

# Traitemennt d'un signal. Étude spectrale

**Niveau :**

**Pré-requis :**

- Électrocinétique
- Séries de Fourier et TF

**Bibliographie :**

- Traitement des signaux et acquisition de données Francis Cottet, DUNOD
- Physique tout-en-un PCSI, DUNOD, 2016
- Physique tout-en-un PSI-PSI\*, DUNOD, 2020

## Introduction

Définition d'un signal : quantité mesurable qui code une information dans ses variations temporelles (ou spatiales si traitement d'image).

Exemple : le son qui encode le sens des phrases, fibre optique en télécommunication.

Deux types de signaux : déterministes ou aléatoires. Ici on étudie uniquement les signaux déterministes.

**passer de x continu à discret -> quantification du signal**

**passer de t continu à t discret -> on échantillonne le signal**

## I. Acquisition du signal

### A. Chaîne d'acquisition

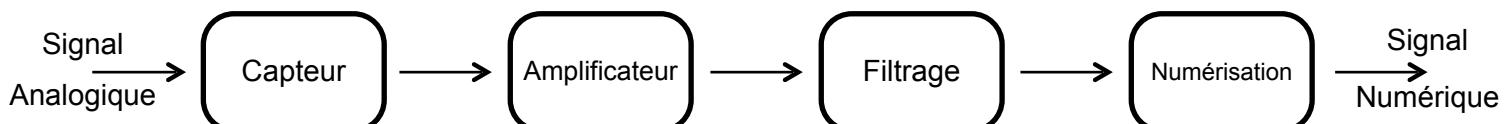
On travaille avec des signaux périodiques de fréquence  $f$  et de période  $T = \frac{1}{f}$  :

$$s(t) = A \cos(2\pi f T)$$

2e chose importante pour notre étude est la série de Fourier pour un fonction  $f(t)$ :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(f) e^{in\omega t} \quad \text{tel que } \omega = 2\pi f$$

On se limite aux signaux périodiques pour simplifier l'étude.



On aura un signal sur une forme analogique. Dans l'exemple de la radio, il est en forme électromagnétique. On ajoute l'étape filtrage car notre signal peut être bruité.

Quand notre signal est amplifié et tout propre nous pouvons le numériser pour obtenir un signal numérique. On peut faire le sens inverse pour obtenir un signal analogique.

$$\text{Signal reçu : } s(t) = \sum_{i=0}^{\infty} S_i \cos(\omega_i t + \phi)$$

## B. Modulation en amplitude

Multiplication du signal d'une porteuse et du signal utile -> permet d'envoyer l'information sur des grandes distances (mettre ordre de grandeur)

Signal utile :  $S_u(t) = A + B \cos(\omega_1 t)$  où A est l'offset du signal et B l'amplitude du signal

Signal porteuse :  $S_p(t) = \cos(\omega_0 t)$

Signal modulé en amplitude :  $S_m(t) = S_p(t) * S_u(t)$

Comment récupérer le signal utile ?

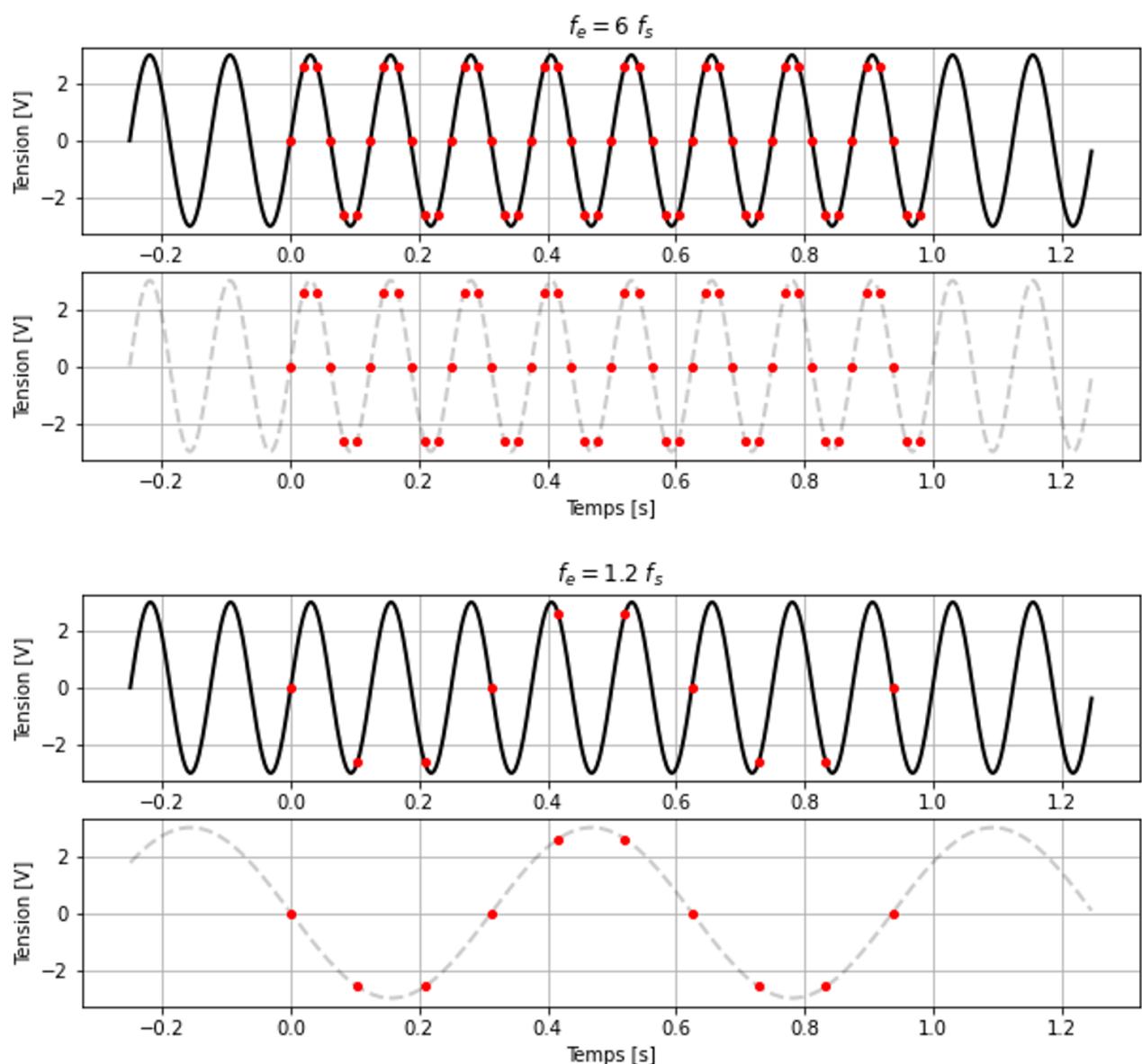
## C. Échantillonnage

Comment réaliser une numérisation ? Passage d'un signal continu à un signal discret

On aura donc un signal réel et on va récupérer des points sur la courbe à intervalle

régulier. L'intervalle est  $\frac{1}{f_e}$  tel que  $f_e$  est une fréquence d'échantillonnage.

Définition : Prélèvement des valeurs d'un signal à intervalles définis (à une certaine fréquence). Mais on ne peut pas choisir n'importe quelle fréquence.



## (voir script)

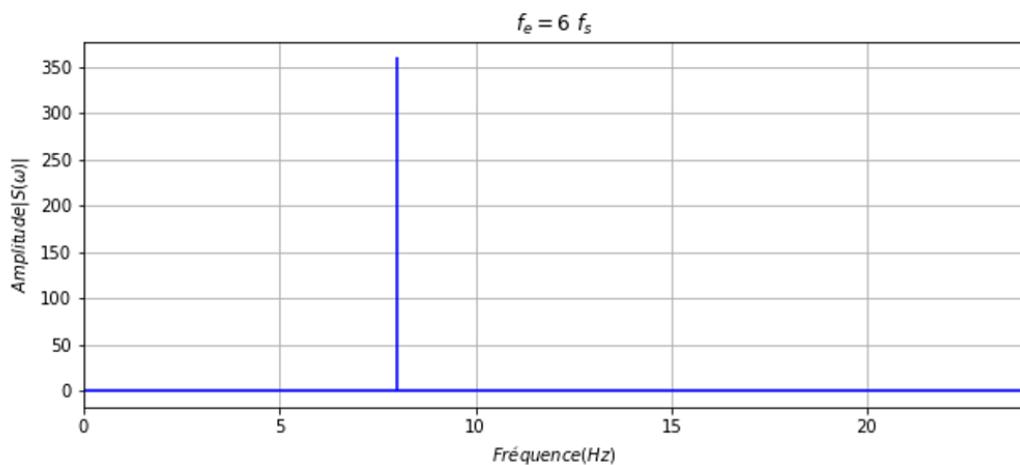
Dans la 2e figure, on perd l'information du signal de base. Pour ne pas perdre l'information du signal de base, on doit respecter le critère de Nyquist-Shannon :  $f_e \geq 2f_s$

Difficile de visualiser l'information du signal échantillonné dans le domaine temporel donc on passe en domaine spectral (en fonction des fréquences)

## II. Analyse spectrale

### A. Transformée de Fourier

Pour passer d'un signal temporel  $s(t)$  à un signal spectral  $s(\omega)$  : où  $N$  est le nombre de points échantillonnés. **Voir annexe**



Application de la transformée de Fourier au signal modulé (FFT de l'oscilloscope)  
Illustration du spectre du signal modulé où on retrouve les fréquences attendus avec les bons rapports d'amplitude.

