

Propagation guidée des ondes

Niveau : PC

Pré-requis :

- Acoustique
- Ondes électromagnétiques
- Équation de d'Alembert
- Équations de Maxwell
- Optique géométrique

Bibliographie :

- H-prépa Ondes, Hachette supérieur
- Optique - Une approche expérimentale et pratique, Houard, De Boek

Introduction

On a pu voir dans des leçons précédentes comment se décrit la propagation des ondes à l'aide de l'équation de d'Alembert. Lorsqu'on parle on propage des ondes acoustiques qui se déplace dans un milieu... Mais comment faire pour concentrer en un point toute l'énergie des ondes ? Il faudrait les guider pour les forces et se "diriger" et canaliser l'énergie, pour pouvoir assurer le transport et l'utilisation de cette énergie.

Cette technologie de guidage dépend essentiellement des fréquences et des longueurs d'onde des ondes transporter. Par exemple, les bres optiques utilisent les variations des indices de réfraction des matériaux isolants pour transporter la lumière dans le domaine du visible ou du spectre proche, tandis que les ondes de fréquence micro-ondes sont canalisées par des guides métalliques.

Le premier guide d'ondes fut proposé par Joseph John Thomson en 1893 et vérifié expérimentalement par Oliver Lodge en 1894.

En général on utilise des antennes pour transmettre du signal mais cela provoque de la dilution de l'onde.

Experience Qualitative : Nécessité d'une propagation guidée

On utilise un couple émetteur récepteur ultrasons piezo électriques Jeulin à 40 kHz. à 2 mètres, sans tuyau, quasiment aucun signal. Avec un tuyau de faible diamètre (<5 mm) il n'y a que le mode 0, et on voit le signal non déformé à l'arrivée. Mais : avec un tuyau de plus grand diamètre (25 mm) on voit tout un tas de nouveaux signaux qui arrivent

Le signal est donc déformé. Peut-on comprendre l'apparition de ces nouveaux signaux ? Peut-on toujours les éviter ? Bien entendu, on ne se restreindra pas à l'acoustique car la plupart des signaux que l'on transmet sont plutôt des ondes électromagnétiques ou des signaux électriques.

I. Guidage d'une onde acoustique

A. Guide d'onde rectangulaire

- B. Fréquences de coupure
- C. Vitesse de propagation des modes
- D. Guide cylindrique : mesure expérimentale

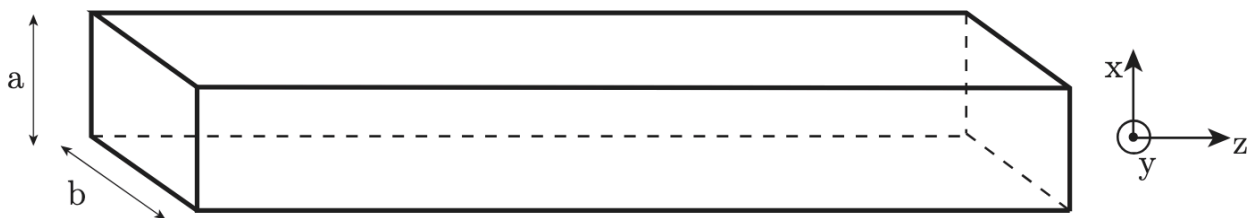
Experience

II. La fibre optique

- A. Qd
- B. qd

III. Guidage d'une onde électromagnétique

- A. Qs
- B. Qs



Dans cette cavité rectangulaire vide (guide d'ondes), l'onde est stationnaire dans le plan (x,y) et progressive selon z. Les parois sont des conducteurs parfaits.

Mais pourquoi pas une onde plane dans cette cavité ?

Type $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$

Car l'onde plane ne satisfait pas les conditions aux limites : $E_{T2} - E_{T1} = 0$. Dans le conducteur parfait, E_1 est nul donc E_2 doit être nul aussi. Puisque onde plane pareille partout donc il n'y aura pas d'onde dans la cavité.

Calculs :

On cherche des solutions harmoniques (dépendance $e^{j\omega t}$) et propagation selon z (dépendance e^{-jkz}). On cherche une onde de la forme :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \Re \left[\vec{E}(x, y) e^{j(\omega t - kz)} \right] \text{ et } \vec{H}(x, y, z, t) = \Re \left[\vec{H}(x, y) e^{j(\omega t - kz)} \right]$$

On va se placer ici dans le cas TE (Transverse Electric), c'est-à-dire : $E_z = 0$ et on cherche à déterminer les autres composantes : E_x, E_y, H_x, H_y, H_z .

Dans le cas TE, il est plus simple de travailler à partir de H_z , car il reste non nul. En effet, on peut dériver toutes les autres composantes à partir de H_z .

Les équations de Maxwell dans le vide donnent : $\nabla_t^2 H_z + k_c^2 H_z = 0$

Avec $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ et $k_c^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2$ qui est la constante transverse au carré. Donc $H_z(x,y)$ satisfait une équation de Helmholtz à deux dimensions.

