Дискретная математика – 2 **(Осень 2019, основной поток)**

Листок 6. Выводы в исчислении высказываний и исчислении резолюций.

Задача 1. Являются ли формулы $p\wedge\neg p$, $(p\to q)\to p$, $((p\to q)\to p)\to p$, $(p\to q)\vee(q\to p)$, $p\to(q\to p)$ выводимыми в исчислении высказываний?

Задача 2. Построить выводы в исчислении высказываний формул (можно пользоваться леммой о дедукции)

a) $p\wedge(q\vee r)\to(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$
b) $p\vee(q\wedge r)\to(p\vee q)\wedge(p\vee r)$
c) $(p\to q)\to(\neg q\to\neg p)$
d) $(\neg p\to q)\to(\neg q\to p)$
e) $(p\to\neg q)\to(q\to\neg p)$
f) $(\neg p\to\neg q)\to(q\to p)$
g) $(\neg p\wedge\neg q)\to\neg(p\vee q)$
h) $(\neg p\vee\neg q)\to\neg(p\wedge q)$
i) $\neg(p\vee q)\to(\neg p\wedge\neg q)$
j) $\neg(p\wedge q)\to(\neg p\vee\neg q)$

Задача 3. Выведите десятую аксиому исчисления высказываний из остальных аксиом.

Задача 4*. Известно, что формула $A\to B$ выводима в исчислении высказываний. Докажите, что существует формула C, содержащая только те переменные, которые входят как в A, так и в B, для которой обе формулы $A\to C$ и $C\to B$ выводимы в исчислении высказываний.

Задача 5. Можно ли в исчислении резолюций из набора дизъюнктов $a\vee b$, $b\vee c$, $c\vee a$, $\neg a\vee\neg b$, $\neg b\vee\neg c$, $\neg c\vee\neg a$ вывести пустой дизъюнкт? Как?

Задача 6. Можно ли в исчислении резолюций из набора дизъюнктов $\neg u\vee q$, $u\vee q\vee s$, $\neg u\vee\neg q\vee s$, $u\vee\neg s$, $\neg u\vee\neg q\vee\neg s$ вывести пустой дизъюнкт? Как?

Задача 7. Привести к КНФ формулы

a) $x\equiv(y\vee z)$,
b) $x\equiv(y\wedge z)$,
c) $x\equiv(y\to z)$.

Задача 8. С помощью исчисления резолюций доказать невыполнимость формулы $((a\wedge b)\vee(\neg a\wedge c))\wedge\neg(b\vee c)$. Для этого привести её к КНФ и затем вывести из полученной формулы пустой дизъюнкт.

Задача 9. С помощью исчисления резолюций доказать общезначимость формулы $((p\to q)\to p)\to p$. Для этого привести её отрицание к КНФ и затем вывести из полученной формулы пустой дизъюнкт.