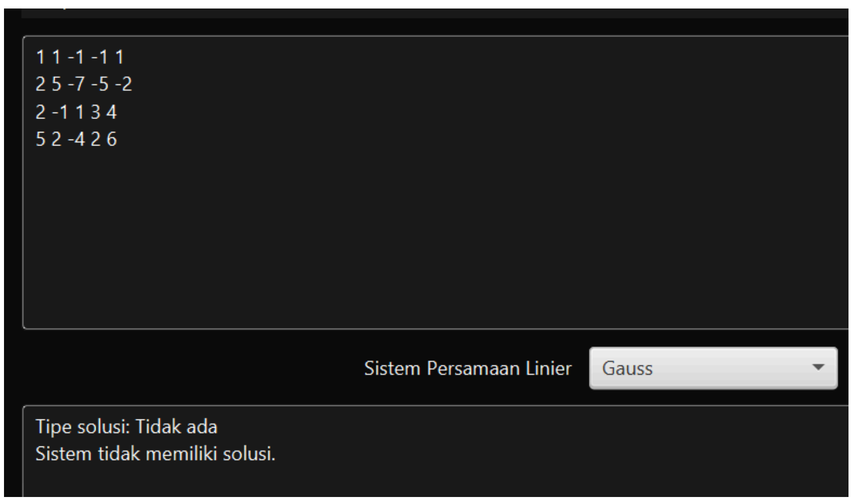
BAB IV : Eksperimen

Untuk menguji program anda, tes dengan beberapa SPL, persoalan interpolasi polinom, dan matriks-matriks sebagai berikut :

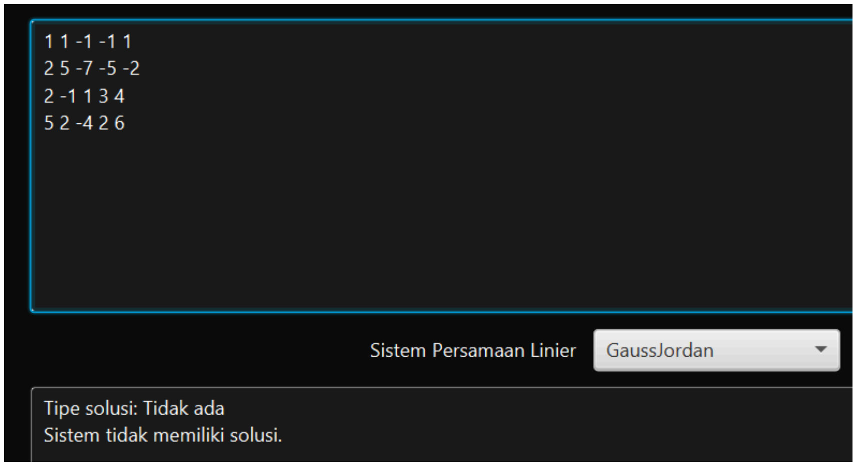
1. Temukan solusi SPL *Ax* = *b*, berikut:

a. A berukuran 4 x 4, b berukuran 4 x 1

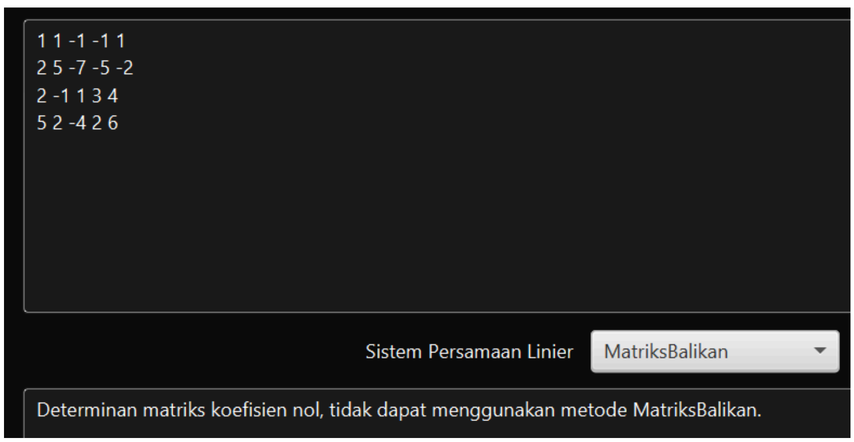
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$



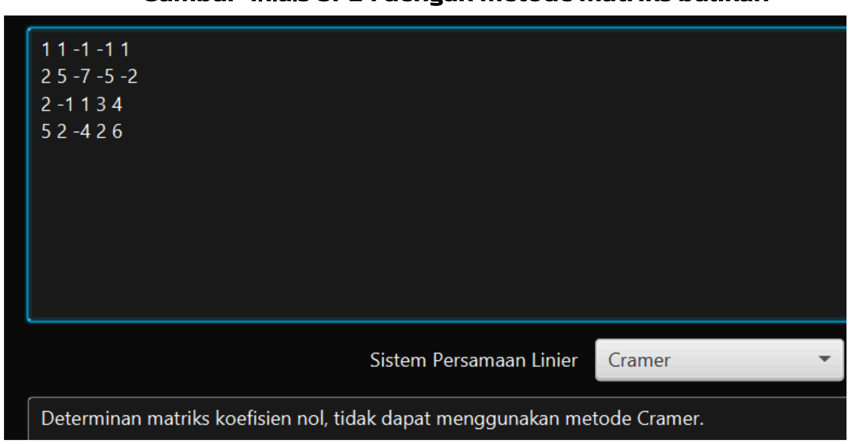
Gambar 4.1.a.1 SPL 1 dengan metode gauss



Gambar 4.1.a.2 SPL 1 dengan metode gauss jordan



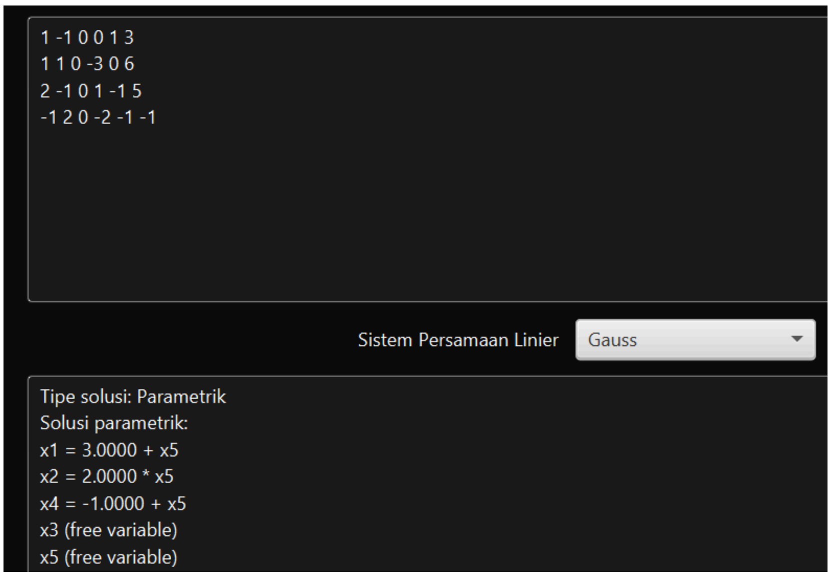
Gambar 4.1.a.3 SPL 1 dengan metode matriks balikan