Pour séparer les variables, on pose : $H_z(x, y) = X(x)Y(y)$

Alors l'équation devient : $\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} = -k_c^2$

ce qui donne deux équations :

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + k_x^2 X = 0 \text{ et } \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_y^2 Y = 0 \text{ avec } k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

Les solutions générales sont de type :

$$X(x) = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \text{ ou } \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)$$

$$Y(y) = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \text{ ou } \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

Par les conditions aux limites : $E_x(y=0) = E_x(y=b) = 0$

Comme E_x dépend de H_z , il faut que la dérivée transversale de H_z soit adaptée. On obtient finalement des formes autorisées pour H_z , puis on

calcule E_x à partir de $E_x = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}$

Type de mode	E_z	H_z	Mode de base
TE	0	$\neq 0$	H_z
TM	$\neq 0$	0	E_z
TEM	0	0	(existe uniquement si 2 conducteurs)

⚠ Le mode **TEM (Transverse ElectroMagnetic)** n'existe **pas** dans un guide d'ondes creux (type cavité rectangulaire), car il faudrait **2 conducteurs** pour permettre un potentiel (comme dans un câble coaxial).

Si on prend le sin pour Hz : $E_x(y, z, t) = A \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)}$

Questions sur la manip (Son + tuyau)

Q : Comment expliquer la forme du signal reçu ?

R : Le signal est déformé par l'émetteur (régime transitoire). En effet, l'air n'est pas dispersif en propagation libre à l'ordre 1.

Q : Comment améliorer le repérage des maxima des différents modes ?

R : On peut modifier la position des émetteur/récepteur pour mieux isoler les différents modes.

Q : Pourquoi il y a plus de périodes sur le signal envoyé par l'émetteur que sur celui reçu par le récepteur ?

R : Temps de relaxation (régime transitoire) du piézoélectrique.

Q : Comment on mesure le temps de référence des émetteurs/récepteurs ?

R : On mesure l'écart entre le début du burst et le maximum du signal reçu.

Q : Pourquoi on peut utiliser le même temps de référence pour les mesures ?

R : Car il ne dépend que de la fréquence.

Q : Qu'est-ce qui influence la vitesse du son ?

R : La densité et la rigidité du milieu.

Questions sur la manip (Coaxial)

Q : Comment fonctionne un LCR-mètre ?

R : Il envoie un courant et mesure la R du dipôle.

Q : Pourquoi le signal fourni par le GBF est divisé par deux ?

R : Pont diviseur entre le câble coaxial et la résistance du GBF.

Q : Pour le signal qui revient le long du câble coaxial est déformé ?

R : Filtrage dans le câble coaxial (équivalent LC).

Q : Est-ce que l'atténuation dépend de la fréquence ?

R : Oui.

Q : C'est quoi le taux d'ondes stationnaires ?

R : Rapport des amplitudes des ondes stationnaires et progressives dans le câble (mesuré avec un TOS-mètre).

Q : Comment faire pour observer une onde stationnaire dans le câble ?

R : Envoyer en signal sinusoïdal dans le câble ouvert à l'extrémité.

Titre : Propagation guidée des ondes

Présentée par : Théotime Régimbeau

Rapport écrit par : Benoît Fanton

Correcteur : Agnès Maître

Date : 16/10/2024

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Optique --- Une approche expérimentale et pratique	Houard	De Boek
Electromagnetisme –H prépa	Brébec	Hachette

Compte-rendu détaillé de la leçon

Pas de photographies de brouillons ! Le compte-rendu doit être rédigé, pour que l'enseignant puisse corriger si nécessaire.

Niveau choisi pour la leçon : PC

Pré-requis :

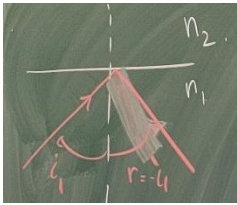
- Acoustique
- Réflexion sur un conducteur parfait
- Ondes électromagnétiques

Element imposé : Présenter un modèle du guidage de la lumière dans une fibre optique.

Introduction : En général on utilise des antennes pour transmettre du signal mais cela provoque de la dilution de l'onde.

Expérience : Avec des piezo électriques, un émetteur, un détecteur distant de 50cm environ : les ultra sons se propagent dans l'air sur environ 2π steradians si bien qu'une partie très faible de l'onde initiale est détectée par le détecteur. Mais par contre dans un tuyau l'énergie est guidée le long du tuyau. La majeure partie de l'énergie émise à l'entrée du tuyau peut être détectée à sa sortie : on observe à l'oscillo une déformation du signal (sous forme de 2 bosses) on va essayer de le comprendre ici.

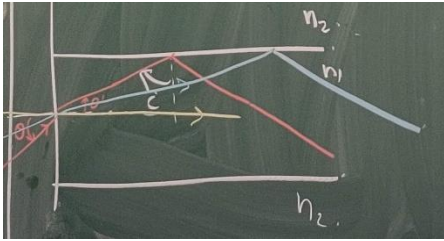
I. Propagation guidée dans une fibre optique



Rappel de la condition de réflexion totale entre un milieu d'indice n_1 et n_2 :

$$\sin(i_1) > \frac{n_2}{n_1}$$

1) Modélisation



Condition de réflexion totale :

$$\sin(i) > \frac{n_2}{n_1}$$

$$i = \frac{\pi}{2} - \theta'$$

$$\cos(\theta') > \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin(\theta) = n_1 \sin(\theta')$$

$$\sin(\theta) \leq n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sin(\theta_c)$$

On observe que pour les différents angles d'incidence en entrée, le trajet est différent et les temps de parcours sont aussi différents.