### B. Démodulation du signal

Expérience de démodulation synchrone pour obtenir le signal suivant :

$$S_d(t) = A \left[ 1 + \frac{B}{A} \cos(\omega_1 t) \right] \cos(\omega_0 t) * A' \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Le signal possède une composante continue et 4 fréquences dont celle du signal modulant.

Pour l'isoler, on réalise un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c$  comprise entre  $f_1$  et  $2f_0 - f_1$

### C. Limite de l'analyse spectrale

Repliement de spectre

# Questions

**Question : Pourquoi on a besoin de numériser ? C'est quoi analyseur de spectre ? Pourquoi on a besoin d'avoir des valeurs discrètes ?**

Réponse : Pour stocker les signaux analogiques (en 0 et 1) et on peut faire tous les traitements qu'on veut par les calculs. Comme pour analyser les fréquences dans un spectre donné ..

**Question : C'est quoi un bruit ? Un bruit aléatoire ? Comment caractériser un bruit ? Le CMB était un bruit alors que c'est un signal qui nous intéresse ..**

Réponse : C'est pas le signal qui nous intéresse. Si c'est un bruit aléatoire on peut la caractériser par un spectre de bruit. Il peut être un bruit blanc .. etc. Connaissant son type on peut appliquer le filtre convenable. Le bruit peut être beaucoup plus important que le signal.

**Question : C'est quoi le CMB ? Décris la photo du slide (carte du CMB) et explique les couleurs**

Réponse : On trouve que l'univers à l'époque est hétérogène

**Question : Pourquoi se restreindre dans le cadre sinusoïdal ? Pourquoi on choisit un cosinus dans la représentation du signal ?**

Réponse : pour respecter le programme de PSI. Car la somme des signaux en cos représentent un signal périodique .. et la TF d'une somme est la somme des TF donc c'est le côté linéaire de la TF

**Question : Qu'est-ce que ça veut discret (pour un signal numérique) ?**

Réponse : *nombre fini de points représentant le signal*

**Question : la TF discrète, qu'est-ce qu'elle a de discret ?**

Réponse : On obtient 1 raie pour un 1 signal. Dans la formule, le temps est discret et donc nous pouvons le remplacer par  $t_n$  dans la somme.

**Question : C'est quoi la FFT ? Le résultat de la FFT est un résultat continu ou discret ?**

Réponse : *algorithme de calcul rapide de la TFD, donnant un nombre fini de nombres représentant l'amplitude du spectre du signal*

**Question : Pourquoi le pic de la TF est large ? Comment on peut raffiner la raie ?**

Réponse : car le signal qu'on récupère est fini et pas infini. Donc c'est le signal d'entrée multiplié par une porte. C'est le fenêtrage du signal. Le TF s'applique au signal mais aussi à cette porte qui donne un  $\sin^2_c$ . Pour rétrécir la raie il faut augmenter la largeur de la porte mais les pieds du  $\sin_c$  vont augmenter.

**Question : Comment respecter Nyquist-Shannon sur un signal périodique (Somme de signaux) ?**

Réponse : il faut que  $f_e$  soit  $\geq f_{s,i}$  de tous les signaux  $i$  formant le signal périodique qu'on étudie.

$\omega$  c'est des multiples du fondamentale donc on choisit pas les  $f_{s,i}$  n'importe comment.

**Question : Critère de Shannon est empirique ? C'est quoi les hypothèses ?**

*Réponse : c'est un vrai théorème mathématique, très peu d'hypothèses mathématiques*

## Questions sur la Manip

**Question : Comment changer la  $f_e$  sur oscilloscope ?**

*Réponse : On modifie l'échelle temporelle. Si on choisit  $f_e$  donc on voit bien qu'il n'y a pas de raies fantômes car les 2 signaux respectent le critère de Nyquist-Shannon.*

*Si on baisse  $f_e$ , le pic fantôme apparaît*

**Question : Pourquoi t'as choisi de mettre le câble au milieu de la R à décade et pas au bout ?**

*Réponse : Pour ne pas ajouter une R des câbles intérieurs de la boîte. Cela peut avoir qq Q ce qui est gênant car là R choisie est petite.*

Commençons par nous intéresser à un signal  $x(t)$  T-périodique. On peut alors écrire ce signal comme une sommes de sinus et de cosinus : il s'agit de la décomposition en série de Fourier du signal :

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(2\pi n \frac{t}{T}\right) + b_n \sin\left(2\pi n \frac{t}{T}\right)$$

Le terme de plus basse fréquence ( $n=0$ ) correspond au fondamental.

Les suivants sont les harmoniques.

Les coefficients sont :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega t) dt \quad \text{et} \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega t) dt$$

Signal créneau (carré) : une fonction impair donc sa série ne contient que des sinus.

$$f(t) = \sum_{n=1, n \text{ impair}}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin(n\omega t)$$

Signal triangulaire : une fonction pair donc sa série ne contient que des cosinus.

$$f(t) = \sum_{n=1, n \text{ impair}}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 n^2} \cos(n\omega t)$$

Si ni pair ni impair donc les 2 contributions apparaissent

### L'animation Python :

En rouge : la fonction théorique (triangle ou créneau) / en bleu : l'approximation par série de Fourier à N termes.

Plus N augmente Plus l'approximation devient précise. Mais pour un signal discontinu comme le créneau, tu vois apparaître un effet de sursaut aux discontinuités (phénomène de Gibbs)

A droite on voit 2 graphes :

En haut : valeurs des coefficients du triangle  $|a_n|$ . seuls les cosinus pairs sont non nuls en plus décroissance rapide ( $1/n^2$ )

En bas : valeurs des coefficients du créneau  $|b_n|$ . seuls les sinus impairs sont non nuls et décroissance plus lente ( $1/n$ )

Cela montre comment chaque harmonique contribue à l'approximation.

Donc le triangle est plus "lisse" → il converge plus vite.

Le créneau a des discontinuités → convergence plus lente + oscillations résiduelles

Comme tout signal réel est borné dans le temps (et en amplitude + intégrable), tout signal réel possède bien une transformée de Fourier.

Un Dirac par exemple n'est pas borné en amplitude et sin pas borné temporellement mais on dit que la TF existe au sens des distributions

TF( $\cos$ )=Dirac et TF( $\text{Dirac}$ )=1

$$X(\omega) = TF[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\text{Et TF inverse : } x(t) = TF^{-1}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{+i\omega t} d\omega$$

pour des signaux réels (borné dans le temps), la transformée de Fourier est continue.  
Pour des signaux parfaitement périodique (et donc non borné dans le temps), la transformée de Fourier prend la forme d'une somme de Dirac.

Pour la TF discrète : Soit un signal  $x(n)$  échantillonné sur N points (de 0 à N-1)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} \quad \text{avec } k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

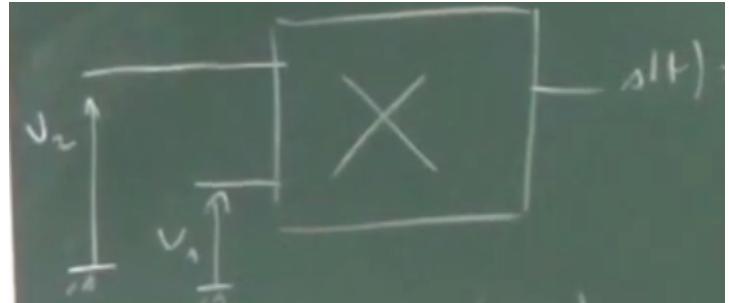
$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{+i\frac{2\pi}{N}kn}$$

La multiplication de 2 signaux est importante car elle permet de translater des basses fréquences. Par exemple quand on écoute la radio on veut pouvoir changer de chaînes c'est ce qu'on appelle le multiplexage. Chaque radio (que ce soit en modulation de fréquence ou d'amplitude) est caractérisée par la fréquence de la porteuse et elle translate dans les hautes fréquences, les basses fréquences. Car tout le monde émet des sons entre 20Hz et 20kHz et pour les signaux video on utilise une plage entre 50Hz et 6MHz. Il faut donc translater toutes ces fréquences pour pouvoir transporter plusieurs chaînes (radio ou TV) en même temps.

La modulation d'amplitude n'est pas la plus pratique ni la moins sensible aux bruits mais la plus pédagogique et qu'on trouve plus dans le programme PSI (je pense).

L'idée est de multiplier  $u_1$  et  $u_2$  et les diviser par une certaine constante  $k$  donc  $s(t) = u_1(t) * u_2(t) / k$   
Avec  $k$  s'exprime en Volt.

Pour mesurer ce  $k$ , on multiplie un signal sinusoïdal par une tension constante et on observe par l'oscillo.

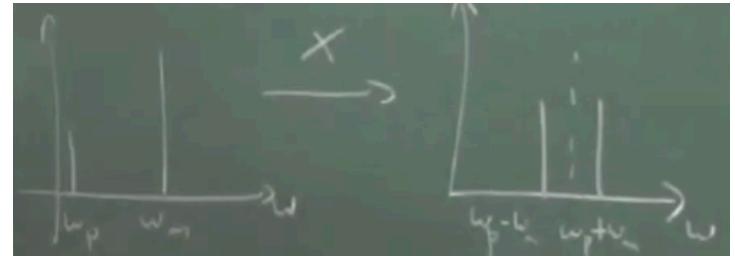


**Attention :** le multiplicateur a une masse

flottante à connecter à l'alimentation  $\pm 15$  (pas relié à la Terre comme le GBF et l'oscillo)  
On voit que la tension de sortie est 10 fois moins que  $u_1 * u_2$  donc  $k = 10V$ .

