

Optique Géométrique I

DUNOD
1ère année
2008 3^e éd
opt. géom
1

Chap 8 : Approx p.197

- faisceau lumineux est cône \Rightarrow impossible d'isoler rayon
Par écran troué on peut avoir "faisceau lumineux"
- trajectoire suivie par la lumière ne dépend pas du sens \Rightarrow principe Retour inverse
- si surf. entre 2 milieux est réfléchissante \rightarrow miroir sinon c'est un dioptrique

Chap 9

Lors de Descartes

- rayon réfléchi est ds plan d'incidence
- l'incid. i_1 et de réflexion r sont tq: $r = -i$
on oriente les i et r à partir de la normale au miroir
- rayon réfracté est ds plan d'incidence
- l'incid. i_1 et de réfraction r_2 sont tq: $m_1 \sin i_1 = m_2 \sin r_2$
- $n_2 > n_1 \Rightarrow \sin r_2 < \sin i_1 \Rightarrow r_2 < i_1$ et rayon réfracté se rapproche de la normale
- $n_2 < n_1 \Rightarrow r_2 > i_1$ et rayon réfracté s'écarte de la normale
- + on $\nearrow i_2$ + rayon réf. s'écarte jusqu'à $i = \frac{\pi}{2} \Rightarrow i_1 =$ l'limite tq $\sin i = \frac{n_2}{n_1}$
si on $\nearrow i$ + donc Réflexion totale

$$\text{Indice de réfraction} = n = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad \text{Loi de Cauchy}$$

↑
incidence
rasante

Chap 10 : Stigmatisme / Aplanétisme / Dioptrics / Miroirs p.221

- syst. est rigoureusement stigmatique si \forall rayons issus de A passent par A' = A et A' sont conjugués
- syst. est " aplanétique" si il y a correspondance plan transverse (B' conjugué de B se trouve sur plan transverse passant par A').
- Dans miroir, A' est image virtuelle de A et symétrique à lui par rapport au miroir

Miroir plan est le seul syst. opt. qui est rigoureux aplan. pour \forall pt de l'espace

$$\text{Grandissement: } Y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

* par miroir, l'image d'un objet $\infty = \infty \Rightarrow F' = \infty$ et si $F = \infty \Rightarrow$ syst. afocal

- si image d'un point = tache mais si elle n'est pas très grosse (c cellule élémentaire du détecteur)
 \Rightarrow stig. approché

De m on a souvent aplanét. approché

$$* \text{ Dioptric plan de centre S: } \frac{\overline{SA'}}{m'} = \frac{\overline{SA}}{m} \quad \text{Rel. de conj. ds conel. Gauss}$$

Cond. Gauss

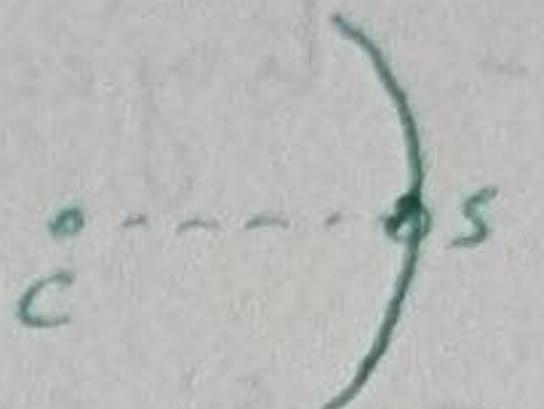
- rayons font \angle avec axe du syst \Rightarrow rayons paraxiaux
- rayons rencontrent dioptrés ou miroirs au voisinage du p. sommet
- angle d'inclina. des rayons sur les dioptrés ou miroir est petit

Miroir Sphérique

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = ff' = \overline{FS}^2 = f^2$$

