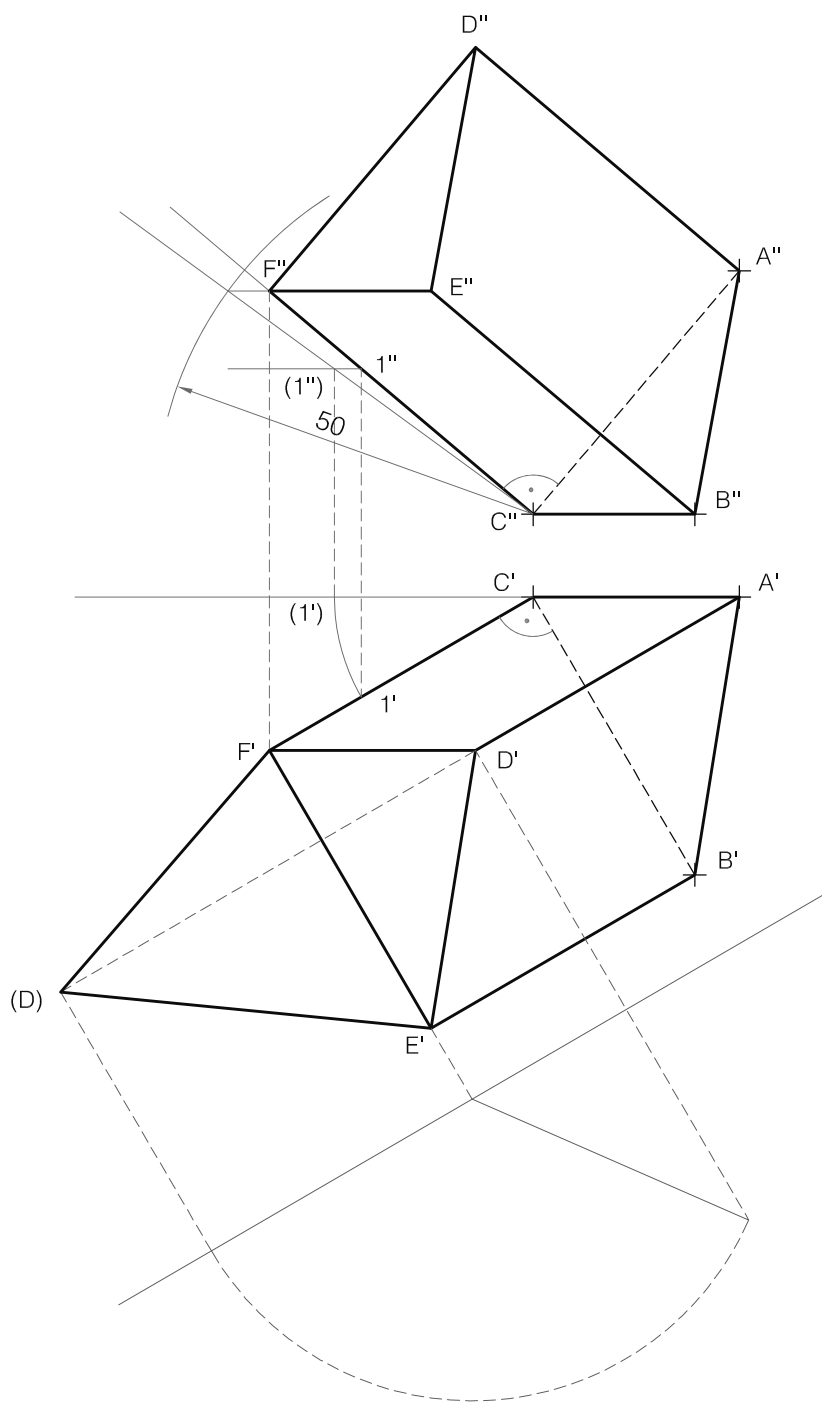
16. Unint les projeccions donades, representem les dues projeccions del con i del pla. Atès que el pla és oblic, en la direcció de les horitzontals $A'D'$ i $B'C'$ determinem una projecció vertical auxiliar amb el pla en posició de pla de cantell; aquesta projecció auxiliar permet determinar la secció que referim a les dues projeccions principals amb la visibilitat que deriva de les direccions de projeccions.