On multiplie une porteuse par une modulante. On modélise ici par 2 signaux sinusoïdaux car tout signal complexe dans la nature peut être décomposé en une somme de signaux sinusoïdaux par analyse de Fourier.

$$s(t) = A \cos(\omega_p t) \cos(\omega_m t + \phi) \text{ donc}$$



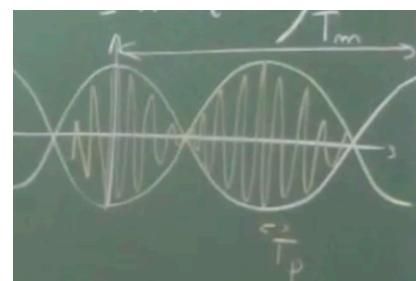
$$s(t) = \frac{A}{2} \left[ \cos[(\omega_p + \omega_m)t + \phi] + \cos[(\omega_p - \omega_m)t - \phi] \right]$$

Alors l'objectif est réalisé, on a bien translété  $\omega_m$  de la basse fréquence à la zone des hautes fréquences. On a 2 cos avec des fréquences proches car la fréquence de la modulante est très petite devant celle de la porteuse (donc porteuse varie très rapidement et modulante varie très lentement)  
→ phénomène des battements

Avec l'enveloppe la modulante  $\omega_m$  et à l'intérieur la porteuse  $\omega_p$ .

Entre la période de la modulante et du signal modulé il y a un facteur 2 car l'enveloppe contient le  $\pm A \cos(\omega_m t)$ .

(On voit bien que  $T_m$  est 2 fois la période des battements)



On peut pas démoduler ce système par un détecteur de crête car il nous donnera que l'enveloppe supérieure qui n'est pas la sinusoïdale modulante. On fera alors une démodulation par détection synchrone.

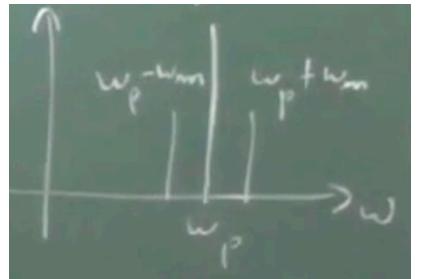
Si c'est un signal modulé en amplitude à porteuse conservée (donc on met un offset dans modulante) alors là on démodule par détecteur de crête.

En ajoutant l'offset  $U_0$  :

$$s(t) = A \cos(\omega_p t) [U_0 + U_1 \cos(\omega_m t)] = A U_0 \cos(\omega_p t) [1 + m \cos(\omega_m t)]$$

Et on obtient  $m$  qui est l'indice de modulation. Pour régler cet indice, soit on change l'amplitude de la sinusoïde  $U_1$  (la modulante) ou bien on joue sur la composante continue de la modulante  $U_0$  (changer Volt Offset)

**Attention** : Il faut ajouter cette composante continue sur la modulante et pas la porteuse.



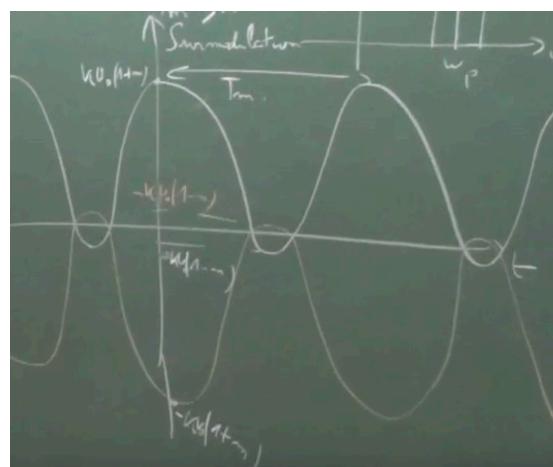
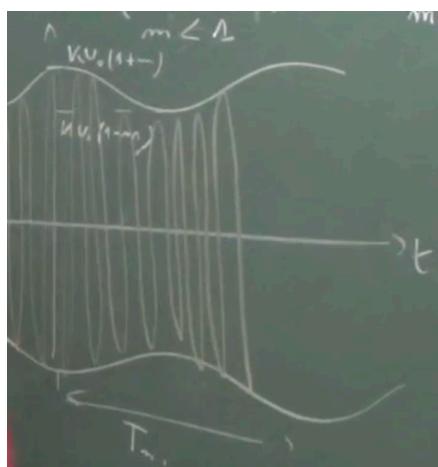
Alors on obtient 3 pics (on l'appelle modulation avec porteuse car il y a  $\omega_p$  aussi alors qu'avant c'était sans porteuse) :

$$s(t) = A U_0 \left[ \cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p - \omega_m)t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_m + \omega_p)t) \right]$$

Maintenant l'enveloppe est  $\pm A U_0 [1 + m \cos(\omega_m t)]$

Si  $m < 1$  alors l'enveloppe supérieure varie entre  $+A U_0 [1 + m]$  et  $+A U_0 [1 - m]$

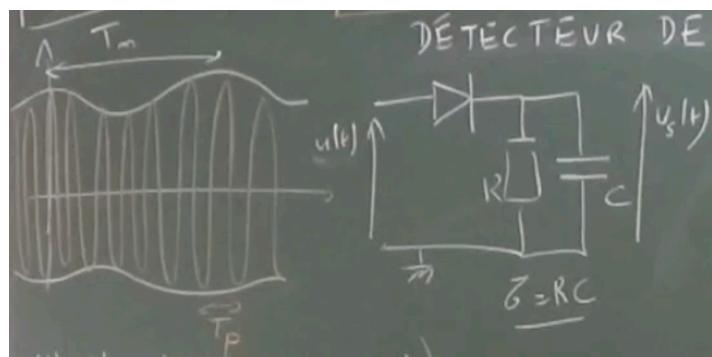
Si  $m > 1$  on est en surmodulation. C'est le même calcul donc  $1 - m$  est négatif.



Là en surmodulation, on peut pas utiliser un détecteur de crête pour démoduler.

**N.B. :** plus on augmente la fréquence de la porteuse, plus les pics (en TF) s'écartent

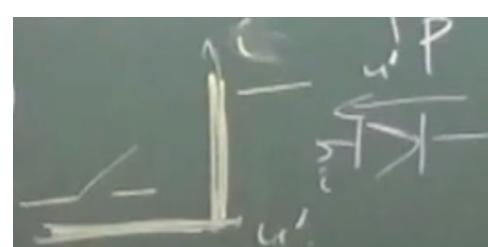
**Pour la démodulation par détecteur de crête :**



On doit choisir  $\tau$  tq

$$T_p \ll \tau = RC \ll T_m$$

On suppose que la diode est idéale (pas de tension de seuil) alors sa caractéristique est :

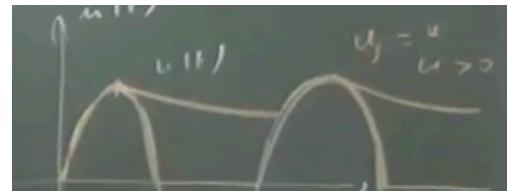


Alors à  $i=0$  ( $u'<0$ ) c'est équivalent à un interrupteur ouvert et à  $u'=0$  c'est  $\equiv$  à un fil.

Quand le signal de rentrée  $u(t)$  est positif donc la diode est passante ( $\equiv$  fil) et  $u_s = u(t)$ .

Quand  $u(t)$  est négatif donc la diode se bloque et  $u_s = 0$ . Donc on n'a que les bosses positives du signal  $u(t)$ . C'est le schéma de redressement mono-alternant.

En ajoutant C en parallèle, il se charge quand  $u(t)>0$  et que la tension augmente jusqu'à son pic. Puis le signal diminue et là C se décharge vers R. Donc on aura là un régime transitoire qui relie les bosses  $>0$ .



On aura ça entre les pics du signal de la porteuse donc on aura l'enveloppe (la modulante).

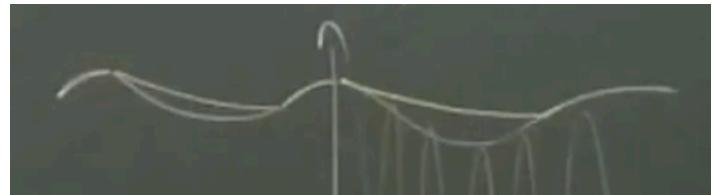
On peut lisser ce signal par un filtre passe-bas pour enlever les hautes fréquences responsables de ces ondulations.



On applique la FFT et on trouve la fréquence principale et des harmoniques (responsable des ondulations) qu'on peut les enlever en appliquant un filtre passe-bas.



Si  $\tau \leq T_p$  donc le C aura le temps de se décharger de façon importante dans R



Si  $\tau \geq T_m$  donc le temps de décharge est très long donc on va pas réussir à suivre les variations de la modulante.

**Attention :** La diode n'est pas idéale donc la tension  $u(t)$  doit être  $> 1V$  pour dépasser la tension de seuil de la diode.