2) Dispersion intermodale

Supposons qu'on ait des angles d'incidence entre $\theta = 0$ et $\theta = \theta_c$ en entrée.

On prend une fibre optique de longueur $L = 1\text{km}$.

Pour $\theta = 0$ on a un temps de propagation $\tau = \frac{Ln_1}{c}$.

Pour $\theta = \theta_c$, on a un temps de propagation : $\tau' = \frac{n_1 L}{c \cos(\theta'_c)} = \frac{n_1 L}{c \frac{n_2}{n_1}}$

Ainsi on a une différence de temps de parcours :

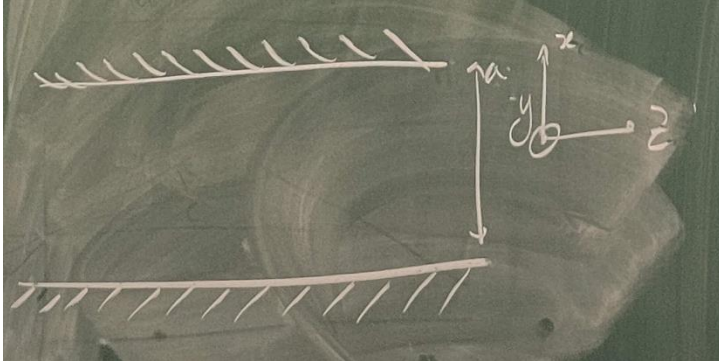
$$\Delta\tau = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right)$$

En application numérique : $n_1 = 1,52$ et $n_2 = 1,51$ on a : $\Delta\tau \simeq 34\text{ns}$

Cela donne une restriction du nombre de bit par seconde qu'on peut envoyer : dans cet exemple, le temps entre deux bits doit être supérieur à ce temps $\Delta\tau$. En prenant 100ns , on trouve un débit inférieur à 10MHz .

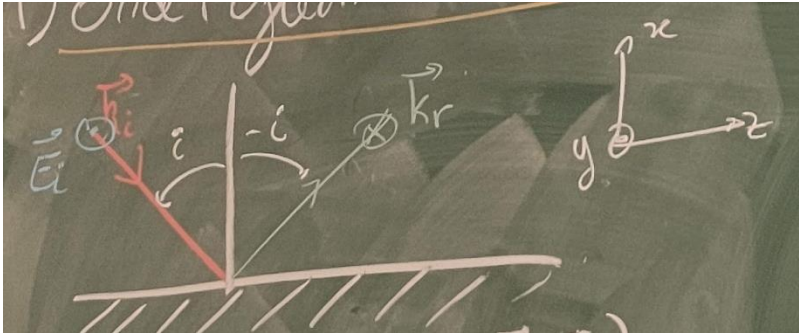
On a vu qu'on a quelque chose de guidé et de la dispersion du signal. Est-ce qu'on peut être plus précis avec une modélisation d'électromagnétique ?

II. Guide d'onde plan électromagnétique



On considère maintenant des conducteurs pour obtenir la réflexion de l'onde.

1) Onde réfléchi sur un conducteur (polarisation transverse électrique –TE)



Onde incidente: $\vec{E}_i = E_0 \vec{u}_y e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$

Onde réfléchi : $\vec{E}_r = E_0 \vec{u}_y e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})}$

Vecteur d'onde : $\vec{k}_i = \frac{\omega}{c} (\sin(i) \vec{u}_z - \cos(i) \vec{u}_x)$

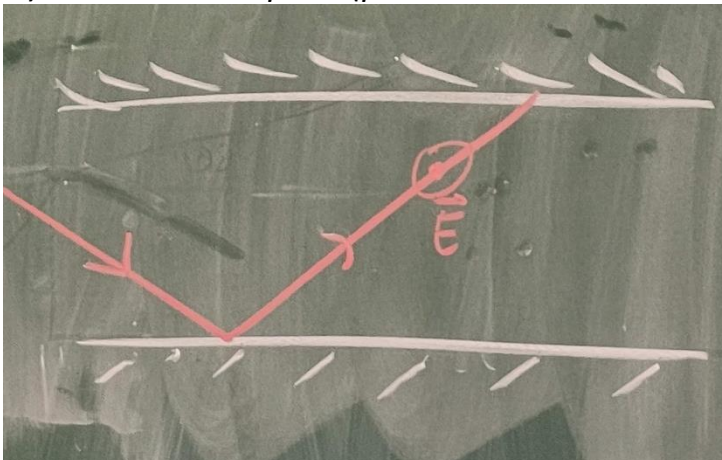
Vecteur d'onde : $\vec{k}_r = \frac{\omega}{c} (\sin(i) \vec{u}_z + \cos(i) \vec{u}_x)$

D'où en sommant :

$$\vec{E}_{tot}(\vec{r}, t) = E_0 \vec{u}_y e^{j(\omega t - k_z z)} \left(e^{j \frac{\omega}{c} \cos(i) x} - e^{-j \frac{\omega}{c} \cos(i) x} \right) = 2j E_0 \vec{u}_y e^{j(\omega t - k_z z)} \sin\left(\frac{\omega}{c} \cos(i) x\right)$$

On a donc une propagation uniquement selon z et dans la direction x on a une onde stationnaire

2) Guide d'onde plan (polarisation transverse électrique –TE)



On a un deuxième conducteur donc on a une deuxième condition qui est :

$$\overrightarrow{E_{tot}}(x=a) = 0$$

D'où : $\sin\left(\frac{\omega}{c} \cos(i) a\right) = 0$

Et donc $\frac{\omega}{c} \cos(i) a = n\pi$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

On retrouve une quantification comme dans le cas de la corde de Melde.