↑ sommet

Rel. de Newton

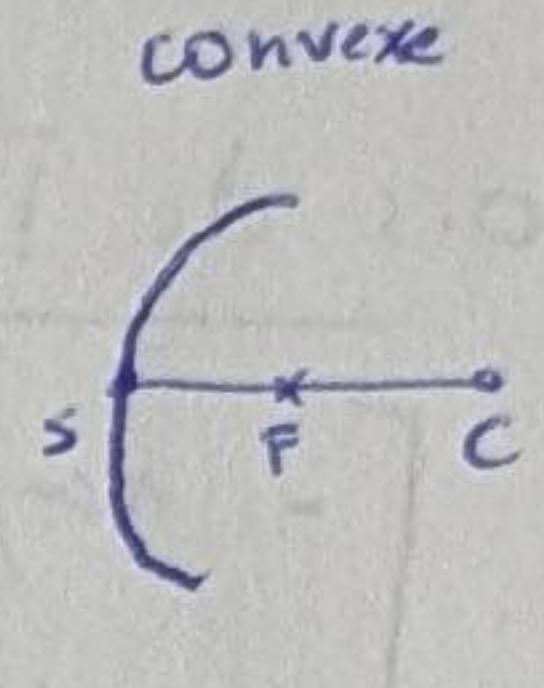
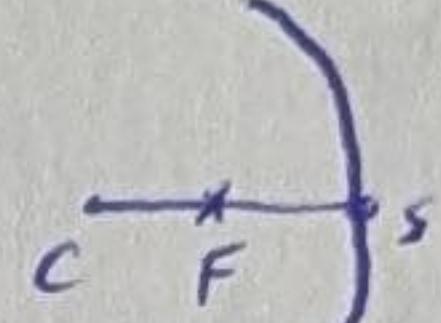


Formule conj. 1) $\frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS}$

concave

convexe

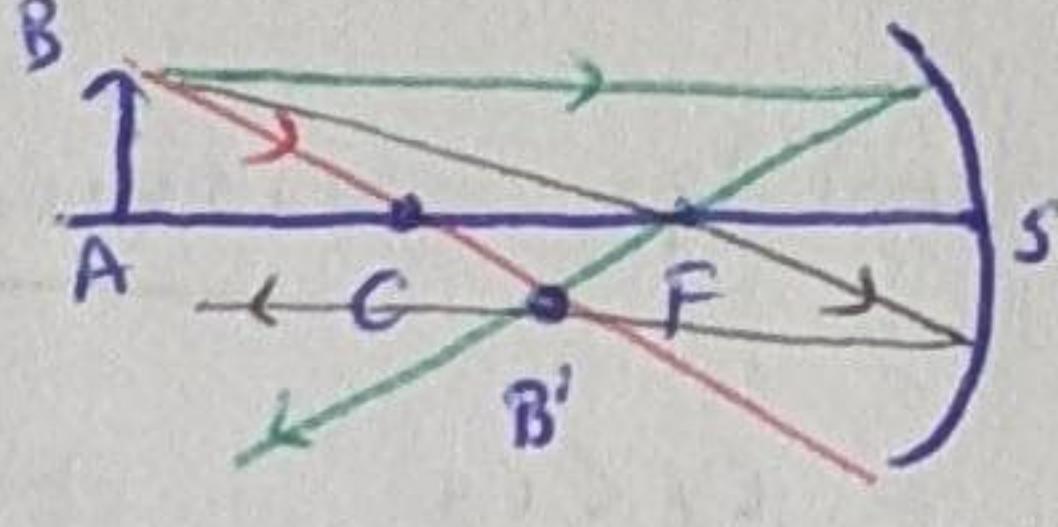
2) $\frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC}$



Grandissement: $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

- pas dévié
- // \Rightarrow passe par F'
- passe par F \Rightarrow //

Règles de construction :



Optique Géom II

S-OLIVIER

C-MORE

H-GIE'

Phy. Spé PSI

opt-géom

1

Appox d'opt-géom

- On attribue aux ondes :

-) une dir. propog. décrite par vect. unitaire $\vec{u}(M)$
-) vlt. de propog. $c(M)$

L'indice du milieu : $n(M) = \frac{c_0}{c(M)} \rightarrow$ ds le vide

il dépend de λ : $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ milieu dispersif

Loi de Cauchy et A, B cst > 0

Aberrations : les rayons non paraxiaux contribuent à déformer les images

⇒ aber. géométriques ⇒ on les enlève en ajoutant des diaphragmes

De plus, la position et la taille de l'image

dépend de λ par n (sauf pour les miroirs) = dispersion colorée ⇒ aber. chromatiques