#### Pour la démodulation par détection synchrone :

On multiplie la modulante (sans offset) et la porteuse et on obtient :

$$u(t) = \frac{U_0}{2} \left[ \cos[(\omega_p + \omega_m)t + \phi] + \cos[(\omega_p - \omega_m)t - \phi] \right] \text{ et on a des battements.}$$

Puis on multiplie ce signal modulé avec le signal de la porteuse (le même qui avait servi à effectuer la modulation). Donc  $u_s = u(t) \times p(t)/k$

$$\text{Alors } u_s(t) = U_1 \cos(\omega_p t) \left[ \cos[(\omega_p + \omega_m)t + \phi] + \cos[(\omega_p - \omega_m)t - \phi] \right] \text{ avec } U_1$$

contient toutes les constantes. Donc :

$$u_s(t) = \frac{U_1}{2} \left[ \cos[(2\omega_p + \omega_m)t + \phi] + \cos[\omega_m t + \phi] + \cos[(2\omega_p - \omega_m)t - \phi] + \cos[-\omega_m t - \phi] \right]$$

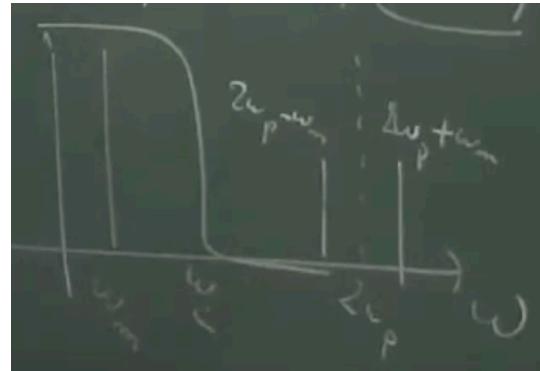
Puisque  $\cos[-\omega_m t - \phi] = \cos[\omega_m t + \phi]$  alors on a à la fin 3 pics en TF :

$$\omega_m / 2\omega_p + \omega_m / 2\omega_p - \omega_m$$

On applique alors un filtre passe-bas (du 1er ordre)

$$\text{RC de fréquence de coupure } \omega_c = \frac{1}{RC}$$

Il faut choisir une fréquence de coupure entre  $\omega_m$  de la modulante et  $2\omega_p$ . Normalement ces fréquences sont suffisamment écartées les unes les autres.



Cette méthode marche aussi pour  $m < 1$ . Elle fonctionne pour tous les cas. C'est l'avantage de la détection synchrone.

**Présentée par :** Adrien DANGREMONT DI CRESCENZO**Rapport écrit par :** François KAMAL YOUSSEF**Correcteur :** Jérémie NEVEU**Date :** 23-09-2024

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Traitement des signaux et acquisition de données	Francis Cottet	DUNOD 5e
Physique tout-en-un PCSI		DUNOD 2016
Physique tout-en-un PSI-PSI*		DUNOD 2020

## Compte-rendu détaillé de la leçon

**Niveau choisi pour la leçon : PSI**

**Pré-requis :**

- Electrocinétique
- Série de Fourier

### I / Acquisition du signal

A. Cadre de l'étude :

On travaille avec des signaux périodiques de fréquence  $f$  et de période  $T = \frac{1}{f}$  :

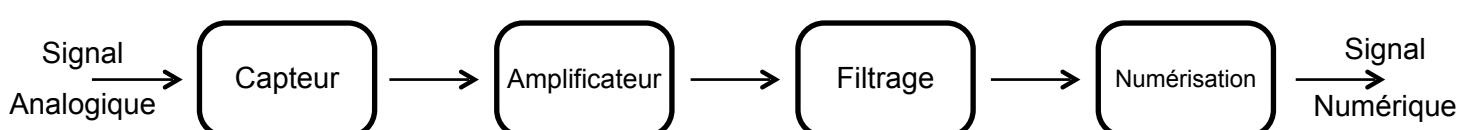
$$s(t) = A \cos(2\pi f T)$$

2e chose importante pour notre étude est la série de Fourier pour un fonction  $f(t)$ :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(f) e^{in\omega t} \quad \text{tel que } \omega = 2\pi f$$

On se limite aux signaux périodiques pour simplifier l'étude

B. Chaîne d'acquisition :



On aura un signal sur une forme analogique. Dans l'exemple de la radio, il est en forme électromagnétique. On ajoute l'étape filtrage car notre signal peut être bruité.

Quand notre signal est amplifié et tout propre nous pouvons le numériser pour obtenir un signal numérique. On peut faire le sens inverse pour obtenir un signal analogique.

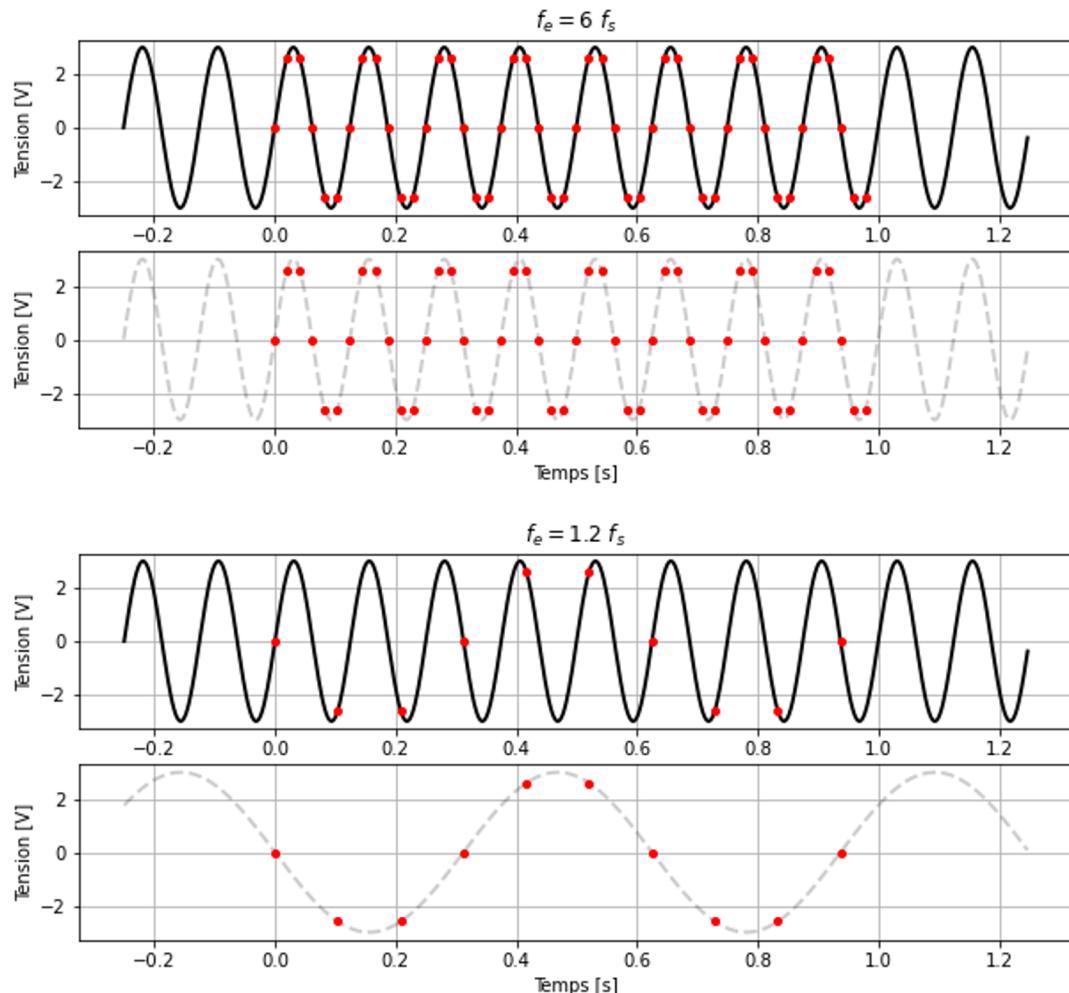
Comment réaliser une numérisation ? Passage d'un signal continu à un signal discret

On aura donc un signal réel et on va récupérer des points sur la courbe à intervalle régulier.

L'intervalle est  $\frac{1}{f_e}$  tel que  $f_e$  est une fréquence d'échantillonnage.

### C. Échantillonnage :

**Définition :** Prélèvement des valeurs d'un signal à intervalles définis (à une certaine fréquence).  
Mais on ne peut pas choisir n'importe quelle fréquence.



Dans la 2e figure, on perd l'information du signal de base.

On réalise donc un échantillonnage à la fréquence  $f_e$  qu'on va comparer à la fréquence  $f_s$  celle du signal de base. Pour ne pas perdre l'information du signal de base, on doit respecter le critère de Nyquist-Shannon :  $f_e > 2f_s$

Difficile de visualiser l'information du signal échantillonné dans le domaine temporel donc on passe en domaine spectral (en fonction des fréquences).

