

Контрольная работа-1 по курсу Мат.анализ-2

ПМИ ФКН 2019-20, основной поток

Задачи для подготовки

1. Найти частичные суммы и сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n(n+1)}}$.
2. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\ln n}}{(\ln n)^n}$.
3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^3(\pi n/(n+5))}{\sqrt{n^2+n}-n}$.
4. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^{n^2}$.
5. Найти все α , при которых сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{\sqrt{n^2-n}}{n} \right)^{\alpha}$.
6. Исследовать ряд на абсолютную/условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \sin 2n}{n^2 - \ln n}$.
7. Пусть $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} nxe^{-x^2n^5}$. Докажите, что ряд сходится равномерно на \mathbb{R} , а функция f — непрерывна при всех x .
8. Докажите, что дзета-функция Римана $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ непрерывна при $x > 1$ и имеет на промежутке $(1, +\infty)$ производные любого порядка.
9. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n^9 + 2} (x-3)^{2n}$.
10. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}} (x+5)^n$.
11. Используя ряд Маклорена для функции $\ln(1-x)$, найдите сумму $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.
12. Запишите ряд Маклорена для функции $\ln(12-x-x^2)$.
13. Запишите ряд Маклорена для функции $\frac{x^2 - 7x + 11}{x^2 - 5x + 6}$.