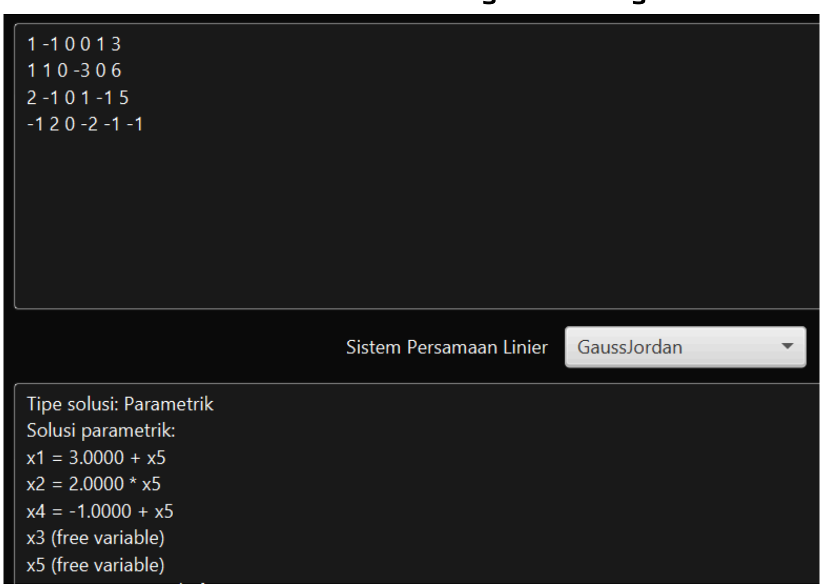
Gambar 4.1.a.4 SPL 1 dengan metode cramer

b. A berukuran 4 x 5, b berukuran 4 x 1

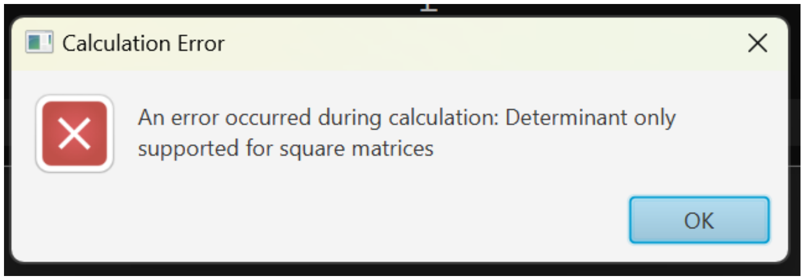
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.1.b.1 SPL 1b dengan metode gauss

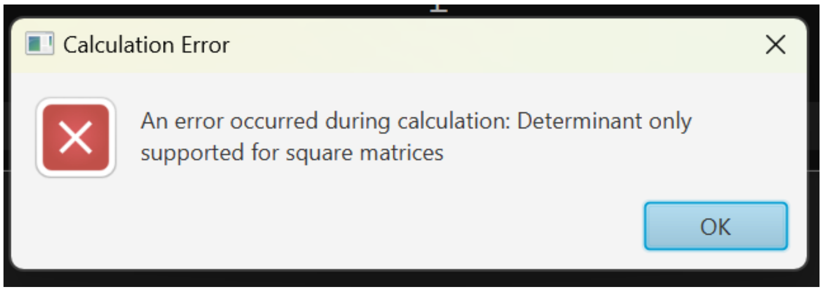


Gambar 4.1.b.2 SPL 1b dengan metode gauss jordan



Gambar 4.1.b.3 SPL 1b dengan metode matriks balikan

*Note: karena matrix koefisiennya tidak persegi determinannya tidak bisa dicari, karena kita mencari inversenya lewat 1/det * adjoin(matriks)*

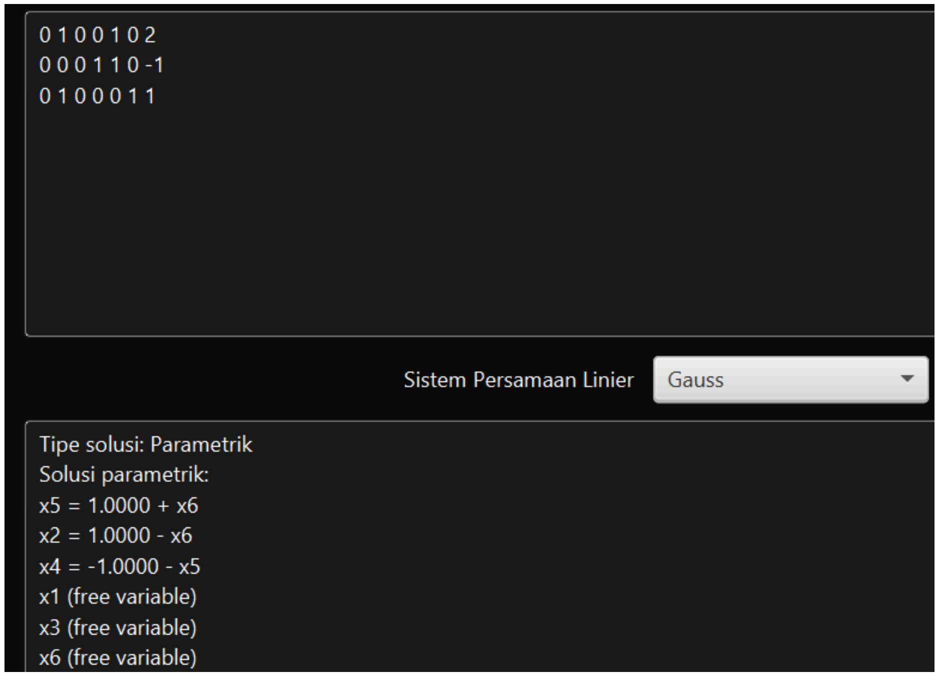


Gambar 4.1.b.4 SPL 1b dengan metode cramer

Note: karena matrix koefisiennya tidak persegi determinannya tidak bisa dicari)

c. A berukuran 3 x 6, b berukuran 3 x 1

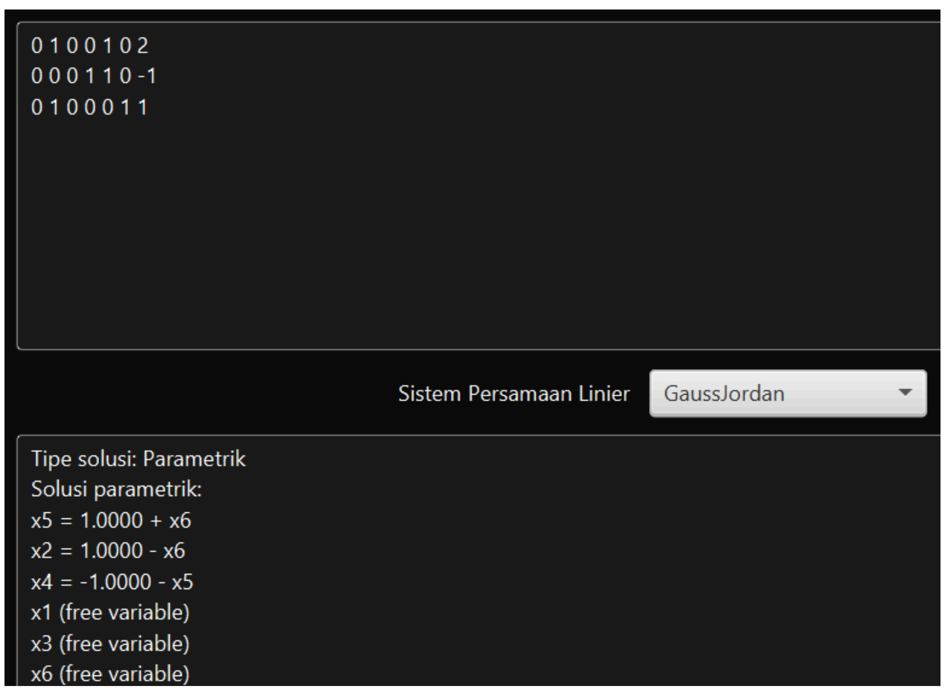
$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



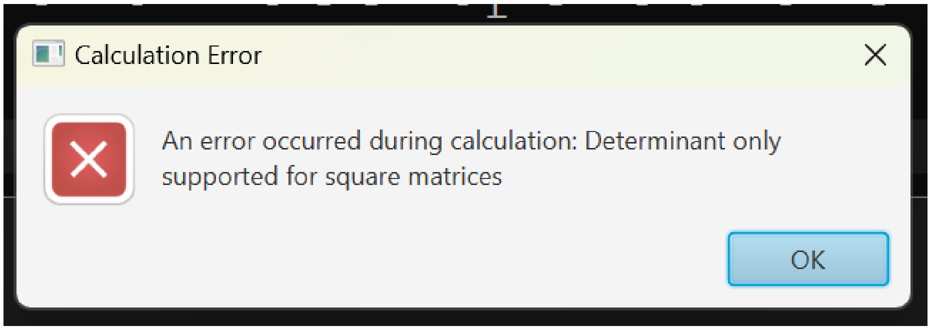
Gambar 4.1.c.1 SPL 1c dengan metode gauss

Disclaimer: hasil di atas sudah benar tapi belum dalam bentuk yang paling sederhana.

