

Листок 1.

Задача 1. (cl) Какова вероятность, что в группе из 25 человек хотя бы двое родились в один день? При каком количестве студентов на лекции вероятность того, что день рождения кого-то из них совпадает с вашим, меньше всего отличается от $1/2$?

Задача 2. (cl) В некоторых ресторанах Москвы, если клиент заказывает кувшин вина, то ему предлагают разыграть на костях еще один. Правила розыгрыша следующие: пара игральные кости бросается три раза, клиент выигрывает, если в результате хотя бы одного бросания выпадает на каждой из костей не ниже 5 (т. е. $(5, 5)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$, или $(6, 6)$). Какова вероятность выиграть кувшин вина?

Задача 3. (cl) На столе лежит колода из 36 карт. Отдельно от колоды лежит джокер. Из колоды достают карту и запоминают ее масть. Джокер полагается картой той же масти. После этого карту возвращают в колоду и кладут в нее джокера. Полученную колоду из 37 карт тасуют и достают из колоды карту. Найдите вероятность, что: 1) достали две карты пик, 2) достали карту пик и карту червей.

Задача 4 (cl) Алиса и Боб бросают монету n раз. Какова вероятность, что у Алисы выпало больше орлов чем у Боба? Каков будет ответ, если Алиса $n + 1$ раз бросила монету?

Задача 5. (cl) Электричка состоит из n вагонов. Каждый из k пассажиров выбирает вагон наудачу. Какова вероятность, что в каждом вагоне будет хотя бы один пассажир? Какова вероятность, что будут заняты ровно r вагонов?

*Задача 6.** (Банах) Некий человек одновременно купил две коробки спичек и положил их в карман. После этого каждый раз, когда ему нужно было зажечь спичку, он доставал наудачу ту или иную коробку. Через некоторое время, вытащив одну из коробок, человек обнаружил, что она пуста. Какова вероятность, что в другой коробке в этот момент находилось k спичек, если число спичек в новой коробке равно n ?

*Задача 7.** Сто мудрецов по одному заводят в комнату, в которой стоят сто закрытых коробок. В каждой коробке лежит табличка с именем одного из мудрецов. Все имена различны. Мудрец открывает 50 короб одну за другой в произвольном порядке. Если в одной из открытых им коробок есть его имя, то он выживает, а если нет, то погибает. После каждого мудреца все коробки закрывают и оставшиеся мудрецы не знают о судьбе ушедших в комнату. Изначально мудрецы находятся все вместе и могут продумать план действий. Придумайте план, который гарантирует выживание всех мудрецов с вероятностью не менее $1/4$.

Задача 8. (cl) На плоскости отметили точки с координатами (x, y) , где $x, y \in \{1, 2, \dots, N\}$. Наугад выбирают точку (x, y) из отмеченных. Пусть P_N – вероятность того, что она лежит в круге радиуса N с центром в нуле. Вычислите $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N$.

Задача 9. (hw) Двадцать детей, среди которых десять мальчиков и десять девочек, садятся за круглый стол случайным образом выбирая места. Какова вероятность того, что дети сядут чередуясь: мальчик, девочка, мальчик, девочка?

Задача 10 (hw) При игре в преферанс 32 карты раздали на троих человек по 10 карт каждому и две карты снесли в прикуп. Какова вероятность того, что в прикупе оказались два туза? А если вы один из игроков и у вас среди карт нет тузов?

Задача 11. (hw) Из 20 ученых, среди которых 12 физиков и 8 математиков, отобрали 9 для работы в новой лаборатории. Какова вероятность того, что в лаборатории работают шесть математиков и трое физиков? Какова вероятность того, что отбор в лабораторию оказался еще более несправедливым по отношению к физикам?

Задача 12. (hw) Десять человек сели в лифт на цокольном этаже дома, в котором четыре этажа. Каждый человек на каком-то этаже выходит, но этаж выбирает случайным образом. Какова вероятность того, что на каждом этаже кто-нибудь выйдет?