

Unitat 5. Sistema dièdric, interseccions i veritables magnituds

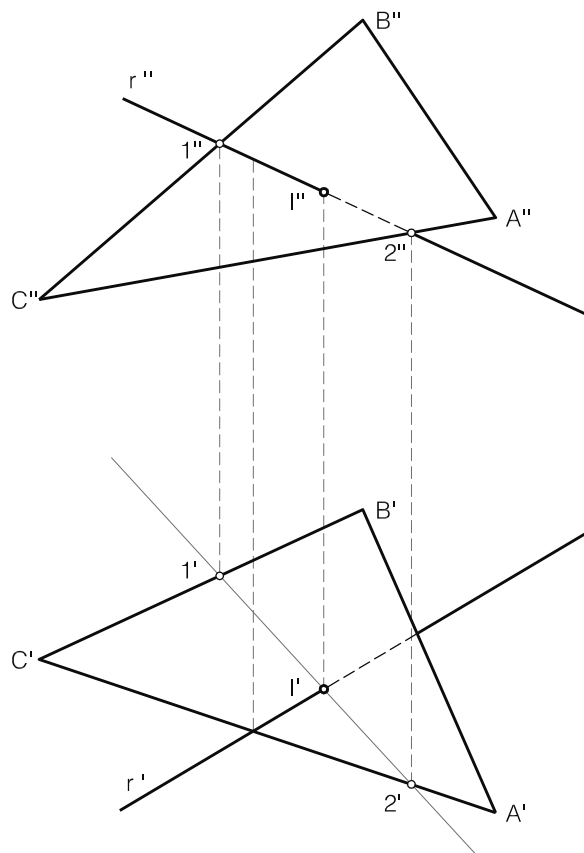
ACTIVITATS (pàgines 107 i 108 del llibre de l'alumne)

Interseccions

- Utilitzem un pla auxiliar de cantell (no dibuixat) que fem coincidir amb la projecció vertical de la recta; la intersecció entre aquest pla auxiliar projectant i el pla **ABC** és la recta **1-2**. A les projeccions horitzontals, **r'** i **1'-2'** ens determinen la projecció horitzontal **I'** del punt d'intersecció entre recta i pla; a continuació, ho referim a la projecció vertical **r''**, i determinem **I''**.

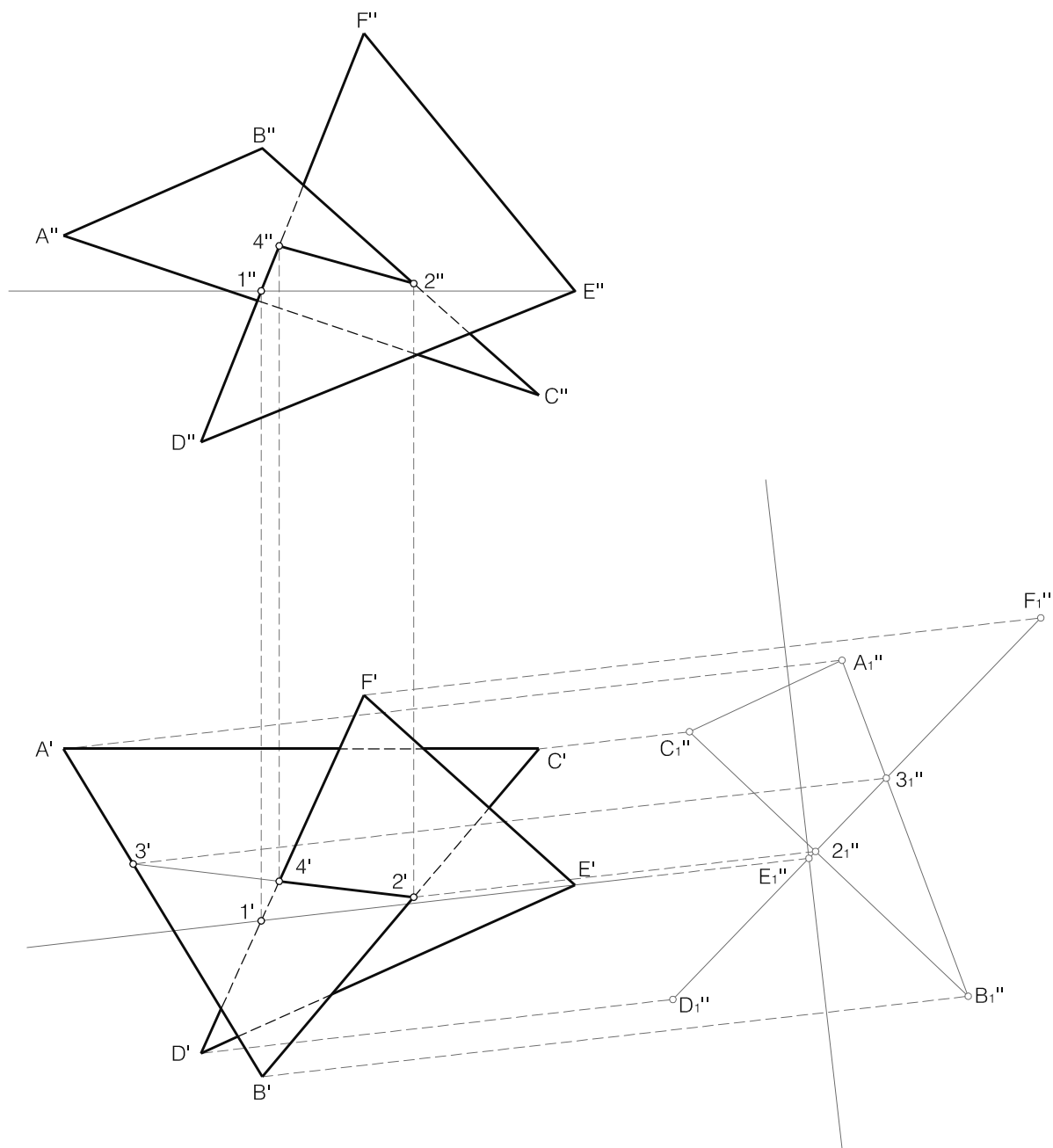
Per a l'estudi de la visibilitat a la projecció horitzontal, considerem el punt comú entre **r'** i **A'C'**; ho referim a la projecció vertical, i comprovem que, en aquest punt coincident de les projeccions horitzontals respectives, la recta té més cota que el pla. Per tant, en aquest punt la recta està per sobre del pla i és visible. La projecció **I'** divideix, a la projecció horitzontal, les parts visible i invisible de la recta; per tant, a l'altre extrem la recta serà invisible i quedarà per sota del pla.

La visibilitat de la projecció vertical la determinem comparant els allunyaments de dos punts coincidents, un de la recta i l'altre del pla, de la projecció vertical; ho fem amb el punt coincident entre **r''** i **B''C''**. Referim aquest punt a la projecció horitzontal, i comprovem que la recta té més allunyament que el pla. Per tant, en aquest punt, la recta està per davant del pla i és visible a la projecció vertical respecte del pla. A partir de **I''** la visibilitat de la recta canvia i, a l'altre extrem, la recta queda per darrere del pla.



2. En la direcció de la projecció horitzontal d'una de les rectes horitzontals del pla **DEF** (la que passa pel seu vèrtex **E**), determinem la nova projecció vertical de tots dos plans. En aquesta projecció auxiliar, el pla **DEF**, lògicament, queda com a projectant de cantell.

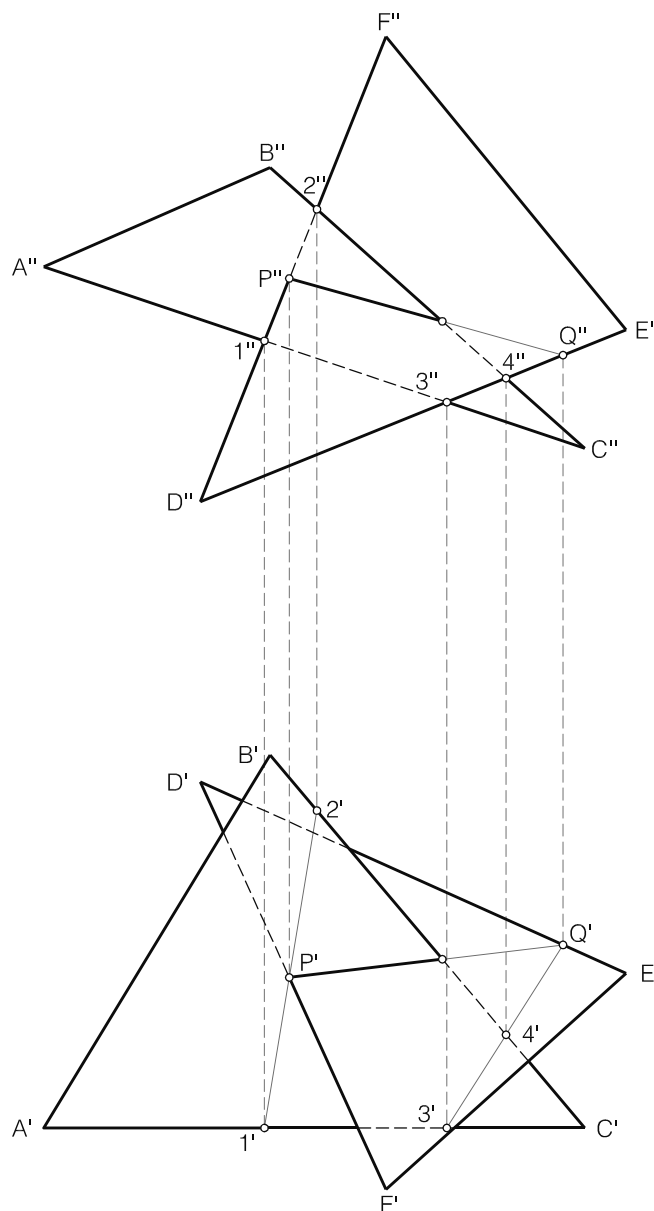
La intersecció entre la projecció de cantell del pla **DEF** i el pla **ABC** és el segment $3_1''-2_1''$, que referim a les projeccions inicials del pla **ABC**. El segment d'intersecció entre tots dos, quan talla algun segment dels que defineixen cada pla, separa la part visible de l'invisible d'aquest segment; així, i comparant cotes i allunyaments de punts coincidents a totes dues projeccions, tal com hem fet a l'activitat anterior, determinem la visibilitat del conjunt que està format pels dos plans.



