Rétroaction et oscillations

Niveau : PSI
Pré-requis :
- ALI
- Filtres linéaires et fonctions de transfert
-

Introduction
On trouve dans différents processus physiques ou naturels des rétroactions :

Les rétroactions sont très présentes en électronique dans les systèmes commandés, c'est ce qui nous intéresse ici. On les trouve, par exemple, dans les outils (scie circulaire, température d'un four ou régulateur de vitesse de la voiture).

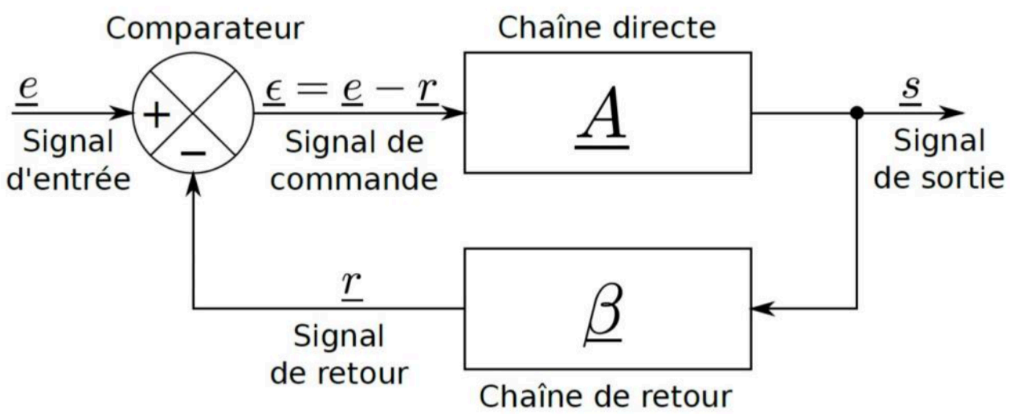
I. Principe de la rétroaction
A. Définitions générales

On présente le schéma général d'un système bouclé, constitué de la chaîne directe de gain A et de la chaîne de retour de gain β. On définit et calcule la fonction de transfert en boucle ouverte puis celle en boucle fermée (cf. cours de Jérémy).

B. Caractéristiques des systèmes bouclés

Lorsqu'on s'intéresse à la réponse d'un système bouclé, on s'intéresse à trois critères :
- rapidité : temps nécessaire pour atteindre la consigne
- précision : écart entre la consigne et la sortie
- stabilité : entrée bornée → sortie bornée

Il y a le plus souvent compétition entre rapidité et stabilité.



On visualise ces trois caractéristiques avec un programme Python : ils permettent de «régler» les trois caractéristiques sur un graphe, schématiquement. On observe qu'il existe un moment où, en réglant la stabilité, on a des oscillations qui ni ne convergent ni ne divergent. C'est ce cas remarquable qui nous intéresse pour la suite.

II. Apparition d'oscillations : théorie et exemple de l'oscillateur à pont de Wien

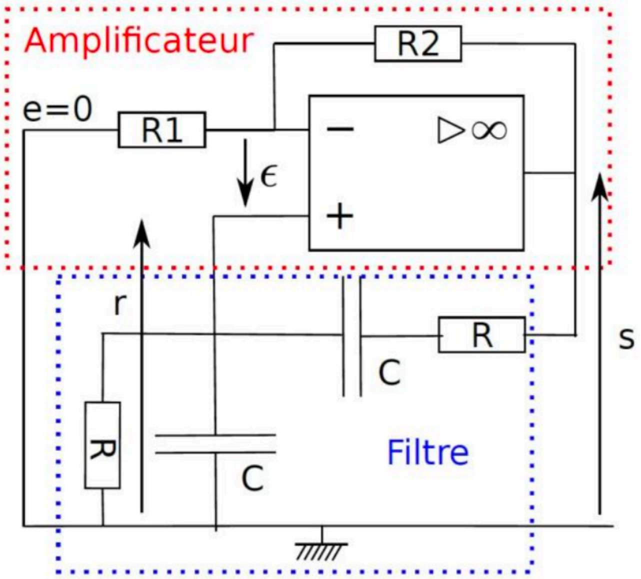
A. De l'instabilité aux oscillations

Pour des systèmes linéaires, les solutions s'écrivent comme une combinaison linéaire de fonctions en e^{rt}. Si Re(r)<0, on comprend qu'on aura un système instable. Pour un système bouclé, l'écriture de l'équation linéaire en réinjectant cette forme de solutions donne :

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i s}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j e}{dt^j} \quad \rightarrow \quad \sum_{i=0}^{n} a_i r^i s = \sum_{j=0}^{m} b_j r^j e \quad \text{donc} \quad H = \frac{s}{e} = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j r^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i r^i}$$

Le système bouclé est stable si les pôles sont négatifs (ou de partie réelle négative). Si on écrit cette condit ion avec HFTBF, on trouve la condition : $1 + \underline{A}(j\omega)\underline{\beta}(j\omega) = 0$

B. Oscillateurs quasi-sinusoïdaux : pont de Wien



On considère le pont de Wien (cf. cours de Jérémy). La condition s'écrit ici $1 + \underline{A}(j\omega)\underline{\beta}(j\omega) = 0$ (on change le signe du comparateur). C'est la condition de Barkhausen, valable pour une pulsation ω donnée.

Dans le pont de Wien, on a deux parties: une partie filtre qui sélectionne ω (avec une certaine largeur) et une partie qui l'amplifie.

La fonction de transfert du filtre est celle d'un passe-bande avec Q = 1/3 et ω_0 = 1/RC. C'est lui qui joue le rôle de β. A est la fonction de transfert de l'ALI, égale à $(R_2 + R_1)/R_1$.