On peut réécrire : $\cos(i) = \frac{n\lambda}{2a}$

On a donc quelque chose de quantifié en particulier quand $\frac{a}{\lambda} n$ n'est pas trop grand.

3) Relation de dispersion

On peut donc réécrire

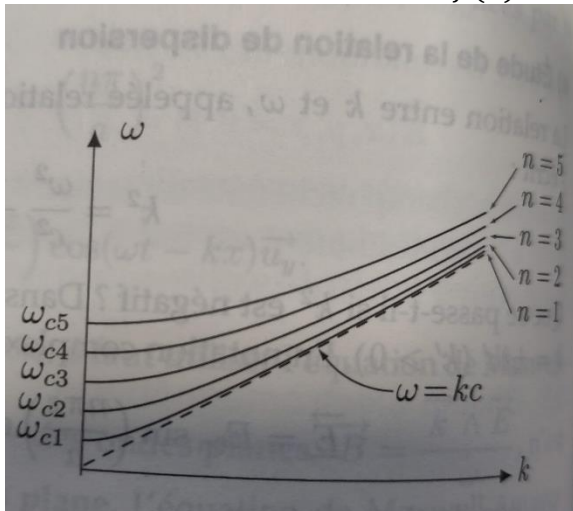
$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \sin^2(i) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \left(\frac{n\pi c}{a\omega}\right)^2\right) = \frac{\omega^2 - \omega_{nc}^2}{c^2}$$

Avec $\omega_{nc}^2 = \left(\frac{n\pi c}{a}\right)^2$, c'est la relation de Klein-Gordon comme vu dans le cas des plasmas.

On a une vitesse de phase $v_\phi^n = \frac{c}{\sin(i)}$

Et avec $v_\phi v_g = c^2$ on obtient $v_g^n = c \sin(i)$, on a le cas similaire que dans la fibre optique : quelque chose de plus lent « comme si elle fait plus de trajet »

On trouve donc une relation $\omega = f(k)$ comme ceci :



Si $\omega < \omega_{1c}$, il n'y a pas de mode propagatif

si on choisit $\omega_{1c} < \omega < \omega_{2c}$

On aura qu'un seul mode de propagation.

Si $\omega > \omega_{2c}$ On observe plusieurs modes : Pour une valeur de ω , on obtient plusieurs valeurs de k_z et donc différentes vitesses possibles. Mais

Reprise de l'expérience avec le guide d'onde : on observe deux modes principaux (comme dans le cas multimode précédent) et aussi d'autres modes en zoomant.

Conclusion : On a différents avantages du guidage de l'onde : conservation de l'énergie et augmentation du débit grâce à l'utilisation des ondes optiques (et non radio). Cependant, on a déformation du signal et on peut avoir de la dispersion dû à la propagation de plusieurs modes.

Expérience(s) réalisée(s) :

- *Manip : Propagation guidée des ondes ultrasonores dans un tuyau à l'aide de piezo électriques*
- *Référence : TP Acoustique 1*

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

C'est au binôme de prendre en note les questions posées par l'enseignant. Et autant que possible de prendre en note les **bonnes** réponses (donc pas nécessairement celles données par l'étudiant au tableau)

L'enseignant pourra compléter les questions et bien sûr les réponses.

Merci de respecter le format ci-dessous autant que possible.

Question : Quelles sont les conditions pour avoir une réflexion totale entre deux milieux diélectriques ?

Réponse : Il faut qu'on passe d'un milieu plus réfringent à moins réfringent.

Question : Dans le cas moins réfringent à plus réfringent que se passe-t-il ?

Réponse : On a toujours un rayon réfléchi et réfracté. Le rayon réfracté est plus proche de l'axe normal que le rayon incident. On a un angle maximal d'angle réfracté i_{lim} quand l'angle d'incident est rasant tel que $\sin(i_{\text{lim}}) = \frac{n_1}{n_2}$.

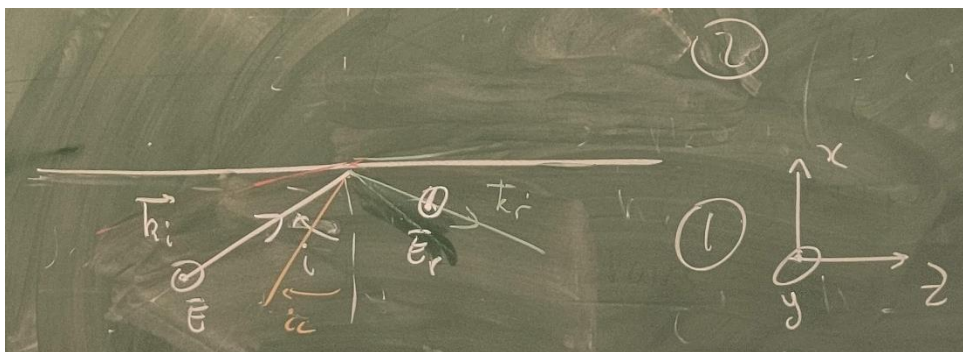
Question : Dans le cas plus réfringent à moins réfringent que se passe-t-il pour des angles plus petits que i_{crit} , plus grand que i_{crit} et juste en dessous de i_{crit} ?