Lentilles fines

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Miroir sphérique

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

↗ objet réel + $\lambda \neq$ image réelle ⇒ on utilise \overline{l} pour avoir image réelle à une distance D de l'objet

$$\text{Soit } \overline{AO} = d = \overline{OA'} = D-d \Rightarrow \frac{1}{D-d} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'} \Rightarrow d^2 - Dd + Df' = 0$$

$$\text{par } \Delta > 0 \Rightarrow f' < \frac{D}{4} \Rightarrow 2 \text{ positions avec } \gamma < 0$$

$$\text{si } f' = \frac{D}{4} \Rightarrow \text{position de Silberman} \quad \gamma = -1$$

$$\therefore \text{faut que } D \gg f' \Rightarrow \text{on peut} \therefore \text{faire approx que } F \approx A \Rightarrow |k| \approx \frac{D}{f'}$$

choix de \overline{l} se base sur D et γ qu'on veut avoir

Chap 20 Modèle Scalaire

Optique Ondulatoire

p-693

DUNOD
PC-PC*
2016, 4^e éd
1

- nature ondul. Lumière, début 19^e siècle, par découverte interf. et diffraction.
- Opt. géom. est approx d'opt. ond., valable pour $\lambda \gg$ par rapport dimension obstacle
- Fin 19^e siècle, Maxwell \rightarrow Lumière est onde EM
- Théorie scalaire de opt. ond. est approx. de théorie ondes EM, ondes vectorielles
- début 20^e siècle \rightarrow nature corpusculaire
- méca classique est approx de méca quantique

1] Modèle Scalaire:

- Onde EM se compose de 2 champs de vecteurs couplés \vec{E} et \vec{B} se propage à c dans vide.
Pour onde plane, ces 2 vec sont \perp et \perp à \vec{u}_z dir. prop.
- Pour lumière naturelle, direction \vec{E} change aléatoirement, durée moy. entre 2 chgt = temps de cohérence τ_c . Ce $\tau_c \ll t$ expérimentale = on peut pas définir une direction \vec{E}
= lumière non polarisée $\Rightarrow E_x$ et E_y sont parfaitement équivalents
- Vibration lumineuse = composante quelconque de \vec{E} par rapport à un axe $\perp \vec{u}_z$
= en 1 pt M à instant, est notée $s(M,t)$.
= introduite par Fresnel début 19^e siècle, avant éq. Maxwell et donne résultat conforme à l'expérience ais pour lumière non polarisée
- vib. lum. se propage dans milieu transparent par rayon lumineux à $v = \frac{c}{n}$ indice opt. du milieu
- Thm de superposition: si plusieurs $s_i(M,t)$ simultanées, chacune se propage comme si elle était seule et vib. résultante en M = $s(M,t) = \sum s_i(M,t)$
"Mais en réalité" il faut que les \vec{u}_i des prop. fassent \neq angles entre elles

2] Eclairage: grandeur fondamentale car \equiv ce que l'on peut observer ou mesurer

- les récepteurs sont caractérisés par temps de réponse $\tau = t$ min qui doit séparer 2 signaux pour qu'ils soient perçus individuellement
Ex: \rightarrow œil $\rightarrow \tau \approx 0,1s$, film cinéma = 2h image / s $\approx \frac{1}{2h} = 0,0hs$ \Rightarrow on voit en continu
 \rightarrow pellicule photographique = signal energetique est l'énergie reçue pendant $10^{-6} - 10^{-2}s \equiv \tau$
 \rightarrow capteur CCD = élément des caméras, fournit à l'pixel les valeurs des 3 puissances lumineuses pour les 3 couleurs RGB. Capteur 12 millions pixel = rectangle 4000×3000 cellules, dans chaque 4 photodéTECTEURS (1R, 2G, 1B) de $99\mu m$. $\tau < 10^{-2}s$
- les récept. sont sensibles à puiss. lumini. Le plus petit τ reste $\gg T_{visible} \approx 10^{-14}s$
= récept. sensibles à valeur moy. de puiss. lum.
- En EM, vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ qui est $\vec{E} \wedge \vec{B}$ = a direct = celle de prop. onde et sa norme est densité de puissance [Watt/m²] = qte Energ. transportée à travers surf. par unité temps
Aussi: la moyenne du milieu isotrope $\Rightarrow \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2$ pour valeur instantanée
 $\vec{\Pi} = \epsilon_0 c E^2 \vec{u}_z$

Donc la moy. densité puiss. $\propto E^2 \Rightarrow$ éclairement $E =$ puiss. lumi. surface réçue par une surface: $E(M) = K \langle s(M, t)^2 \rangle$ moy. temporelle et $K = \text{const} > 0$ [W.m⁻²]

La théorie EM mq $K = \epsilon_0 c \sin \theta$ tq $\theta = L$ entre surface et \vec{u}_z . En expérimentation $\theta \approx \frac{\pi}{2}$

* Dans la suite, on oublie K car on travaille avec éclair. relatif $\frac{E}{E_0} \rightarrow$ éclair. de référence

- Intensité vibratoire $I = \langle \| \vec{E}(M, t)^2 \| \rangle$

3] Lumière monochromatique: c'est vib. idéale purement sinusoïdale:

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

amplit. \downarrow puls. const. \downarrow retard de phase aux pt M
 : 1 seconde fréq.

