Lista 3 - Cinemática

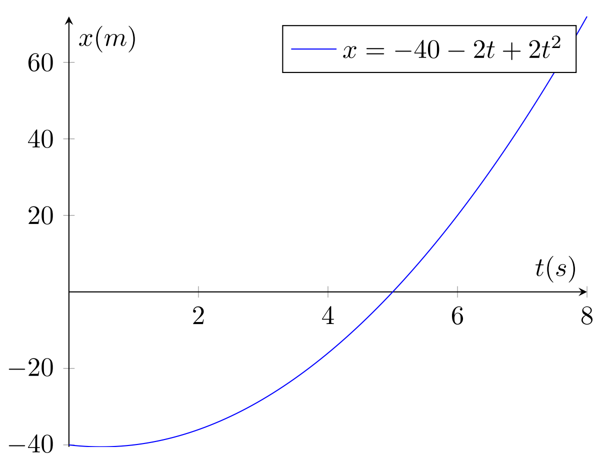
Francisco Dall' Oglio Scorsato

Abril 2024

1 Ao avistar um pedestre, o motorista reduz a velocidade de $72km/h$ para $36km/h$ em 4 segundos. Qual foi a aceleração, supondo que ela seja constante?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$\Delta v = 36 - 72 = -36km/h$$
$$\Delta t = 4s$$
$$a = \frac{-36km/h}{4s} = -\frac{9000m/3600s}{s}$$
$$a = -\frac{5}{2}km/s^2$$

2 É dado um movimento cuja função horária é $x = -40 - 2t + 2t^2$.



2.1 a)

Ao comparar a função horária da questão com a forma geral de funções horárias, podemos fazer as seguintes observações:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

$$x = -40 - 2t + 2t^2$$

$$x_0 = -40m$$

$$v_0 = -2m/s$$

$$a = 4m/s^2$$

2.2 b)

A função de velocidade escalar é a derivada da função de posição.

$$v = \frac{d}{dt}[-40 - 2t + 2t^2] = -2 + 4t$$

2.3 c)

O instante em que o corpo muda de sentido é quando a velocidade deixa de ser positiva e fica negativa ou vice-versa. Para descobrir isso, basta encontrar o ponto em que $v = 0$ e ver se esse é um ponto onde o sinal muda.

$$v = -2 + 4t$$

$$0 = -2 + 4t$$

$$t = \frac{1}{2}$$

É trivial ver que, quando $t < \frac{1}{2}$, $v < 0$ e que, quando $t > \frac{1}{2}$, $v > 0$. Portanto, o instante em pauta é um válido candidato. $t = 0,5s$.

3 Um ponto parte do repouso com aceleração constante e após 10 segundos, encontra-se a $40m$ da posição inicial.

3.1 a)

Sabemos que $v_0 = 0$ e $x_0 = 0$. Com isso, temos:

$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{a}{2}t^2$$

$$x(10) = 40 = \frac{a}{2} \cdot 100$$

$$a = \frac{4}{5} = 0,8m/s^2$$

3.2 b)

$$v(x) = at + v_0$$
$$v(10) = 0,8 \cdot 10 + 0$$
$$v = 8m/s$$

4 Um motorista atento aciona o freio à velocidade de 14,0m/s. O desatento, sob mesmas circunstâncias, aciona o freio um segundo depois. Que distância ele percorre a mais?

A distância a mais que o desatento anda é igual a soma da distância que ele anda durante o segundo que ele levou para freiar e a distância que ele percorre freiando, subtraído da distância que o motorista atento percorre após freiar.

A velocidade pós-freio do motorista atento é dada pela expressão:

$$v = v_0 + at = 14 - 5t$$

Ele irá parar quando sua velocidade for igual à zero. Isso é:

$$14 - 5t = 0 \rightarrow t = \frac{14}{5}$$

Sua distância percorrida, sendo x_0 sua posição inicial, é dada pela expressão:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = x_0 + 14t - \frac{5}{2}t^2$$

A distância percorrida até o veículo parar é aquela quando $t = \frac{14}{5}$.

$$x = x_0 + 14 \cdot \frac{14}{5} - \frac{5}{2} \cdot (\frac{14}{5})^2$$

$$x = x_0 + \frac{98}{5} = \frac{98}{5} = 19,6m \text{ (Para os propósitos da questão, } x_0 = 0.)$$

A distância que o desatento percorreu antes de freirar é dado pela função de posição, com velocidade inicial de $14m/s$:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = 0 + 14t + \frac{1}{2}t^2$$

Após um segundo, que é quando ele começa a freiar, terá andado:

$$x = x_0 + 14 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 = 14,5m$$

Podemos fazer um procedimento parecido ao que fizemos com o motorista atento para determinar a distância que o desatento percorreu após freiar. Sua velocidade no momento de freio é $15m/s$, já que a aceleração é $1m/s^2$.

$$v = v_0 + at = 15 - 5t$$

$$15 - 5t = 0 \rightarrow t = 3$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = x_0 + 15t - \frac{5}{2}t^2$$

$$x = x_0 + 15 \cdot 3 - \frac{5}{2} \cdot 3^2$$

$$x = x_0 + \frac{45}{2} = \frac{45}{2} = 22,5m$$

A distância total andada por ele será então $14,5m + 22,5m = 37m$.