La condition de Barkhausen est remplie pour $\omega = \omega_0$ et $R_2 = 2R_1$

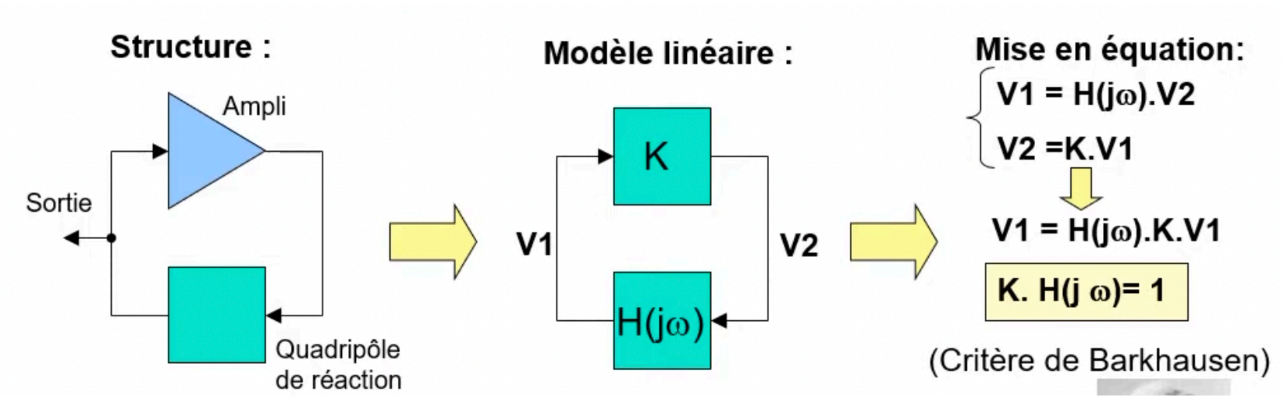
Experience : Pont de Wien

Conclusion

Ouverture sur les lasers

Un oscillateur est un dispositif électronique générant un signal de sortie de forme d'onde sinus/ carré/triangle .. et parfaitement défini en fréquence et en amplitude. Ex: Faire clignoter une LED ou produire un son sur un haut-parleur.

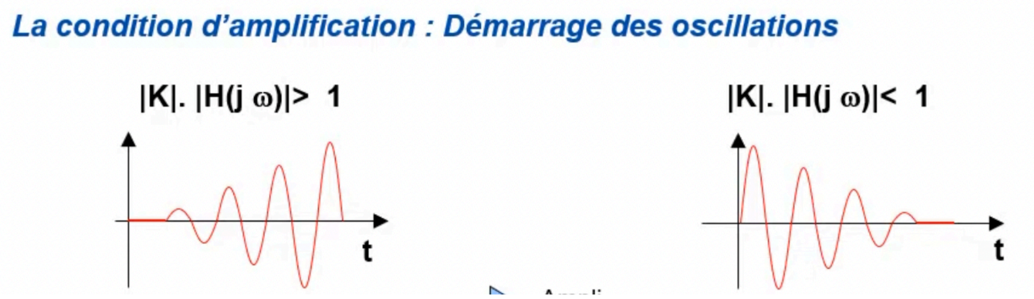
La catégorie d'oscillateur qui nous intéresse ici est celle des oscillateurs à boucle de réaction qu'on appelle oscillateurs quasi-sinusoïdaux. Dans ce type d'oscillateur on trouve un système bouclé composé d'une part d'un amplificateur et d'un quadripôle de réaction qui est souvent un filtre de nature passe-bas ou passe-bande. On obtient en sortie de ce quadripôle (donc à l'entrée de l'amplificateur) un signal quasiment sinusoïdale.
Cette configuration donne naissance à un autre type qui est l'oscillateur à résistance négative.



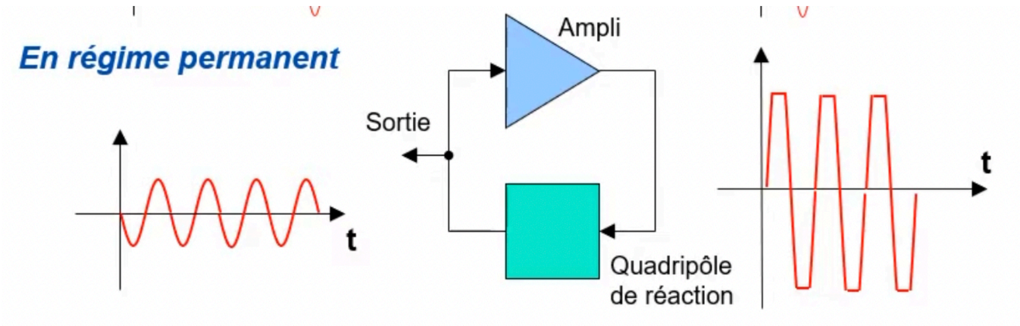
Avec K facteur d'amplification. La 1ère solution est V1=0 sauf qu'en réalité on a toujours une fluctuation liée au bruit électronique donc cette solution n'existe pas.
Pour la résolution on a 2 méthodes :

$$\begin{cases} |K|.\,|H(j\,\omega)| = 1 \\ Arg(K) + Arg(H(j\,\omega)) = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} Re[K.H(j\,\omega)] = 1 \\ Im[K.H(j\,\omega)] = 0 \end{cases}$$