- Elle a double périodicité des t et des espaces:

$$\text{*) variat. temp.} = \text{période } T, \text{ fréq. } \nu = \frac{1}{T}, \text{ puls. } \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{*) variat. spat.} = \text{long. onde } \lambda \text{ (période spat.), mboîte } \sigma = \frac{1}{\lambda} \text{ (fréq. spat.)}, \\ \text{module d'onde } K = 2\pi\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (puls. spat.)}$$

* Liens entre eux \Rightarrow vitesse de propagation

$$\rightarrow \text{vide } \frac{c}{\nu} = cT = \lambda_0, \quad K_0 = \frac{\omega}{c}$$

$$\rightarrow \text{milieu où } \nu = \frac{c}{n} = \frac{c}{\nu} = \nu T = \lambda, \quad K = \frac{\omega}{\nu}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{et} \quad K = nK_0$$

- Onde visible $\Rightarrow \lambda$ entre bleu 400 nm et rouge 750 nm

$$\nu_{\text{moy}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow \text{chaque } \nu = \text{constante}$$

- On représente l'illum. monochro. par vib. complexe: $\underline{s}(M, t) = A(M) e^{i(\omega t - \varphi(M))}$

$$\text{Amplitude complexe: } \underline{a}(M) = A(M) e^{-i\varphi(M)}$$

$$\star s(M, t) = \text{Re}(\underline{s}(M, t))$$

$$A(M) = |\underline{s}(M, t)| = |\underline{a}(M)|$$

$$\varphi(M) = -\arg(\underline{a}(M))$$

et intensité vibratoire (partiel)

- L'éclairement est: $E(M) = K \langle s(M, t)^2 \rangle = \langle A(M)^2 \cos^2(\omega t - \varphi(M)) \rangle = \frac{1}{2} K A(M)^2$

C'est donc proport. au carré de l'amplit. de vibration

$$\Rightarrow \text{En complexe } E(M) = \frac{1}{2} K |\underline{a}(M)|^2 = \frac{1}{2} K \underline{a}(M) \underline{a}(M)^*$$

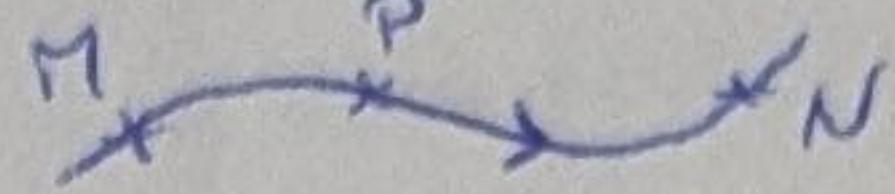
$$= \frac{1}{2} K |\underline{s}(M, t)|^2 = \frac{1}{2} K \underline{s}(M, t) \underline{s}(M, t)^* \rightarrow \begin{matrix} \text{conjugué} \\ \text{complexe} \end{matrix}$$

Chemin Optique

- vib. lum. se propage le long de rayons - Soit rayon lum. passe par M puis N

$$\text{chemin optique } (MN) = c t_{MN} \quad (\equiv \text{longueur})$$

$$* t_{MN} = t_{MP} + t_{PN} \quad \therefore \underline{(MN)} = (MP) + (PN)$$



Calcul pratique du chemin opt.

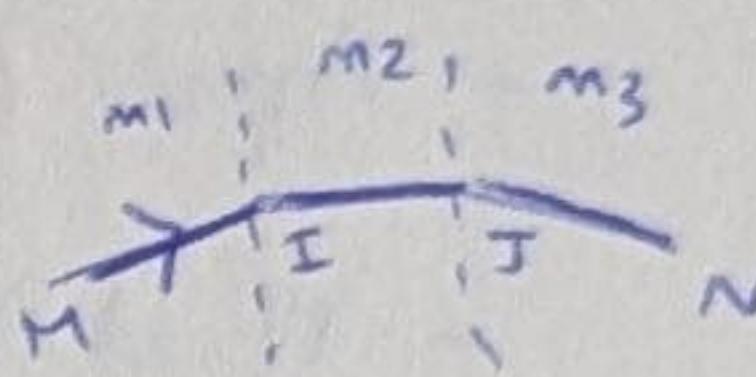
- Les milieux transp. sont dispersifs = $v_{\text{propag.}}$ et ind. opt. n dépendent de λ lumineuse
= on travaille ici avec monochrom.