3. Com a plans auxiliars fem servir plans de cantell coincidents amb la projecció vertical d'algun dels costats que defineixen cada pla. El primer d'aquests, coincident amb el segment $D''F''$, talla el pla **ABC** en el segment $1''2''$ que referim a les dues projeccions del pla **ABC**. A les projeccions horitzontals, els segments $1'2'$ i $D'F'$ es tallen a P' , punt que correspon a la projecció horitzontal de la intersecció entre els dos plans. Referim P'' a la projecció vertical de $D''F''$.

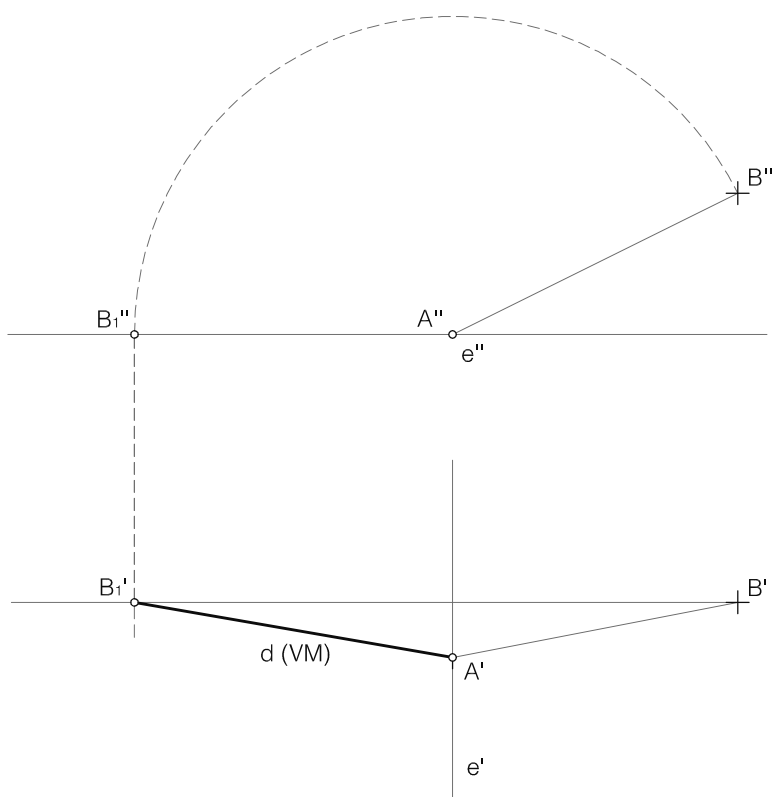
Determinem un segon punt d'aquesta intersecció, $Q'-Q''$, mitjançant un nou pla auxiliar projectant vertical, que fem coincidir amb la projecció vertical $D'E''$.

El segment PQ , a les dues projeccions, representa la intersecció entre els dos plans. L'estudi de la visibilitat, com en els casos anteriors, ens completa la resolució de l'activitat.

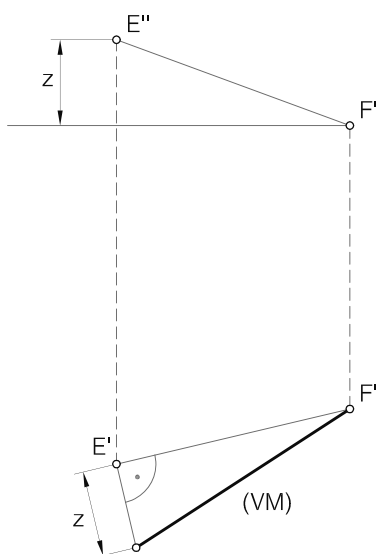


Distàncies

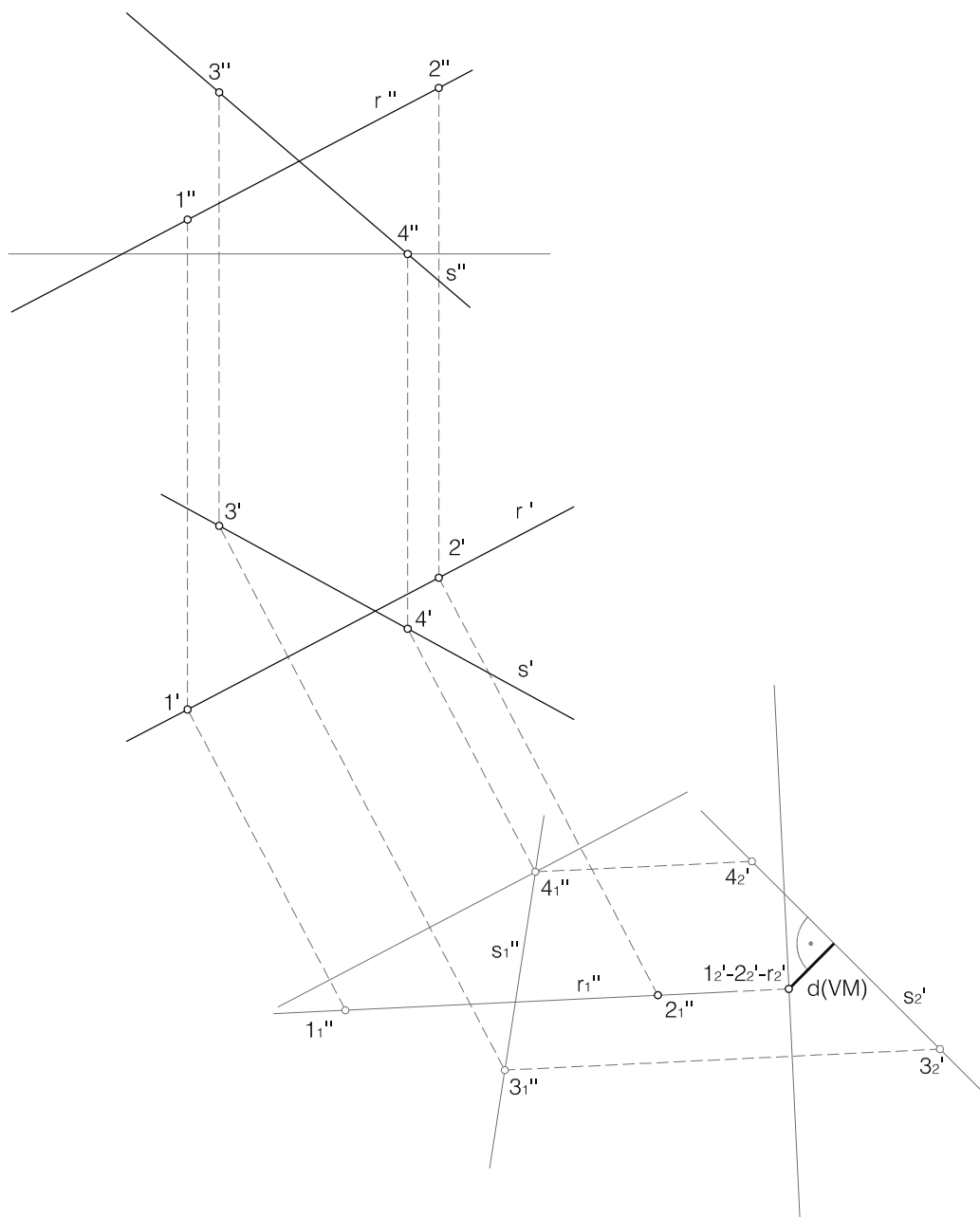
4. Els punts **A** i **B** donats defineixen un segment oblic que tindrem en veritable magnitud quan sigui paral·lel a algun dels plans principals de projecció. Mitjançant un eix de gir de punta, **e**, que fem passar per l'extrem **A**, girem l'altre extrem **B** per tal que el segment quedi en posició de recta horitzontal; en aquestes noves projeccions del segment **AB**, la projecció horitzontal **A'-B₁'** està en veritable magnitud. (El punt **A'**, pel fet de pertànyer a l'eix de gir, és doble.)



