

Срок сдачи домашнего задания - не позднее старта итогового экзамена.

Итоговая оценка за ДЗ по курсу считается как среднее арифметическое за первые 4 домашние работы + 0,6\*оценка за бонусное ДЗ.

**Задание 1.** Найдите общее решение уравнения:  $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$ .

**Задание 2.** Найдите общее решение уравнения:  $y = 2\sqrt{x}y^2y' + 4xy'$ .

**Задание 3.** Найдите общее решение уравнения:  $y'' - 2y' + y = e^x + \sin x$ .

**Задание 4.** Выписать уравнение кривой, каждая касательная к которой отсекает на осях координат отрезки, длины которых составляют в сумме  $2a$ .

**Задание 5.** Найдите общее решение уравнения  $(2x \cos x^2 - y^2) dx - 2xydy = 0$

**Задание 6.** Найдите общее решение уравнения  $xy' - y = \ln y'$

**Задание 7.** Найдите общее решение уравнения  $y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}$

**Задание 8.** Найдите общее решение

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$$

**Задание 9.** Решить дифференциальные уравнения 1 порядка

$$\text{а) } \dot{y} + y = xy^3, \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0.$$

$$\text{б) } \frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln(x)) dy = 0$$

**Задание 10.** Исследовать систему, зависящую от параметра:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + ay \\ \dot{y} = ax + y \end{cases}$$

а) При каких значениях вещественного параметра  $a$  нулевое решение устойчиво, неустойчиво?

б) При каких значениях параметра  $a \in \mathbb{R}$  – особая точка является седлом? узлом? фокусом?

в) Для  $a = 1/2$  дать чертёж траекторий.

**Задание 11.** Найти все положения равновесия системы и исследовать их на устойчивость:

$$\begin{cases} \dot{x} = y - x^2 - x \\ \dot{y} = 3x - x^2 - y \end{cases}$$

**Задание 12.** Решить начально-краевую задачу

$$\begin{cases} u_t = 18u_{xx} + x + \pi(x - 3\pi)e^{-t/2}, & 0 \leq x \leq 3\pi, t \geq 0 \\ u|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 3\pi \\ u|_{x=0} = t, & u|_{x=3\pi} = 3\pi t, \quad t \geq 0 \end{cases}$$

Коэффициенты Фурье вычислять не нужно. Следует привести формулы для их вычисления, указав конкретные базисные функции и конкретные промежутки интегрирования.