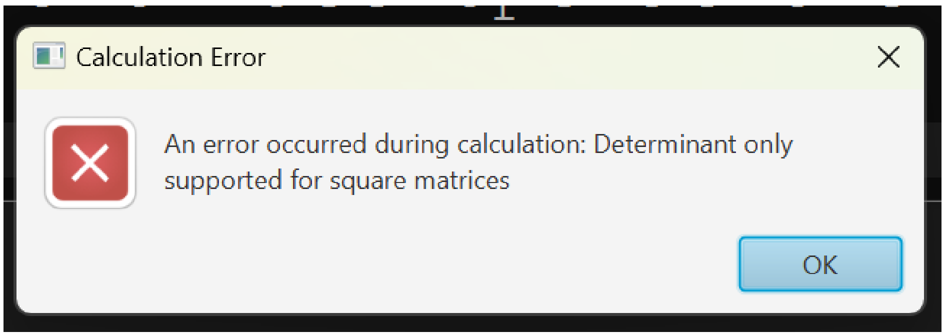
Karena x4 = −1 − x5 = −1 − (1 + x6) = −2 − x6



Gambar 4.1.c.2 SPL 1c dengan metode gauss jordan



Gambar 4.1.c.3 SPL 1c dengan metode matriks balikan



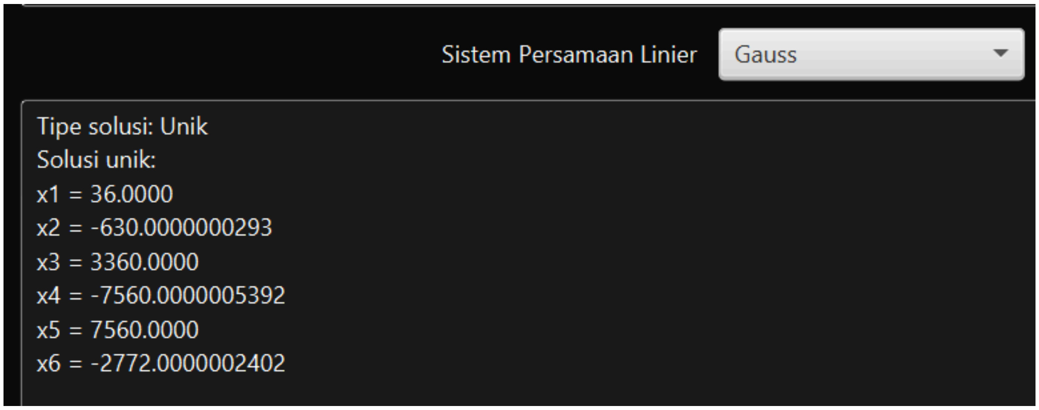
Gambar 4.1.c.4 SPL 1c dengan metode cramer

d. Hilbert berukuran n x n, b berukuran n x 1

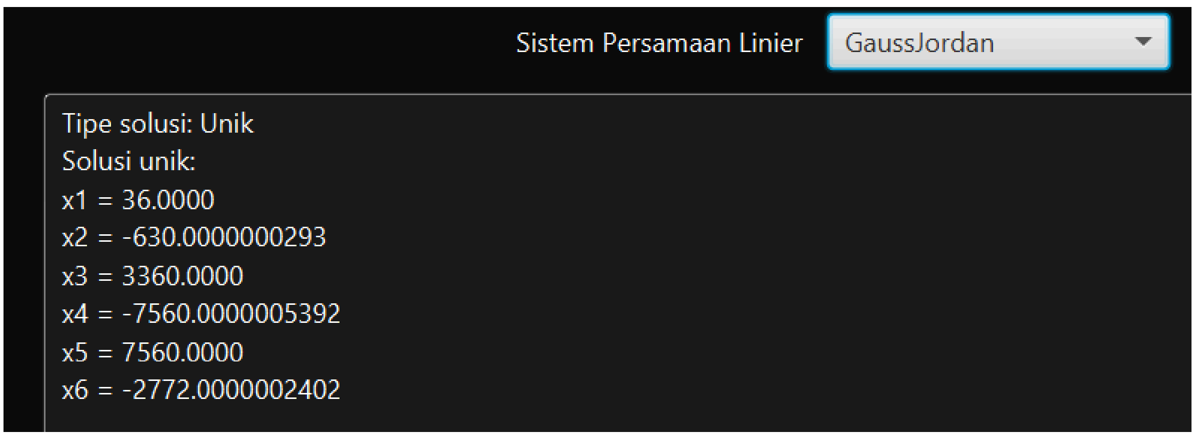
$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 4.1.d H matriks *Hilbert*

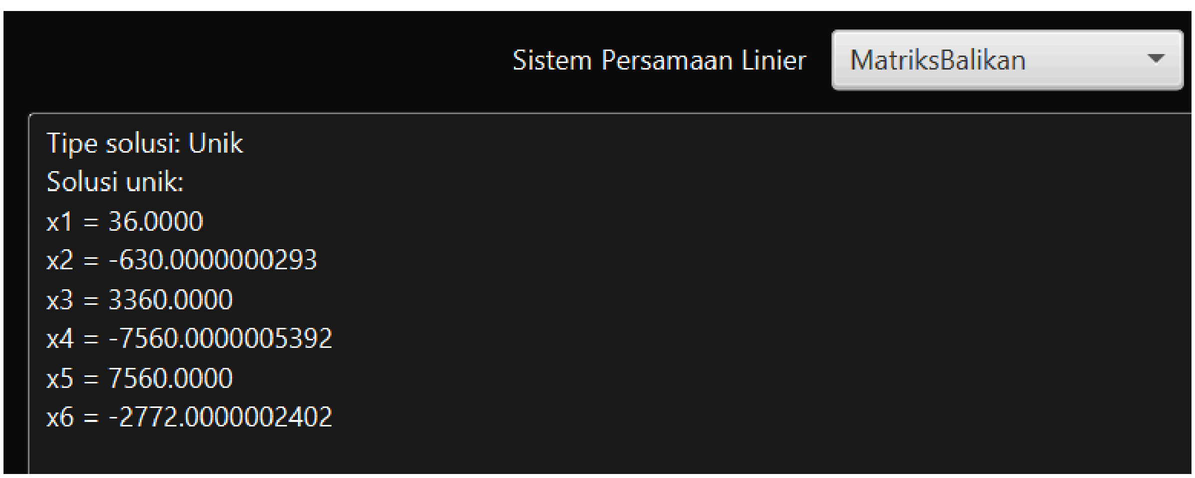
a. **Untuk n = 6:**



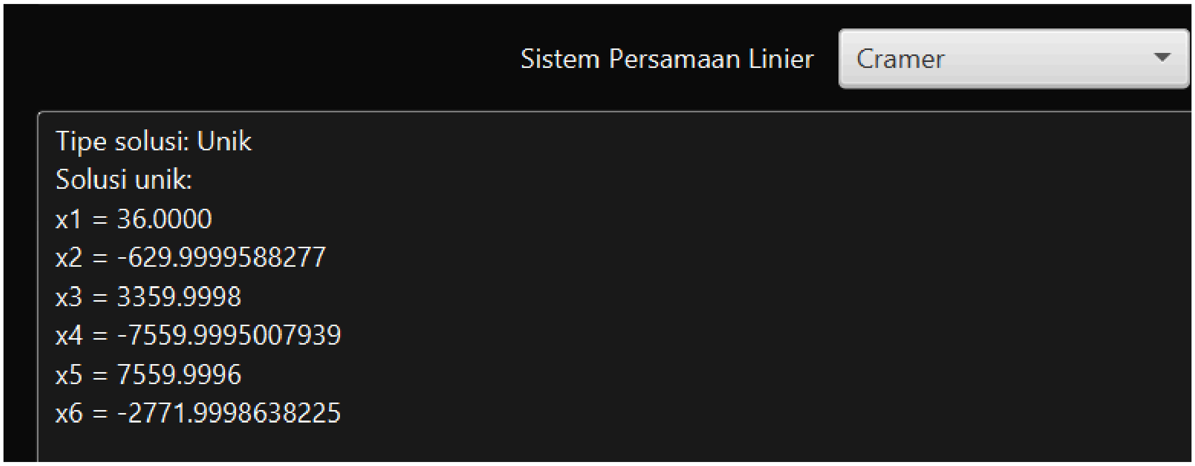
Gambar 4.1.d.1 SPL 1d dengan metode gauss