Prisma

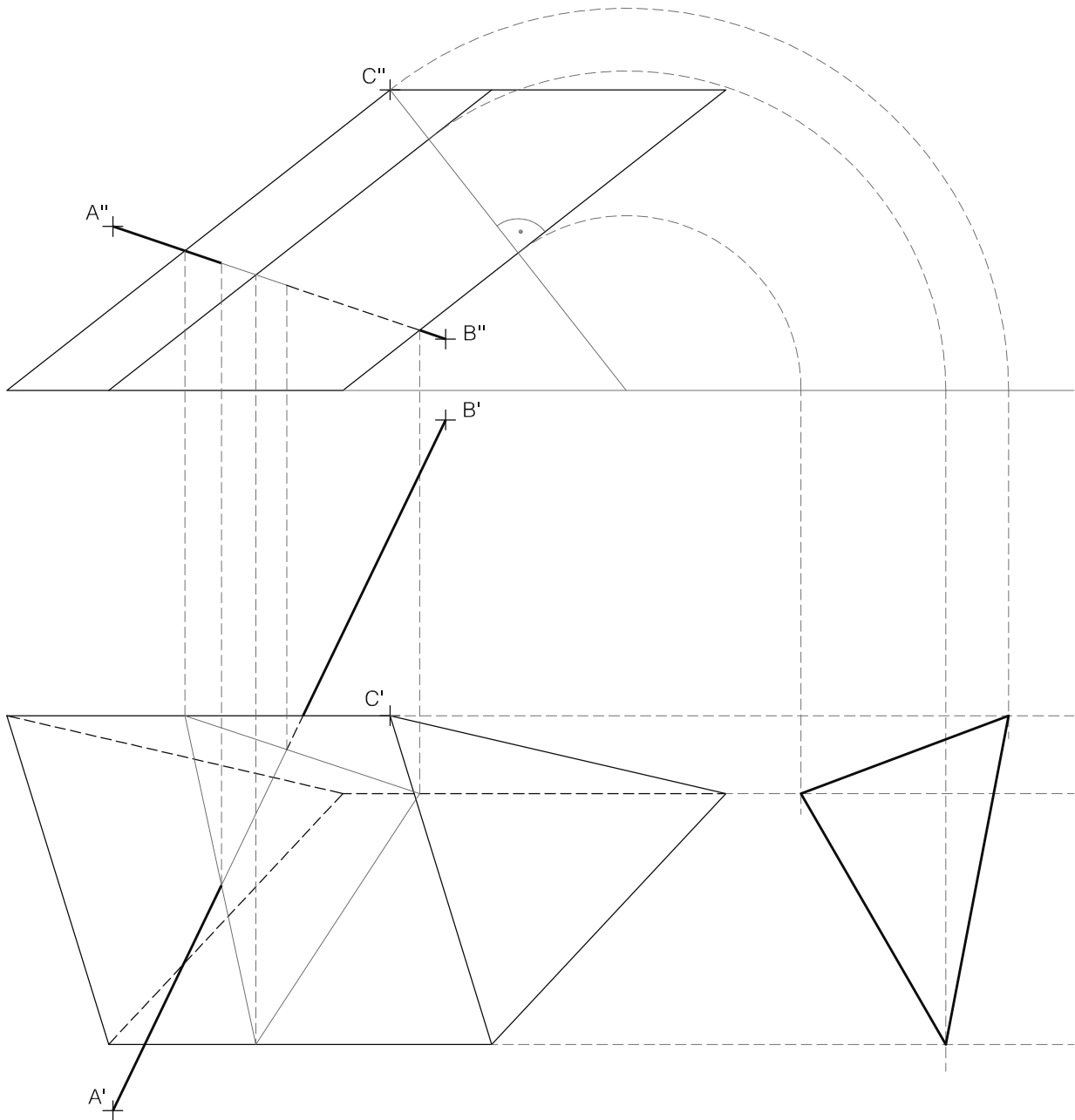
17. Tracem la perpendicular al pla **ABC** (projectió horitzontal perpendicular a **B'C'** i vertical a **A''C''**) i la girem a la posició de recta frontal per mesurar la veritable magnitud de l'altura del prisma; desfem el gir i completem les dues projeccions del prisma.

Com que les dues bases són iguals, l'abatiment de la superior permet determinar la veritable magnitud que es demana.