- Supposons milieu homogène = n est le m̄ partout dans milieu
= propag. en ligne droite (sauf si il y a réflexion ou réfraction)

- Néglige absorption par milieu = n est réel

a) si milieu homogène = $(MN) = c t_{MN} = c \frac{MN}{v} = c \frac{MN}{c/n} = n MN$

b) on traverse plusieurs mil. homog. $(MN) = m_1 MI + m_2 IJ + m_3 JN$



ch. opt = longueur rayon lum. \times ind. opt. milieu transp. qu'il traverse
 $(AB) = n \vec{u} \cdot \vec{AB}$ tq \vec{u} sens parcours lumineux

Retard de phase

la vibrot. lum. en N reproduit la vib. en M avec retard de propagation t_{MN} et une atténuation (représentée par α) entre M et N, dépend de M et N

$$S(N, t) = \alpha S(M, t - t_{MN})$$

$$\therefore \text{monochrom} = A(N) \cos(\omega t - \varphi(N)) = \alpha A(M) \cos(\omega [t - t_{MN}] - \varphi(M))$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi(N)} = \varphi(M) + \omega t_{MN} = \varphi(M) + \omega \frac{(MN)}{c} = \boxed{\varphi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (MN)}$$

\therefore retard de phase accumulé par la vib. lum. soit proportionnel au ch. opt.

Exceptions

De plus du déphasage lié à la propag., il y a déphasage supplémentaire si :

-) réflexion sur surf. métallique (amp. onde refl. est opposée)

$$\therefore \text{si réflexion entre M et N} \rightarrow \varphi(N) = \varphi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (MN) + \pi$$

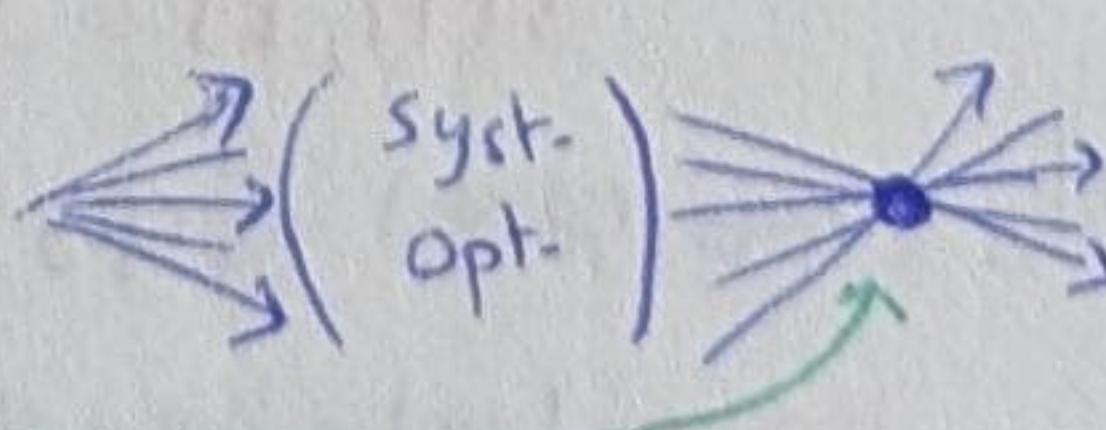
$$\equiv \text{ajouter à } (MN) \text{ un } \frac{\lambda}{2}$$

-) réflexion sur milieu + réfringent = $n_2 > n_1$

-) au passage par pt de convergence

Méthode est obtenue dans
cas d'un faisceau laser focalisé

gaussien



5] Surface d'onde:

Soit source ponctuelle S , surf. d'onde relative à la source est surf. formée des pt t_q(SM) = cste $\equiv \varphi(M) = \text{cste}$

= vib. en M reproduit la vib. à la source avec retard $t_{SM} = \frac{|SM|}{c}$ (et diminution amplitude)

\therefore on peut dire que: vib. à la m^e valeur en tous les pts d'une surf. d'onde

Thm Malus: Les surf. d'onde relatives au pt source sont \perp rayons lumineux issus de S