Gambar 4.1.d.2 SPL 1d dengan metode gauss



Gambar 4.1.d.3 SPL 1d dengan metode matriks balikan



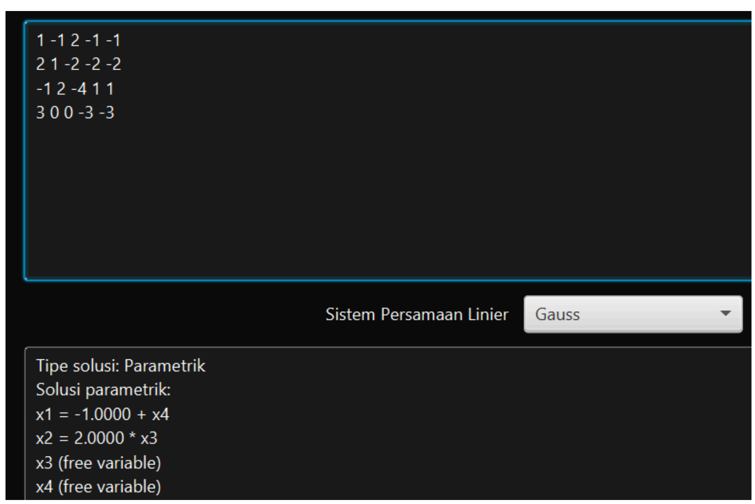
Gambar 4.1.d.4 SPL 1d dengan metode Cramer

b. **Untuk n = 10:**

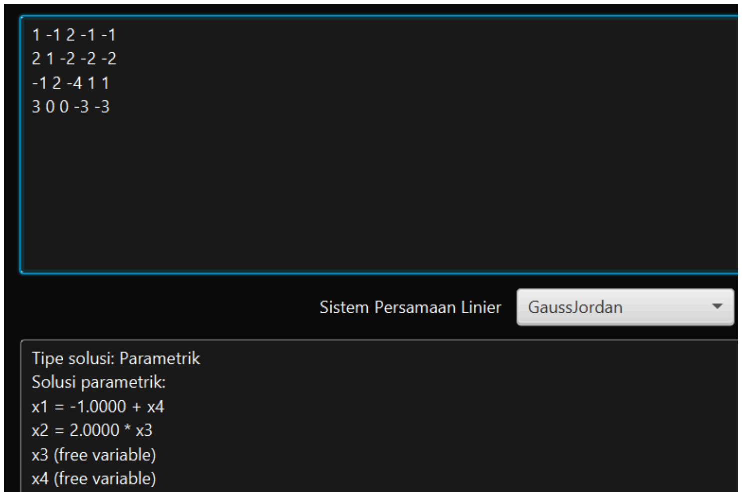
2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a. Matriks 4 x 5

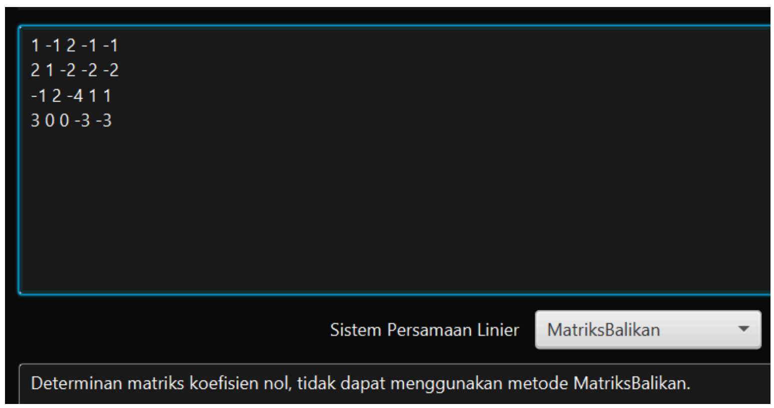
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$



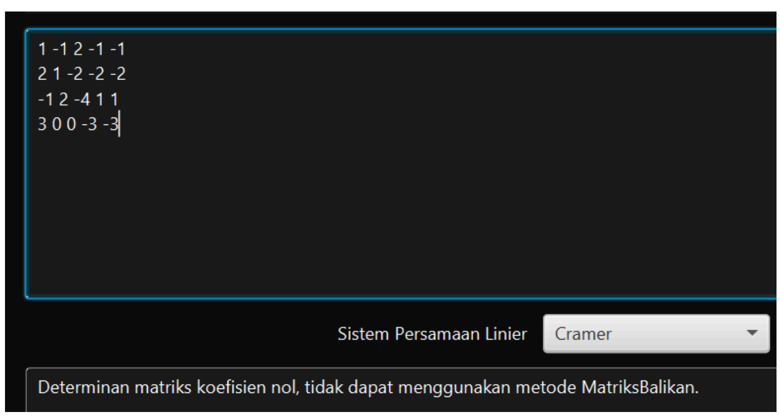
Gambar 4.2.a.1 SPL 2a dengan metode Gauss



Gambar 4.2.a.2 SPL 2a dengan metode Gauss-Jordan



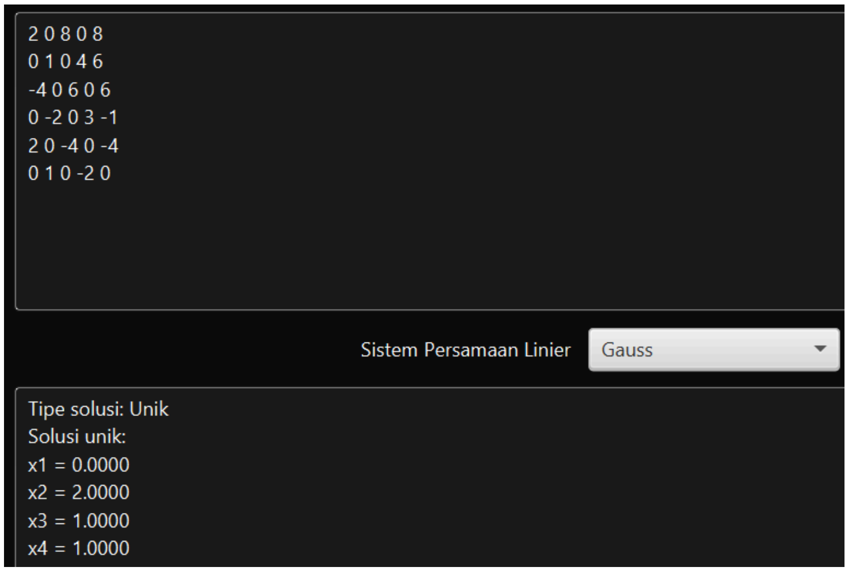
Gambar 4.2.a.3 SPL 2a dengan metode Matriks Balikan