Réponse : Pour des angles plus petits que i_{crit} , on a rayon réfracté plus loin de l'axe normal et un rayon réfléchi. Pour des angles plus grands que i_{crit} , on a uniquement un rayon réfléchi. Pour un angle juste en dessous de i_{crit} , le rayon réfracté est rasant.

Question : Si on est au-delà de i_{crit} que se passe-t-il dans le milieu moins réfringent

Réponse : On a une onde évanescence c'est-à-dire qu'on a une décroissance exponentielle de l'amplitude avec la distance au dioptre.

Question : Déterminer la décroissance de l'onde évanescence ? (avec des questions intermédiaires)



Réponse : On a : $\vec{E}_i = E_0 \vec{u}_y e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$,

On connaît $\vec{k}_z = \frac{n_1 \omega}{c} \sin(i) \vec{u}_z$ et $\vec{k}_x = \frac{n_1 \omega}{c} \cos(i) \vec{u}_x$

Or dans le milieu 2, on aura encore $\vec{k}_z^{(2)} = \vec{k}_z^{(1)}$

Et aussi $(\vec{k}^{(2)})^2 = \left(n_2 \frac{\omega}{c}\right)^2$ avec $\vec{k}^{(2)} = -ik \vec{e}_x + k_z^{(2)} \vec{e}_z$ en écrivant $\vec{E}^{(2)} = \vec{E}(z, y, t) e^{-kx}$

D'où : $\kappa^2 = k_z^{(2)} - \frac{(n_2 \omega)^2}{c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} (n_1^2 \sin^2(i) - n_2^2) = \frac{\omega^2}{c^2} n_1^2 (\sin^2(i) - \sin^2(i_c))$

On retrouve la décroissance exponentielle pour les $i > i_c$.

Question : J'achète une fibre chez un commerçant, quelles sont les caractéristiques que je récupère ?

Réponse : On a la différence d'indice, l'indice intérieur -> On a donc l'ouverture numérique qui est la caractéristique principale d'une fibre optique

Question : Qu'est-ce qu'on a de particulier avec l'absorption ?

Réponse : On a le théorème de Kramers-Kronig -> on a un lien fondamental mathématique entre l'absorption et la dispersion.

Question : Ecrire une relation entre n et une autre constante importante ?

Réponse : On a le tenseur $[\epsilon_r]$ pour les milieux linéaires telles que : avec $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, on a $\vec{D} = \epsilon_0 [\epsilon_r] \vec{E}$. Si on suppose que le milieu est homogène $[\epsilon_r]$ ne dépend pas du point. Si on suppose isotrope, on a $[\epsilon_r] = \epsilon_r I$ et on a alors : $n = \sqrt{\epsilon_r}$

Question : Est-ce que vous pouvez donner un modèle simple pour avoir ϵ_r ?

Réponse : Il s'agit du modèle de l'électron élastiquement lié.

Le modèle de Thomson (ci-dessous) donne la polarisabilité α en fonction de la géométrie de l'atome

On considère un atome neutre avec un noyau chargé positivement, et un cortège électronique. En présence d'un champ électrique on a le cortège électronique de taille R qui se déplace et un moment dipolaire $\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$. On déplace les deux centres d'une distance d .

On fait un équilibre des forces sur le noyau on a alors comme il ne subit que la charge de la boule de rayon d :

$$EZe = Ze \frac{\frac{\rho 4\pi}{3} d^3}{4\pi \epsilon_0 d^2} = \frac{(Ze)^2 d}{3\epsilon_0} \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

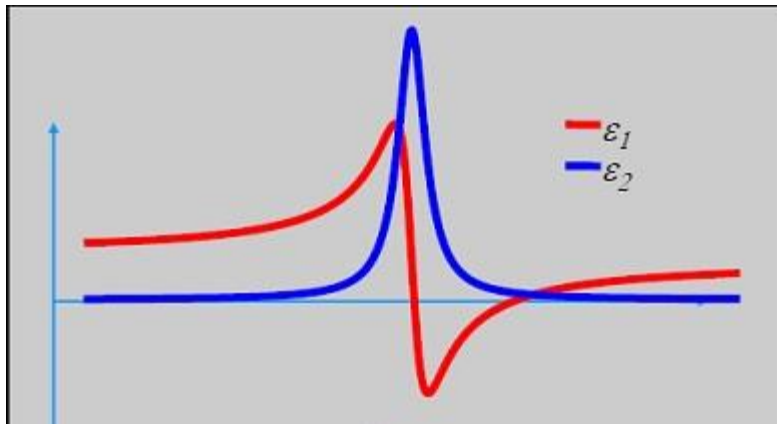
$$Zed = E4\pi R^3 \epsilon_0$$

D'où $\alpha = 4\pi$. C'est le modèle de Thomson.