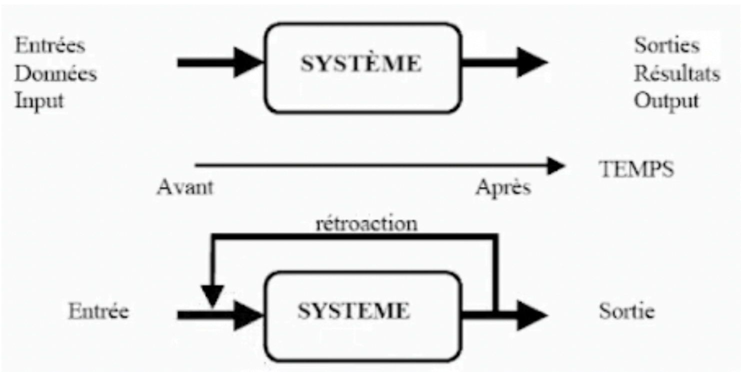
Et on aboutit à 2 résultats : Le 1er nous donne la fréquence d'oscillation et le 2nd nous donne une valeur de K limite (condition sur l'amplification pour que l'oscillateur puisse fonctionner).
Il faut choisir une valeur K > limite pour que les oscillations appraissent sinon ils s'éteignent automatiquement.



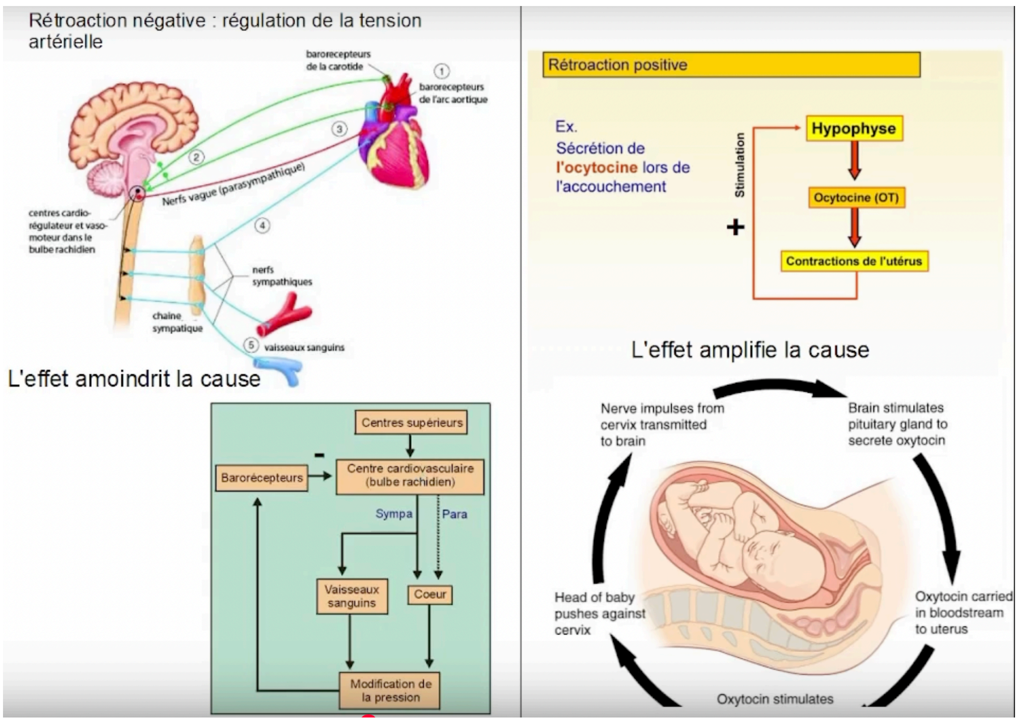
Quand les oscillations apparaissent, l'amplitude du signal augmente rapidement et la sortie de l'amplitude se retourne à un moment donné en saturation. Comme le filtre du quadripôle est de nature passe-bas ou passe-bande suffisamment sélectif, les harmoniques du signal de sortie de l’amplificateur sont filtrées et on obtient alors un signal sinusoïdal en entrée de l’amplificateur. On se retrouve alors en régime permanent de fonctionnement de cet oscillateur.



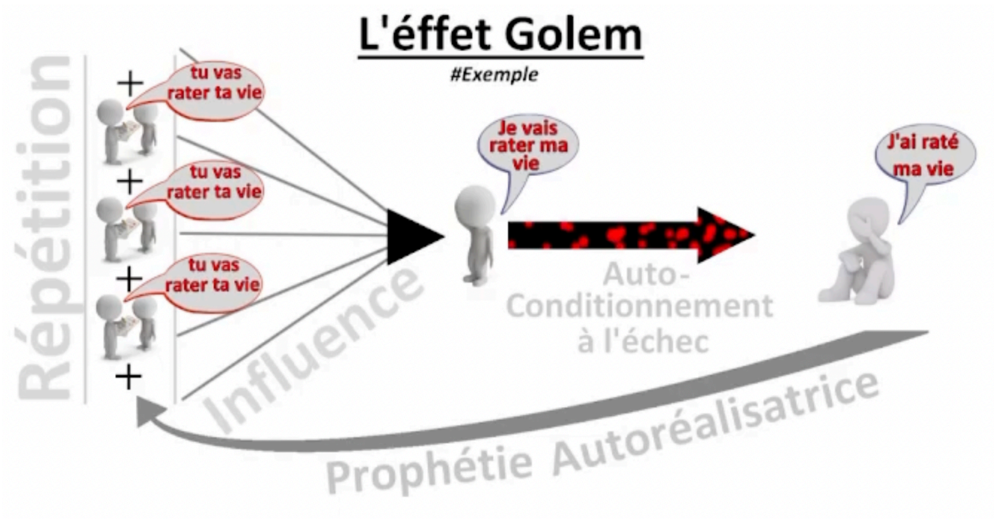
La rétroaction est un processus dans lequel un effet intervient aussi comme agent causal sur sa propre origine.
Cette rétroaction peut s’exercer positivement et négativement.