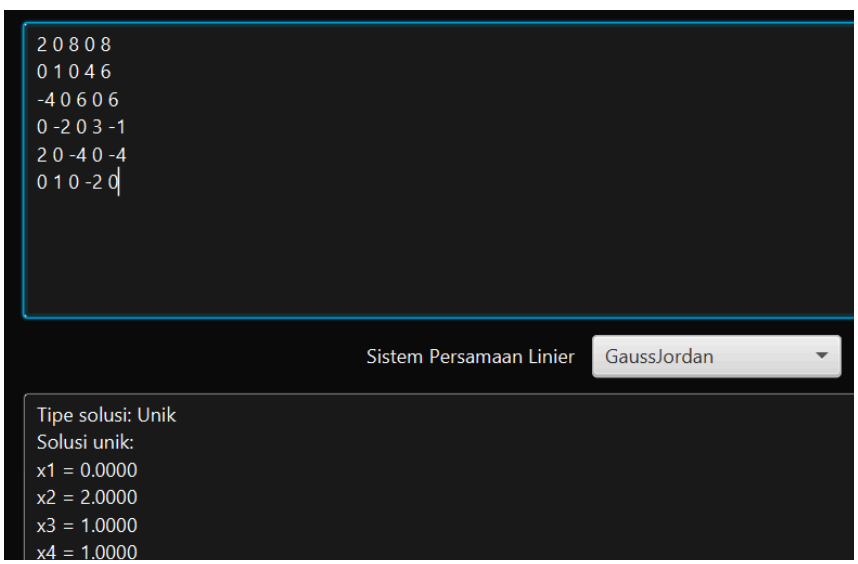
Gambar 4.2.a.4 SPL 2a dengan metode Cramer

b. Matriks 6 x 5

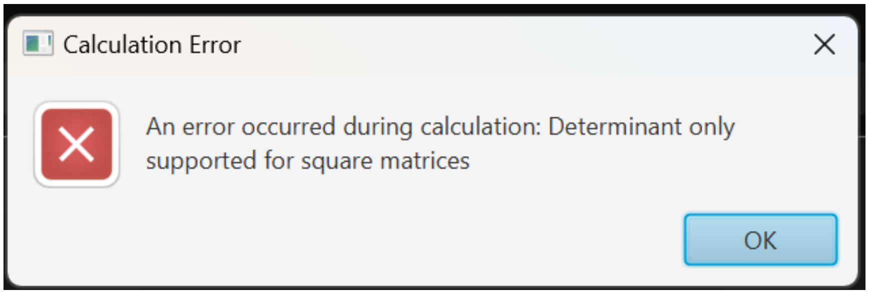
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$



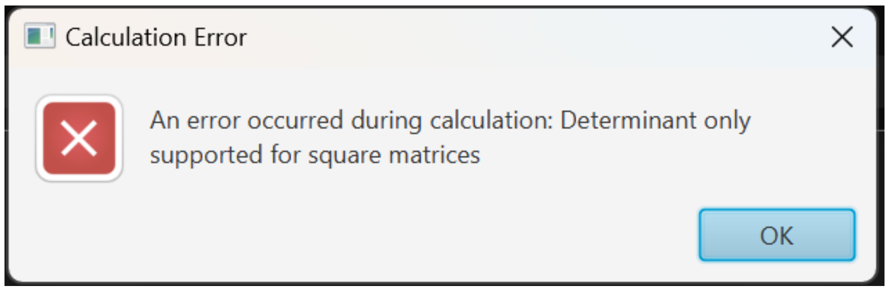
Gambar 4.2.b.1 SPL 2b dengan metode Gauss



Gambar 4.2.b.2 SPL 2b dengan metode Gauss-Jordan



Gambar 4.2.c.2 SPL 2b dengan metode matriks Balikan

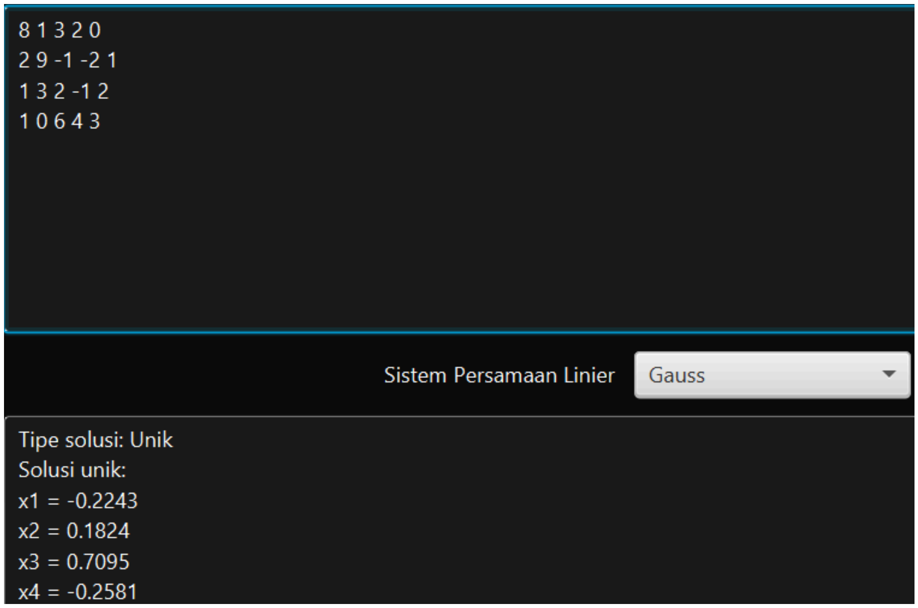


Gambar 4.2.d.2 SPL 2b dengan metode matriks Cramer

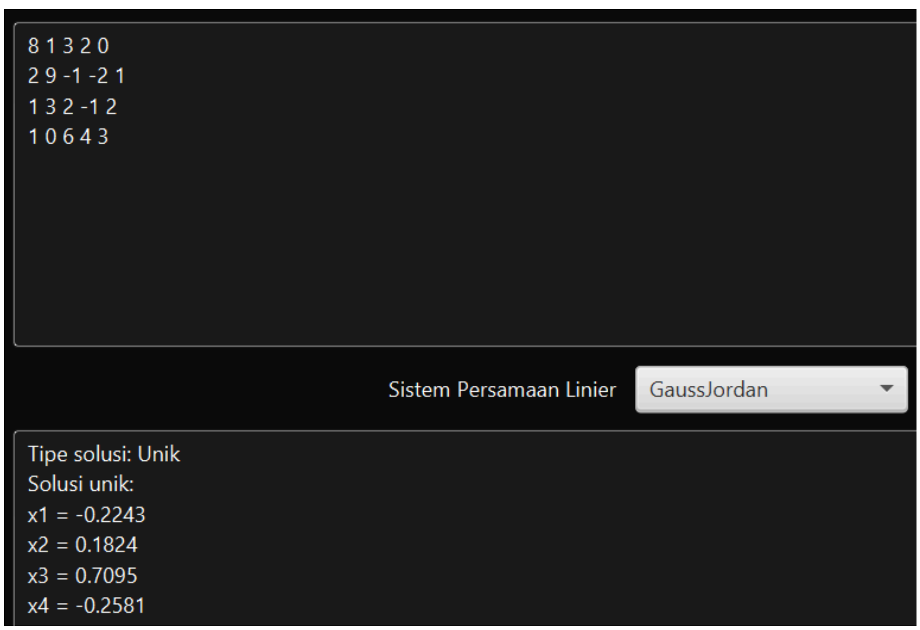
3. Solusi Peubah untuk SPL

a. SPL 4 Peubah

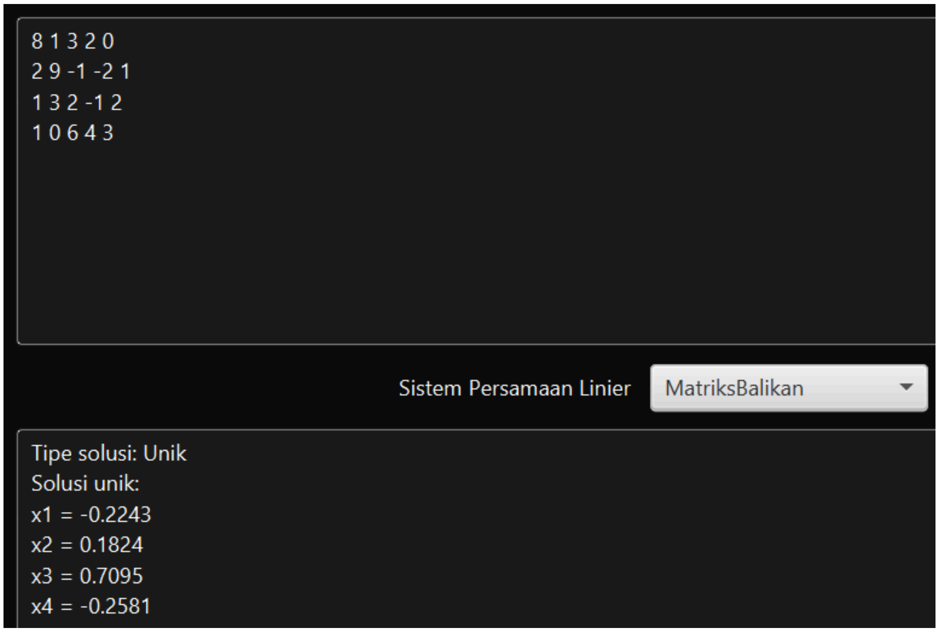
$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$