La relation de Clausius Mossotti relie la polarisabilité à la constante diélectrique d'un milieu dont la densité d'éléments polarisables est N .

$$\frac{N\alpha}{3} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}$$

Question : C'est quoi la forme des parties réelles et imaginaires de ϵ_r ?



Réponse : avec ε_1 la partie réelle et ε_2 la partie imaginaire.

Question : C'est quoi la conséquence pour une fibre optique ?

Réponse : On aura aussi de la dispersion intramodale due à la dispersion de la constante diélectrique

De plus pour les modes guidés (voir diagramme $\omega(k)$), on a de la dispersion due aux conditions aux limites (indépendamment de la dispersion due au milieu matériel (cf modèle de l'électron élastiquement lié qui donne la dispersion de ε_r))

Question : On croise aussi l'ouverture numérique qu'est-ce ?

$$\text{Réponse : } \sin(\theta_c) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Question : Dans le guide plan, est-ce qu'on a quelque chose de différent avec une autre polarisation ?

Réponse : on peut avoir aussi des ondes TM (la polarisation de B est suivant y)
Notons que pour les ondes guidées dans un guide plan conducteur, les champs E et B ne sont pas orthogonaux (pour le mode TE, B a une composante suivant x et suivant z alors que pour le mode TM c'est E qui a une composante suivant x et suivant z). Il ne s'agit plus de modes électromagnétiques transverses comme dans le vide.

Question : C'est quoi les vitesses de phase et de groupe ?

Réponse : Pour la vitesse de phase, on peut considérer une onde de la forme $s(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$, les plans de phase constants se déplacent à une vitesse $v_\phi = \frac{\omega}{k}$.

Pour la vitesse de groupe, on considère un paquet d'onde de la forme :

$$s(x, t) = \int_0^\infty d\omega s(\omega) e^{j(\omega t - k(\omega)x)}$$

Avec une amplitude autour de ω_0 et d'épaisseur $\Delta\omega$ petit.

On a alors avec le dl autour de ω_0 une forme :

$$s(x, t) = e^{j(\omega_0 t - kx)} A \left(t - \frac{x}{v_g} \right)$$

$$\text{Avec } v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Question : C'est quoi une fibre à gradient d'indice ?

Réponse : On a une variation continue de n qui est telle que l'indice décroît avec la distance au centre : cela permet que les rayons qui font plus de trajet spatial de le faire dans un moins grand indice et donc d'aller plus vite. On a une compensation qui permet une moins forte dispersion.

Question : Pour internet, c'est quoi comme fibre ?

Réponse : C'est des fibres monomodes.

Question : Comment on fait une fibre monomode ? C'est quoi le débit ?

Réponse : Le cœur de la fibre est suffisamment petit (de l'ordre de $10\mu\text{m}$ de diamètre si bien qu'un seul mode peut se propager) Le débit est . 10Gbit/s par couleur et par paeire de fibre. On peut faire circuler environ 100 longueurs d'onde différentes par paire de fibre soit au total 1Tbit/s

Commentaires lors de la correction de la leçon

Le binôme prend en note les commentaires de l'enseignant liés au contenu de la leçon : choix des thématiques abordées, plan choisi, notions hors-programme, expériences, respect du format de la leçon. **L'enseignant ajoute ou modifie abondamment des commentaires à posteriori.**

Les commentaires relatifs à la prestation de l'étudiant (rapidité, élocution, enthousiasme, niveau disciplinaire, etc.) sont à remplir sur la fiche « Évaluation » par l'enseignant, qui sera mis à disposition de l'étudiant passé à l'oral uniquement.

Peut-être détailler un peu plus les prérequis.

C'est très compliqué en leçon de faire une autre fibre optique que celle à saut d'indice. Les calculs deviennent rapidement très compliqués

Le guidage \wedge par un deux plans conducteurs est un minimum.

C'est super de mettre des manip dès qu'on peut.

C'est mieux de rajouter des ordres de grandeurs comme on parle de choses concrètes (ici sur les télécoms)

Exemples de « passages obligés » sur cette leçon

- Illustrer expérimentalement le guidage d'une onde (2023)
- Présenter le guidage d'une onde électromagnétique entre deux plans infinis parfaitement conducteurs et discuter les limites de la modélisation proposée (2023 & 2024)

Titre : Propagation guidée des ondes

Présentée par : Malik Kourdi

Rapport écrit par : Hugo Rondin-Khouya

Correcteur : Agnès Maître

Date : 09/10/2023

Bibliographie		
Titre	Auteurs	Éditeur
Électromagnétisme, fondements et applications	J.P. Perez	Dunod
Cours de physique des ondes (prépa agreg Lyon), 2015	E. Thibierge	/
Electromagnétisme-onde et proagation guidée	P. Tchofo Dinda – P. Mathey	Dunod

Niveau choisi pour la leçon : L3

Prérequis :

- Équations de Maxwell
- Équation de d'Alembert
- Interférences à 2 ondes

Plan détaillé :

I) Propagation des OEM dans le vide (33'23'')

1) Propagation libre des ondes OEM (2'17'')

- Sur slide
- Présentation de la relation de dispersion des OEM dans le vide

2) Propagation guidée des ondes OEM (31'06'')

a. Position du problème

- Schéma des deux plans métalliques
- Rappel des conditions aux limites

b. Étude du mode transverse électrique (TE)

