1

gravitat

Niveau ~~PCSI~~ CPGE

Pré-requis: ~~..~~ Méca du • (PFD, TMC)

Electrostatique (Th Gauss)

Intro : | Newton l'a introduite en 1687 (+ Galilée + Kepler) + Aristote
| ISS ou satellite comme James Webb

~~I) Champ de gravitation~~

I) Force interact° gravitationnelle

1) Champ de gravitation

Si on prend 2 pts A et B de masses m_1, m_2 et $\vec{AB} = r\vec{e_r}$

$$\vec{F}_{A\to B} = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e_r}$$

cste gravitationnelle $= 6,67 \times 10^{-11}\ m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}$

comme en électrost. pour distrib. charges ponctuelles

$$\vec{F}_{A\to B} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e_r} = q_2\vec{E_1}$$

on a $\vec{F}_{A\to B} = m_2\left(-\mathcal{G}\frac{m_1}{r^2}\vec{e_r}\right) = m_2\vec{\mathcal{G}}$

champ de gravitation

Terre

Soit 1 distrib. homogène et sphérique de masse $M_T = 6\times10^{24}\ kg$

et $R_T = 6400\ km$

Par analogie au Th Gauss en électrostat: $\oint_\Sigma \vec{G}\cdot\vec{dS} = -4\pi\mathcal{G}M_{int}$

Par invariance rotat° $\vec{G}(r,\theta,\varphi) = \vec{G}(r)$

Par sym : $\vec{G}(r) = G(r)\vec{e_r}$

$$\oint_\Sigma G(r)\vec{e_r}\cdot\vec{dS} = G(r)\oint r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi = 4\pi r^2 G(r) = -4\pi\mathcal{G}M_T$$

$$G(r) = -\mathcal{G}\frac{M_T}{r^2}$$

Le champ sphérique a été ramené en 1 pt ponctuel

A.N. $G(r) = 9,81\ m/s^2$ = valeur de la pesanteur

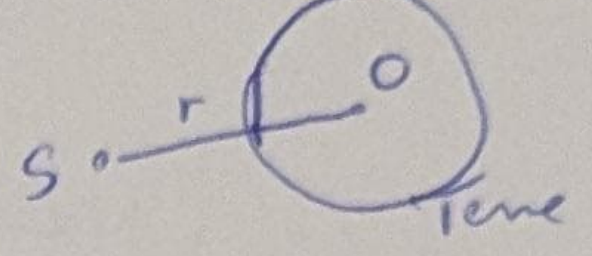
car en 1ère approx on néglige la courbure de la surf. Terre

∴ champ gravité est ≃ que pesanteur

2) Expérience + vidéo marteau/plume

3) Lois de Kepler Mouv. à F. centrale

on se place ds réf. géocentrique



Th. mom. ciné à S : $\frac{d\vec{L_O}}{dt} = \vec{M_O}(\vec{F_g}) = \vec{OS} \wedge \vec{F_g} = \vec{0}$

$\therefore \vec{L_O} = m\vec{OS} \wedge \vec{v} = \vec{cste}$ $\therefore$ mouv plan (1ère loi)

plan mouv = plan contenant $\vec{OS}$ et $\perp \vec{L_O}$

colin. à $\vec{e_z}$

$\vec{L_O} = m(r\vec{e_r}) \wedge (\dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta}) = mr^2\dot{\theta}(\vec{e_r} \wedge \vec{e_\theta}) = mr^2\dot{\theta}\,\vec{e_z}$ $\therefore r^2\dot{\theta} = C$

c'est cste d'aires (2e loi)

(3e loi) ...