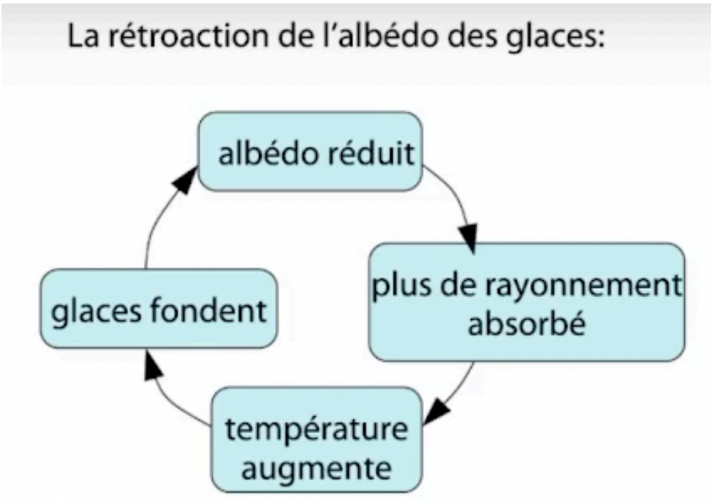
On peut pas avoir de régulation si on n’a pas de rétroaction .. si on n’a pas d’information sur l’effet qu’on produit donc on peut pas le modifier



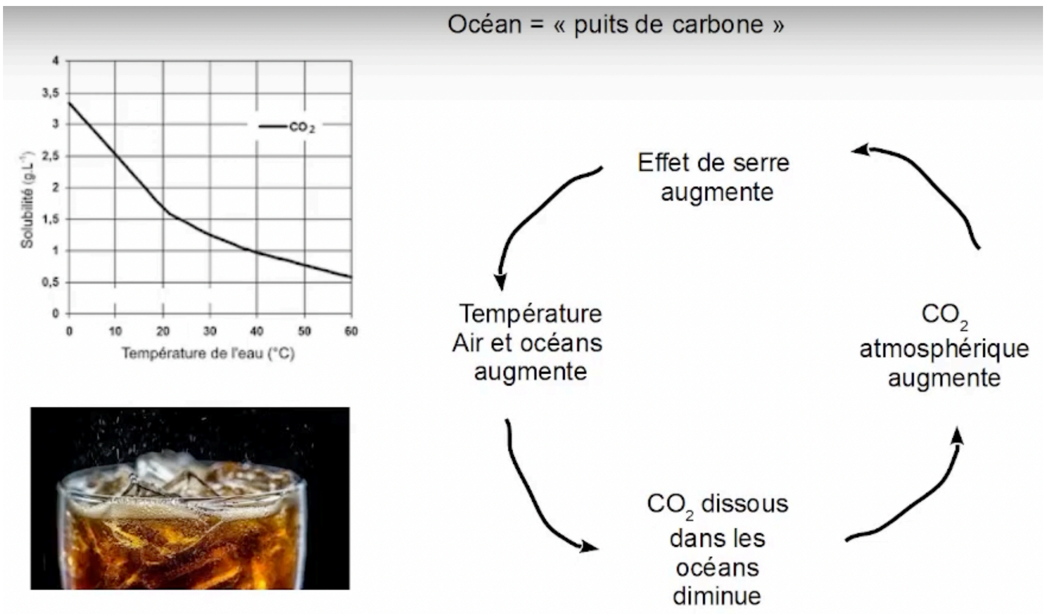
Autre exemple d'une boucle de rétroaction positive (donc s'amplifie) en psychologie :
A force d'engueuler les gens et leur dire qu'ils font mal donc ils font de plus en plus mal



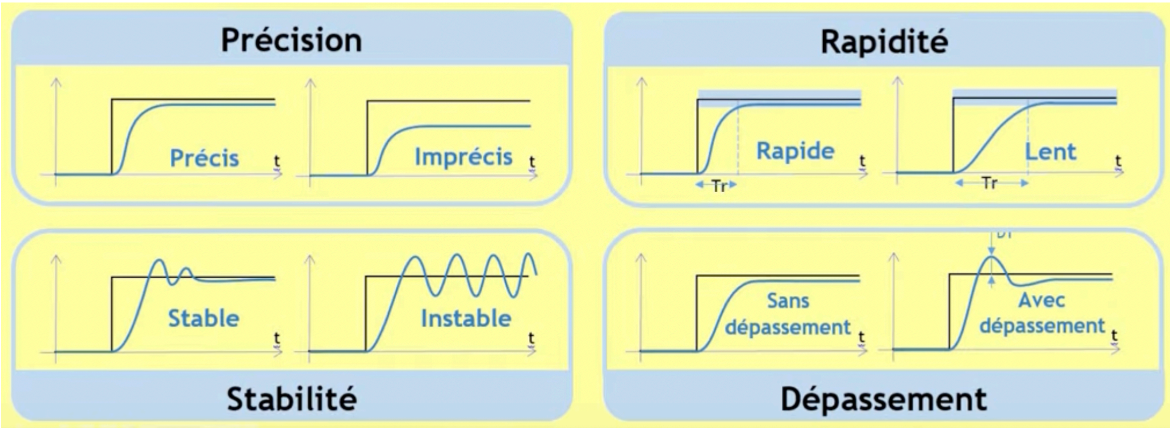
Autre exemple d'une boucle de rétroaction positive (donc s'amplifie) en climat :
(Albedo des glaces est plus élevé que celui des océans)