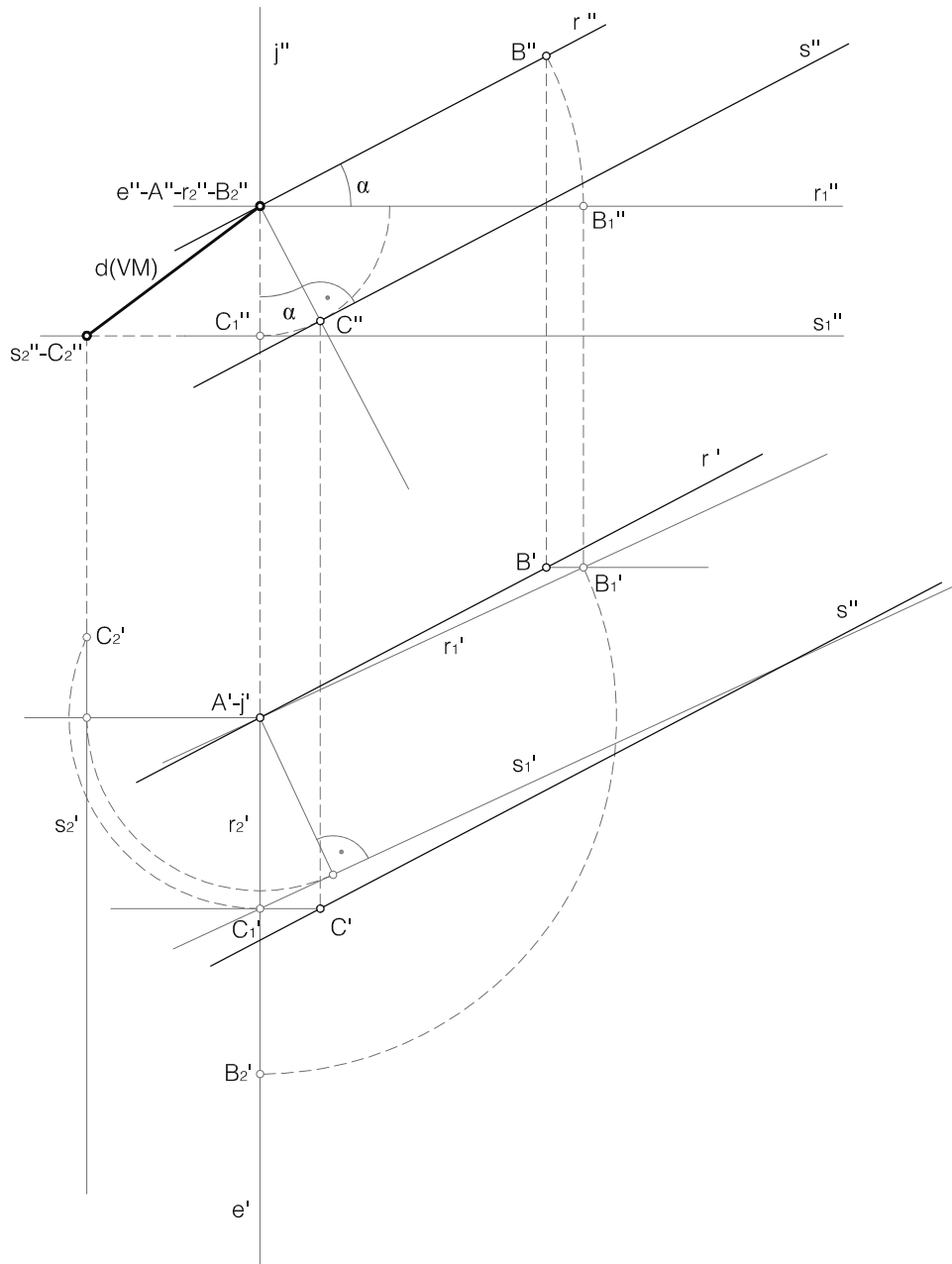
5. Encara que quan parlem d'abatiment ens referim habitualment a l'abatiment d'un pla, en aquesta qüestió, en demanar la determinació de la veritable magnitud d'un segment mitjançant abatiments, ens podem referir a un dels plans projectants del segment. Així s'ha resolt, realitzant l'abatiment del pla vertical coincident amb la projecció horitzontal **E'F'**. Per **E'** tracem la perpendicular al segment **E'F'** i portem damunt d'aquesta perpendicular la cota relativa **z** de **E** respecte a **F**; la hipotenusa del triangle rectangle que s'ha format és la veritable magnitud que busquem.



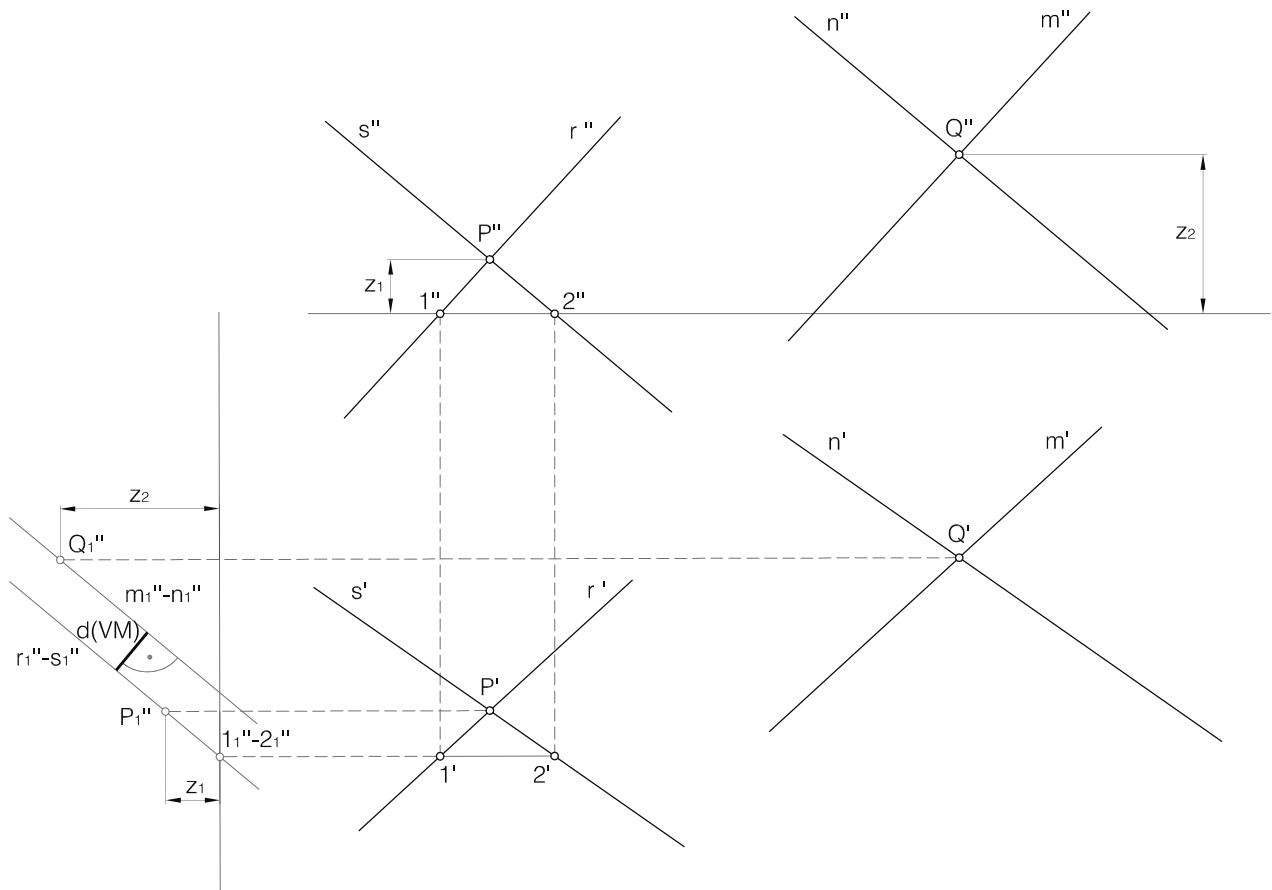
7. Fem dos canvis de pla per tal que la recta r passi de ser obliqua a ser una recta vertical. Busquem les noves projeccions de la recta s afectada pels mateixos canvis de pla. Quan r és una recta vertical, el segment perpendicular des de r_2' fins a s_2' és la veritable magnitud de la distància entre les dues rectes.



8. Per mitjà de dos girs successius transformem les rectes donades en perpendiculars al mateix pla de projecció; quan les tenim en aquesta posició, la distància entre les dues projeccions puntuals, r_2' i s_2' , és un segment que representa la veritable magnitud entre les dues rectes.

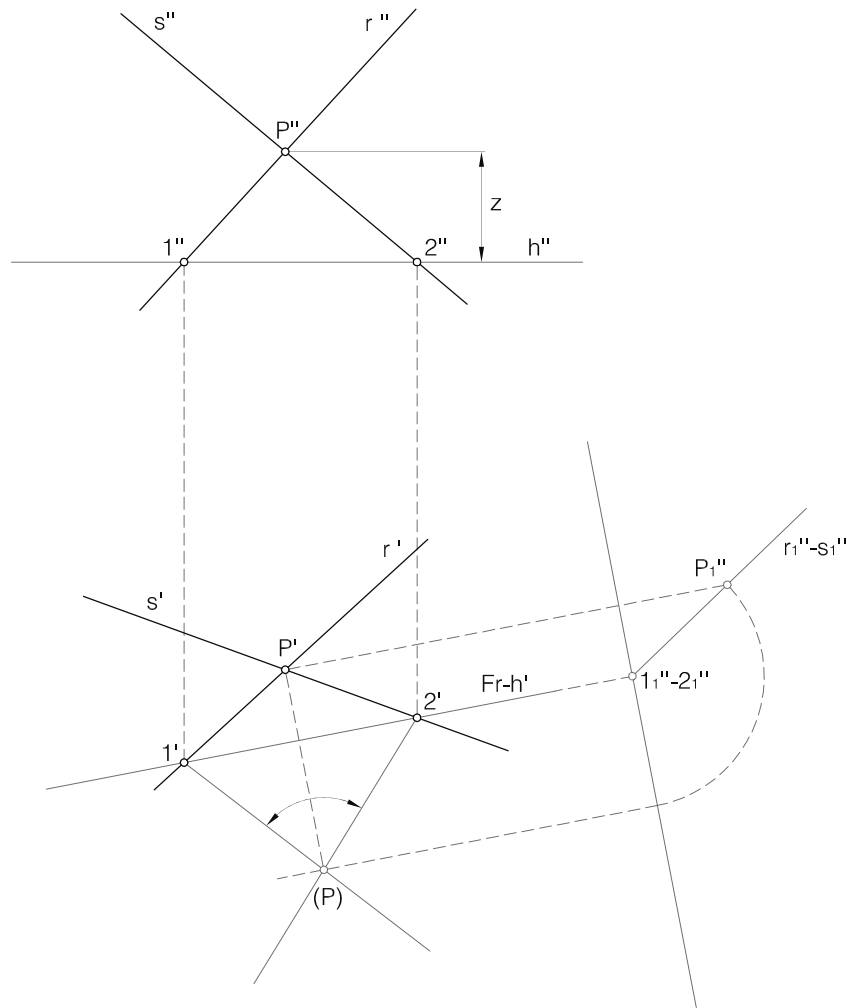


9. Les rectes horitzontals de dos plans paral·lels són també paral·leles; en la direcció de la projecció horitzontal d'una d'aquestes paral·leles, determinem una nova projecció vertical auxiliar, de cantell, per a cadascun dels plans donats; aquestes projeccions de cantell han de ser, lògicament, paral·leles, i la distància entre elles (perpendicular comuna) és la distància en veritable magnitud entre els dos plans.

