Вариант 5 Агаев Фархат

Задача 1.

Найти

$$\varphi_\xi(t) = \mathbb{E} e^{it\xi} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{4^{k+1}} \cdot e^{itk} =$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4} e^{it}\right)^k = \frac{1}{4} \frac{1}{\left(1 - \frac{3}{4} e^{it}\right)}$$

Нужно найти .

т.к. $\varphi_\xi^{(k)}(0) = i^k \mathbb{E}\xi^k$ (по теореме)

то $\varphi_\xi'''(0)$ нужно найти

Нужно разложим по Тейлору и посмотрим коэфф-ты при t^3

$$\frac{1}{4}(1 - \underbrace{\tfrac{3}{4} e^{it}}_{\text{по тейлору}}) \ominus$$

$$= \frac{1}{4}\underbrace{\left(1 - \frac{3}{4}\left(1 + it - \frac{t^2}{2} + \frac{it^3}{6} + \bar{o}(t^3)\right)\right)^{-1}}_{\text{домножим } \cancel{\text{по тейлору}}}$$

$$= \underbrace{\left(1 - 3it + \frac{3}{2}t^2 + \frac{it^3}{2} + o(t^3)\right)^{-1}}_{\text{по тейлору}} =$$

$\boxed{\text{Стр 1}}$

$$= \left(1 - 3it - \frac{3}{2}t^2 - \frac{it^3}{2}\right) + \left(3it + \frac{3}{2}t^2 + \frac{it^3}{2}\right)^2 -$$

$$- \left(-3it + \frac{3}{2}t^2 + \frac{it^3}{2}\right)^3 =$$ из каждой скобки буду доставать только коэф-т при t^3

$$= \dots \underbrace{\frac{i t^3}{2} + 2 \cdot \frac{3i \cdot 3}{2} t^3 - (-3i)^3 t^3}$$

Ответ

~~Ответ:~~

~~Ответ:~~

...ть пробельно ... вопросов

Вариант 5 Агаев Фархат

Задача 2.

$$(\xi, \eta) \sim N(0, R) \qquad R = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 10 \end{pmatrix}$$

Воспользуемся стандартным приемом

первый вектор нормализуем, в:

$$\xi\ e_1 = \xi$$

$$\tilde{e}_2 = \xi + c\eta$$

условие ортогональности про т.к нельзя идёт совместно норм распр вк => cov

$$\mathbb{E}\,\tilde{e}_2 e_1 = \underbrace{1}_{D\xi} + \underbrace{cov(\xi,\eta)}_{-3 \cdot c}$$

$$\Rightarrow 0 = 1 - 3c \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

теперь поделим на $\sqrt{D\tilde{e}_2}$

$$D\tilde{e}_2 = \underbrace{1}_{D\xi} + \underbrace{\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (-3)}_{2\cdot cov(\xi,\eta)} + \underbrace{\frac{10}{9}}_{\frac{1}{9} \cdot D\eta} = \frac{1}{9}$$

раскрываем квадрат

$$e_2 = \left(\xi + \frac{1}{3}\eta\right) \cdot 3 = 3\xi + \eta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xi = e_1 \\ e_2 = 3e_1 + \eta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi = e_1 \\ \eta = -3e_1 + e_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} c_{11} = 1 & c_{12} = 0 \\ c_{21} = -3 & c_{22} = 1 \end{matrix}}$$

8) Найдем

$$\mathbb{E}\xi\eta^3 = \mathbb{E}\left(e_1 \cdot (-3e_1 + e_2)^3\right) =$$

$$= \mathbb{E}e_1 \left(-27e_1^3 + 27e_1^2 e_2 - 9e_1 e_2^2 + e_2^3\right)$$

$\overset{\shortparallel}{0}$ $\overset{\shortparallel}{0}$ $\mathbb{E}e_1^{2n+1} = 0$

Т.к. мы знаем что у нечетного момента = 0

и если ~~при посл~~ по незав-ти $\mathbb{E}e_1 \cdot e_2^3 = \mathbb{E}e_1 \cdot \mathbb{E}e_2^3 \Rightarrow$ $\overset{\shortparallel}{0}$

ну и мы знаем, что Второй момент $\mathbb{E}e_1^2 = 1$

$$\Rightarrow \mathbb{E}\left(-27e_1^4 + 9e_1^2 e_2^2\right) = \mathbb{E}-27e_1^4 - 9\,\mathbb{E}e_1^2 e_2^2$$

по условию четвертый момент = 3

$$= -27 \cdot 3 - 9 = \boxed{-90}$$ ответ.