- Onde électrique polarisée dans le plan (yOz)
- Utilisation de (MG) → seule la composante transverse du champ électrique subsiste
- Il n'y a plus d'onde plane ! Sa norme dépend de x .
- Détermination de l'équation différentielle vérifiée par l'amplitude du champ électrique
- Résolution de l'ED avec les conditions aux limites
- Aboutissement à la relation de dispersion : identification des deux termes

c. Pulsation de coupure

- Se déduit de la relation de dispersion
- Tracé du graphe de k^2 en fonction de la pulsation et illustration de la position de la pulsation de coupure
- Tracé de différents modes

d. Vitesse de phase

- Expression de la vitesse de phase : milieu dispersif !

e. Vitesse de groupe

- Expression de la vitesse de groupe en différentiant
- Tracé du graphe de la vitesse de groupe et de la vitesse de phase en fonction de la pulsation

EXPÉRIENCE : Ondes acoustiques guidées (ça marche aussi pour les ondes mécaniques !) (2'13)

- Observation avec et sans guide
- Apparition des modes

II) Application à la fibre optique, approche interférentielle (6'17'')

1) Modes de propagation

- Sur slide
- quantification des modes de propagation
- explication de la fibre optique à l'oral

Conclusion (0'34'')

- Bilan entre propagation dans le vide non guidée et guidée

Questions posées par l'enseignant (avec réponses en vert)

- Qu'est-ce qu'un conducteur parfait ? Un matériau dont la conductivité $\gamma \rightarrow +\infty$.
- Pourquoi le champ est nul dans un conducteur parfait ? À cause de la puissance transportée qui ne peut diverger, en effet $p_{\text{vol}} = \gamma E^2$ et si $\gamma \rightarrow +\infty$ et que l'on veut p_{vol} finie, alors nécessairement il faut que $E = 0$ au sein du conducteur parfait.
- Choix du champ dans le plan (yOz) et vous avez choisi une décomposition $E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z$. Comment justifier ce choix ? Quelle particularité a ce champ ? Est-il contenu dans le plan (yOz) ? La polarisation est contenue dans ce plan, mais la propagation est selon le vecteur d'onde $\mathbf{k} = k_z \mathbf{e}_z$.
- Que dire de sa propagation ? Selon \mathbf{e}_z .
- Que devient la composante selon \mathbf{e}_x ? C'est un choix de ne pas l'avoir considérée ici.
- Où est la propagation ? Est-ce que c'est la propagation que vous avez écrit ? Non, il faut rajouter le terme en exp. (propagation selon z croissant)
- Que dire de la polarisation ? Il en existe différents types : circulaire, elliptique, rectiligne etc ...
- Vous vous propagez selon z et la polarisation est selon y ou x. Mais vous avez dit que la propagation est dans le plan (yOz) ?
- Considérons qu'on est dans le vide et une onde qui se propage dans le plan du tableau. Comment est la polarisation ? PROBLEME : j'ai confondu propagation et polarisation.
- Pourquoi ne pas avoir choisi de polarisation selon x ? Raisons de symétrie.
- Ça veut dire quoi TE ? Est-ce le cas ici ? Transverse électrique. Oui.
- Que lui arrive-t-il à \mathbf{B} ? Ses variations induisent un champ \mathbf{B} qui induisent un mode TM.
- Comment est \mathbf{B} dans cette histoire ? Utilisation de l'équation de (MF)
- Dans le cadre de la TE, que valent les composantes du champ \mathbf{E} dans le cas où E_x est nul ? E_y , B_z et B_x .
- Pouvez-vous le dessiner sur le schéma ?
- Que pensez-vous de \mathbf{B} par rapport au vecteur d'onde ? Pas orthogonal donc dans ce cas ce n'est pas une TM.
- Est-ce possible dans le vide ? Non... en fait c'est lié au guidage.
- Quand \mathbf{E} et \mathbf{B} sont transverses ça s'appelle comment ? Mode TEM
- Pourrait-on avoir une onde TEM ici ? Non. On ne peut avoir une onde TEM en optique guidée que pour certaines géométries, où \mathbf{E} est normal aux surfaces limitant le guide et \mathbf{B} tangentiel ((par exemple câble coaxial)
- Par rapport à l'équation différentielle, que se passe-t-il si $\alpha^2 < 0$? Les seules fonctions qui permettent une double annulation de E au niveau des conducteurs sont les fonctions sin et cos, donc seule la solution où $\alpha^2 > 0$ convient.
- Comment avez-vous défini la fréquence de coupure ? À partir de la relation de dispersion
- Pourriez-vous me redonner l'expression de la pulsation de coupure ?
- À quoi cela correspond-il ? Ça correspond à la pulsation à partir de laquelle on peut voir une propagation pour le mode p.
- Ce n'est pas une fréquence de coupure absolue ? Oui, en effet, elle dépend de p. En fait pour être rigoureux, il faudrait définir la coupure pour le premier mode p, c'est-à-dire $p=1$.
- Pourriez-vous me représenter votre diagramme de k_z^2 en fonction de ω ?
- C'est quel mode ? Dessins de plusieurs modes

