

Вопросы на доказательство к коллоквиуму по курсу  
«Линейная алгебра и геометрия»,  
лектор Р. С. Авдеев

ФКН НИУ ВШЭ, 2018/2019 учебный год, 1-2 модули, 1-й курс ОП ПМИ, основной поток

1. Ассоциативность произведения матриц. Дистрибутивность произведения матриц по отношению к сложению. Некоммутативность произведения матриц.
2. Транспонирование произведения двух матриц. След произведения двух матриц.
3. Умножение на диагональную матрицу слева и справа. Реализация элементарных преобразований строк матрицы при помощи умножения на подходящую матрицу.
4. Теорема о приведении матрицы к ступенчатому и улучшенному ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований строк.
5. Эквивалентность систем линейных уравнений, получаемых друг из друга путём элементарных преобразований строк расширенной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Связь между множеством решений совместной системы линейных уравнений и множеством решений соответствующей ей однородной системы.
7. Ассоциативность и некоммутативность произведения подстановок. Знак транспозиции.
8. Теорема о знаке произведения двух подстановок. Знак обратной подстановки.
9. Определитель транспонированной матрицы.
10. Поведение определителя при перестановке двух строк (столбцов). Определитель матрицы, содержащей две одинаковых строки (два одинаковых столбца).
11. Поведение определителя при умножении строки (столбца) на скаляр, разложении строки (столбца) в сумму двух, прибавлении к строке (столбцу) другой, умноженной на скаляр.
12. Определитель верхнетреугольной (нижнетреугольной) матрицы. Определитель диагональной матрицы. Определитель единичной матрицы.
13. Определитель с углом нулей.
14. Определитель произведения двух матриц.
15. Разложение определителя по строке (столбцу).
16. Лемма о фальшивом разложении определителя.
17. Единственность обратной матрицы. Определитель обратной матрицы. Критерий обратимости квадратной матрицы и явная формула для обратной матрицы. Матрица, обратная к произведению двух матриц.
18. Общий метод решения матричных уравнений вида  $AX = B$  и  $XA = B$ . Вычисление обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.
19. Понятие поля. Построение поля комплексных чисел.
20. Свойства комплексного сопряжения (для суммы и произведения). Свойства модуля комплексного числа: неотрицательность, неравенство треугольника (алгебраическое доказательство), модуль произведения двух комплексных чисел.
21. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.
22. Понятие векторного пространства. Шесть простейших следствий из аксиом.
23. Подпространства векторных пространств: множество решений однородной системы линейных уравнений, линейная оболочка подмножества векторного пространства.
24. Основная лемма о линейной зависимости.
25. Независимость числа векторов в базисе конечномерного векторного пространства от выбора базиса. Единственность представления вектора в виде линейной комбинации векторов фиксированного базиса. Стандартный базис в  $F^n$ .
26. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений и метод её построения.
27. Критерий линейной зависимости конечной системы векторов. Возможность выбора подмножества конечной системы векторов, являющегося базисом её линейной оболочки.
28. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса конечномерного векторного пространства.