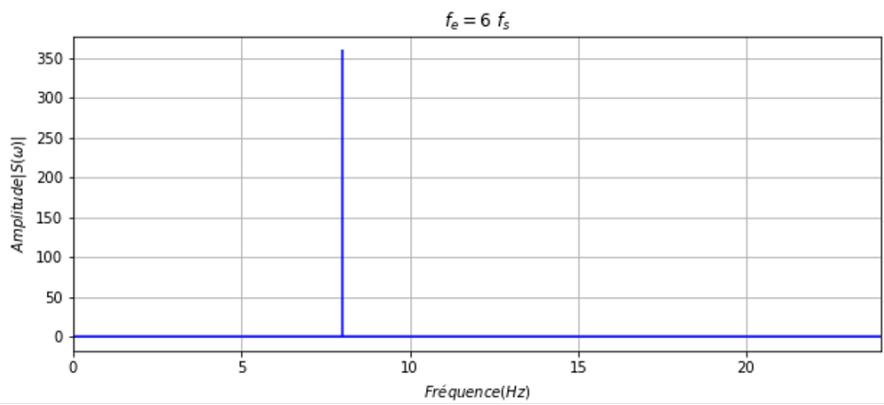
## II / Etude spectrale

### A. Transformée de Fourier discrète :

Pour passer d'un signal temporel  $s(t)$  à un signal spectral  $s(\omega)$  :

$$s(\omega) = \sum_{t=0}^{N-1} s(t) e^{-2i\pi\omega\frac{t}{N}}$$

où  $N$  est le nombre de points échantillonnés



Et ce résultat, nous pouvons le visualiser par notre montage.

### [Manip]

On injecte un signal sinusoïdal par le GBF et on l'observe par l'oscilloscope. Ce dernier peut afficher la Transformée de Fourier du signal. On voit bien le pic et en zoomant on remarque qu'il n'est pas fin. Ce pic se trouve à 5 KHz qui est la même valeur du signal donné par le GBF.

Si on ne respecte pas le critère de Nyquist-Shannon, la transformée de Fourier donnera quand même des pics mais d'une autre manière. C'est le repliement du spectre.

### B. Repliement du spectre :

Le domaine de fréquence qu'on étudiera par la transformée de Fourier est  $[0; \frac{f_e}{2}]$  car  $f_e > 2f_s$   
donc  $f_s < \frac{f_e}{2}$ .

Si le critère de Nyquist-Shannon n'est pas respecté, donc  $f_e < 2f_s$ , il y aura une apparition de raies fantômes.

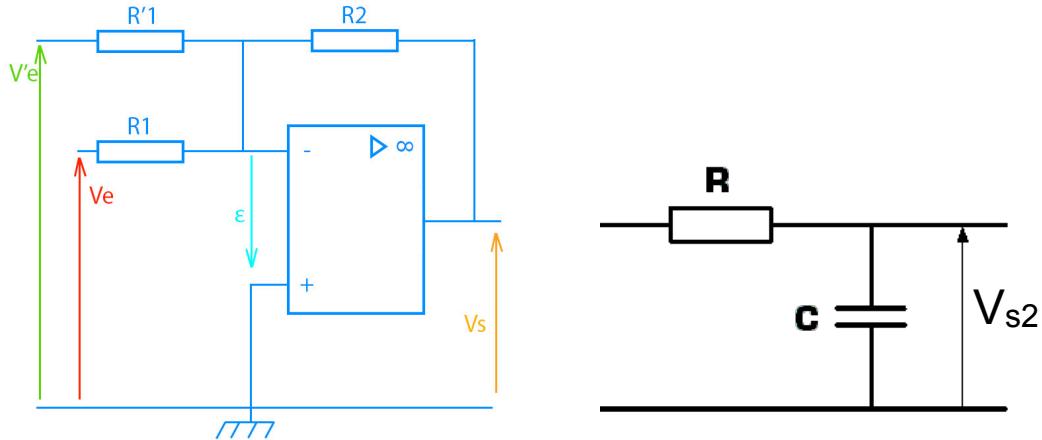
### [Manip]

On trouve un pic à 34 KHz qui ne ressemble pas au signal qu'on a injecté par le GBF.

Le problème c'est que si on a un signal réel, on ne connaît pas sa vrai fréquence (On ne peut pas identifier la bonne fréquence). Donc on doit éliminer les raies fantômes.

Pour faire cela, on a deux solutions :

- Augmenter  $f_e$  qui n'est pas toujours possible
- Mettre un filtre anti-repliement qui est un filtre passe-bas.



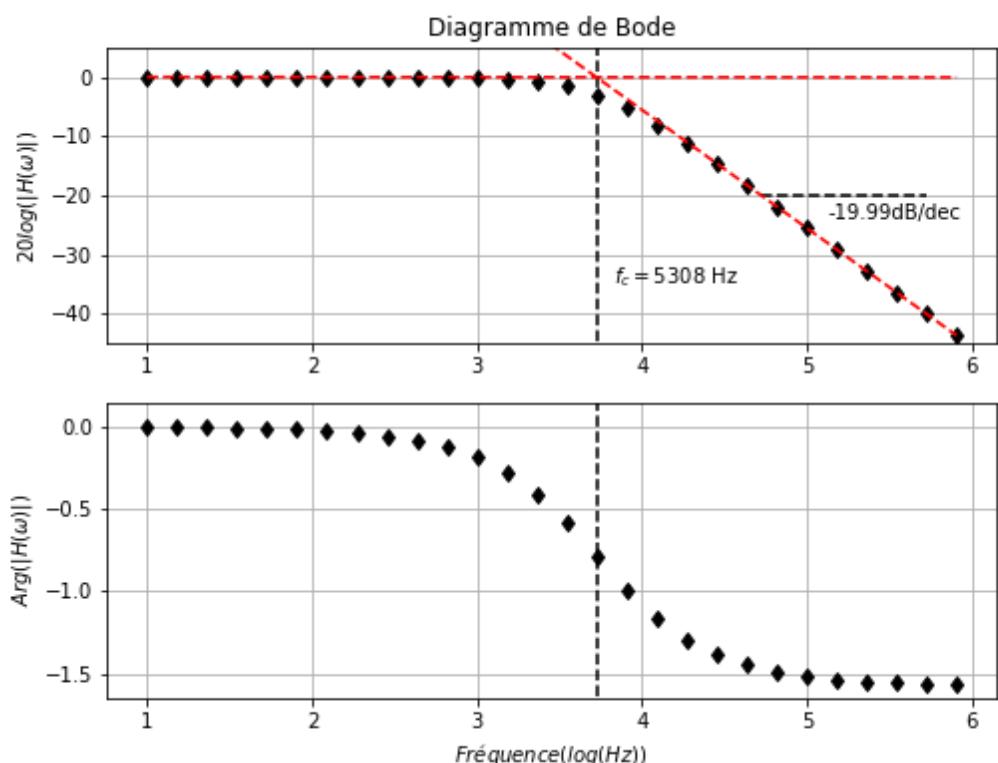
La première partie du montage est un ALI sommateur inverseur donc le signal à la sortie  $V_s$  est la somme des 2 signaux d'entrées  $V_e$  et  $V'_e$ , selon la formule :  $V_s = -(V_e + V'_e)$

La deuxième partie est un filtre passe-bas avec un signal d'entrée  $s_3$  et signal de sortie  $s_4$

On prendra fréquence d'échantillonnage = fréquence de coupure / 2

On lance le logiciel interface.exe pour étudier le diagramme de Bode du filtre. On sauvegarde les données et on les injecte dans un script python.

On peut donc avoir le diagramme de gain et de phase.



C'est un filtre RC donc la fréquence de coupure est donnée par  $H(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

On a donc une fréquence de coupure à  $f_c \approx 10\text{kHz}$  et à partir de laquelle, le gain diminue. On ne trouve pas une pente de -20 dB/décade donc probablement un problème dans la mesure.

Puisque la fréquence de coupure est à 10 KHz, on peut donc utiliser ce filtre pour notre montage pour garder notre signal à 5 KHz et couper le bruit à haute fréquence (125 KHz).

On trouve que le résultat n'est pas parfait car c'est un filtre basique du 1er ordre. On observe aussi un léger déphasage ce qui correspond à ce qu'on voit dans le diagramme de Bode.

Donc, nous avions un signal  $s_3(t) = A_1\cos(2\pi f_1 t) + A_2\cos(2\pi f_2 t)$ . En appliquant le filtre passe-bas, on obtient  $s_4(t) \approx A_1\cos(2\pi f_1 t) = s_1(t)$

Pour conclure, on échantillonne à une fréquence bien précise en respectant le critère Nyquist-Shannon. Dans le cas où on peut pas respecter ce critère, faut bien mettre en place un filtre anti-repliement pour n'avoir que des fréquences réelles qu'on pourra analyser.

La prochaine fois, on pourra parler des signaux plus réels (et pas que sinusoïdal) et notamment les modulations et c'est ce que fait la radio qui décode pour avoir l'information.

### **Expérience(s) réalisée(s) :**

- *Manip :*
  - 1. Sommer 2 signaux (signal + bruit) par un AO, dont un ne respecte pas Nyquist-Shannon.
    - Filtre passe bas du 1er ordre (RC) pour séparer le signal du bruit
  - 2. Diagramme de Bode pour un filtre passe bas
    - Mesure de la fréquence de coupure et de la pente à haute fréquence

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

**Question : Pourquoi on a besoin de numériser ? C'est quoi analyseur de spectre ? Pourquoi on a besoin d'avoir des valeurs discrètes ?**

*Réponse :* Pour stocker les signaux analogiques (en 0 et 1) et on peut faire tous les traitements qu'on veut par les calculs. Comme pour analyser les fréquences dans un spectre donné ..

**Question : C'est quoi un bruit ? Un bruit aléatoire ? Comment caractériser un bruit ? Le CMB était un bruit alors que c'est un signal qui nous intéresse ..**

*Réponse :* C'est pas le signal qui nous intéresse. Si c'est un bruit aléatoire on peut la caractériser par un spectre de bruit. Il peut être un bruit blanc .. etc. Connaissant son type on peut appliquer le filtre convenable. Le bruit peut être beaucoup plus important que le signal.