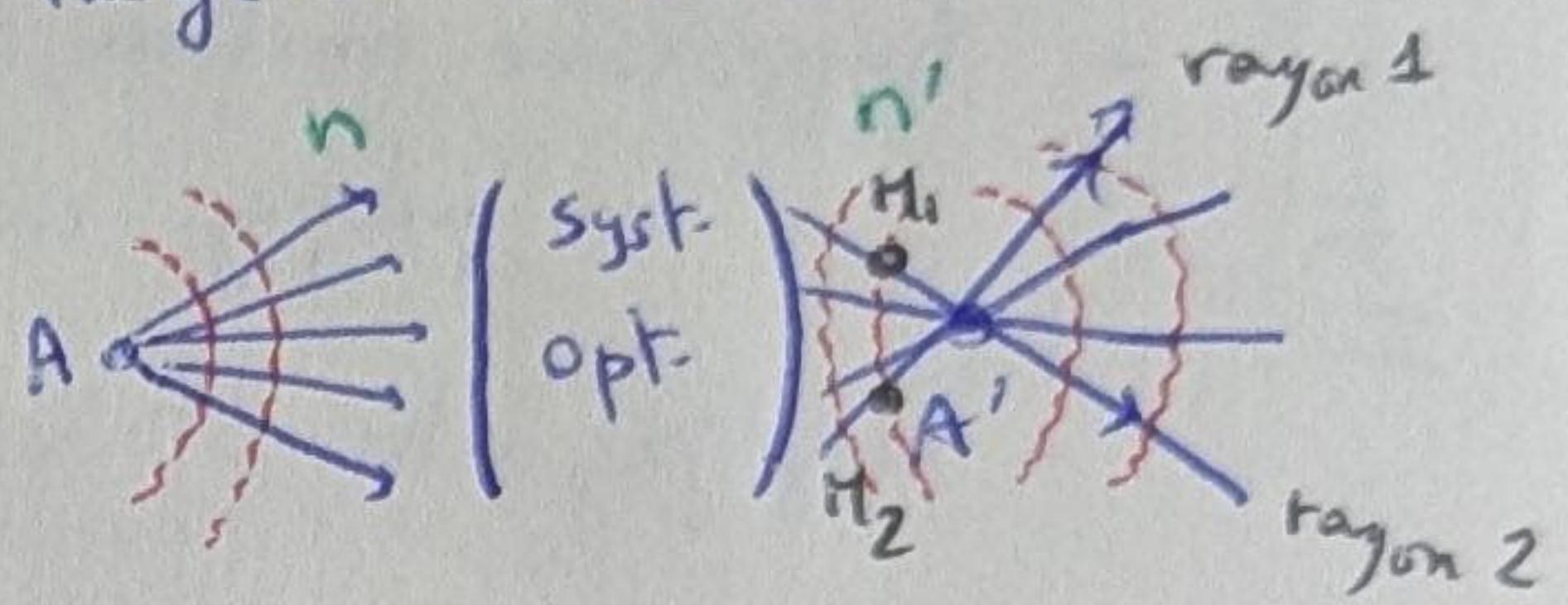
2 pt conjugués soit A et A' conjugués par un syst. opt. ($\equiv A'$ image de A) et les 2 sont en milieux transp. d'ind. n et n'

- Avant syst. opt., les rayons sont droites passant par A

- surf. d'ondes sont \perp = sphères de centre A

- Après (n raisonnement) = sphères de centre A'

- M et M' sur m^e surf. d'onde après syst. opt. $\Rightarrow (AM_1) = (AM_2)$ et $M_1A' = M_2A'$ ($\times n'$)
donc $(M_1A') = (M_2A')$
 $m'M_1A'$ $m'M_2A'$



$$\Rightarrow (AA') = \underset{\text{rayon 1}}{(AM_1)} + \underset{\text{rayon 2}}{(M_1A')} = (AM_2) + \underset{\text{rayon 2}}{(M_2A')} = (AA')$$

$\therefore \Rightarrow$ si A et A' conjugués par syst. opt., ch. opt. (AA') est le m^e le long de tous les rayons allant de A à A'

6] Onde Sphérique:

elle a une des caractéristiques suivantes:

- les rayons sont droites concourantes en 1 point S

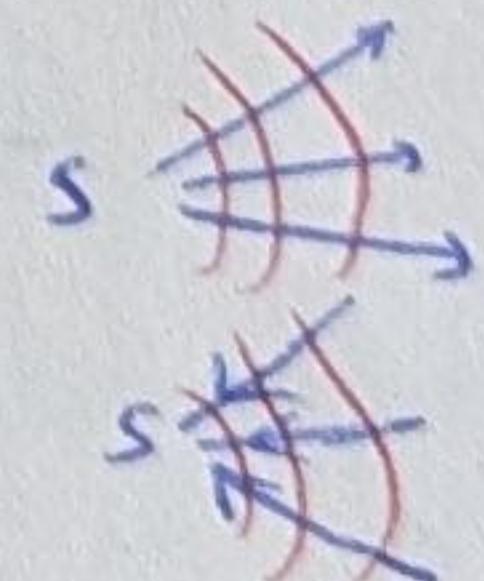
- surf. d'ondes sont sphères de centre S