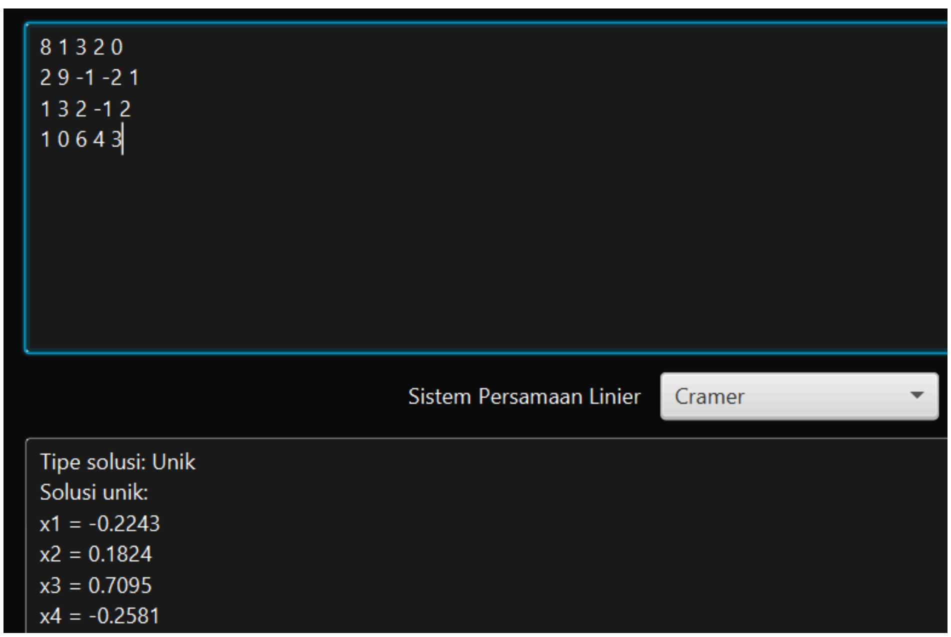
Gambar 4.3.a.1 SPL 3a dengan metode Gauss



Gambar 4.3.a.2 SPL 3a dengan metode Gauss-Jordan



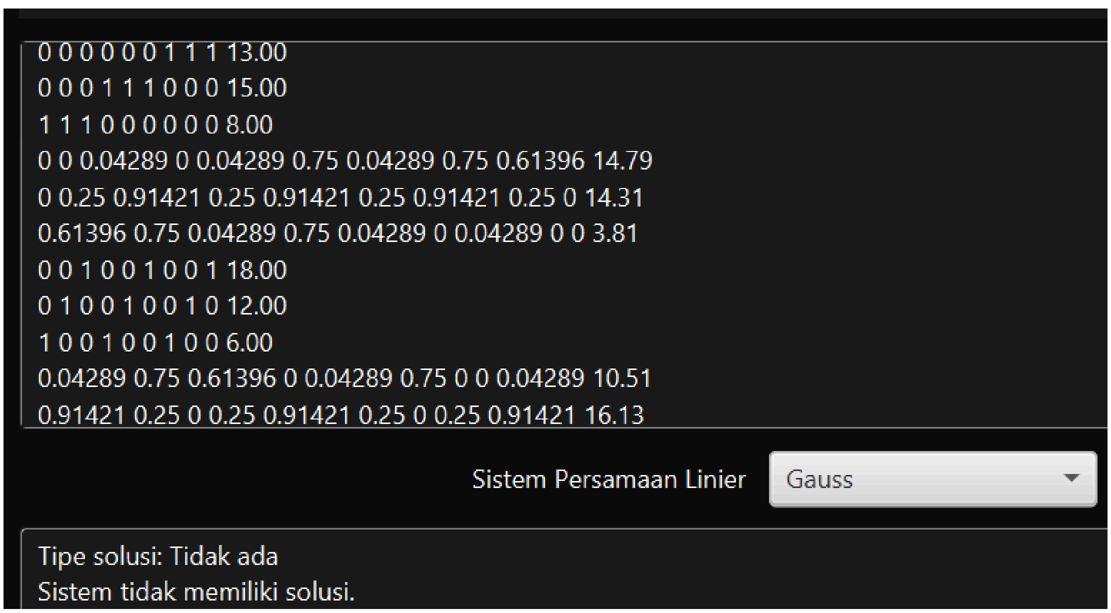
Gambar 4.3.a.3 SPL 3a dengan metode Balikan



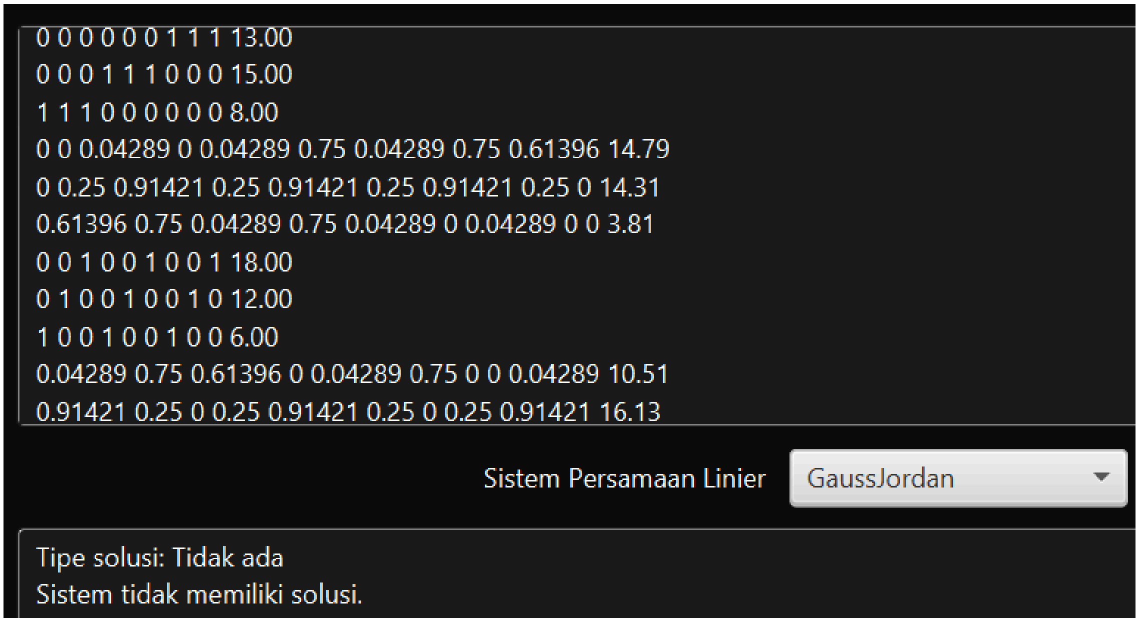
Gambar 4.3.a.4 SPL 3a dengan metode Cramer

b. SPL 9 Peubah

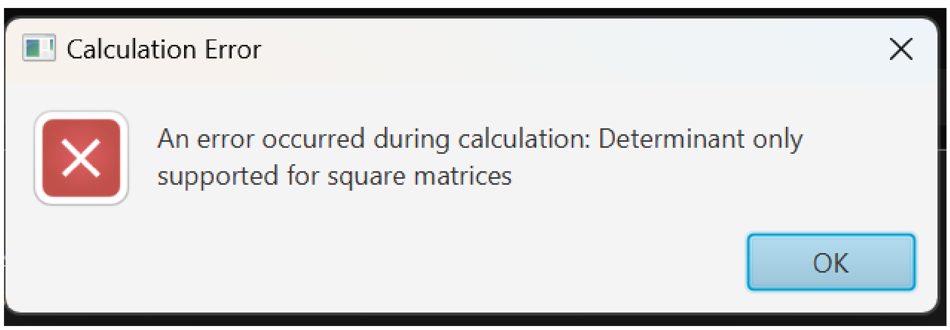
$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$