~~Mouv à F. centrale~~

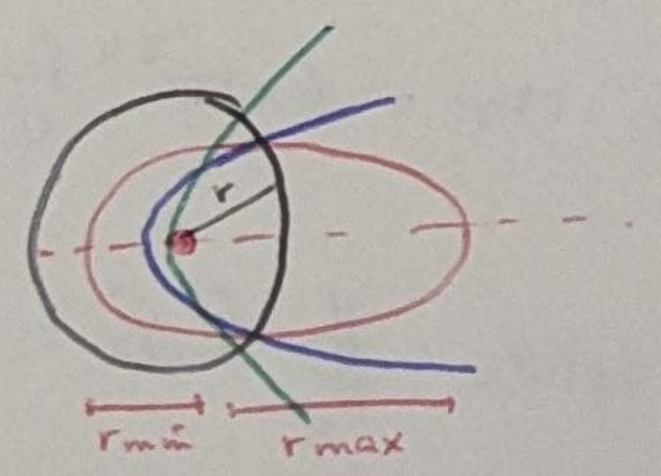
II] Mouv. Satellite

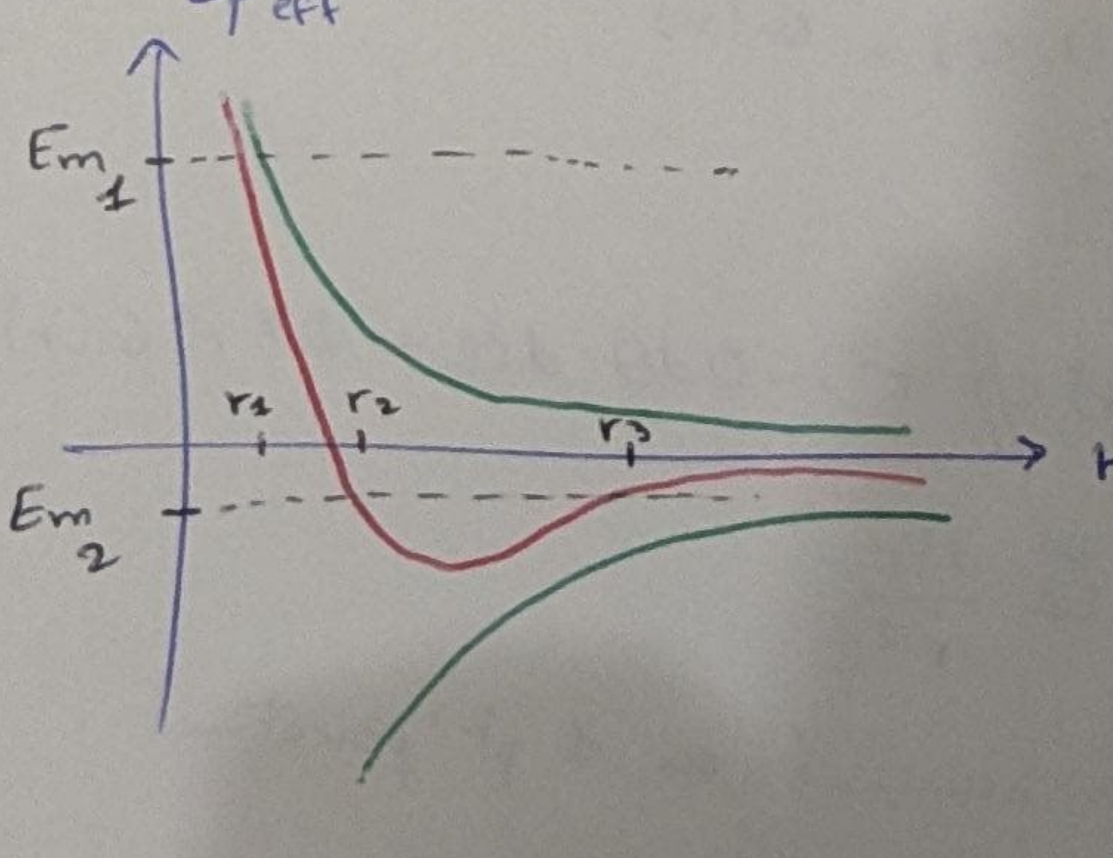
1) Trajectoire

$r(\theta) = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$ — paramètre $= \frac{C^2}{\mathcal{G} M_T}$

excentricité

0	$0<e<1$	1	>1
$r(\theta) = p$ circulaire	elliptique	parabolique	hyperbolique





2) Approche énergétique

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2)$

$E_p = -\mathcal{G}\frac{M_T m}{r}$

$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \underbrace{\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} + E_p}_{E_{p\,eff}}$