**Question : C'est quoi le CMB ? Décris la photo du slide (carte du CMB) et explique les couleurs**

*Réponse :* On trouve que l'univers à l'époque est hétérogène

**Question : Pourquoi se restreindre dans le cadre sinusoïdal ? Pourquoi on choisit un cosinus dans la représentation du signal ?**

*Réponse :* pour respecter le programme de PSI. Car la somme des signaux en cos représentent un signal périodique .. et la TF d'une somme est la somme des TF donc c'est le côté linéaire de la TF

**Question : Qu'est-ce que ça veut dire discret (pour un signal numérique) ?**

*Réponse :* nombre fini de points représentant le signal

**Question : la TF discrète, qu'est-ce qu'elle a de discret ?**

*Réponse :* On obtient 1 raie pour un 1 signal. Dans la formule, le temps est discret et donc nous pouvons le remplacer par  $t_n$  dans la somme.

**Question : C'est quoi la FFT ? Le résultat de la FFT est un résultat continu ou discret ?**

*Réponse :* algorithme de calcul rapide de la TFD, donnant un nombre fini de nombres représentant l'amplitude du spectre du signal

**Question : Pourquoi le pic de la TF est large ? Comment on peut raffiner la raie ?**

*Réponse :* car le signal qu'on récupère est fini et pas infini. Donc c'est le signal d'entrée multiplié par une porte. C'est le fenêtrage du signal. La TF s'applique au signal mais aussi à cette porte qui donne un  $\sin_c^2$ . Pour rétrécir la raie il faut augmenter la largeur de la porte mais les pieds du  $\sin_c$  vont augmenter.

**Question : Comment respecter Nyquist-Shannon sur un signal périodique (Somme de signaux) ?**

*Réponse :* il faut que  $f_e$  soit  $\geq f_{s,i}$  de tous les signaux  $i$  formant le signal périodique qu'on étudie.  $\omega$  c'est des multiples du fondamentale donc on choisit pas les  $f_{s,i}$  n'importe comment.

**Question : Critère de Shannon est empirique ? C'est quoi les hypothèses ?**

*Réponse :* c'est un vrai théorème mathématique, très peu d'hypothèses mathématiques

*[Questions à propos du Montage]*

**Question : Filtrage pour filtre anti-repliement mais là on ne l'a pas vu .. comment là on est sûr qu'il n'y a pas de repliement spectre ?**

Réponse : Par l'oscilloscope, on peut montrer TF à la sortie  $s_3$  on verra une bonne raie à 5 KHz et d'autres qui sont fantômes. Si l'on applique à  $s_4$  on voit notre signal à 5 KHz.

**Question : Comment changer la  $f_e$  sur oscilloscope ?**

Réponse : On modifie l'échelle temporelle. Si on choisit  $f_e = 2\text{GHz}$  donc on voit bien qu'il n'y a pas de raies fantômes car les 2 signaux respectent le critère de Nyquist-Shannon.

Si on baisse  $f_e$ , le pic fantôme apparaît et on peut l'assimiler au signal 125 KHz en regardant l'amplitude du pic (i think)

**Question : Pourquoi t'as choisi de mettre le câble au milieu de la R à décade et pas au bout ?**

Réponse : Pour ne pas ajouter une R des câbles intérieurs de la boîte. Cela peut avoir qq  $\Omega$  ce qui est gênant car là R choisie est  $100\Omega$ .

**Question : Pourquoi le filtre n'est pas parfait ?**

Réponse : pas le bon terme. Il est juste pas adapté. On pourrait utiliser un filtre d'ordre 2 pour avoir une pente de -40dB/décade. On pourra baisser la fréquence de coupure (i think)

**Question : L'ajustement du diagramme de Bode est ajusté sur des barres d'erreur ?**

Réponse : Non car interface.exe ne donne pas des incertitudes

**Question : A quoi sert l'asymptote dans le diagramme de Bode ? Le lien avec  $f_c$**

Réponse : Permet de calculer le Gain à -3dB sauf que là je ne l'ai pas identifié sur la courbe. Car l'asymptote ici n'est pas bonne donc le croisement des 2 courbes n'est pas bon.

**Question : Démontre la formule  $s_3 = -(s_1 + s_2)$**

Réponse : on suppose que AO idéal car 1 boucle de rétro-action donc  $\epsilon = V_+ - V_- = 0$  et étant donné que  $V_+ = 0$  donc  $V_- = 0$ . Par le Théorème de Millman :  $V_- = \frac{\frac{s_1}{R} + \frac{s_2}{R} + \frac{s_3}{R}}{\frac{3}{R}} = 0 \dots$  etc

## Commentaires lors de la correction de la leçon

### Bien :

- Choix de couleurs est très bien.
- Le plan est pas mal.
- L'idée d'exploiter un filtre passe-bas est une bonne idée mais le reproche c'est que tu n'es pas allé jusqu'au bout dans chacune des manips.

### Moins Bien :

- Quand t'as vu que les asymptotes ne sont pas bons il fallait chercher la fréquence de coupure par l'oscilloscope.
- Ne pas mettre la manip à la fin de la leçon car dans concours docteur elle est très importante il ne faut pas se retrouver à court de temps pour la réaliser.
- Transitions entre les paragraphes sans lire la feuille (pour éviter les coupures).
- Ne pas passer beaucoup de temps sur critère Nyquist-Shannon surtout que la partie 1 était rapide
- Fallait choisir une musique ou autre exemple à la place du CMB vue qu'il n'est pas très à l'aise avec ce sujet de CMB.
- Ça serait pas mal d'ajouter un bruit plus important que le signal.
- Ici  $\omega$  dans TF est continu et cette formule ici est continu donc ce qui a été présenté n'est pas la bonne TF discrète

## Exemples de « passages obligés » sur cette leçon

D'autres idées de manip :

- Plusieurs types de filtres
- Etude de bruit
- Aller du numérique à l'analogique
- Expérience D'Abbe (optique)
- Modulation et démodulation

**Titre :** Traitement d'un signal et analyse de spectre**Présentée par :** Romain Taureau      **Rapport écrit par :** Anne-Cécile Buellet**Correcteur :** Jérémy Neveu**Date :** 25/09/23

Bibliographie		
<b>Titre</b>	<b>Auteurs</b>	<b>Éditeur</b>
Précis d'électronique	Rosset	Breal

## Plan détaillé

(indiquer parties, sous-parties, 1 ou 2 phrases d'explications par sous-partie, et références)

Niveau choisi pour la leçon :

CPGE (1ere année)

Pré-requis : Systèmes linéaires, Ondes, Electronique

I/ Introduction, rappels et définitions

Définition : Signal

II/ Caractérisation et analyse d'un signal

Définition de signal périodique (+exemples), d'un spectre.

Analyse du spectre afin de décomposer le signal pour avoir accès aux différentes composantes sinusoïdales qui le composent : Décomposition en série de Fourier. (+exemples)

Valeur moyenne et puissance d'un signal (Théorème de Parseval) (exemple d'un signal créneau).

III/ Traitement d'un signal

Définition d'un quadripôle, fonction de transfert complexe, diagramme de Bode de ce quadripôle.

Montage : Exemple du diagramme RC dans le cas passe-bas (fonction de transfert, son module, gain, diagramme de Bode théoriques) + vérification expérimentale de la valeur de la pulsation de coupure  $1/RC$  par le diagramme de Bode expérimental et utilisation du Z-score.

Zoologie des différents filtres.

## Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

(l'étudiant liste les questions posées, ainsi que les réponses données par l'enseignant. Si certaines réponses manquent, l'enseignant pourra compléter le document)

Q : A quoi ressemblent les filtres ayant 2 pulsations typiques ?

R : mettre plus d'impédances et passer à un ordre supérieure ( $>=2$ ), comme dans le circuit RLC

Q : Comment les complexifier ?

R : rendre ces filtres passifs actifs en utilisant des AO.

Q : Ici, traitement linéaire des signaux, est-ce qu'il y a d'autre traitement non linéaire ?

R : Oui, pour une diode : détecteur de crête où on ne garde que l'amplitude haute. Détection synchrone. Modulations démodulation.

Q : Que modifier dans le signal d'entrée pour « l'améliorer » ?

R : Un traitement du signal est là pour réaliser un « cahier des charges » (rejeter le bruit, le déphasier, amplifier, ...)

Q : Choix de la définition du signal ? Quelles sont les différentes définitions et pourquoi cette définition ?

R : Définition du dictionnaire de physique – On peut aussi utiliser une description temporelle et spatiale. (le signal est rarement associé à une notion de stochasticité, mais peut l'être)

Q : Traitement du signal pour l'isoler d'un bruit, exemple des étoiles ?

R : Les rayons incidents interagissent avec l'atmosphère et les photons reçus ne viennent pas forcément tous de la source qu'on étudie. Il y a donc une composante parasite dans l'analyse de la lumière qu'il faut savoir rejeter.

Q : Définition du bruit ?

R : Evolution d'une grandeur physique qui ne transporte pas d'information (souvent associé à une notion de valeur aléatoire/stochastique, mais pas que).

Q : Signaux périodiques ici, pourquoi ?