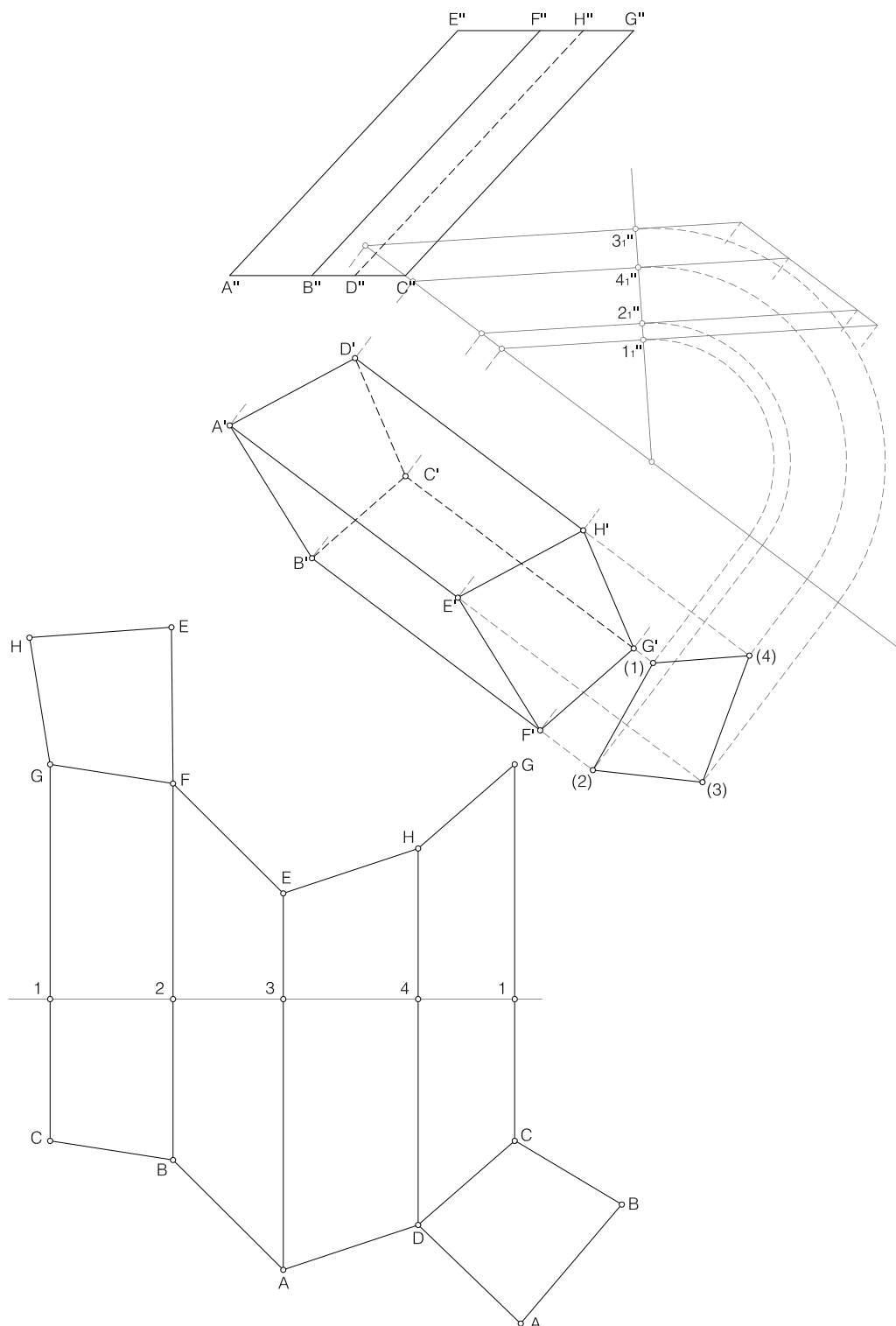
- 18.** Fem coincidir amb la projecció vertical del segment **AB** un pla projectant de cantell, del qual determinem la intersecció amb el prisma; referim aquesta a projecció horitzontal i així obtenim els punts d'intersecció del segment amb el prisma; els referim a projecció vertical i diferenciem el segment segons la seva visibilitat.

Per **C''** tracem la projecció vertical del pla de cantell (perpendicular a les arestes laterals del prisma) que produeix la secció recta; mitjançant un abatiment, en determinem la veritable magnitud.

