

# **SISTEM PERSAMAAN LINIER**

**Tujuan :**

**Mhs Mampu membedakan sistem persamaan linear  
dg Substitusi, OBE dan Eliminasi**

**EKO SUHARYANTO - 081310792300**

**SEKOLAH TINGGI  
MANAJEMEN INFORMATIKA DAN KOMPUTER  
STMIK ERESHA**



# ELEMINASI GAUS

- Merubah sistem persamaan linier menjadi bentuk matriks

$$[A][X] = [C]$$

- Terdiri dari dua tahap
  - Forward Elimination of Unknowns (Membentuk Eselon Baris)
  - Back Substitution

## SPL $\rightarrow$ MATRIKS

$$x_1 + 2x_2 = 4$$

$$x_1 - x_2 = 2$$

Jika dirubah bentuknya menjadi matriks:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

# BENTUK ESELON BARIS

- Jika sebuah baris tidak terdiri seluruhnya dari angka nol, maka bilangan **tak nol pertama** adalah 1 (dinamai **1 utama**)
- Jika ada suatu baris yang **terdiri seluruhnya dari 0**, maka baris seperti itu dikelompokkan bersama-sama **di bawah** matriks
- Di dalam sebarang dua baris yang berurutan yang tidak terdiri seluruhnya dari 0, maka **1 utama pada baris yang lebih rendah, letaknya lebih jauh ke kanan dari pada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.**

# CONTOH BENTUK ESELON BARIS

- Gunakan **OBE (Operasi Baris Elementer)** untuk membentuk matriks ke dalam bentuk eselon baris

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 4 & 3 & 7 \\ 0 & \mathbf{1} & 6 & 2 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 4 & 3 & 7 \\ 0 & \mathbf{1} & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## CONTOH KASUS

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -2$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 = 7$$

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1$$

$$-5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 8$$



$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 5 & -3 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$



# FORWARD ELIMINATION (ESELON BARIS)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 5 & -3 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & 8 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} R'_1 = R_1 / 2 \\ R'_2 = R_2 - 2R'_1 \\ R'_3 = R_3 + 2R'_1 \\ R'_4 = R_4 - 5R'_1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 9 \\ 0 & 4 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 19/2 & -6 & 1/2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 9 \\ 0 & 4 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 19/2 & -6 & 1/2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} R'_1 = R_1 \\ R'_2 = R_2 / 2 \\ R'_3 = R_3 + 4R'_2 \\ R'_4 = R_4 + 19/2 R'_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1 & 9/2 \\ 0 & 0 & 3 & -7 & -19 \\ 0 & 0 & -5/4 & -9 & -159/4 \end{bmatrix}$$

# FORWARD ELIMINATION (ESELON BARIS)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1 & 9/2 \\ 0 & 0 & 3 & -7 & -19 \\ 0 & 0 & -5/4 & -9 & -159/4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R'_1 = R_1 \\ R'_2 = R_2 \\ R'_3 = R_3/3 \\ R'_4 = R_4 + 5/4 R'_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1 & 9/2 \\ 0 & 0 & 1 & -7/3 & -19/3 \\ 0 & 0 & 0 & -143/12 & -572/12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1 & 9/2 \\ 0 & 0 & 1 & -7/3 & -19/3 \\ 0 & 0 & 0 & -143/12 & -572/12 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R'_1 = R_1 \\ R'_2 = R_2 \\ R'_3 = R_3 \\ R'_4 = R_4 / (-143/12) \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1 & 9/2 \\ 0 & 0 & 1 & -7/3 & -19/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 572/143 \end{bmatrix}$$



# FORWARD ELIMINATION (ESELON BARIS)

$$\begin{array}{rcccccl} x_1 + & \frac{3}{2}x_2 & -x_3 & -\frac{1}{2}x_4 & = & -1 \\ & x_2 & -\frac{1}{2}x_3 & +x_4 & = & \frac{9}{2} \\ & & x_3 & -\frac{7}{3}x_4 & = & -\frac{19}{3} \\ & & & x_4 & = & \frac{572}{143} \end{array}$$

$$x_4 = 4$$

# BACK SUBSTITUTION

- Setelah didapat hasil  $x_4 = 4$
- Lakukan substitusi  $x_4$  ke persamaan di atasnya untuk mencari  $x_3$
- Lakukan lagi substitusi  $x_3$  dan  $x_4$  ke persamaan di atasnya untuk mendapatkan  $x_2$
- Terakhir, lakukan substitusi  $x_2$ ,  $x_3$ , dan  $x_4$  ke persamaan pertama untuk mendapatkan  $x_1$

## Contoh Soal :

Diketahui persamaan linear

$$x + 2y + z = 6$$

$$x + 3y + 2z = 9$$

$$2x + y + 2z = 12$$

Tentukan Nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$

Jawab:

Bentuk persamaan tersebut ke dalam matriks:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 6 \\ 1 & 3 & 2 & | & 9 \\ 2 & 1 & 2 & | & 12 \end{bmatrix}$$

Operasikan Matriks nya:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Baris ke-2 dikurangi baris ke-1

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Baris ke-3 dikurangi 2 kali baris ke-1

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array} \right]$$

Baris ke-3 ditambah 3 kali baris ke-2

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Baris ke-3 dibagi dengan 3



[Exit](#)

[Home](#)

Maka mendapatkan 3 persamaan linier baru yaitu

$$x + 2y + z = 6$$

$$y + z = 3$$

$$z = 3$$

Kemudian lakukan substitusi balik maka didapatkan:

$$y + z = 3$$

$$y + 3 = 3$$

$$y = 0$$

$$x + 2y + z = 6$$

$$x + 0 + 3 = 6$$

$$x = 3$$

Jadi nilai dari  $x = 3$  ,  $y = 0$  , dan  $z = 3$

# TUGAS / LATIHAN

Diketahui tiga bilangan  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Rata-rata dari ketiga bilangan itu sama dengan 16, Bilangan kedua ditambah 20 sama dengan jumlah bilangan lainnya. Bilangan ketiga sama dengan jumlah bilangan lainnya dikurang empat.

Carilah bilangan-bilangan itu.







**Terima kasih**