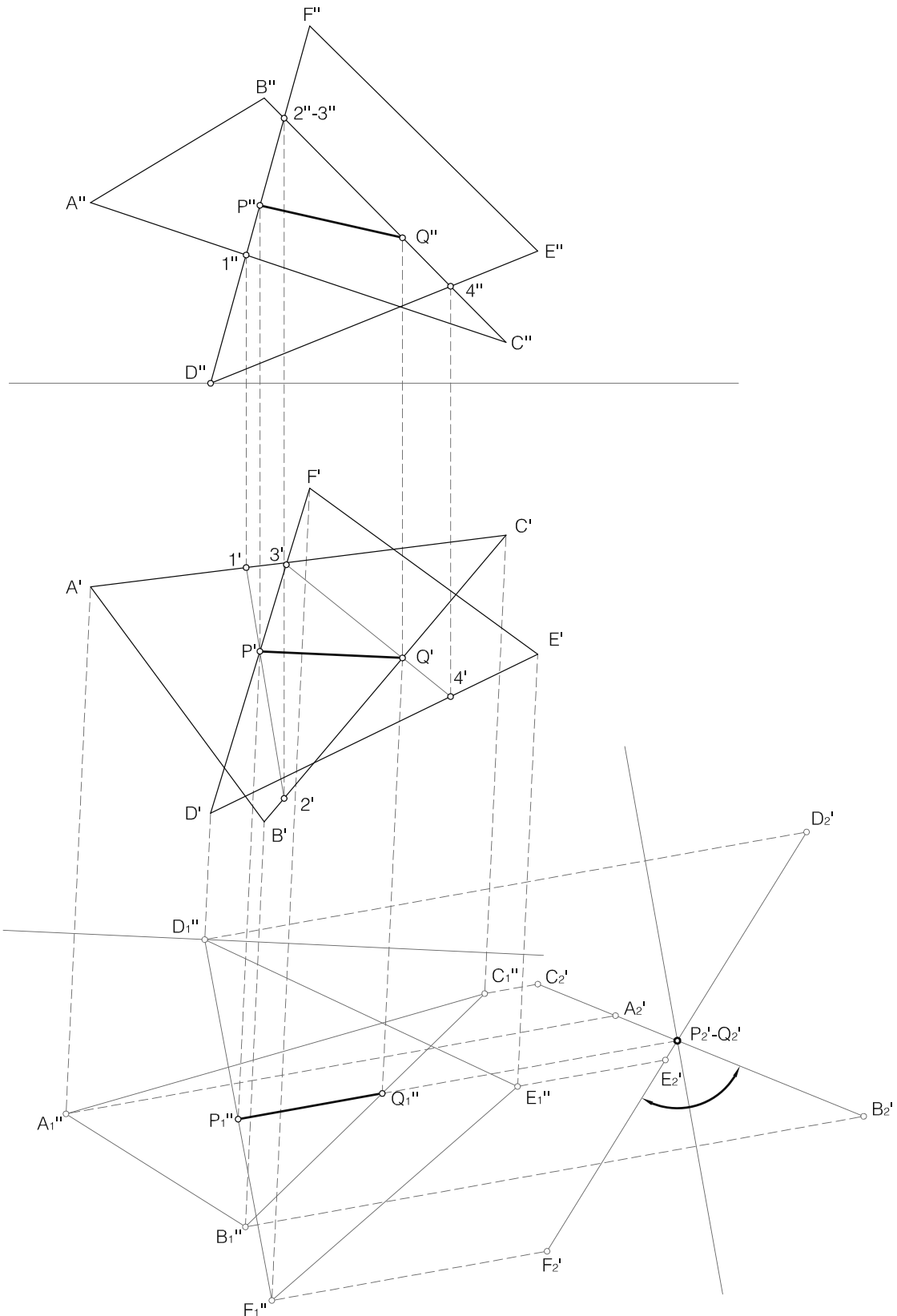


Angles

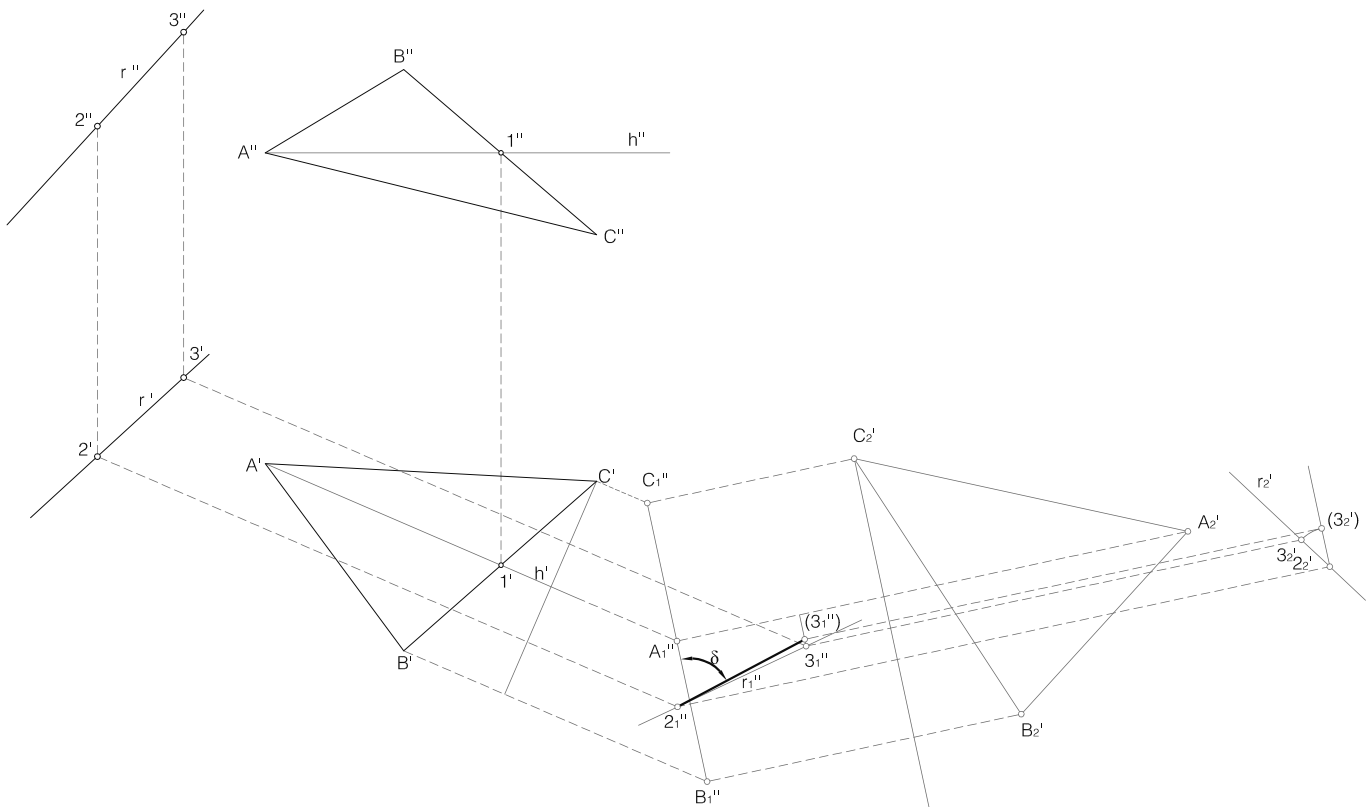
10. L'abatiment que ens dóna la veritable magnitud d'un pla és la manera de trobar l'angle real entre dues rectes; abatem el pla format per r i s respecte a l'horitzontal de projecció, i l'angle entre les projeccions abatudes de les dues rectes és l'angle demanat.



11. Determinem el segment **PQ** d'intersecció entre els dos plans per qualsevol dels diferents procediments que hem utilitzat a les activitats 2 i 3. Tot seguit, fem dos canvis de pla per tal que aquest segment ens quedi perpendicular a un dels plans de projecció (vertical, $P_1''Q_1''-P_2'Q_2'$, en la resolució que s'ha efectuat); amb la recta d'intersecció en posició vertical, els dos plans, en relació amb la mateixa projecció, són projectants verticals, i l'angle que formen les seves projeccions horitzontals és l'angle en veritable magnitud dels dos plans.

