

## Листок 5. Язык логики высказываний и исчисление высказываний.

**Задача 1.** Исследовать формулы на выполнимость и общезначимость:  $p \wedge \neg p$ ,  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$ ,  $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$ ,  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ ,  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ .

**Задача 2.** В каждом из следующих случаев запишите формулу, выражающую приведенное рассуждение, и проверьте, является ли она тавтологией.

а) Если птица розовая, то она летает; значит, если птица не розовая, то она не летает.

б) Если Джонс не встречал этой ночью Смита, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Если Смит был убийцей, то Джонс не встречал Смита этой ночью, и убийство произошло после полуночи. Если убийство произошло после полуночи, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Следовательно, Смит был убийцей.

**Задача 3.** Упростить формулы:  $(\neg p \wedge q) \vee p$ ,  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ ,  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ ,  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ .

**Задача 4.** Привести к ДНФ и КНФ следующие формулы:  $(p \vee q) \vee (r \vee s)$ ,  $p \wedge (q \vee r \rightarrow s)$ ,  $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow p$ .

**Задача 5.** Составить формулу от трех переменных, истинную в том и только в том случае, когда хотя бы две входящих в нее переменных истинны.

**Задача 6.** Постройте формулу  $A$ , для которой данные формулы оказываются тавтологиями. Сколько неэквивалентных решений имеет задача?

а)  $(A \wedge q \rightarrow \neg p) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow A)$

б)  $(r \rightarrow A) \leftrightarrow (r \rightarrow p \wedge q)$ ,  $(A \rightarrow r) \leftrightarrow (\neg(p \vee q) \rightarrow r)$ .

**Задача 7.** Построить вывод формулы  $q \rightarrow p$  из гипотезы  $p$

**Задача 8.** Построить вывод формулы  $q \rightarrow p$  из гипотезы  $\neg q$

**Задача 9.** Построить вывод формулы  $\neg\neg p$  из гипотезы  $\neg p \rightarrow p$

**Задача 10.** Построить вывод формул  $p \vee p \rightarrow p$  и  $q \rightarrow q \wedge q$  (можно пользоваться леммой о дедукции).

**Задача 11.** Построить вывод формул  $p \rightarrow \neg\neg p$  и  $\neg\neg p \rightarrow p$  (можно пользоваться леммой о дедукции).