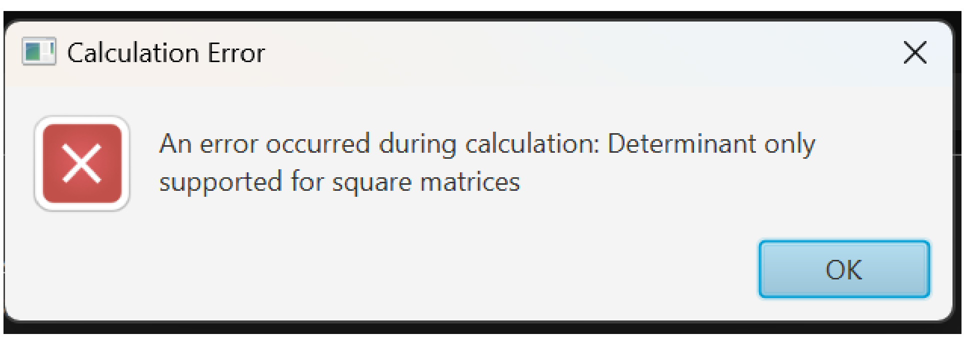
Gambar 4.3.b.1 SPL 3b dengan metode Gauss



Gambar 4.3.b.2 SPL 3b dengan metode Gauss-Jordan



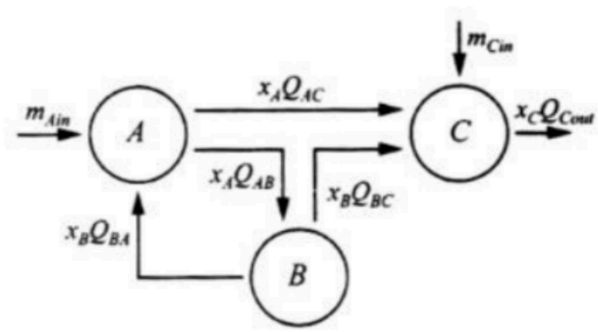
Gambar 4.3.b.3 SPL 3b dengan metode matriks Balikan



Gambar 4.3.b.4 SPL 3b dengan metode matriks Cramer

4. Sistem reaktor

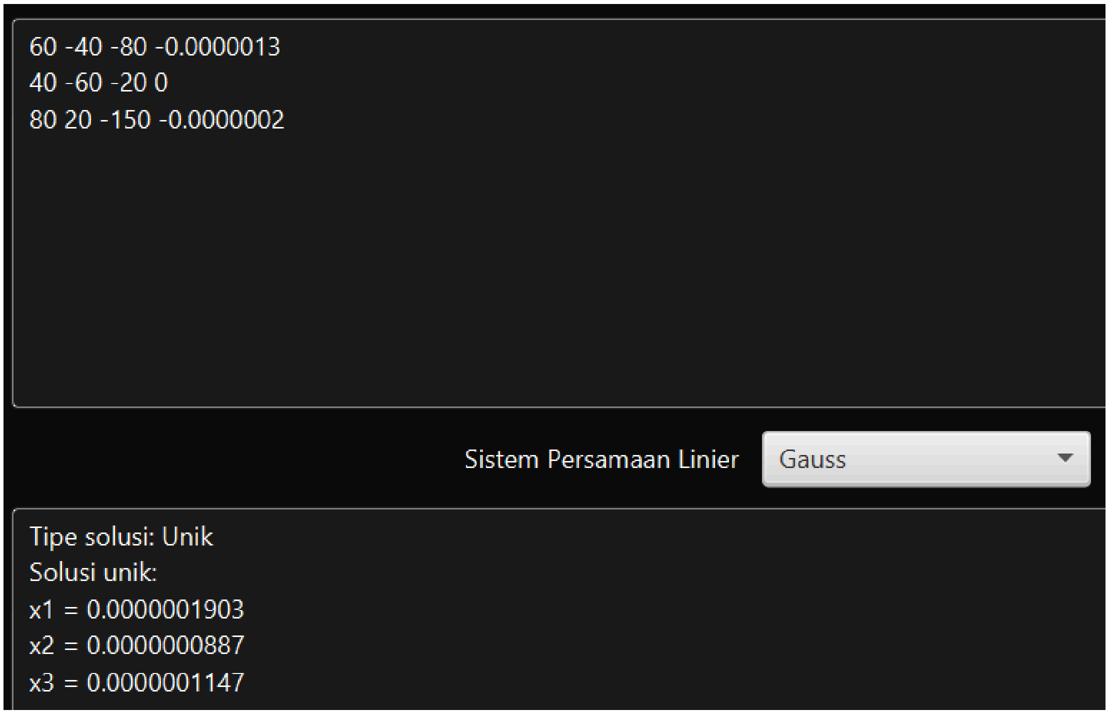
Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut.



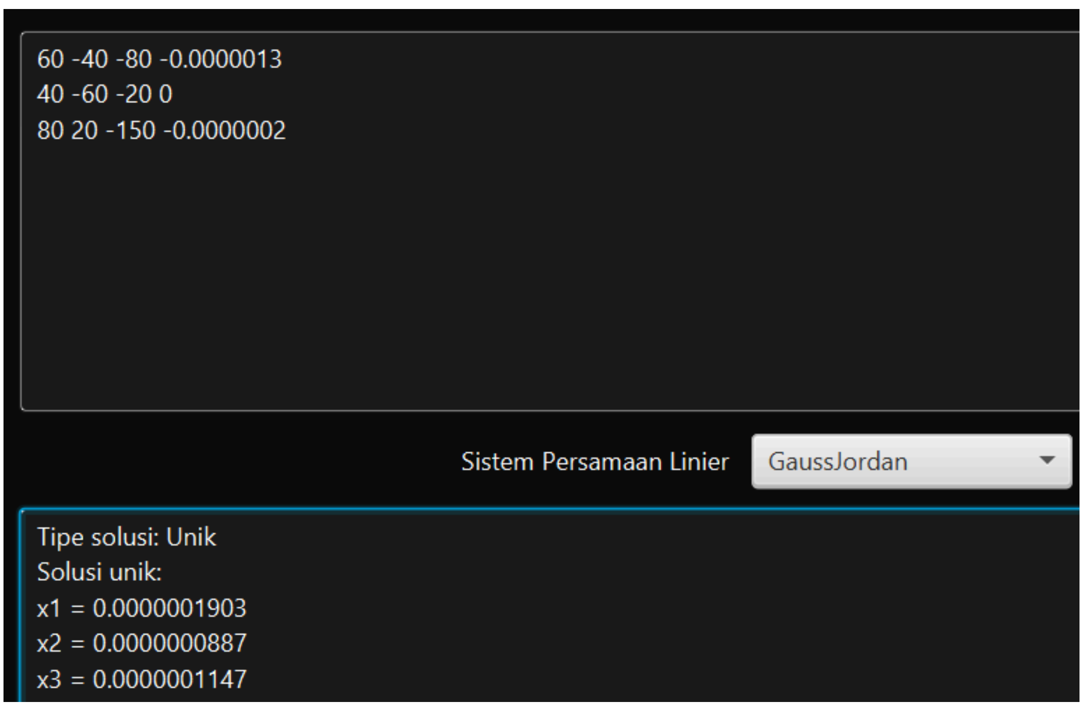
Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa min dalam *mg/s*. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{A:} &\quad m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0 \\
\text{B:} &\quad Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0 \\
\text{C:} &\quad m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0
\end{aligned}$$