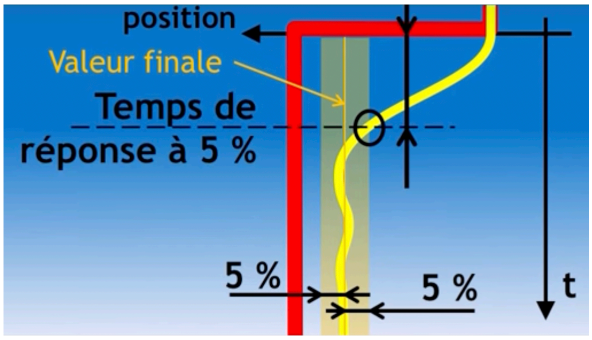
Autre exemple positif: On peut dissoudre CO2 dans l'eau (donc dans les océans). Et plus T diminue plus la solubilité augmente. Donc un puit de carbone car une partie du CO2 va dans l'océan. Un autre puit de carbone dans la nature est la végétation. Sauf que quand T augmente cela diminue.



Un conducteur roule sur une voie. Cette voie est la consigne. Si la voiture s’écarte à gauche de la consigne, donc le conducteur tourne le volant à droite jusqu’à trouver un écart satisfaisant entre la réponse (de la voiture) et la consigne.
Comment est-ce qu’on évalue que l’écart entre la consigne et la réponse est satisfaisant ?
Pour le déterminer, on définit des critères de performances qui sont 4.

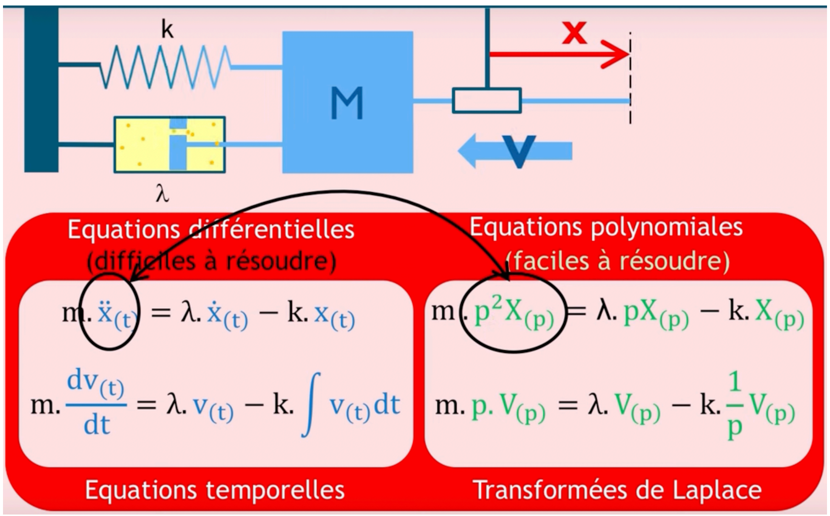


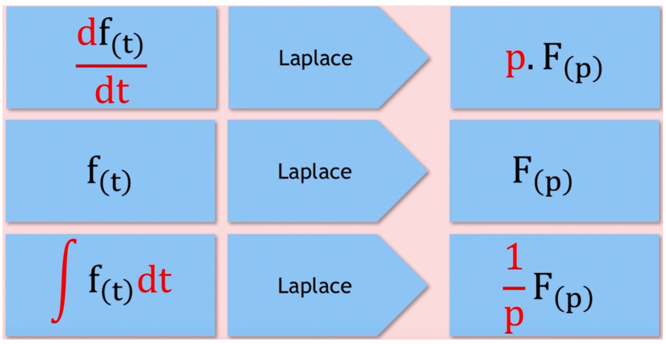
Le dépassement peut être dangereux dans notre cas de voiture sur autoroute. Pour la rapidité, le système peut répondre rapidement mais mettre du temps à se stabiliser complètement donc le temps de réponse est difficile à être évalué. On parle alors d’un temps de réponse à 5%. Le temps de réponse est alors mis pour atteindre 95% de la valeur finale.



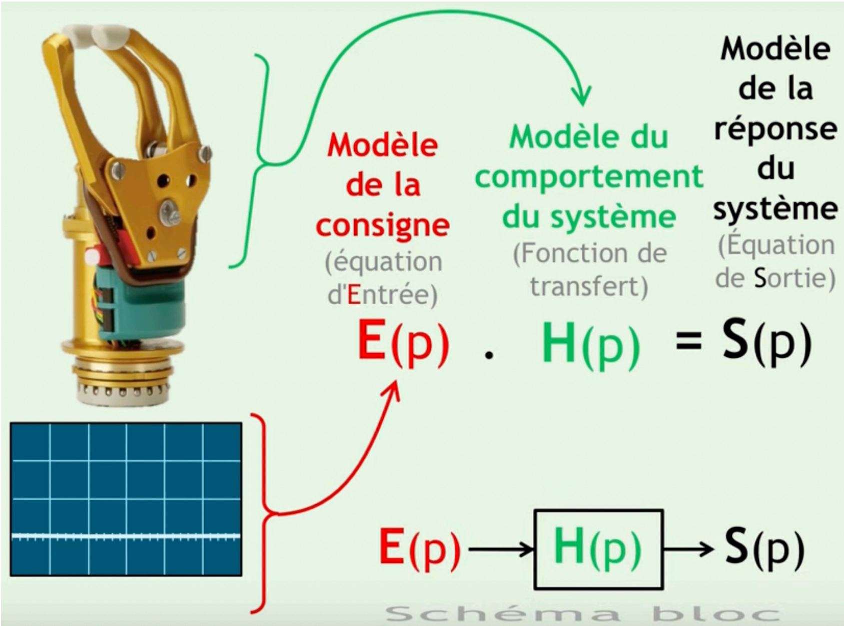
Le système est dit instable si l’écart entre le système et la position finale ne fait que grandir. On tourne le volant fortement à droite donc on dépasse la consigne donc on tourne fortement à gauche et on redépasse et la voiture devient incontrôlable.

