Optimisation non-linéaire - Homework 2

29 Novembre 2018

Soit la fonction quadratique $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ (**avec Q symétrique et semi-définie positive**) :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Q x - c^T x + p. \tag{1}$$

Partie 1. Prise en compte de contraintes de nonnégativité.
Modifiez les codes du Homework 1 (`coordinatedescent` et `coordinatedescentLS`) afin de prendre en compte les contraintes suivantes :

$$x \geq 0.$$

Partie 2. Méthodes du gradient et du gradient accéléré.

(a) Dans le cadre de la méthode du gradient, écrivez la mise à jour du vecteur x effectué à chaque itération pour le problème sans contraintes (1).

Implémentez une fonction `function x=gradient(Q,c,p,x0,maxiter)` effectuant ces mises à jour `maxiter` fois à partir de l'itéré initial `x0`.

(*prenez un pas* $\alpha = \frac{1}{L}$ *avec* $L = \lambda_{\max}(Q)$)

(b) Implémentez une fonction `function x=acceleratedgradient1(Q,c,p,x0,maxiter)` effectuant les mises à jour suivantes `maxiter` fois à partir de l'itéré initial `x0` :

$$\begin{aligned}
&\alpha_{k+1} = \tfrac{1}{2}\left(\sqrt{\alpha_k^4 + 4\alpha_k^2} - \alpha_k^2\right),\\
&\beta_k = \tfrac{\alpha_k(1-\alpha_k)}{\alpha_k^2 + \alpha_{k+1}},\\
&y = x^{(k)} + \beta_k\left(x^{(k)} - x^{(k-1)}\right),\\
&x^{(k)} = y - \tfrac{1}{L}\nabla f(y).
\end{aligned}$$

(c) Implémentez une fonction `function x=acceleratedgradient2(Q,c,p,x0,maxiter)` effectuant les mises à jour suivantes `maxiter` fois à partir de l'itéré initial `x0` :

$$\begin{aligned}
&\beta_k = \tfrac{k-1}{k+2},\\
&y = x^{(k)} + \beta_k\left(x^{(k)} - x^{(k-1)}\right),\\
&x^{(k)} = y - \tfrac{1}{L}\nabla f(y).
\end{aligned}$$

(d) Exécutez le script `RunMe` afin de comparer les erreurs obtenues.

(à renvoyer pour le 10 décembre 2018)