

Домашняя работа по математическому анализу

ФКН ПМИ 1 курс основной поток 2018-2019

**Листок 5. Задачи 31-35. Крайний срок сдачи 18.12.2018**

Номер варианта в каждой задаче вычисляется по следующему алгоритму

$N_{task}$  = номер задачи;

$N_{grp}$  = номер вашей группы;

$N_{stud}$  = ваш номер в списке группы (см. здесь);

$N = (N_{task} - 1) \cdot 300 + (N_{grp} - 183) \cdot 35 + N_{stud}$

Ваш вариант —  $N$ -ая десятичная цифра числа  $\pi$  после запятой (можно спросить у wolfram alpha, или посмотреть здесь. Задачи со звездочкой сдаются семинаристам.

**Задача 31.** Представьте формулой Тейлора с  $o((x - x_0)^3)$  в окрестности точки  $x_0$  функцию  $f(x)$ .

0.  $f(x) = \sin x^2, x_0 = \pi/2$ ;
1.  $f(x) = \ln(2 - 2x + x^2), x_0 = 1$ ;
2.  $f(x) = 1/\sin x, x_0 = \pi/2$ ;
3.  $f(x) = x \ln(2 - x^2), x_0 = 1$ ;
4.  $f(x) = e^{-x^2+x}, x_0 = 1$ ;
5.  $f(x) = \sqrt{3 + x^2}, x_0 = 1$ ;
6.  $f(x) = \sqrt[3]{7 + x}, x_0 = 1$ ;
7.  $f(x) = \sqrt{x} \sin x, x_0 = \pi/6$ ;
8.  $f(x) = \sin x/x, x_0 = \pi/2$ ;
9.  $f(x) = (x - 1)/\cos x, x_0 = 0$ ;
10.  $f(x) = (x - x^2)/\sqrt{x}, x_0 = 1$ .

**Задача 32.** Представьте формулой Тейлора с  $o((x - x_0)^n)$  в окрестности точки  $x_0$  функцию  $f(x)$ , используя разложения основных элементарных функций.

0.  $f(x) = x \ln x, x_0 = 2$ ;
1.  $f(x) = \sqrt{9 - x}, x_0 = 5$ ;
2.  $f(x) = \frac{3}{1 + x - 2x^2}, x_0 = 0$ ;
3.  $f(x) = \frac{x}{4 + 8x}, x_0 = -1$ ;

4.  $f(x) = x \ln(x + 10), x_0 = 9;$

5.  $f(x) = \sin(5 + x), x_0 = 0;$

6.  $f(x) = \cos x, x_0 = \pi/3;$

7.  $f(x) = \ln(3 - 2x - x^2), x_0 = -1;$

8.  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}}, x_0 = 0;$

9.  $f(x) = 2x \cos \frac{x}{2} - x, x_0 = \pi.$

**Задача 33.** Используя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, найдите приближенное значение числа с точностью до 0.001.

0.  $\sqrt{e};$

1.  $\sqrt[3]{e};$

2.  $\cos \frac{3}{2};$

3.  $\sin 4;$

4.  $\sqrt[3]{1.5};$

5.  $\sqrt[4]{5/4};$

6.  $\sqrt{10};$

7.  $\sqrt[5]{33};$

8.  $\ln 4;$

9.  $\ln 6.$

**Задача 34.** Вычислите предел с помощью формулы Тейлора.

0.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x^2 - \sin x^2}{e^{\operatorname{arctg} x} - 1};$

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - x}{\ln(x^2 + 1) - x^2};$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - x\sqrt{1 - 2x} - 1}{\sin x - x};$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{2x} + \ln(1 - x^2)}{x \cos x - \operatorname{tg} x};$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \sqrt{1 + 2x^2}}{\sin^4 x};$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{arctg} x} - x}{\ln(1 - x^3) + x^3};$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos x + \ln(1 - x^2)}{xe^{2x} - \operatorname{tg} x};$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x^2 - \sin^2 x}{e^{\operatorname{tg} x} - x - 1};$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - x\sqrt{1 - 5x}}{\cos x^2 - 1 - x};$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^{x^2} - \sin^2 x e^{x^4}}{\operatorname{tg} x^3}.$$

**Задача 35.\*** Запишите и докажите формулы Маклорена для функций  $f(x) = \arcsin x$  и  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$  и произвольного  $n$ .