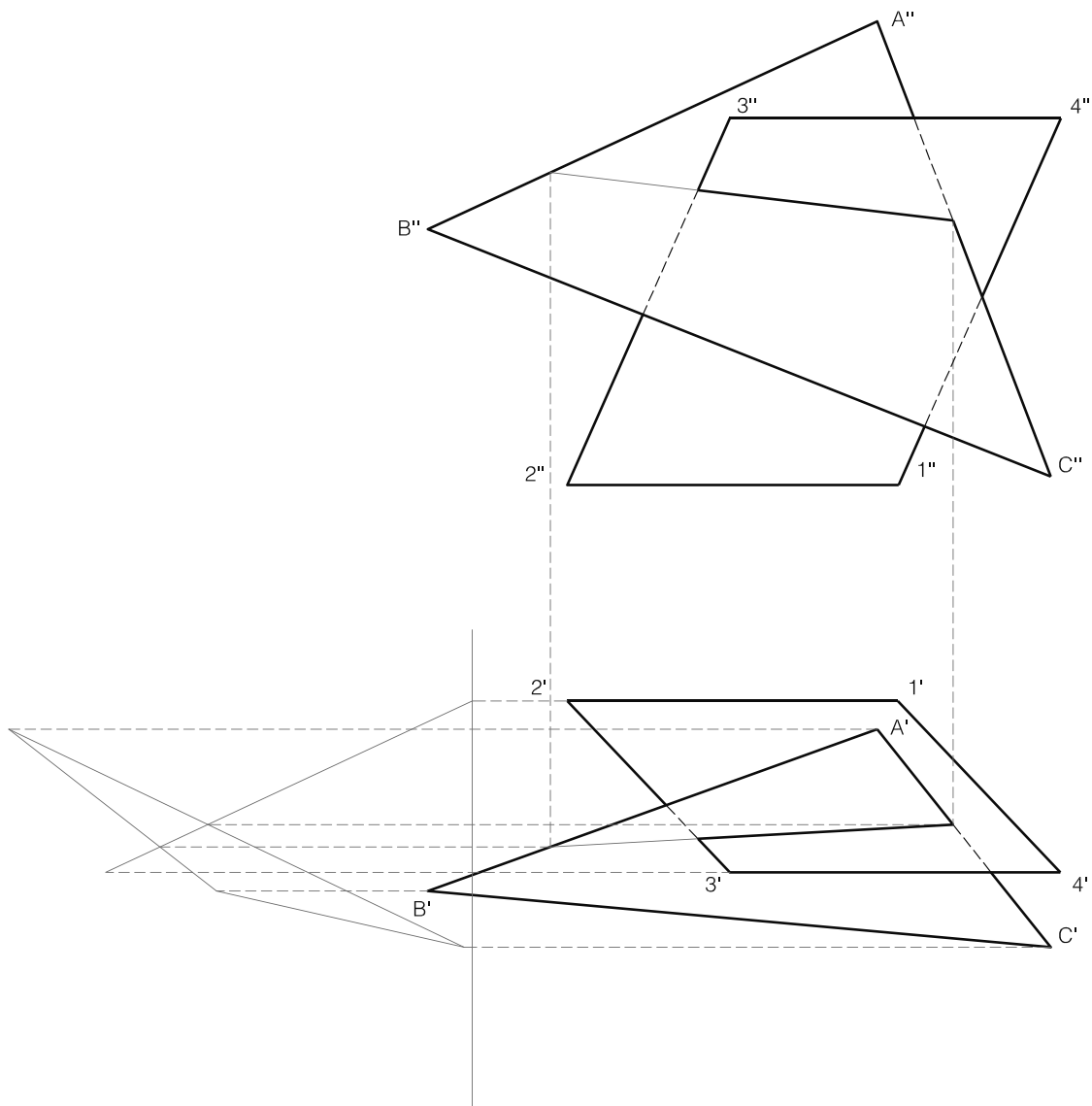


- 12.** Aplicant moviments, situem la recta i el pla en una posició favorable en què la determinació de l'angle que es demana sigui immediata. Amb un primer canvi de pla vertical, transformem el pla inicial en pla de cantell, i amb un segon canvi de pla, en pla horitzontal. Apliquem a la recta els mateixos canvis de pla; en aquesta posició, la girem fins que ens quedi en posició de frontal i així tindrem, a la projecció vertical, la veritable magnitud de l'angle que la recta forma amb el pla horitzontal o qualsevol altre pla paral·lel, com és el pla donat a l'activitat.

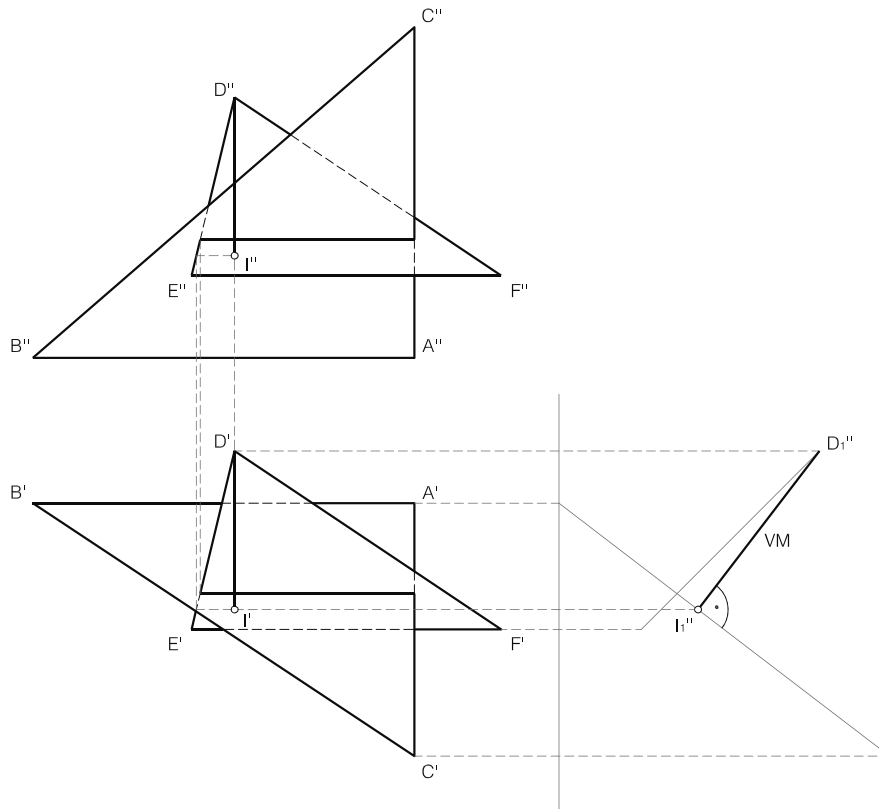


Interseccions

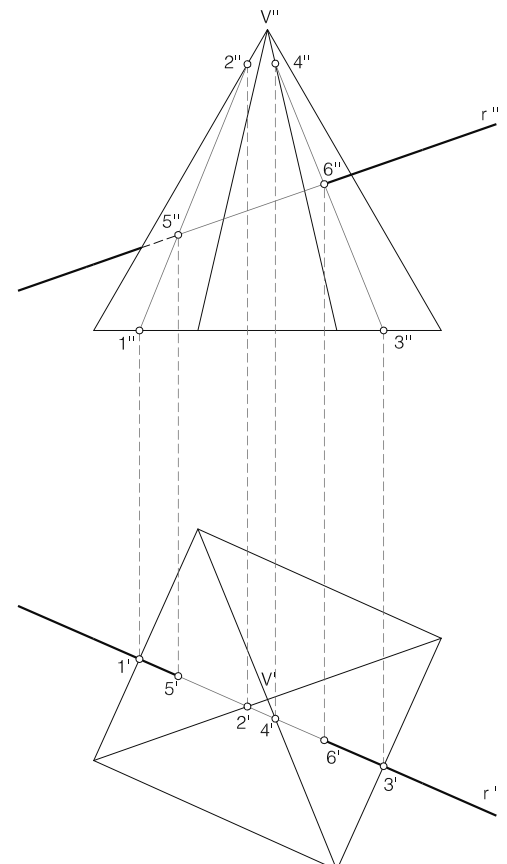
- 13.** En la direcció de les projeccions horitzontals dels costats **1'2'** i **3'4'** (segments horitzontals), efectuem un canvi de pla que situa el quadrilàter com a pla de cantell; a sobre d'aquesta projecció auxiliar, determinem la recta d'intersecció dels dos plans que, tot seguit, referim a les projeccions inicials. En aquestes projeccions, i amb la comparació de cotes i allunyaments, estudiem la visibilitat del conjunt.



- 14.** El mateix canvi de pla situa els dos plans donats en posició de plans de cantell; així determinem la recta d'intersecció que, en aquesta projecció auxiliar, és una recta de punta i que referim a les projeccions inicials. A la projecció auxiliar determinem la veritable magnitud de la distància que es demana en el segon apartat.