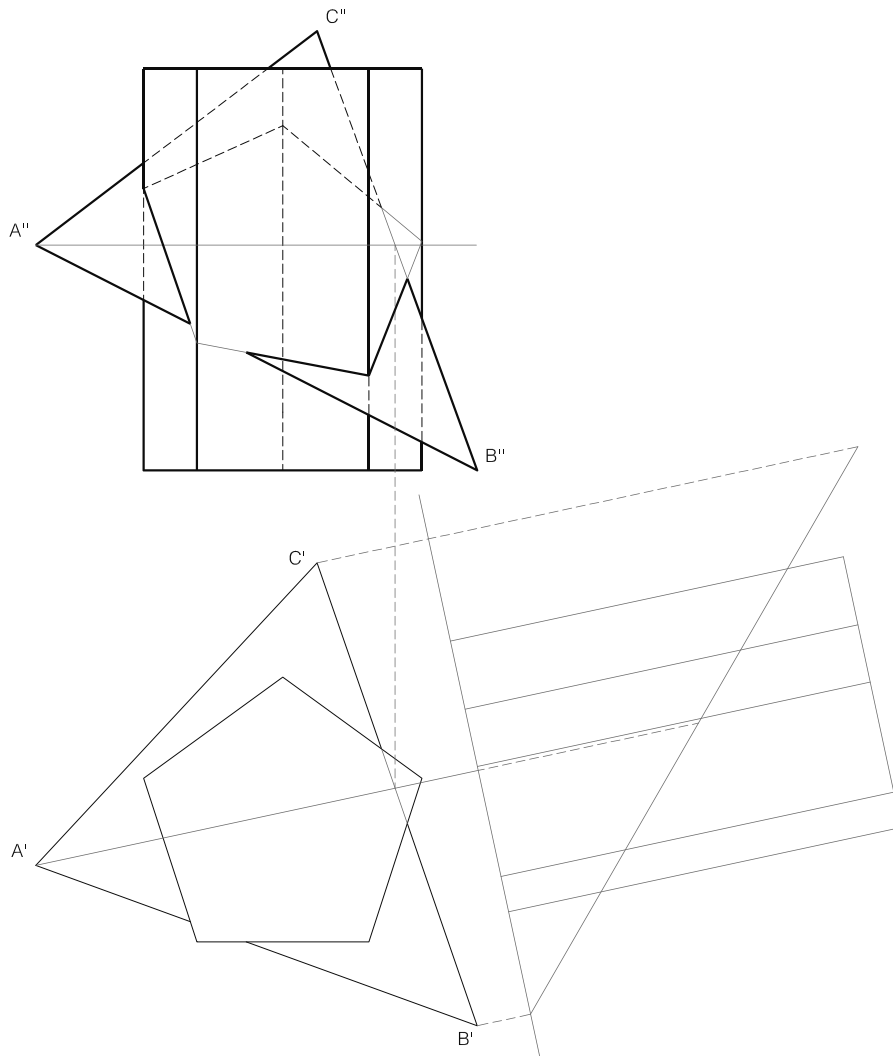


- 19.** Per fer el desenvolupament lateral d'un prisma oblic, cal fer la secció recta (una secció produïda per un pla perpendicular a les seves arestes laterals); com que aquestes arestes són obliqües al prisma donat, cal fer un canvi de pla (vertical a la figura) per tenir-les en posició frontal i poder traçar el pla de la secció recta com un pla de cantell (perpendicular a la nova projecció vertical de les arestes laterals); així determinem els vèrtexs **1₁"2₁"3₁"4₁"** de la secció recta que referim a la projecció horitzontal principal i que, mitjançant un abatiment, determinem en veritable magnitud.

El desenvolupament el formem a partir del polígon **(1)(2)(3)(4)** corresponent a la veritable magnitud de la secció recta; les perpendiculars a aquesta secció tenen la longitud de les arestes laterals en veritable magnitud que trobem a la projecció vertical auxiliar. El desenvolupament total el completem amb les dues bases del prisma, iguals i conegudes en veritable magnitud en les projeccions inicials.