Comment anticiper ces performances ? On établit un modèle de calcul pour avoir une équation qui décrit le comportement du système. Cette équation s’appelle la fonction de transfert.
Si c’est dur de faire un modèle de calcul, on fait des expériences et par identification on trouve une fonction de transfert.
On se sert de la fonction de transfert pour programmer le système.
Ex: système attaché à un ressort et amorti par amortissement fluide donc on applique le PFD :

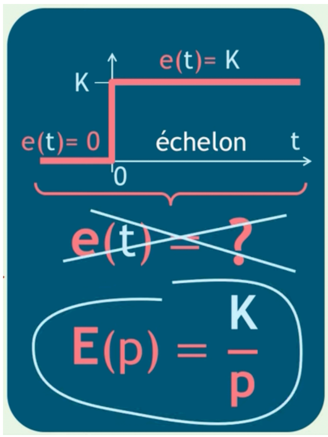


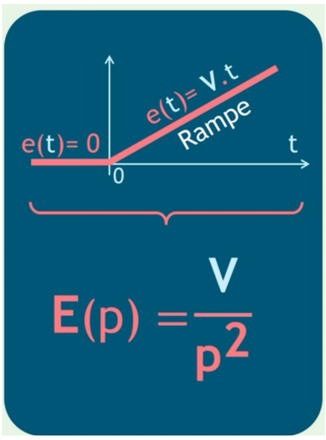


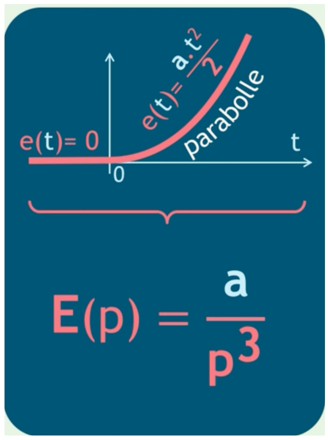
Grâce aux transformées de Laplace, on peut facilement modéliser un système asservi. Mais ce n'est pas suffisant car un même système peut être commandé de différentes manières donc peut avoir plusieurs consignes différentes (signal carré/ triangle/ ..). Il faut alors modéliser aussi la consigne. La réponse du système S(p) sera alors égale au produit de l'équation du système H(p) par celui de la consigne E(p). Cette équation peut être représentée par un schéma bloc.

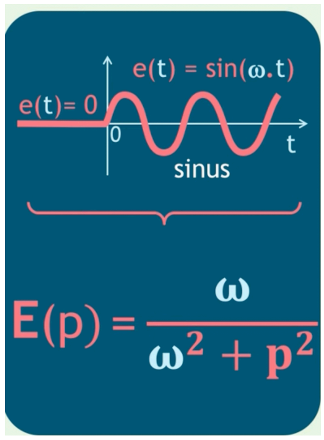


Si la consigne est un échelon. Dans le domaine temporel c'est impossible de modéliser mais dans le domaine de Laplace c'est facile. La consigne peut varier uniformément donc c'est une rampe. La consigne peut aussi être une accélération (une parabole)

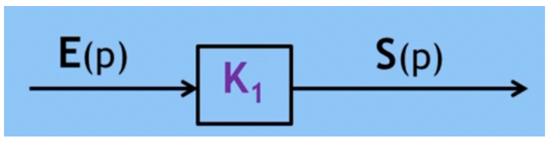




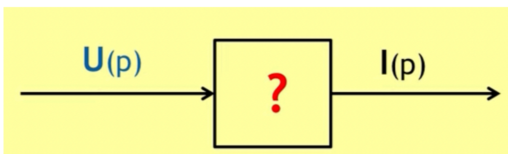




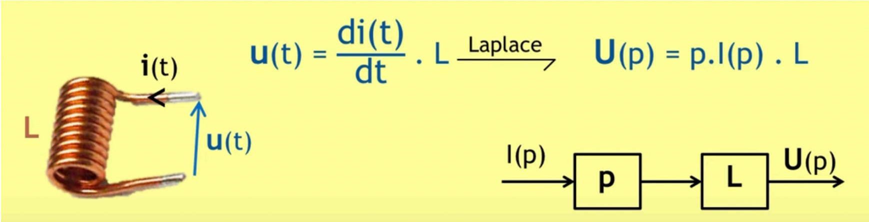
Maintenant pour la fonction de transfert : Soit le schéma bloc élémentaire suivant. L'équation de ce bloc est $E(p) \times K_1 = S(p)$ donc la fonction de transfert de ce bloc est $H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = K_1$



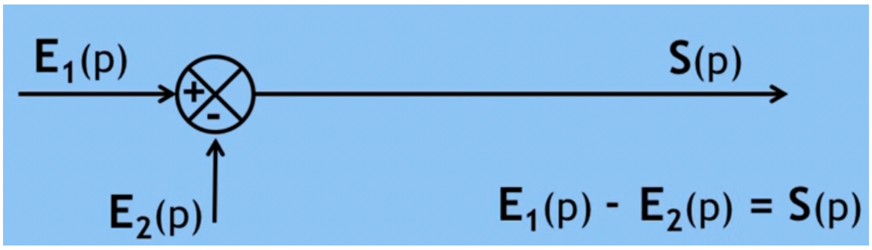
Ex: Résistance électrique et on souhaite connaître la fonction de transfert qui transforme u (tension aux bornes) en i (courant la traversant). L'équation temporelle est $u(t) = Ri(t)$ donc TL est $U(p) = RI(p)$ donc $H(p) = \dfrac{1}{R}$



