Questão 10, Aula 2, Encontro 2, Ciclo 2

Francisco Dall' Oglio Scorsato

29 de maio de 2024

1 Resolução por sistema de equações

Suponha que a expressão que representa a quantidade de palitos até determinado andar x é uma função quadrática. Isso é confirmado após se usar mais termos para os polinômios (os de mais alto grau cancelam). Portanto, temos que

$$y = c + bx + ax^2$$

Sabemos também, por contagem, que os pontos (1,5), (2,14), (3,27) estão no gráfico. Com isso, podemos montar o sistema de equações (o qual resolverei por eliminação de Gauss):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 14 \\ 27 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Assim, temos a função:

$$y = 2x^2 + 3x$$

Igualando isso a 2024, temos que 31 < x < 32. Podemos raciocinar que isso quer dizer que x está na trigésima segunda escada.

2 Resolução por sequência

$$S = 5, 14, 27, 44, \dots$$

The first time, it increases by 9. The second, by 13. Then, by 17. The amount it grows by grows by 4.

$$a_1 = 5$$
 $a_n = 1 + 4n + a_{n-1}$