Para descobrir quanto a mais o motorista desatento andou, basta subtrair de seu deslocamento, o deslocamento do motorista atento. Isso é:

$$37m - 19,6m = 17,4m$$

5 Qual é a velocidade inicial de um trem com desaceleração de $0,06m/s^2$ que desacelera completamente depois de 30km?

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$0 = v_0^2 + 2 \cdot (-0,06) \cdot 30000$$

$$v_0 = 60$$

Logo, a velocidade com que o trem começa a desacelerar é de $60m/s$, ou $216km/h$.

6 Qual é o gráfico certo?

O gráfico de posição com uma aceleração constante diferente de zero será uma parábola, com concavidade dependendente do sinal da aceleração. O gráfico de posição de uma velocidade constante será uma linha reta com inclinação diferente de zero. Com isso em mente, é possível descobrir qual gráfico descreve os movimentos da locomotiva.

O primeiro terço do gráfico deve ter a forma de uma parábola côncava para cima. O segundo terço deve ser uma linha reta. E o terceiro deve ser parte de uma parábola côncava para baixo.

A única opção que obedece todos os requisitos é a opção C.

7 Dois automóveis, A e B, andam em uma estrada retilínea.

A velocidade de A é constante por todo o gráfico, e é igual à inclinação da reta. Isso é, $v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 10m/s$.

Já a velocidade de B é variada. Descobrir esse valor em $t = 5s$ é o mesmo que descobrir a derivada de B em $t = 5s$.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

$$x(t) = 0 + 0 + \frac{a}{2}t^2$$

$$x(5) = 50 = \frac{a}{2}5^2$$
$$a = 4m/s^2$$
$$x'(t) = at = 4t$$
$$x'(5) = 20m/s$$
$$v_B = 20m/s$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{10m/s}{20m/s}$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}$$

8 Considere o gráfico e avalie as afirmações, justificando as respostas.

8.1 Nos intervalos de tempo de 2,0s a 4,0s e de 6,0s a 8,0s o corpo permanece em repouso.

Isso é falso. O gráfico representa a velocidade em função do tempo. Isso quer dizer que, durante os intervalos citados, a velocidade era constante e era diferente de zero, o que quer dizer que o corpo não estava em repouso.

8.2 De 0 até 8,0s só há um trecho de movimento uniformemente acelerado.

Isso é verdade. Esse trecho é aquele de 0s a 2,0s. O corpo acelera de maneira uniforme.

8.3 De 0 até 8,0s só há um trecho de movimento uniformemente retardado.

Isso é verdade. Esse trecho é aquele de 4,0s a 6,0s.

8.4 O afastamento máximo da origem do referencial é maior do que 40m.

Isso é falso. Para descobrir isso, basta observar qual é o momento em que o corpo percorreu a maior quantidade de espaço. Já que o gráfico é um de velocidade, o deslocamento é dado pela área abaixo da curva. O maior valor andado é de $\int_0^5 v(t)dt = 35m$, o que é menor que 40m.

8.5 O corpo passa somente uma vez pela posição 30m.

Isso é falso. $\int_0^4 v(t)dt = 30m$ e $\int_0^6 v(t)dt = 30m$.

9 O gráfico indica como varia o espaço de um móvel em função do tempo. Qual é a aceleração?

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

$$x(t) = 3 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

$$x(2) = 3 + 2v_0 + 2a = -1$$

$$v_0 + a = -2$$

$$x(4) = 3 + 4v_0 + 8a = 3$$

$$v_0 + 2a = 0$$

$$\begin{cases} v_0 + a = -2 \\ v_0 + 2a = 0 \end{cases}$$

$$a = 2m/s^2$$

10 Quanto ao movimento de um corpo lançado verticalmente para cima e submetido somente à ação da gravidade, é correto afirmar que:

10.1 A velocidade do corpo no ponto de altura máxima é zero instantaneamente.

Isso é verdade. Esse é o ponto instantâneo no qual o corpo não está subindo nem caindo.

10.2 A velocidade do corpo é constante para todo o percurso.

Isso é falso. A gravidade está mudando a velocidade do corpo a todo momento.

10.3 O tempo necessário para a subida é igual ao tempo de descida, sempre que o corpo é lançado de um ponto e retorna ao mesmo ponto.

Isso é verdade. As parábolas se comportam de tal forma a fazer isso ser verdadeiro.

10.4 A aceleração do corpo é maior na descida do que na subida.

Isso é falso. A gravidade é sempre constante em todos os momentos, seja na descida ou na subida.

10.5 Para um dado ponto na trajetória, a velocidade tem os mesmos valores, em módulo, na subida e na descida.

Isso é verdade. Uma demonstração disso seria mostrar que o valor da derivada do movimento de um corpo em determinado ponto será oposto ao valor em um ponto simétrico em relação ao ponto em que a derivada é zero, quando se lida com uma função de segundo grau.

11 Um menino lança uma bola verticalmente para cima do nível da rua. Outra pessoa apanha a bola a 10m de distância, quando ela está a caminho do chão. Qual era a velocidade da bola quando ela foi apanhada?

$$x_0 = 0$$

$$v_0 = 15$$

$$a = -10m/s$$

$$x = 15t - 5t^2$$

$$10 = 15t - 5t^2$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

$$t \in \{1, 2\}$$

Escolhemos t=2 pois a bola estava caindo quando foi apanhada, portanto, deve ser o tempo posterior.

$$v = v_0 + at$$

$$v = 15 - 10t$$

$$v = 15 - 10 \cdot 2$$

$$v = -5m/s$$