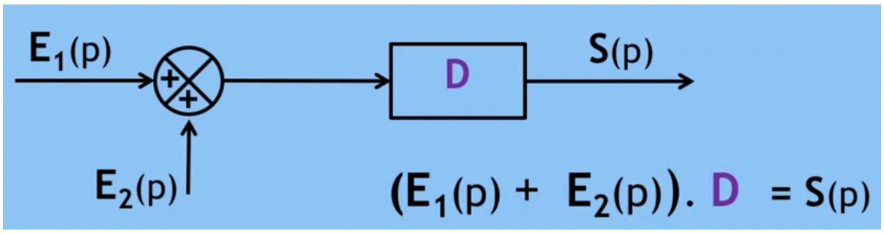
Si on a 2 bloc en série donc $E(p) \times K_1 \times K_2 = S(p)$ et donc $H(p) = K_1 \times K_2$
Ex : bobine d'inductance L : La 1ère fct transfert est p et la 2ème sera L.



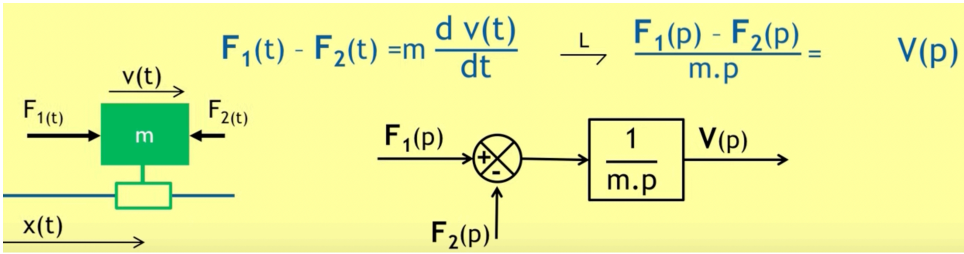
Si on veut additionner ou soustraire des grandeurs on utilise ce bloc :



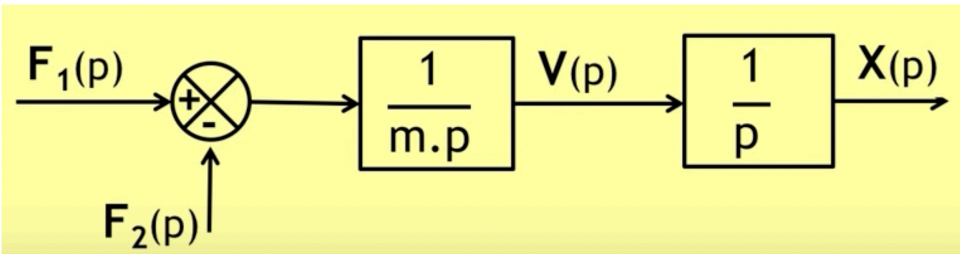
Si on associe cet additionneur à un bloc contenant une fonction de transfert :



Ex :

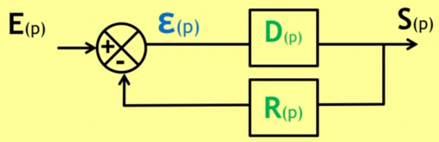


On peut aussi ajouter une intégration pour obtenir X(p) :



Le principe essentiel des asservissements est de constituer des systèmes en boucle fermée. La sortie dépend alors de l'écart entre la consigne et la sortie. L'écart entre l'entrée et la sortie est noté $\epsilon(p)$ et s'appelle l'erreur. La fonction de transfert entre $\epsilon(p)$ et $S(p)$ est appelée la chaîne directe $D(p)$. La fonction de transfert dans la boucle est notée $R(p)$.

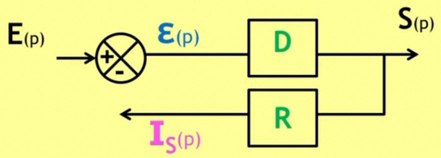
C'est la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF). C'est la formule de Black.



$$\underbrace{(E_{(p)} - S_{(p)}.R)}_{\varepsilon_{(p)}}.D = S_{(p)}$$

$$\frac{S}{E} = \frac{D}{1+DR}$$

On peut aussi exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte avec $I_S(p)$ l'image de la sortie.
C'est la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO).



$$\varepsilon_{(p)}.R.D = I_{S(p)} \qquad \frac{I_S}{\varepsilon} = D.R$$

Fonction de transfert

$$H_{(p)} = \frac{K}{1 + Ap}$$

1er ordre

Fonction de transfert

$$H_{(p)} = \frac{K}{1 + Ap + Bp^2}$$

2ème ordre

Donc classe 0

Si on peut factoriser le dénominateur par p

Fonction de transfert

$$H_{(p)} = \frac{K}{p^1(1 + Ap + \dots + Dp^n)}$$

Classe 1 — Donc ordre (n+1)

Fonction de transfert

$$H_{(p)} = \frac{K}{p^2(1 + Ap + \dots + Dp^n)}$$

Classe 2 — Donc ordre (n+2)

Un système de classe m possède m intégrations (car l'intégrale d'une fct s'écrit 1/p fois cette fct).
Donc la forme canonique de la FT (fct transfert) :

Cas général

$$H_{(p)} = \frac{K}{p^\alpha} \cdot \frac{1 + \cdots + B\,p^m}{1 + \cdots + A\,p^n}$$

avec

- α = classe
- $n+\alpha$ = ordre
- K = gain statique de la FT

1er ordre

$$H_{(p)} = \frac{K}{1 + \frac{1}{\omega_0}p}$$

ω_0 = fréquence propre ou fréquence de coupure

2ème ordre

$$H_{(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

ξ = facteur d'amortissement (aussi souvent noté "m" ou "z")

Questions

Quel rapport entre le pont de Wien et les lasers ?
Il y a une cavité qui sélectionne une longueur d'onde et qui amplifie ensuite.

