

# Домашнее задание по дискретной математике №3

Агаев Фархат

30 октября 2019 г.

## Задача №1

Всякий раз перед дождём Петя чихает. Как-то раз Петя чихнул. «Значит будет дождь» — подумал он. Правильно ли рассуждал Петя?

- А - Дождь идет
- В - Петя чихнул

$$A \rightarrow B$$

Очевидно, что из этого не следует

$$B \rightarrow A$$

Следовательно, неправильно.

## Задача №2

Ответ:

$$(p \ \& \ q \ \& \ \bar{r}) \vee (p \ \& \ \bar{q} \ \& \ q) \vee (\bar{p} \ \& \ q \ \& \ r)$$

Очевидно исходя из таблицы

## Задача №3

Построим таблицу истинности для

$$(u \rightarrow v) \rightarrow (w \wedge u)$$

$u$	$v$	$w$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

**КНФ**

$$(u \vee v \vee w) \wedge (u \vee v \vee \bar{w}) \wedge (u \vee \bar{v} \vee w) \wedge (u \vee \bar{v} \vee \bar{w}) \wedge (\bar{u} \vee \bar{v} \vee w)$$

## Задача №4

Доказать в исчислении резолюций несовместность набора дизъюнктов  $a \vee b, b \vee c, c \vee d, d \vee e, e \vee a, \bar{a} \vee \bar{b}, \bar{b} \vee \bar{c}, \bar{c} \vee \bar{d}, \bar{d} \vee \bar{e}, \bar{e} \vee \bar{a}$

На лекции была **теорема** корректности исчисления резолюций

*Если у множества дизъюнктов можно вывести пустой дизъюнкт  $\Rightarrow$  это множество несовместно.*

**Правило резолюций**

$$\frac{A \vee p, B \vee \bar{p}}{A \vee B}$$

## Решение

$$\frac{a \vee b, \bar{b} \vee \bar{c}}{a \vee \bar{c}}$$

$$\frac{a \vee \bar{c}, c \vee d}{a \vee d}$$

$$\frac{a \vee d, \bar{d} \vee \bar{e}}{a \vee \bar{e}}$$

$$\frac{a \vee e, a \vee \bar{e}}{a \vee a = a}$$

$$\frac{\bar{a} \vee \bar{b}, b \vee c}{\bar{a} \vee c}$$

$$\frac{\bar{a} \vee c, \bar{c} \vee \bar{d}}{\bar{a} \vee \bar{d}}$$

$$\frac{\bar{a} \vee \bar{d}, d \vee e}{\bar{a} \vee e}$$

$$\frac{\bar{a} \vee \bar{e}, \bar{a} \vee e}{\bar{a} \vee \bar{a} = \bar{a}}$$

Отсюда, очевидно  $\Rightarrow$

$$\frac{a, \bar{a}}{\text{Пустой дизъюнкт}}$$

ЧТД

## Задача №5

Можно ли в исчислении резолюций из набора дизъюнктов  $p \vee q, \bar{p} \vee q \vee r, p \vee \bar{q} \vee r, \bar{p} \vee \bar{r}, p \vee \bar{q} \vee \bar{r}$  вывести пустой дизъюнкт?

$$\frac{p \vee \bar{q} \vee r, p \vee \bar{q} \vee \bar{r}}{p \vee \bar{q}}$$

$$\frac{p \vee q, p \vee \bar{q}}{p}$$

$$\frac{p \vee q, \bar{p} \vee q}{q}$$

$$\frac{p, \bar{p} \vee \bar{r}}{\bar{r}}$$

Если  $p = 1, q = 1, r = 0 \Rightarrow$  совместен набор  $\Rightarrow$  невозможно вывести пустой дизъюнкт.

## Задача №6

Добавим к исчислению резолюций правило, которое позволяет вывести из дизъюнкта  $A$  любой дизъюнкт вида  $A \vee B$ . Расширит ли это добавление возможности исчисления резолюций (можно ли будет с помощью этого правила доказать несовместность какого-нибудь набора дизъюнктов, для которого раньше это было невозможно)?

**Ответ:** Данное правило никак не расширит возможности исчисления резолюций. Так как если множество было несовместным, то очевидно, что мы могли получить пустой дизъюнкт. Данный дизъюнкт мы получим ровно таким же образом. Если множество было совместным, то было означивание, при котором будет верно  $A$  и  $A \vee B$  (ибо если  $A$  - истинный, то очев, что  $A \vee B$ ).

## Задача 7

Вывести в исчислении высказываний формулу  $p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$  (можно пользоваться леммой о дедукции)

1. Используем Модус Понус  
 $p, p \rightarrow q \vdash q$
2. Используем лемму о Дедукции и получаем.  
 $p \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow q$

3. Используем лемму о Дедукции и получаем.

$$\vdash p \rightarrow (p \rightarrow q) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

## Задача 8

а)

1.  $\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

2. Используем лемму о Дедукции

$$(p \rightarrow q) \rightarrow p \vdash p$$

3. Используем правило исчерпывающего разбора случаев

1.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p, p \vdash p$ , 2.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p, \bar{p} \vdash p$

1.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p, p \vdash p$  [Ибо  $p \vdash p$ ]

2.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p, \bar{p} \vdash p$

Аксиома 9

$$\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Для  $\bar{p}$ ,  $\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$  используем Модус Понус

Получаем  $(p \rightarrow q)$

Для  $(p \rightarrow q)$ ,  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$  используем Модус Понус

Получаем  $p$

б)

1. Аксиома 1

$$p \vee \bar{p}$$

2. Аксиома 2

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p$$

3. Аксиома 3

$$p \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p$$

4. Аксиома 4

$$\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$$

5. Аксиома 5

$$(p \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p) \rightarrow ((\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p) \rightarrow ((p \vee \bar{p}) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p))$$

6. Используем правило сечения для 2 и 4

$$\text{Получаем } \bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p$$

7. Используем Модус Понус для 3-ей строчки и 5-ой

$$(\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p) \rightarrow ((p \vee \bar{p}) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p)$$

8. Используем Модус Понус 6-ой и 7-ой

$$(p \vee \bar{p}) \rightarrow (p \rightarrow q) \vee p$$

9. Используем Модус Понус для 1-ой и 8-ой и получаем **ответ**

$$(p \rightarrow q) \vee p$$