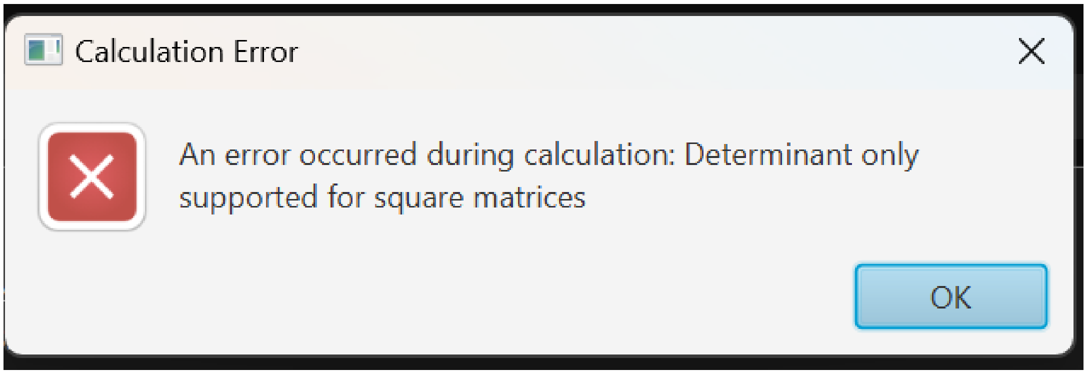
Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : Q_{AB} = 40, Q_{AC} = 80, Q_{BA} = 60, Q_{BC} = 20 dan Q_{Cout} = 150 m^3/s dan m_{Ain} = 1300 dan m_{Cin} = 200 *mg/s*.
m_Ain = 1300 mg/s = 13e-7 m^3/s
m_Cin = 200 mg/s= 2e-7 m^3/s



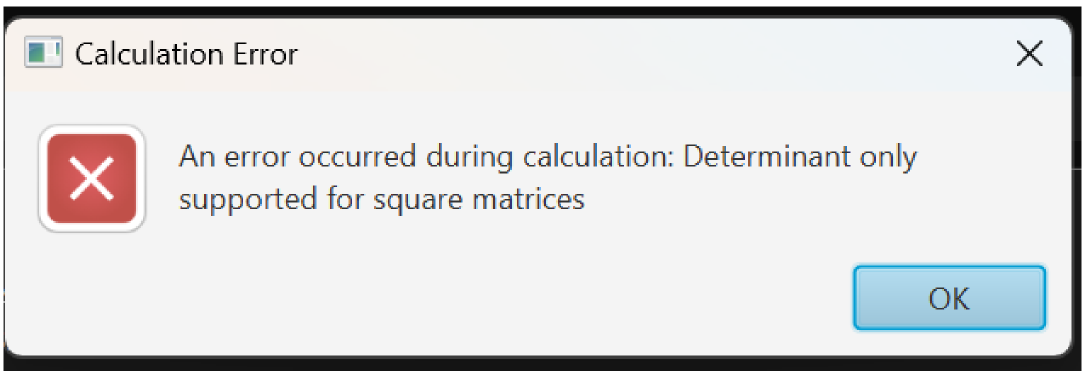
Gambar 4.4.1 SPL Sistem Reaktor dengan metode Gauss



Gambar 4.4.2 SPL Sistem Reaktor dengan metode Gauss-Jordan



Gambar 4.4.3 SPL Sistem Reaktor dengan metode matriks Balikan



Gambar 4.4.4 SPL Sistem Reaktor dengan metode matriks Cramer

5. Studi Kasus Interpolasi

a. Aplikasi Teori Interpolasi

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai berikut:

$x = 0.2$ $f(x) = ?$
$x = 0.55$ $f(x) = ?$
$x = 0.85$ $f(x) = ?$
$x = 1.28$ $f(x) = ?$

```
Interpolation polynomial:
f(x) = 0.000000000000000591041 * x^6
       + 0.000000000000002550134 * x^5 + 0.0260 * x^4
       + 0.000000000000003440997 * x^3 + 0.1974 * x^2
       + 0.2400 * x - 0.0229765625000013800
```

Gambar 4.5.a.1 persamaan polinomial soal a

```
f(0.20) = 0.0330
```

Gambar 4.5.a.2 nilai kodomain x = 0.2 soal a

```
f(0.55) = 0.1711
```

Gambar 4.5.a.3 nilai kodomain x = 0.55 soal a

```
f(0.85) = 0.3372
```

Gambar 4.5.a.4 nilai kodomain x = 0.85 soal a

```
f(1.28) = 0.6775
```

Gambar 4.5.a.5 nilai kodomain x = 1.28 soal a

b. Studi Kasus Aplikasi Interpolasi

Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517

17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

Tanggal (desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal (desimal) = 6 + (17/30) = 6,567

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **interpolasi polinomial** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

```
Interpolation polynomial:
f(x) = 140993.7122486359400000000 * x^9
       + 9372849.2391 * x^8 - 275474539.4206693000000000000 * x^7
       + 4695806315.4288 * x^6 - 51131876760.1327500000000000000 * x^5
       + 368550807175.5339 * x^4 - 1756810186361.3809000000000000000 * x^3
       + 5334203055240.1950 * x^2 - 9346993079172.3280000000000000000 * x
       + 7187066071657.8670
```

Gambar 4.5.b.1 persamaan polinomial soal b

a. **16/07/2022**

```
f(7.516) = 53537.9961
```

Gambar 4.5.b.2 Hasil Interpolasi 16/07/2022

b. **10/08/2022**

```
f(8.323) = 36294.8477
```

Gambar 4.5.b.3 Hasil Interpolasi 10/08/2022

c. **05/09/2022**

```
f(9.167) = -667693.2188
```

Gambar 4.5.b.4 Hasil Interpolasi 05/09/2022

d. **Tanggal (desimal) yang sudah diolah**

asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022. (Masukan = 18/6/2022 atau 6.600 (dalam decimal)

```
f(6.600) = 62619.8809
```

Gambar 4.5.b.5 Hasil Interpolasi 6600 atau 18/6/2022

c. Menyederhanakan fungsi f(x)

Sederhanakan fungsi $f(x)$ yang memenuhi kondisi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2].

Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak h = (2 – 0)/5 = 0.4.

Menggunakan data berikut:

x	8	9	9.5
$f(x)$	2.0794	2.1972	2.2513

X = 9, 2, f(x) = ?, f(9.2) = ?

```
Interpolation polynomial:
f(x) = 140993.71224863594000000000 * x^9
      + 9372849.2391 * x^8 - 275474539.42066930000000000000 * x^7
      + 4695806315.4288 * x^6 - 51131876760.13275000000000000000 * x^5
      + 368550807175.5339 * x^4 - 1756810186361.38090000000000000000 * x^3
      + 5334203055240.1950 * x^2 - 9346993079172.32800000000000000000 * x
      + 7187066071657.8670

f(6.600) = 62619.8809
```

Gambar 4.5.c Hasil penyederhanaan fungsi f(x)

6. Studi Kasus Regresi Linear dan Kuadratik Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$$

$$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$$

$$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$$

$$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$$

Silahkan terapkan model-model ini pada *Multiple Quadratic Equation* juga dan bandingkan hasilnya. Sistem persamaan linear tidak akan diberikan untuk kasus ini.

Hasil Multiple Linear Regression

Gambar 4.6.a Hasil model dan prediksi dengan Multiple Linear Regression

Hasil Multiple Quadratic Regression

Gambar 4.6.b Hasil model dan prediksi dengan Multiple Quadratic Regression

7. Studi Kasus Interpolasi *Bicubic Spline*

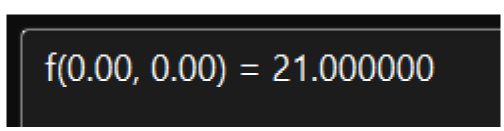
Diberikan matriks input dengan bentuk sebagai berikut. Format matriks masukan bukan mewakili nilai matriks, tetapi mengikuti format masukan pada bagian "Spesifikasi Tugas" nomor 7.

$$\begin{pmatrix} 21 & 98 & 125 & 153 \\ 51 & 101 & 161 & 59 \\ 0 & 42 & 72 & 210 \\ 16 & 12 & 81 & 96 \end{pmatrix}$$

Gambar 4.7 Input Matriks Bicubic Interpolation

Tentukan nilai:

a. ***f*(0, 0)**



Gambar 4.7.a Hasil Prediksi Kasus Pertama

b. ***f*(0.5, 0.5)**

```
f(0.50, 0.50) = 87.796875
```

Gambar 4.7.b Hasil Prediksi Kasus Kedua

c. ***f*(0.25, 0.75)**

```
f(0.25, 0.75) = 117.732178
```

Gambar 4.7.c Hasil Prediksi Kasus Ketiga

d. ***f*(0.1, 0.9)**

```
f(0.10, 0.90) = 128.575187
```

Gambar 4.7.d Hasil Prediksi Kasus Keempat