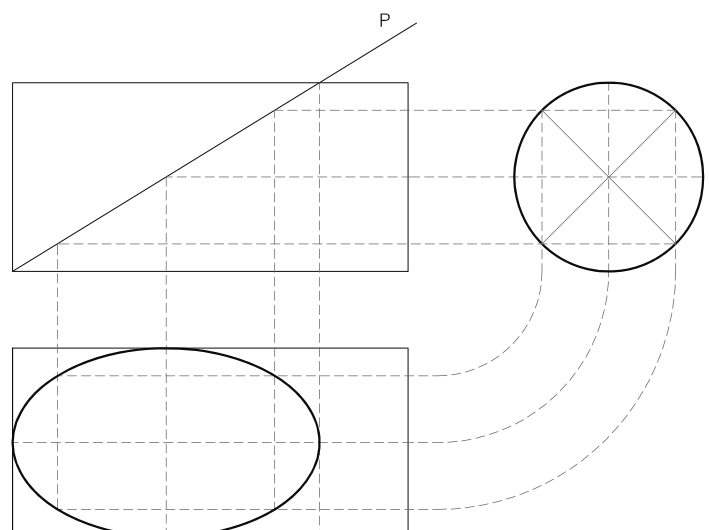


- 20.** Determinem una projecció vertical auxiliar per tal de situar el pla **ABC** en posició de pla de cantell i determinar directament la secció amb el prisma. Referim els punts d'intersecció a la projecció vertical inicial i, comparant allunyaments, determinem la visibilitat vertical del conjunt prisma pla. El resultat és el que es pot veure a la resolució gràfica.