- Quand vous êtes quelque part entre $p=1$ et $p=4$, combien de modes y a-t-il et comment ça se passe ? Quels k_z auront-ils ? Le construire sur le schéma.
- Vous avez tracé les modes dans le guide. Ca veut dire quoi le trait blanc qui délimite les flèches rouges ? Ça délimite l'amplitude de $E(x)$? Représentation ambiguë. Ici OK mais ne pas oublier les flèches (pas besoin de mettre le vecteur d'onde k plongeant)
- Expérience : c'est quoi comme ondes ici ? Comment marchent ces ondes acoustiques ? On a un piézoélectrique qui pourra résonner, le son vient de la vibration du piézoélectrique.
- Comment est la suppression ? Longitudinale
- Qu'est-ce que ça change ? Quantification avec les zéros de la fonction de Bessel due à la géométrie du guide qui est cylindrique.
- À l'oscilloscope pourquoi ne voit-on que deux modes ? On ne peut en voir plus car le tube a un rayon trop petit.
- Avez-vous essayé d'autres tailles de tubes ? Non. Il y a une dépendance de la vitesse en $1/a$ avec a le rayon du cylindre, il y aura une variation de la vitesse si on prend un tube de rayon plus faible, la vitesse est plus faible
- Y-aura-t-il plus de modes ? La vitesse est plus faible et donc plus de modes sur l'écran ? Je ne sais pas. A priori oui, mais je ne suis pas sûr. (Réponse donnée au dessus.)
- Pourriez-vous mesurer la vitesse de groupe sur l'oscilloscope ? Oui, avec les curseurs. On connaît la distance et en mesurant le temps mis ça devrait marcher. On retrouve à peu près 370 m/s en ordre de grandeur ce qui n'est pas trop loin de la vitesse de propagation du son dans l'air à 25°C aux incertitudes de mesures près.
- Dans la fibre optique, on fait interférer qui avec qui ? Interférences des modes et les modes sont les différentes réflexions. (Pas très évident sur le schéma présenté)
- Pour que les ondes interfèrent, il faut deux rayons. Qui est en phase avec qui ? Celui du centre et celui qui se réfléchit. Explication animation.
- Mais sur le schéma c'est pas le même ? En effet....
- À quoi sert une fibre optique ? Transmettre info d'un point A à un point B, cf fibres sous-marines.
- Comment sont ces fibres ? Il y en a deux types de fibres multimodes : à saut d'indice ou à gradient d'indice
- Combien de modes passent dans ces fibres ? Elles sont multimodes en général. Pour qu'elles soient monomodes il faut que le cœur soit très petit. La taille nécessaire dépend de la longueur d'onde.
- Pourquoi doivent-elles être monomodes les fibres télécom ? Elles doivent être monomodes pour éviter la dispersion des différents modes au cours de la propagation sur de longues distances. En effet, les modes se mélangeraient et on perdrait l'information
- Comment coder de l'information dans une fibre télécom ? En sortie de la fibre, encodeur qui récupère l'info en fonction du temps : CAN
- Qu'est-ce qui fait le codage au sein d'une fibre ? Comment réaliser le codage et par quoi est-il réalisé ? Modulation de l'intensité par le courant, ou interféromètre de Mach Zehnder avec un modulateur électro-optique sur un bras pour varier le chemin optique,

Remarque :

Pour les fibres monomodes. Elles sont tellement petites pour qu'il n'y ait pas plusieurs

1,3 micron minimum absorption

1,5 micron minimum dispersion

Quand on fait 20k km, il faut pas que des modes se brouillent ... on veut une dispersion aussi petite que possible

Commentaires lors de la correction de la leçon

Débrief avec la classe

Points positifs

- (Théo) Super clair et super intéressant
- Tu es toujours retombé sur tes pattes et c'est très bien. Il faut surtout écouter le jury ! Quand on galère, le jury nous tend une perche en général (Agnès Maître)
- C'était très bien, calculs bien menés, rythme soutenu, pas aller plus vite par contre. (Agnès Maître)
- Bonne réponse aux questions dans l'ensemble
- Tu m'as régaler (Pierre)
- Ce que tu as proposé comme contenu était vraiment pas mal ! (Agnès Maître) Il y a aussi le câble coaxial, la fibre optique à la limite c'était un peu dur peut-être
- Super ! (Valentin)
- Tu as replacé tes calculs dans un contexte physique (Alex)
- Le diapo était bien (Alain)
- La conclusion était bien (Romain)

Points négatifs

- Dommage pour la perte de temps sur le calcul (Théo)
- Attention à l'erreur sur propagation/polarisation !
- Interprétation des enveloppes (Valentin)
- Il manque des applications numériques pour un peu plus de physique ! (Agnès Maître)
- Peut-être plus d'images ! (Alain)
- La partie sur la fibre était un peu rapide (Agnès) une ouverture pourquoi pas ! Parler concrètement des fibres télécom
- Pas très convainquant le schéma du cours de Thibierge (Agnès) approche « casse-gueule ».

Exemples de « passages obligés » sur cette leçon

- présenter le guidage d'une onde TM entre deux plan conducteurs infinis
- présenter le guidage dans une fibre optique
- on présentera le guidage d'une onde acoustique dans un tube
- on discutera la notion de mode dans un guide

Exemples d'expériences pour les docteurs

- Ondes acoustiques dans un tube (montré ici)
- Ondes centimétriques guidées