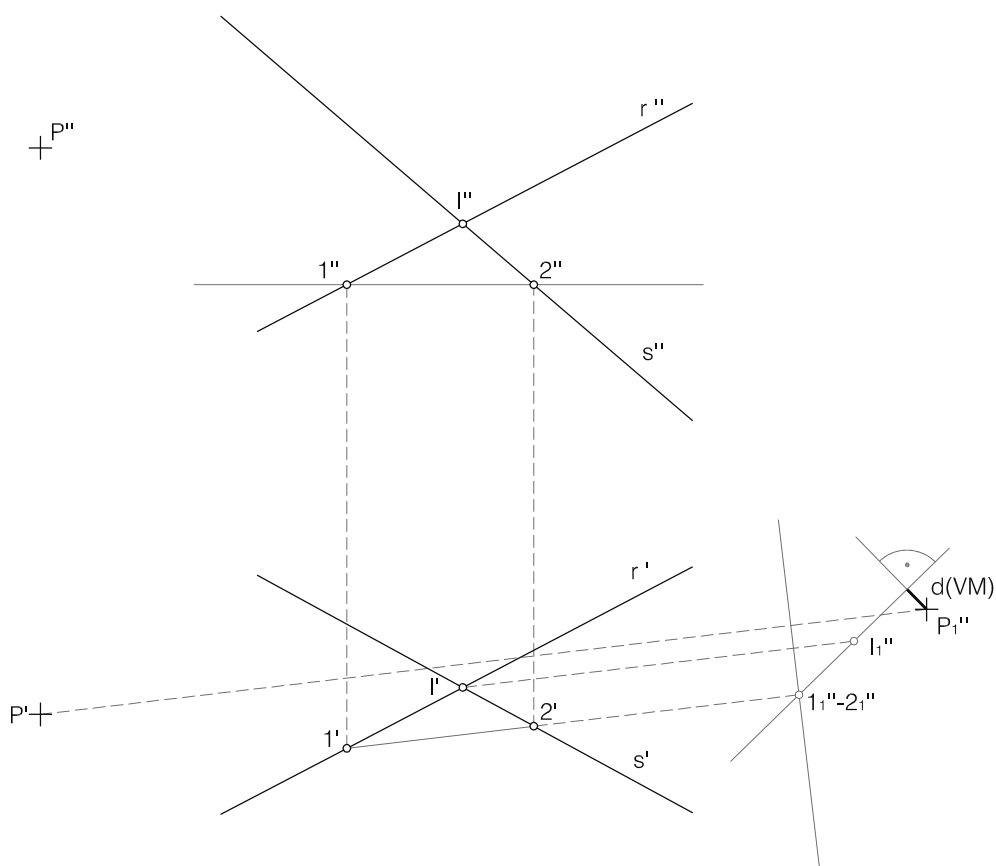


- 15.** Fem servir com a pla auxiliar un de vertical coincident amb la projecció horitzontal de la recta; així determinem la secció auxiliar **1-2-4-3** que, referida a la projecció vertical, permet determinar els punts **5** i **6** en què la recta penetra la piràmide. A la projecció vertical i entre aquests punts, la recta no es visible perquè és a l'interior de la piràmide, i tampoc és visible des del contorn aparent a la projecció vertical **5''**, perquè queda per darrere de la piràmide.

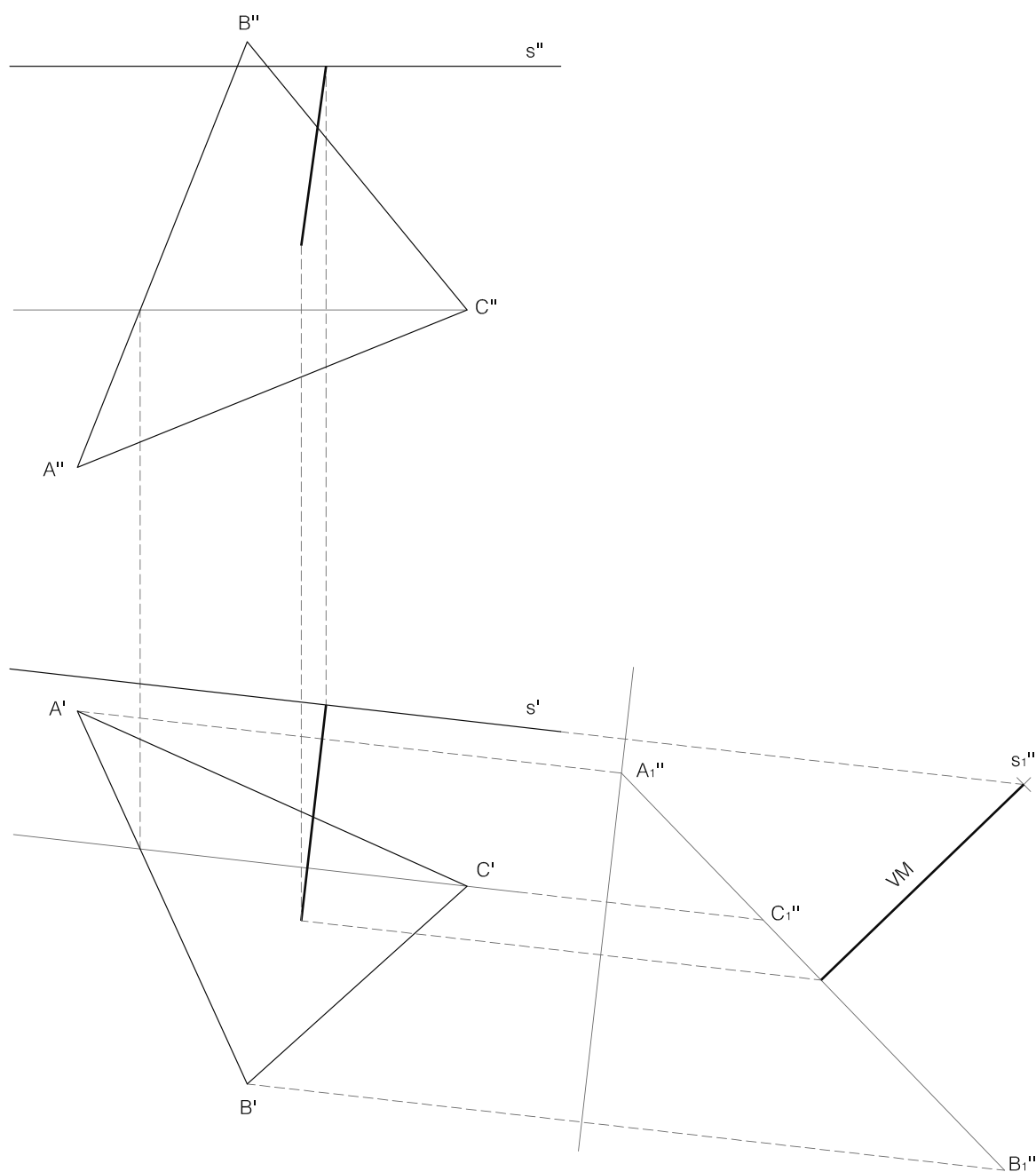


Distàncies

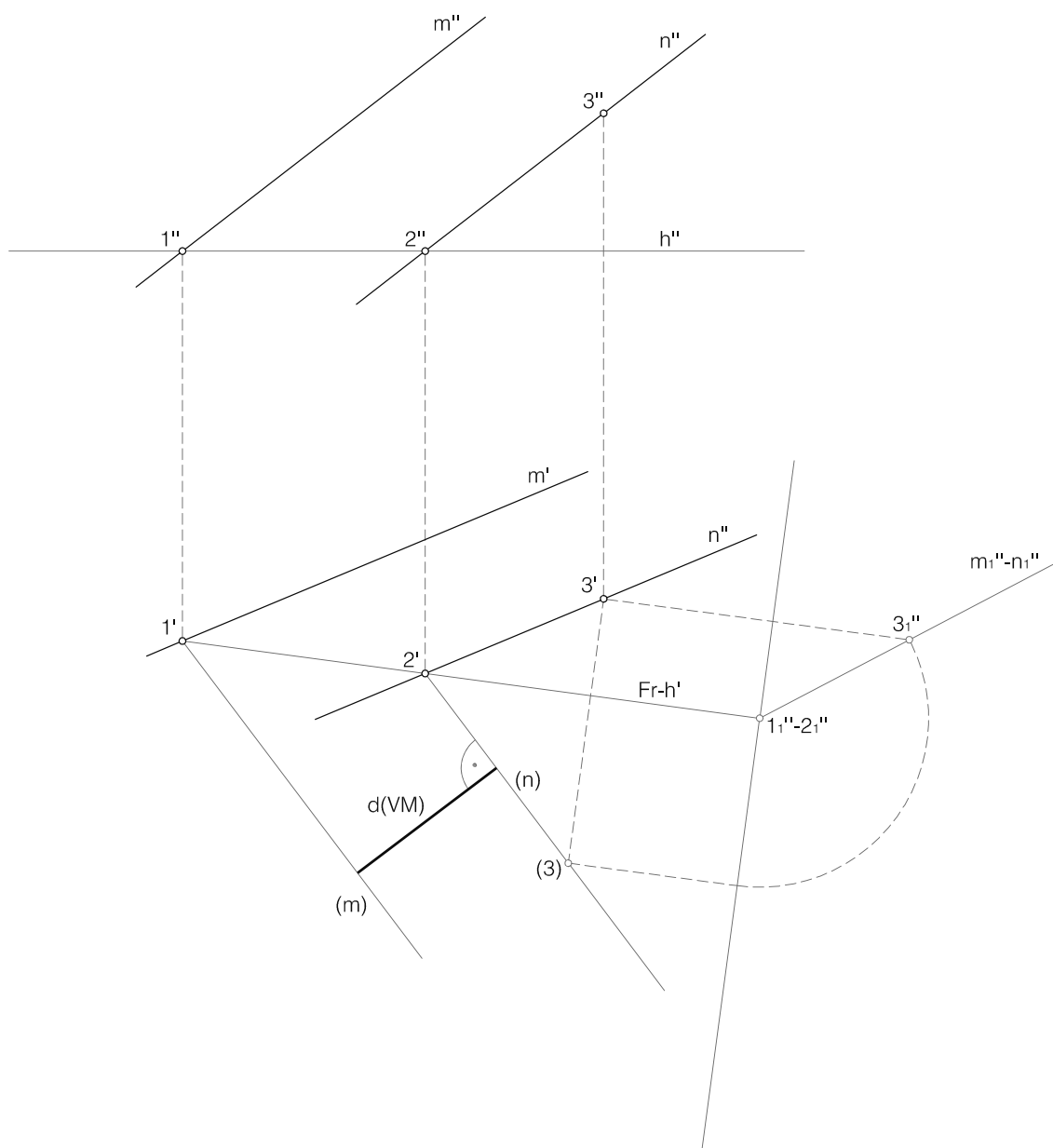
16. En la direcció de $1'-2'$ (projecció horitzontal d'una de les horizontals del pla format per les rectes r i s), determinem una nova projecció vertical auxiliar de cantell del pla; referim a aquesta mateixa projecció el punt P . La perpendicular traçada des de P_1'' a la traça de cantell del pla és la veritable magnitud de la distància buscada.