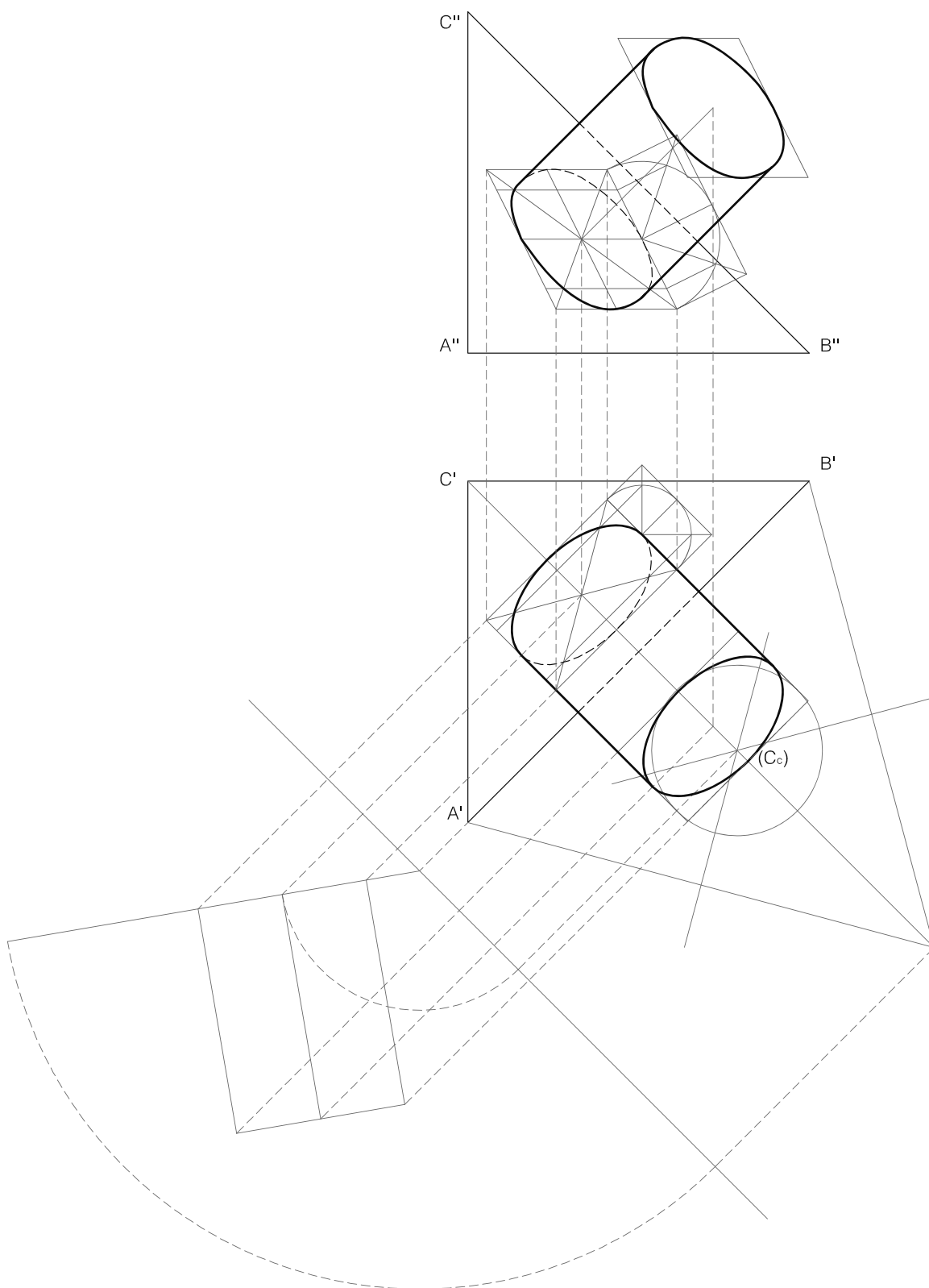
Cilindre

- 21.** Dibuixem el cilindre en tercera projecció i representem una sèrie de generatrius auxiliars que permeten representar l'el·lipse secció. A la projecció vertical coincideix amb la projecció del pla i a la tercera projecció, amb la del cilindre; únicament a projecció horitzontal es veu diferenciada.



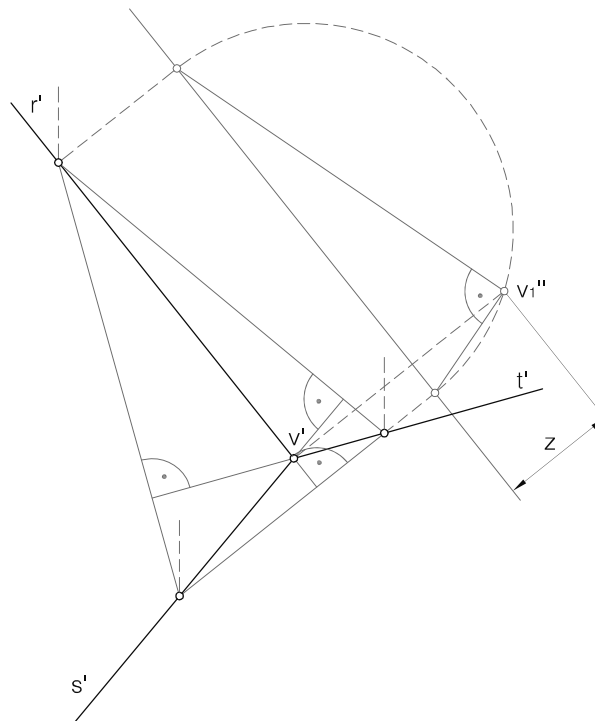
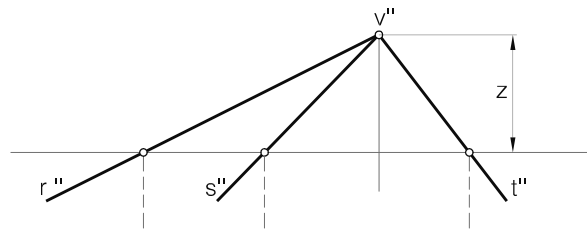
22. A l'abatiment del pla **ABC** determinem el seu circumcentre i dibuixem la base del cilindre, que referim a la projecció auxiliar (amb el pla de la base en posició de cantell) i a les projeccions inicials del pla.

A la correspondència entre projecció horitzontal i vertical auxiliar, tracem la perpendicular al pla ABC (recta frontal); a la projecció en veritable magnitud, mesurem l'altura del cilindre, tracem la base superior i referim el cilindre a les projeccions inicials.



Tríedre trirectangle

23. Respecte de les projeccions r' , s' i t' , tracem un dels triangles de les traces (cada costat perpendicular a l'aresta oposada) i determinem la cota z del vèrtex V respecte d'aquest triangle; aquesta cota serveix per traçar un pla horitzontal a la projecció vertical, al qual referim els vèrtexs del triangle de les traces pels quals fem passar les projeccions verticals de les tres arestes.



24. Les altures del triangle **A'B'C'** són les projeccions de les arestes laterals de la piràmide. Mitjançant una projecció vertical auxiliar, determinem la cota **z** del vèrtex **V** de la piràmide; aquesta cota permet traçar la projecció vertical del pla **ABC** i punts de la projecció vertical de cadascuna de les arestes de la piràmide que, units amb **V''**, completen les seves projeccions verticals.