объяснение почему у нечетного момента равно нулю т.к. при нахождение $\mathbb{E}$ мат ожидания по определению у нас будет $+\infty$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 \rho(x)\, dx$$

нечетная ф-ия, четная ф-ия

получается нечетная, а интеграл по нечетной ф-ии $-\infty$ до $+\infty$ = 0

стр 4

Задача 3

Найдем вначале

нужно ответить правильно на к-6 вопросов j еще т.к 30 ~~не~~ кандидат вопрос уже был

$$P(\xi = k \mid \eta = j) = \frac{C_{10-j-1}^{k-6}\, C_j^{4-(k-6)}}{C_{(10-1-j)}^{4}}$$

с оценки

~~или значит, что~~ η

т.к. могут задавать вопросы из билетов которые, не перетягивал один билет

~~по кол~~ кол-во перетягиваний ~~неправильных ответов~~ который уже взял

Теперь $\xi = \sum_{i=0}^{10} x_i I_{A_i}$ $\quad x_i = 0, 1, \ldots, 10$

$$\mathbb{E}(\xi \mid \eta = j) = \sum x_i\, P(A_i \mid B_j)$$

$$= \sum x_i \cdot \frac{\mathbb{E}(I_{A_i} I_{B_j})}{P(B_j)}$$

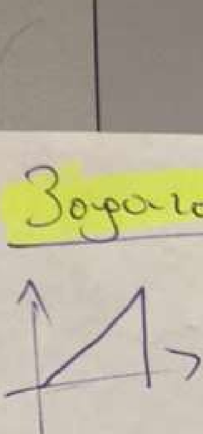
т.к. внутри всего 6 билетов из 10

$\eta = 0, 1, 2, 3, 4$

$$\mathbb{E}(\xi \mid \eta) = \sum_i x_i \cdot \sum_j \frac{\mathbb{E}(I_{A_i} I_{B_j})}{P(B_j)}$$

Задача 4. Агаев 185

Найдем С.



Т.к. мы знаем по условию,

что $(x,y) \in T \Rightarrow \rho(x,y) = Cxy^2$ или $\rho(x,y) = 0$ иначе

то $\int_0^1 \int_0^x Cxy^2 \, dy \, dx = 1$ $\quad C\int_0^1 x \, dx \int_0^x y^2 \, dy =$

$\Leftrightarrow C\int_0^1 \frac{x^4}{3} dx = 1 \Rightarrow C \frac{x^5}{15}\Big|_0^1 \Rightarrow \boxed{C = 15}$

найдем $\rho_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{X,Y}(x,y) dx = \int_y^1 15xy^2 dx = \frac{15y^2}{2} \cdot (1-y^2)$

Теперь найдем условную плотность

$$f(x|y) = \frac{\rho_{X,Y}}{\rho_Y} \cdot \overbrace{I_T}^{\text{индикатор треугольника}} = \frac{2xy^2}{y^2(1-y^2)} = \boxed{\frac{2x}{1-y^2}}$$

Продолжение на след странице

Теперь найдем 300

Агаев 185

$\mathbb{E}(x^3 + \sin y \mid y) = \mathbb{E}(x^3 \mid y) + \sin y =$

по теореме

$= \int_y^1 \frac{x^3 \cdot (2x)}{1-y^2}\, dx + \sin y = \frac{2}{1-y^2} \int_y^1 x^4\, dx + \sin y$

ответ

$= \frac{2}{1-y^2}\left(\frac{1}{5}(1-y^5)\right) + \sin y = \frac{2(1-y^5)}{5(1-y^2)} + \sin y$

Стр 7