) sont équivalentes d'après Malus

a) l'onde émise par source ponctuelle S situé à dist. fixe est onde sph.

b) si $S \xrightarrow[\text{opt}]{\text{syst}} S'$ = onde issue de ce syst. opt. est sph. de centre S'
à comme si y avait nouvelle source en S'

c) O. Sph. /divergente ds une zone où les rayons s'éloignent du centre
convergente " " " " se dirigent vers le centre



- O. Sph. Harmonique monochrom. divergente de centre S, ds milieux homogène:

$$S(M, t) = \frac{\alpha}{r} \cos(\omega t - Kr - \varphi_0)$$

retard à M $\leftarrow \varphi(M) = \varphi_0 + Kr$

$$\xrightarrow{\text{complexe}} S = \frac{\alpha}{r} e^{i(\omega t - Kr - \varphi_0)}$$

$$\Rightarrow \underline{a} = \frac{\alpha}{r} e^{-i(\varphi_0 + Kr)}$$

$$\begin{aligned} t &= SM \\ \alpha &= \text{cste} \in \mathbb{R} \\ \varphi_0 &= \text{retard de phase à la source } S \end{aligned}$$

- convergente: $S = \frac{\alpha}{r} \cos(\omega t + Kr - \varphi_0)$

$$\xrightarrow{\text{complexe}} S = \frac{\alpha}{r} e^{i(\omega t + Kr - \varphi_0)}$$

$$\varphi(M) = \varphi_0 - Kr$$

$$\Rightarrow \underline{a} = \frac{\alpha}{r} e^{-i(\varphi_0 - Kr)}$$

pour diverg: $\varphi(M) = \varphi_0 + Kr = \varphi_r(s) + \frac{2\pi}{\lambda} SM = \varphi(s) + \frac{2\pi}{\lambda_0} nSM$

converg: $\varphi(M) = \varphi_0 - Kr = \varphi(s) - \frac{2\pi}{\lambda_0} nSM = \varphi(s) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (nS)$

car onde passée par M d'abord

DUNOD
optique
3

•) amplitude $A(M) = \frac{\alpha}{r}$ dévoit par distance au centre

• $E(M) = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{K\alpha^2}{2r^2}$ dévoit au cube de distance

Cela admet la conservation d'énergie \rightarrow puissance moy. traversant sphère de rayon R :

$$P = \iiint_{\text{sphère}} E(M) dS = \frac{K\alpha^2}{2R^2} 4\pi R^2 = 2\pi K\alpha^2 \text{ dépend pas de } R.$$

•) amplitude $\rightarrow \infty$ si on se rapproche du centre ($r \rightarrow 0$) !!!

dans cas diverg, cette anomalie à cause modèle source ponctuelle qui est modèle mathémat. idéalisé

dans cas convex, modèle onde sph. n'est plus valable au voisinage du pt de convergence car faisceau est déformé par diffraction

7] Onde Plane:

elle a une des caractéristiques suivantes:

- rayons sont droites // entre elles
- surf. onde sont plans // entre eux \Rightarrow plans d'onde) équiv. par Thales

En plus plan d'onde \perp rayon

\Rightarrow O. plane peut être considérée par onde émise par S à l'infini ds direction $-\vec{u}$

= on considère que O. est plane si :

- Faisceau laser ds zone $|z| < z_R$
- S pointaine (dist \gg dimension instrument) et quasi-ponctuelle (sa dim << dist.) Ex étoile
- Onde produite par collimateur (S ponctuelle ds plan focal obj de \uparrow)

Dans ce cas, $\vec{u} = \frac{\vec{SO}}{r_0} \approx \frac{\vec{SO}}{f'}$

Son expression: Soit $\vec{OS} = -r_0 \vec{u}$

$$r^2 = SM^2 = (\vec{SO} + \vec{OM})^2 = (r_0 \vec{u} + \vec{OM})^2 = r_0^2 + 2r_0 \vec{u} \cdot \vec{OM} + OM^2$$

$\approx r_0 \gg OM$ (car S à l'infini)

$$\therefore r = r_0 \sqrt{1 + 2 \frac{\vec{u} \cdot \vec{OM}}{r_0} + \frac{OM^2}{r_0^2}} \approx r_0 \left(1 + \frac{\vec{u} \cdot \vec{OM}}{r_0} \right) = r_0 + \vec{u} \cdot \vec{OM}$$