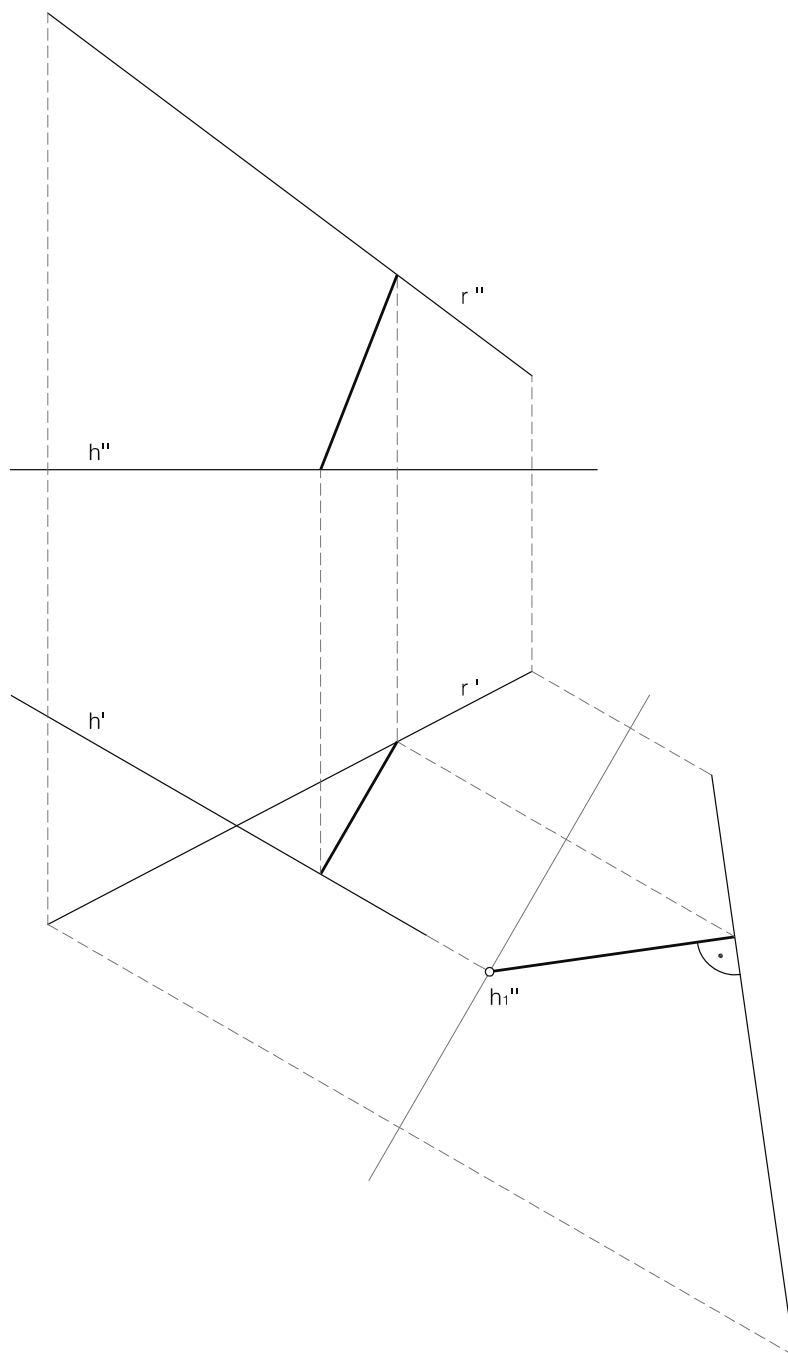
17. El mateix canvi de pla que situa el pla en posició de pla de cantell situa la recta **s** com a recta de punta (pel fet de ser paral·lela al pla). A la projecció auxiliar determinem la distància que es demana tal com es veu a la solució gràfica.



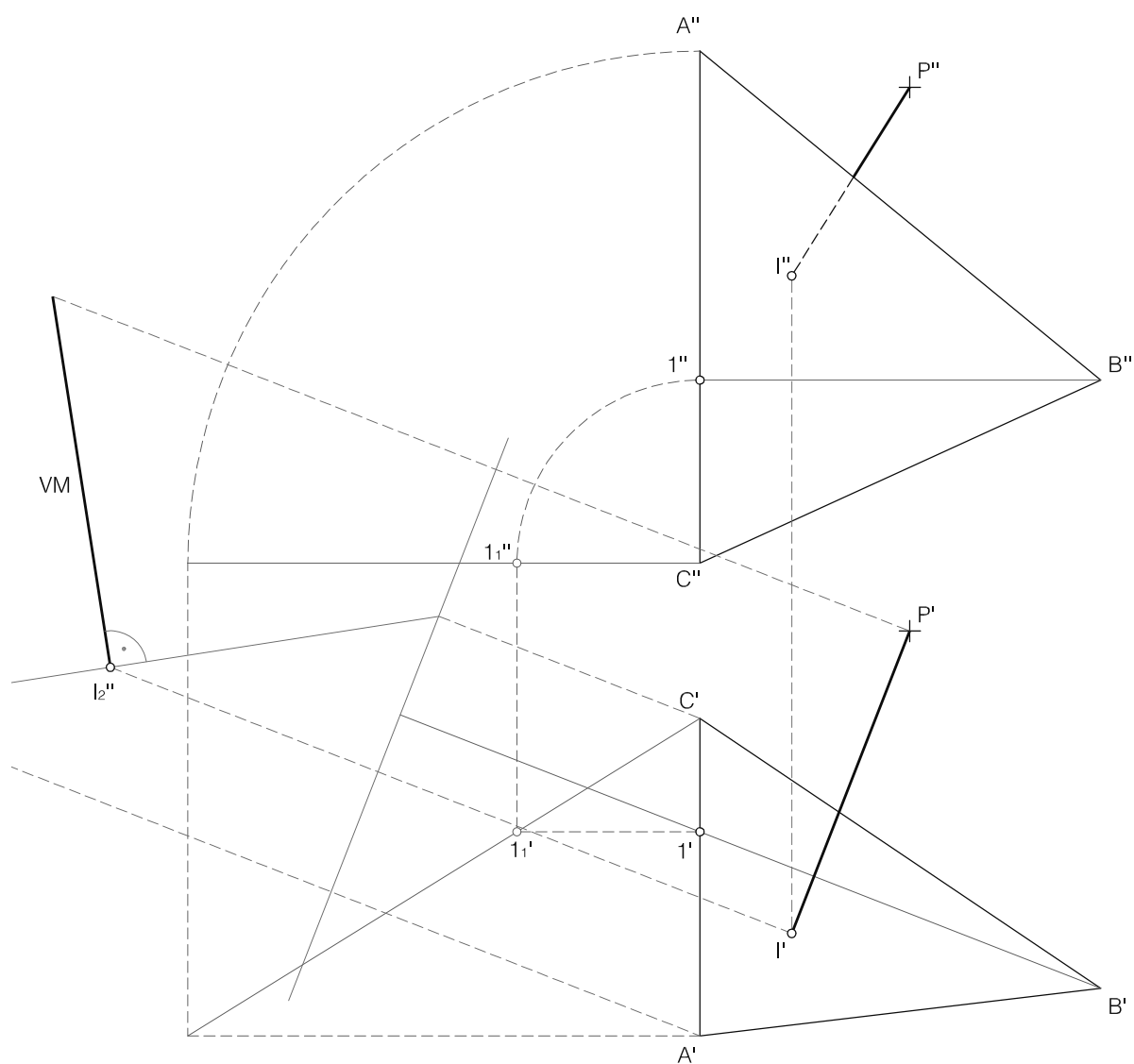
18. La manera més ràpida de determinar la distància entre dues rectes paral·leles és realitzar l'abatiment del pla que formen les dues paral·leles respecte a un dels plans de projecció. Una qualsevol de les perpendiculars comunes a les rectes abatudes (**m**) i (**n**) és la distància que busquem.



19. Un canvi de pla vertical situa la recta **h** en posició de recta de punta. A la projecció vertical auxiliar, determinem la mínima distància entre les dues rectes, coincident amb el segment de perpendicular comú a totes dues, que referim a les projeccions inicials.