Comment est concrètement cette cavité ?
Un milieu semi-réfléchissant ne laisse passer que la fréquence désirée. Il y a, comme pour la corde de Melde, des conditions aux limites qui imposent les fréquences. Pour l'amplification, on fait un pompage (on injecte de l'énergie qui maintient le niveau d'énergie constant à l'intérieur).

Justifie l'amplitude des oscillations du pont de Wien.
Cela correspond grosso modo à l'amplitude de l'alimentation continue, 24 V (en réalité il y a une petite différence). On ne peut pas respecter Barkhausen exactement donc on se place légèrement au-dessus. L'amplitude du sinus devrait alors être « infinie ». On est alors limité par la tension maximale délivrable par l'A.O., qui est celle de l'alimentation continue.

Alors on est dans le cas où l'A.O. n'est plus en régime linéaire ! C'est grave ?
Il sature par moments, mais comme on oscille on a une plage de valeurs où on est en régime linéaire. On oscille entre deux états non-linéaires qui sont instables (ouf).

Pourquoi des résistances R_1 R_2 aussi élevées ?
J'ai voulu rendre les autres résistances négligeables devant celles-là, même si en pratique ça ne change pas grand chose.

Tu as lu la fréquence sur “meas” avec l'oscilloscope. Comment mesurer autrement et faire mieux ?
Il faut jouer sur la base de temps. On peut par exemple faire une transformée de Fourier avec l'oscilloscope. Ça va permettre de s'affranchir des fréquences parasites (on est quasi-sinusoïdal) et même d'avoir l'incertitude sur la fréquence avec la largeur du pic.

Pourquoi on a d'autres fréquences ? Lesquelles ?
Le filtre de Wien a une certaine bande passante, d'où une certaine largeur en fréquence. Il y a aussi des harmoniques à cause de la saturation, inévitable.

Sur quelle source tu trigges, là ? Le signal a l'air d'onduler un peu... (on y revient à la fin)
Sur le signal lui-même, pas sur EDF. (Donc le 50 Hz n'explique pas l'ondulation)

Le réchauffement climatique est un bon exemple. Tu as parlé de boucles positives et négatives, peux-tu élaborer ?
Les activités humaines modifient la température moyenne de la Terre, qui rétroagit sur le système Terre. On peut avoir deux types de rétroaction. Positive lorsqu'une augmentation induit une autre augmentation, négative lorsqu'une augmentation a tendance à faire diminuer.
En fait, c'est un peu pareil que les entrées de l'A.O. ! Si on a un processus qui est « branché sur l'entrée inverseuse », la boucle de rétroaction est négative, on ne diverge pas (c'est le régime inéaire). Mais s'il est branché sur « l'entrée non inverseuse », elle est positive et on va diverger (en pratique, on sature).
[Cette vision des choses énerverait les climaticiens parce que super simple, mais c'est l'idée]

Que représentent les flèches sur un schéma-bloc ?
Elles permettent de donner une convention sur le sens d'écriture des fonctions de transfert. Elles ne signifient pas le sens des échanges d'énergie.

La précision est l'écart entre la consigne et la sortie. Que faire si ce sont des grandeurs physiques différentes ?
On compare à la valeur attendue si la consigne est respectée. Il y a un facteur de conversion.

La définition de la stabilité est problématique. Tous les signaux physiques sont bornés...
On ne peut en effet pas avoir une énergie infinie. Quand on est instable, on arrive au bout d'un moment à une valeur qui dépasse les modèles qu'on a. Des non-linéarités apparaissent et il faut changer de modèle.

Explique le programme Python que tu as fait.
J'ai pris une fonction qui correspond à un système d'ordre 2, et j'ai modifié ses paramètres : par exemple l'étude de la stabilité correspond à changer Q, ... C'est un programme purement pédagogique.

Tu as dit qu'un système bouclé n'est pas linéaire. Serais-tu prêt à l'affirmer de nouveau ?
J'ai dit des bêtises à l'époque, c'est juste que quand on boucle le système ça se complique... Il est bouclé mais toujours linéaire.

C'est qui r ?
Ce sont les racines de l'entrée. Mais on se moque de leur valeur, on s'intéresse uniquement aux pôles de la fonction de transfert.

Pour un bon oscillateur quasi-sinusoïdal, comment doit être le gain de la fonction de transfert du filtre ?
Ici Q=1/3, c'est un peu nul en vrai : $\Delta\omega = \omega_0/Q = 3\ \omega_0$. On fait donc passer aussi de très basses fréquences, entre 0 et 3/2 ω_0. Il faudrait un gros Q.

Et concrètement ?
On peut mettre un quartz.

Y a-t-il d'autres critères que celui de Barkhausen ?
Le critère du revers.

Que faire en non-linéaire comme oscillateurs ?
Les oscillateurs à relaxation.

Sur l'oscilloscope on voit des ondulations à basse fréquence...
Il faut tracer le diagramme de Bode de β A et pas seulement de β ! Les fréquences amplifiées vérifient $G_{dB} > 0$. On observe alors des battements à cause des fréquences voisines qui passent.