- $E_{m1} > 0 \Rightarrow$ mouv entre r_1 et $+\infty \Rightarrow$ état libre (diffusion)
- $E_{m2} < 0 \Rightarrow$ entre r_2 et $r_3 \Rightarrow$ état lié

Télescope James Webb : au sol = état lié, pour être en état libre il doit avoir $v_{min} = 3{,}53 \times 10^5$ m/s

conclusion : planètes ✓✓ —ais pas Mercure

2

gravitat

- gravitation = interact° attractive entre 2 corps ayant une masse
  - ↳ centrale = $\vec{F}$ dirigée selon la droite joignant les 2 centres de masse
  - ↳ conservative = $W_{\vec{F}}$ ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de la position initiale et finale

∴ $E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$

conséquences: E_p ↘ gd dist. ↘

signe -if reflète le caractère attractif de la $\vec{F}$

- $\vec{F_g}$ est $\vec{F}$ d'action à distance tjr attractive

- masse inertielle: mesure la résistance à un chgt de mouv (loi Newton $F = ma$)

  masse gravitationnelle: " l'intensité de l'interaction gravitationnelle

  En pratique, elles sont égales (numériquement) d'où l'universalité de la chute libre

- Chute libre: tous les obj tombent avec m̂ acc. en l'absence de frottements (exp. Galilée ou vidéo d'Apollo 15 avec marteau et plume)

  cela permet de définir g: acc. de la pesanteur $R = \frac{1}{2}gt^2$

- (Th Gauss) Pour une distrib. sph. (comme Terre), à ~~l'ext~~ l'extérieur on peut modéliser comme si toute la masse était concentrée en 1 pt au centre

1ère vit. cosmique = vit. min pour rester en orbite sans propulsion

condition: $F_{gravit} = F_{centripète}$

$$G\frac{M_T m}{R_T^2} = \frac{m v^2}{R_T} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T}} = 7{,}9 \text{ km/s}$$

2e vit. cosmique = échapper complètement de l'attract° terrestre (vit. de libération)

condition: Em nulle à l'∞

$$E_c + E_p = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM_T m}{R_T} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}\, v_1 = 11{,}2 \text{ km/s}$$

3e vit. cosmique = vit min pour échapper attract° Soleil (quitter SS) depuis l'orbite terrestre

dépend de position initiale (si r = 1 UA): $v_3 = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{r}} = 42{,}1 \text{ km/s}$

un satell. partant de T doit cumuler cette vit. avec celle qu'a déjà la T autour du Soleil (~ 30 km/s)
(29,8)

(tout obj se trouvant à surf. T ou en orbite autour d'elle possède déjà cette vit. ds réf. héliocentrique)

si on lance satell. ds m̂ sens que mouv orbital de la T, on profite de cette vit. déjà acquise

$\therefore$ v à ajouter pour quitter SS $= v_{\text{évasion solaire}} - v_{\text{orb.T}}$
$= 42,1 - 29,8$
$= 12,3$ km/s → par rapport à ☉ et pas T

vit. supplément. à donner au satell. ds réf. héliocent. pour s'échapper du ☉

<u>En pratique</u> 11,2 km/s pour s'échapper de l'attract° terrestre
puis accélérer ds bon sens pour atteindre au total 42,1 km/s

- Limites des vit. cosmiques

ces vit. supposent | lancement instantané sans frott.
| trajectoire idéale (circulaire, radiale, etc)

En réalité | faut tenir compte frott. atmosph.
| vit. doit être atteinte progressivement avec une poussée continue (ex: fusée à plusieurs étages)