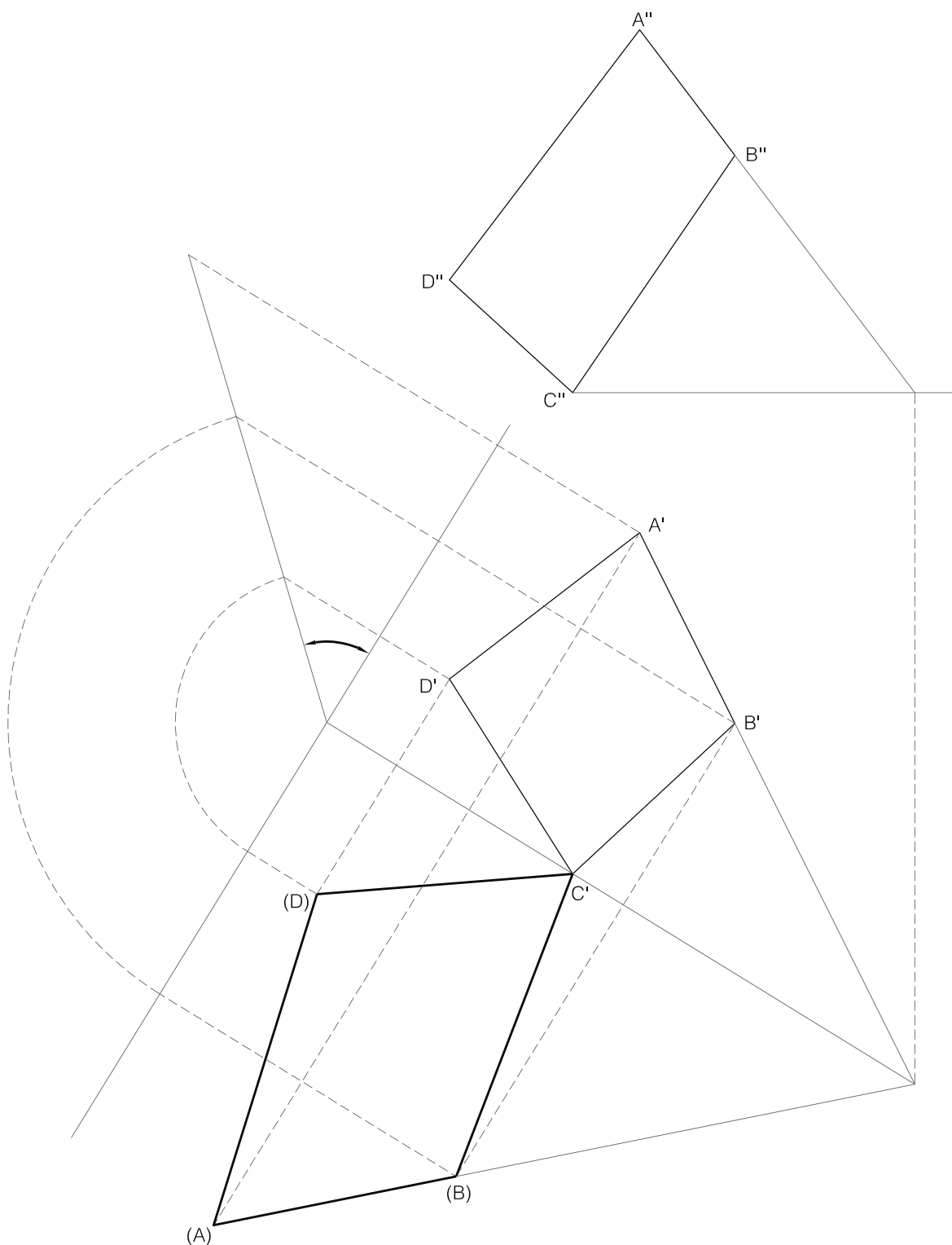


- 20.** Fem un canvi de pla vertical per situar el pla **ABC** en posició de cantell; a la projecció auxiliar determinem la distància que es demana en veritable magnitud. La comparació de cotes i allunyaments ens permet estudiar la visibilitat del conjunt de recta i pla a les projeccions horitzontal i vertical, respectivament.

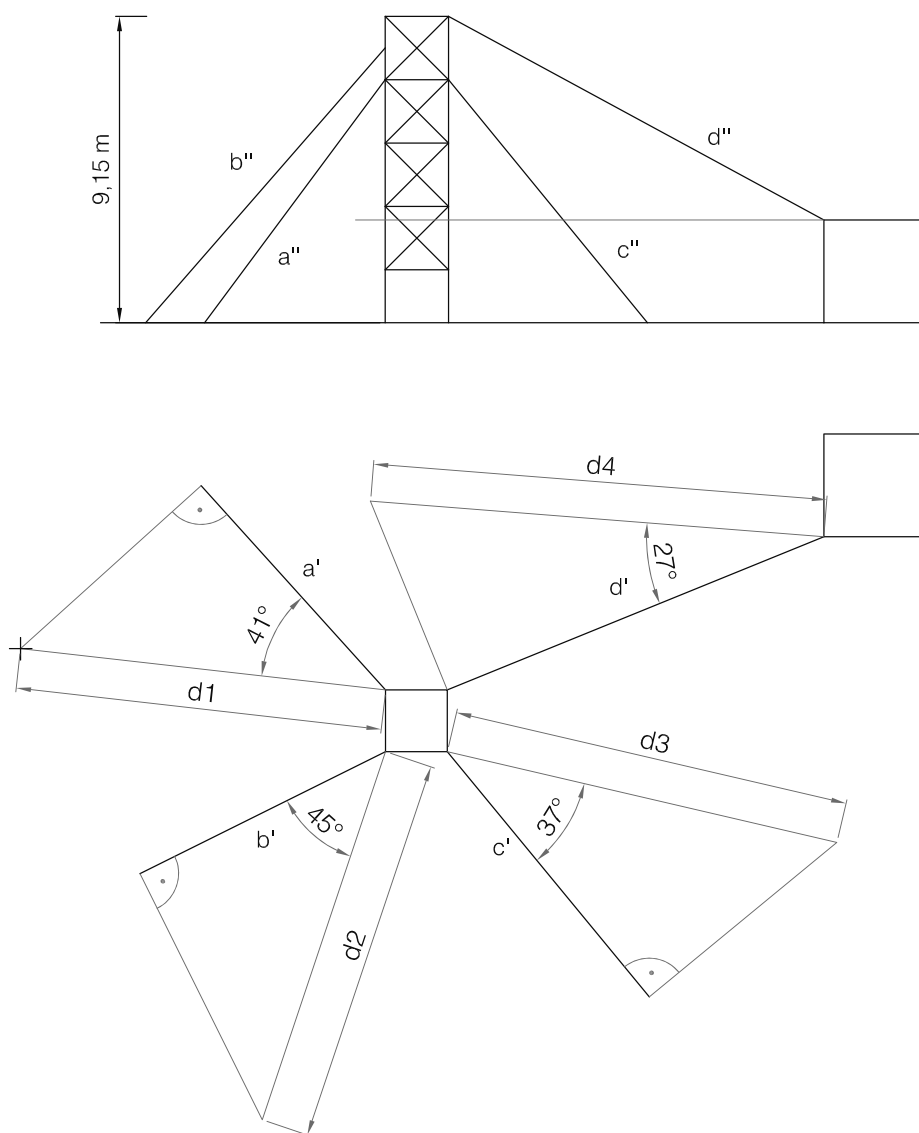


Angles

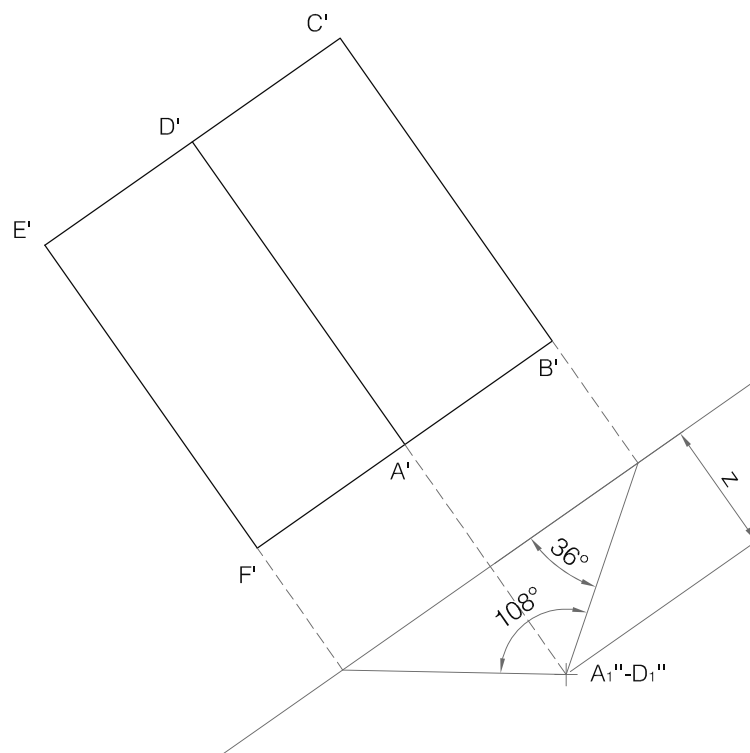
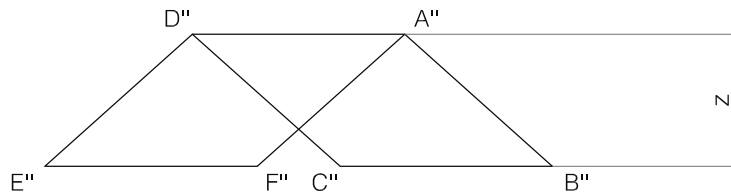
21. Un canvi de pla vertical, que situa el pla en posició de pla de cantell, permet determinar l'angle entre aquest i el pla horitzontal de projecció. Aquesta posició auxiliar és un pas intermedi per realitzar l'abatiment del pla i conèixer-ne la veritable magnitud.



22. Amb les cotes relatives agafades de la projecció vertical, determinem una nova projecció vertical de cadascun dels segments; aquestes projeccions permeten determinar la veritable magnitud dels tirants **a**, **b**, **c** i **d**, i els angles que formen amb el terra.



- 23.** Fem un canvi de pla per situar el segment **AD** d'intersecció entre els dos plans com un segment de punta; amb aquest moviment, aplicat als plans, els tindrem en posició de plans de cantell i l'angle que formen, en veritable magnitud.



24. Obtenim les veritables magnituds que es demanen amb moviments diferents, però buscant les posicions favorables que ens ajudin a trobar cadascuna de les qüestions demanades:

- La veritable magnitud de la cara **ABV** la determinem mitjançant el seu abatiment respecte al pla horitzontal de projecció utilitzant com a frontissa l'aresta bàsica **AB**.
- Fem un canvi de pla auxiliar per posar l'aresta **CV** en veritable magnitud. Tracem en aquesta projecció un pla auxiliar, perpendicular a aquesta aresta, i que tallarà ambdós plans, **BCV** i **CAV**. Abatem el pla auxiliar **1'2'3'**, i l'angle format a **(3)** serà l'angle que es busca.
- A partir de l'aresta **AC** hi tracem una perpendicular i fem un canvi de pla prenent com a cota zero la de **A**, **B** i **C**. Així, tenim el pla **ACV** com a pla de cantell. La recta perpendicular des de **B** fins al pla de cantell és la distància que busquem.