R : Signaux apériodiques pas dans les programmes

Q : Spectre : exemple en longueur d'onde ou énergie ? est-ce qu'on peut agir pour modifier les spectres en fréquence de la lumière ?

R : Spectres lumineux, on regarde la longueur d'onde. Avec un filtre passe-rouge, passe-bleu ou interférentiel on modifie le spectre.

Q : Fourier : Est-ce qu'on peut calculer la phase à partir de  $a_n$  et  $b_n$  (facteurs pairs et impairs) ?

R : Oui

Q : Théorème de Parseval : Quelle est la signification de ce théorème ?

--	--	--

R : Puissance mesurée dans l'espace temporel se retrouve entièrement dans l'analyse spectrale.

Q : Signal créneau : Problème de Gibbs.

R : Discontinuité compliquée à traiter à travers une série finie. Besoin d'aller à l'infini pour que l'effet se cantonne au coin du créneau mais cette effet ne disparaît pas, son étendue spatiale diminue cependant.

Q : Quadripôle : Impédances de sortie et d'entrée ?

R : Impédance d'entrée : résistance du fil entre les deux entrées. Impédance de sortie revient à un générateur de Thévenin en sortie.

Q : Fonction de transfert : la notation en a et b recouvrent-elle toutes les fonctions de transfert ?

R : Non, seulement pour les modèles dont l'équation différentielle est linéaire à coefficients constants.

Q : Diagramme de Bode : gain =  $20\log(|H(jw)|)$ , filtre passe bas, quel comportement à pulsation infinie ? quelle phase ?

R : Pente -20dB/décade à l'infini, ne s'arrête pas à l'axe des abscisses. Phase entre 0 et  $-\pi/2$ .

Q : Montage : Comment vérifier la valeur de R et C et y associer une incertitude ?

R : Mesurer à l'aide d'un RLC-mètre et utiliser l'incertitude de cet outil.

Q : Comment obtenir une valeur  $\omega_0$  autrement ? De façon plus rapide que via le diagramme de Bode ?

R : Quand l'amplitude de sortie diminue d'un facteur  $\sqrt{2}$  ou quand on a un déphasage de 45 degrés.

Q : Méthode d'obtention des incertitudes de mesure ? Comment améliorer ?

R : Amplitude des fluctuations de la mesure automatique de l'oscilloscope. Améliorer en augmentant le calibre de l'oscilloscope.

Q : Définition générale du Z-score ? Critère ? Si Z entre 2 et 3, quelle est la probabilité que ça soit du au hasard ?

R : Renseigne sur la qualité de la mesure par rapport à la valeur théorique en tenant compte des incertitudes. Si  $Z=1$ , écart de moins de 1 sigma à la valeur théorique.

5% de chance que ce soit une fluctuation statistique pour Z entre 2 et 3, donc comme on est en électronique c'est plutôt un signe qu'il y a un biais dans la mesure.

Q : Quel est le nom des rectangles des diagrammes de Bode ?

R : Notion de gabarit de filtre.

Q : Pourquoi 1ere année de CPGE ? Choix de la manip ?

R : Filtres de 1er ordre seulement donc traités en première année. Mesure facile à mettre en œuvre et plus précise qu'avec un instrument de musique.

--	--	--

## Commentaires lors de la correction de la leçon

(l'étudiant note les commentaires relatifs au contenu de la leçon : niveau, sujets abordés, enchaînement, réponses aux questions, etc. L'enseignant relit, et rectifie si besoin)

Choix 1ere année de CPGE implique forcément que du filtrage (d'autres choix sont possible pour traiter plus que le filtrage). Le jury a insisté par le passé qu'il ne faut pas faire une leçon que sur le filtrage mais c'était dans le passé...

Penser à anticiper les questions possibles sur le sujet donc avoir des connaissances au-delà de ce qui est présenté.

Bien porter la voix, surtout lorsqu'on est tourné vers le tableau.

L'utilisation d'un plan très succinct et sans sous parties donne plus l'impression d'un exposé que d'un cours.

Contenu : si placé en deuxième année, possibilité d'utilisation de traitement numérique du signal (spectre, critère de Shannon, fenêtrage, numérisation d'un signal et problème d'échantillonnage). On peut aussi ajouté la détection synchrone.

Théorème de Parseval par nécessaire si on ne s'en sert pas pour la suite.

Manipulations possibles : filtres, étude du bruit de quantification, détection synchrone, modulation des modulations, expérience d'Abbe (optique, lien compliqué avec la leçon).

## Exemples de « passages obligés » sur cette leçon

--	--	--

**Titre :** LP P2 Traitement du signal, Analyse spectrale**Présentée par :** Vincent Tugayé**CR rédigée par :** Thibaut Perdereau**Correcteur :** Jérémy Neveu**Date :** 05 octobre 2022

## Compte-rendu leçon de physique élève

### Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Editeur (année)	ISBN
Électronique	Pérez, Lagoute, Fourniols, Bouhours	Dunod	
Traitement du signal et acquisition de données	Cottet	Dunod	
Mathématiques pour la physique (et les physiciens)	Walter Appel	H	K Editions (2001)

### Plan détaillé

**Niveau choisi pour la leçon :** L3

**Prérequis :** Électronique analogique ; Diffraction

### Déroulé détaillé de la leçon :

#### Introduction

Interface de plusieurs domaines scientifiques, tels que la théorie de l'information, les statistiques, la physique. Ici on se place en électronique.

**Définition d'un signal :** quantité mesurable qui code une information dans ses variations temporelles (ou spatiales si traitement d'image).

Exemple : le son qui encode le sens des phrases, fibre optique en télécommunication.

Deux types de signaux : déterministes ou aléatoires. Ici on étudie uniquement les signaux déterministes.

Ici on utilise des signaux :

- analogiques : représentation de domaine et amplitude continue

- numérique : représentation de domaine et amplitudes discret

*4min00*

## I– Représentation spectrale des signaux

### 1– Transformée de Fourier

Rappel de la TF : Signal  $s(t)$  avec  $S(\omega) = \text{TF}(s)$

$$\begin{aligned} \text{TF} &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt \\ s(t) &= \text{TF}^{-1}(S) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega \end{aligned}$$

Propriétés de la TF :

- linéaire
- signal  $s$  réel (informations pour  $\omega > 0$ )
- $\text{TF}(s(t - \tau)) = e^{-i\omega\tau} S(\omega)$
- $\text{TF}(s(t) e^{i\omega_0\tau}) = S(\omega - \omega_0)$

Produit de convolution entre  $s_1$  et  $s_2$  :

$$\begin{aligned} s_1 * s_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(\tau) \times s_2(t - \tau) d\tau \\ \text{TF}(s_1 * s_2) &= S_1 \times S_2 \\ \text{TF}(s_1 \times s_2) &= S_1 * S_2 \end{aligned}$$

*10 min 20*

### 2– Aspects pratiques

Temps d'acquisition est fini donc pour une fonction fenêtre  $\theta$  :

$$\begin{aligned} s_f(t) &= \theta(t) \times s(t) \\ S_f(t) &= \Theta * S \end{aligned}$$

→ Slide : effet du fenêtrage dans la TF, distinction de deux signaux sinusoïdaux de fréquences proches mais d'amplitudes différentes *14min30*

Échantillonage :

$$s_e(t) = s(t) * \sum \delta\left(\frac{t}{T_e} - n\right) \text{ (période échantillonage)}$$

$$s_e(t) = s(t) * \text{III}_{T_e}$$

$$S_e = S * TF(\text{III}) = \omega_e S * \text{III}_{\omega_e} \text{ (avec } \omega_e = \frac{2\pi}{T_e})$$

→ Slide : échantillonage et repliement spectral 17min07

Fréquence de Nyquist :  $\frac{\omega_e}{2}$

Pas de recouvrement si :  $\Delta\omega \leq \frac{\omega_e}{2}$

Avec signal échantillonné de spectre de demi-largeur inférieure à la fréquence de Nyquist on récupère toute l'information contenu dans le signal.

20min00

## II– Modulation et démodulation

### 1– Type de modulation

Modulation en amplitude :  $s(t) = u(t) \times \cos(\omega t)$

Modulation en fréquence :  $s(t) = \cos(\omega_0 t + \phi(t))$

22min45

### 2– Dans le domaine spectral

Illustration des modulations par des schémas.

→ Slide : explication de la détection synchrone

25min30

Premier montage : détection synchrone d'un signal plongé dans un bruit. Test de sensibilité.

(Prévu mais pas fait : mesure d'une impédance par détection synchrone).

30min00

## III– Systèmes linéaires invariants

### 1– Cas analogique

Soit un système  $\phi$ .

Système invariant :  $S(t_1) \rightarrow h(t_2, t_1) = h(t_2 - t_1)$

$$e(t) = \int e(t_1) \delta(t - t_1) dt_1 \text{ (par système } \phi)$$

$$s(t) = \int e(t_1) h(t - t_1) dt_1 = e * h \text{ (linéaire)}$$

On a en TF :  $S = HE$ . On retrouve le formalisme des fonctions de transfert.

Si  $H = e^{i\phi(\omega)}$  :

$$S(\omega) = e^{i\phi(\omega_0 + (\omega - \omega_0))} E(\omega)$$

$$S(\omega) = e^{i\phi(\omega_0) + \frac{d\phi}{d\omega}(\omega - \omega_0)} E(\omega)$$

$$TF(s(t - \tau)) = e^{-i\omega\tau} S(\omega)$$

$$\tau_g = \frac{d\phi}{d\omega} \text{ (à } \omega_0)$$

$$S(\omega) = e^{i\phi} e^{i\tau_g \omega} E(\omega) \text{ (terme de retard)}$$

36min00

Exemple d'un filtre passe bas :

$$H = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

$$\phi = \arctan(\omega\tau)$$

$$\tau_g = \frac{\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \text{ (avec } \omega\tau \ll 1)$$

Il y aura toujours un retard qu'il faut prendre en compte pour système bouclé.

