Домашнее задание по теории вероятности

Агаев Фархат

9 сентября 2019 г.

Задача №12

Обозначим:

A_1 – событие того, что люди НЕ вышли на первом этаже
A_2 – событие того, что люди НЕ вышли на втором этаже
A_3 – событие того, что люди НЕ вышли на третьем этаже
A_4 – событие того, что люди НЕ вышли на четвертом этаже

Теперь мы данную задачу будем решать использую объединение и дополнение, а именно:

Пусть $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ - это событие, когда люди не вышли на первом, или на втором, или на третьем, или на четвертом этаже дополнние к этому событию будет $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4} = \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4$ - это и есть то, что мы ищем, то есть чтобы на каждом этаже вышел человек.

Дальше мы просто посчитаем вероятность события $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ с помощью формулы включений-исключений, после вероятность дополнения по формуле [1 - $\Pr(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4)$] таким образом:

$$\Pr(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = \sum_{i=1}^{4} Pr(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq 4} Pr(A_i \cap A_j) + \\ + \sum_{1 \leq i < j < k \leq 4} Pr(A_i \cap A_j \cap A_k) + 0$$

0 - это это когда все четыре события выполнены, а это не возможно, так как по условие известно, что каждый человек вышел на каком-либо этаже $\rightarrow$ невозможно случая когда на каждом этаже не вышли люди

Очевидно, что $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = (\frac{3}{4})^{10}$ так как каждый человек может выйти на трех этажах, кроме своего (ледей всего 10), отсюда и получаем дробь.

Таким же образом $Pr(A_i \cap A_j) = (\frac{2}{4})^{10}$, $Pr(A_i \cap A_j \cap A_k) = (\frac{1}{4})^{10}$ дальше пользуемся формулой сочетаний и получаем:

$$4 \cdot Pr(A_i) - \binom{2}{4} Pr(A_i \cap A_j) + \binom{3}{4} Pr(A_i \cap A_j \cap A_k) \approx 0{,}225 \Rightarrow$$

Получаем ответ 1 - 0,225 = 0,775

Задача №11

a) максимально очевидно, что мы посчитаем с помощью формулы число сочетаний (то есть просто выберем 6 математиков из 8 и 3 физиков из 12, всего нужно выбрать 9 из 20 человек):

$$\frac{\binom{6}{8} \cdot \binom{3}{12}}{\binom{9}{20}}$$

b) Меньше трех физиков это либо 2-ое $\Rightarrow \frac{\binom{7}{8} \cdot \binom{2}{12}}{\binom{9}{20}}$

либо 1 физик $\Rightarrow \frac{1 \cdot \binom{1}{12}}{\binom{9}{20}}$, возьем просто сумму и получим ответ:

$$\frac{\binom{7}{8} \cdot \binom{2}{12}}{\binom{9}{20}} + \frac{1 \cdot \binom{1}{12}}{\binom{9}{20}}$$

Задача №10

Всего 32 карты, 4 туза, тогда пусть нашим вероятностным пространством будет пары карт для прикупа $\Rightarrow$ всего пар $32 \cdot 31$, а пар для тузов $4 \cdot 3$ отсюда мы можем сразу посчитать веротность для пунтка:

a)

$$\frac{4 \cdot 3}{32 \cdot 31}$$

b) Если нам известно, что у одного игрока нет тузов, а у него 10 карт $\Rightarrow$ что у нас останется 22 карты $\Rightarrow$

$$\frac{4 \cdot 3}{22 \cdot 21}$$

Задача №9

Пусть наше вероятностное пространство будет перетсановка из 20 чисел, очевдно, что всего таких перестановок 20!, нам подходящие перестановки, это когда на первом месте может оказаться один из десяти мальчиков, на втором одна их десяти девочек, на третьем один из девяти мальчик и так далее чередуюсь то есть всего (если также учесть, что можно начать наше чередование с девочки) будет $10! \cdot 10! \cdot 2$ и тогда ответ:

$$\frac{10! \cdot 10! \cdot 2}{20!}$$