38min00

## 2– Cas numérique

$$\sum_{k=0}^p a_{n-k} e_k = \sum_{k=0}^q b_{n-k} s_k$$

Avec TF :  $AE = BS$  d'où  $\frac{S}{E} = \frac{A}{B}$

40min00

Exemple :  $s_n = (1 - a)s_{n-1} + ae_n$

$$B = 1 - (1 - a)e^{-i\omega T_e}$$

$$A = a$$

$$H = \frac{a}{1 - (1 - a)e^{i\omega T_e}}$$

$$H = \frac{a}{1 - (1 - a)(1 - \omega T_e)} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

C'est un filtre passe bas numérique.

Inconvénient : difficulté en hautes fréquences avec Shannon et repliement spectral  
42min30

## Conclusion

42min48

### Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

**Q : Est-ce que en thèse tu as eu des liens avec le traitement de signal ? Quel aspect de ta thèse tu pourras mettre en introduction ?**

Détection synchrone. Dériver un signal par exemple.

**Q : Dériver un signal ? C'est-à-dire ?**

Développement limité de la réponse d'un système non linéaire à un signal oscillant légèrement autour d'une valeur moyenne. Avec détection synchrone on peut récupérer l'amplitude du terme dérivée. On peut l'appliquer sur une raie d'absorption pour asservir un laser.

**Q : Est-ce que la définition du signal est unique ? Est-ce qu'il existe d'autres définitions ?**

Définition prise dans le Perez d'électronique car proche du domaine utilisée en leçon. JN : ce n'est pas forcément la seule, mais celle choisie définit le cadre de la leçon (signal temporel vs signal spatial par exemple, aléatoire vs déterministe)

**Q : Tu as mis entre parenthèse le mot "spatiale". Qu'est-ce que tu avais en tête ?**

L'intensité d'une onde qui se propage. Par exemple l'expérience d'Abbe. Avec la TF en optique géométrique on fait du traitement du signal spatial.

**Q : Qu'est-ce que tu entends par signaux aléatoires ? Quel est le problème d'introduire ce terme ?**

Il faut définir la notion de variable aléatoire et la densité de spectre de puissance, et également le théorème de Wiener-Khinchin. Trop compliqué à mettre en place au niveau de la leçon.

**Q : Le bruit utilisé lors de l'expérience est un signal aléatoire ?**

Oui c'est un bruit blanc, avec amplitude, phase et fréquence aléatoire.

**Q : Quel autre type de bruit existe ?**

Le bruit rose (en basses fréquences) ou le bruit en  $1/f$

**Q : Tu parles de spectre de puissance. Tu en as parlé dans ta leçon. Qu'a tu tracé ici ?**

J'ai tracé les modules. JN : expliciter le choix qui est fait (module ou module au carré = spectre de puissance)

**Q : Si tu as tracé des modules, pourquoi tu as mis des parties négatives sur la slide du montage synchrone ?**

C'est une erreur de ma part, j'ai tracé le graphique sans réfléchir.

**Q : Tu as dit que l'information est dans le  $\omega > 0$ , alors que dans les schéma tu as mis le symétrique en  $\omega < 0$ . Pourquoi ?**

Pour la détection synchrone ça a son importance (termes déplacés vers  $\omega = 0$  qui peuvent interférer). JN : je pense surtout que ça a son importance pour l'illustration du repliement de spectre que tu as utilisé.

**Q : La TF d'une convolution c'est le produit d'une TF. Pourquoi c'est plus simple ?**

On fait le produit de deux fonctions, c'est plus simple que le calcul d'une intégrale. JN : pour un signal à N points, la complexité de la convolution est le calcul de N intégrales de N points, soit une complexité en  $N^2$ . La Fast Fourier Transform (FFT) étant de complexité  $N \log N$ , il est plus rentable de faire le calcul d'une convolution en passant par une multiplication dans l'espace de Fourier suivie d'une transformée de Fourier inverse.

**Q : C'est quoi les fenêtres douces ?**

Une fenêtre qui n'est pas rectangle pour éviter la formation d'oscillations dans le sinus cardinal et donc de fréquences supplémentaire dans la TF. JN : la fonction fenêtre s'annule ou presque sur ses bords.

**Q : Tu as écrits la TF d'un signal échantillonné avec un peigne de Dirac. Tu as montré ensuite un graphique. Quel est le lien entre la formule et ce graphique ?**

**Q : Pourquoi tu n'as pas évoqué le nom de Shannon ?**

C'est un oubli

**Q : Pour toi la modulation d'amplitude, c'est une multiplication entre un signal et une porteuse ?**

**Q : Peux tu relier le schéma sur la slide avec le montage sur la pailasse ?**

Filtre RC = filtre passe bas. Le signal S c'est le signal du GBF + bruit blanc

**Q : C'est quoi le fonctionnement de la boîte à bruits ?**

**Q : Tu voulais dire quoi quand tu dis que tu détectes le signal à 1 / 100 ?**

Ça vient de la comparaison de l'amplitude du signal envoyé en entrée et de l'amplitude du bruit non filtré obtenu en sortie à la limite de détection du signal par détection synchrone.

**Q : C'est quoi l'objectif de la partie 3 ? Quelle était la notion que tu voulais apprendre à tes élèves ?**

Faire le lien entre les représentations spectrales et spatiales des signaux. JN : dans ce cas plutôt que courir contre la montre et faire les calculs, il aurait fallu plus mettre en avant ce lien entre les notions qu'ils avaient et les notions apportées section 2 et 3 dans ton discours

**Q : Tu as écrit que  $\phi = \arctan(\omega/\tau)$  loin de la fréquence de coupure. Pourquoi ?**

C'est parce que le module choisi est modifié quand  $\omega\tau \gg 1$ . Si  $\omega\tau \ll 1$  alors il est constant à 1 mais on a tout de même un retard de groupe  $\tau_g = \tau$ .

**Q : C'est quoi le but de  $\tau_g$  ? Son importance ?**

Mettre en application dans un guide d'onde pour corriger le retard.

### Commentaires lors de la correction de la leçon

La leçon était très bien.

Points positifs : rigueur, précision et très grandes connaissances. Bon débit, avec encadrement des résultats importants : le rôle de prof est bien fait.

Moins positifs : mieux parler et parler plus fort (surtout au début). Le discours et les notions vues en partie trois sont énoncés beaucoup trop rapidement.

Par rapport au prérequis, ils étaient très large. Les élèves connaissent déjà la TF et la fonction de transfert H. Donc c'est explicitement niveau L3/licence. Ok avec ce choix.

La leçon est très vaste : les possibilités de plans sont très grandes. Ici le choix était clair dès le début : on considère les signaux analogiques et déterministes.

Autre choix possible :

- si on se restreint au programme de prépa PSI : fourrier, signal, Shannon et modulation, démodulation et CAN
- si on sort du cadre de prépa PSI : signaux numériques et aborder FFT
- si niveau L1 (et 1ère année de prépa) : filtrage, fonction de transfert (Attention pas une leçon que sur le filtrage d'après les rapports du jury)

Possible de la porter plus sur la radio avec modulation/démodulation.

Tu es à l'aise avec le traitement du signal, donc tu as mis le niveau haut. C'est possible de faire ça, par contre il faut assurer aux questions, ce qui a été validé.

Manque de liens et de temps passé pour présenter le critère de Shannon et du repliement de spectre. Il faut faire du lien entre les notions présentées.

Sur la manip présentée, tu as pris le temps de la présenter, c'est bien.

Mais il manque de liens avec la partie et de liens avec la slide. De plus ce que tu as fait et modifié n'était pas visible, on ne comprenait pas. Il faut décrire ce qu'on fait quand on touche à un bouton.

La manip avec le bruit, elle n'est pas quantitative. Elle peut devenir quantitative si valeur écrite au tableau avec analyse et étude. Il faut faire des choix pour une leçon. Pendant la leçon si manque de temps, il faut mieux faire des coupes dans le contenu afin de faire la mesure quantitative.

La manip prévue était la mesure d'une résistance d'une bobine par détection synchrone. Il faut donc faire un choix entre les deux montages. Et il faut aussi faire un choix sur le contenu de la leçon et s'il y a l'existence de la partie III. Le choix est nécessaire. Il doit être fait côté manip car enjeu du concours pour les docteurs. Il faut que la manip soit un passage obligé, donc il faut privilégier le montage.

Tu as été pressé par le temps donc objectif de la troisième partie était un peu flou. Il faut mieux faire ressortir le but de cette troisième partie si elle est maintenue.

Retour sur le questions. Difficile de dire que c'est plus simple de faire TF x TF que de faire le calcul d'intégrale. En fait elle est plus facile car on fait ici la FFT (et non pas la TF). La FFT est un algorithme rapide : il est plus rapide de faire 2 FFT puis une multiplication. C'est parce que FFT existe que ça vaut le coup.

### Exemples de « passages obligés »sur cette leçon

- Théorème de Shannon
- Détection synchrone
- Modulation démodulation d'amplitude