Par formule O-Sph: $s(M, t) = \frac{\alpha}{r} \cos(\omega t - Kr - \varphi_0)$

• $A(M) = \frac{\alpha}{r} \approx \frac{\alpha}{r_0} = A_0$

• $\varphi(M) = \varphi_0 + Kr \approx \varphi_0 + K r_0 + K \vec{u} \cdot \vec{OM} = \varphi_0 + K \vec{u} \cdot \vec{OM}$

on garde terme car \vec{OM} est comparé à K et pas r_0 et $K \ll r_0$

O. plane monochrom.: $s(M, t) = A_0 \cos(\omega t - \varphi_0 - \vec{k} \cdot \vec{OM})$

En complexe: $s = A_0 e^{i(\omega t - \varphi_0 - \vec{k} \cdot \vec{OM})}$ indép. de r_0

$$\underline{s}(M) = A_0 e^{-i(\varphi_0 + \vec{k} \cdot \vec{OM})} = A_0 e^{-i\varphi(M)}$$

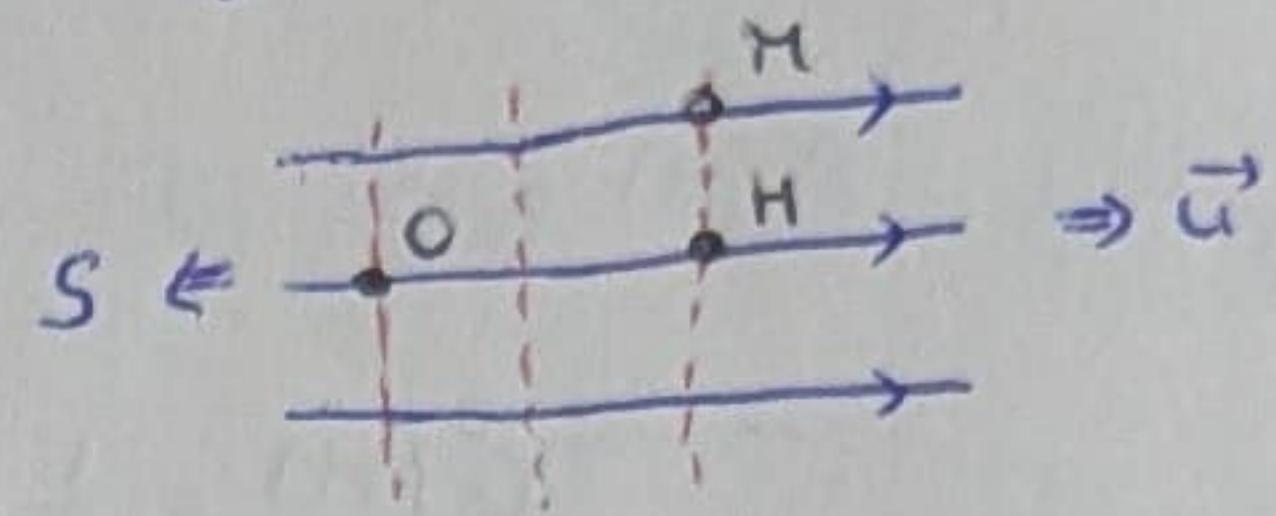
* D) On peut pas appliquer: $\varphi(M) = \varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)$ car $(SM) \rightarrow \infty$
c'est pour cela on fait intervenir pt de référence O

* Preuve: $\varphi(M) = \varphi(O) + \vec{K} \cdot \vec{OM}$ \Rightarrow soit H est le projecté orthogonal de M sur le rayon passant par O

D'après Malus: $\varphi(H) = \varphi(M)$

$$\Rightarrow \varphi(H) - \varphi(O) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (OH) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \vec{OH}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{OM} = \vec{K} \cdot \vec{OM}$$



$$\Rightarrow \varphi(H) = \varphi(M) = \varphi(O) + \vec{K} \cdot \vec{OM}$$

8] Lentille Thince:

A) approx paraxiale de O-sph-Harm⁻²

- lumière (ds syst. opt.) se propage (souvent) près d'un axe \Rightarrow approx de Gauss (approx paraxiale) en opt. géom.

- on utilise m approx aux ondes.

- Ici: Oz, axe de révolution

- Soit O-sph. harm. de pulsation ω , centre S sur axe de sym Oz $\Rightarrow \underline{a}(r) = \frac{\alpha}{r} e^{\pm ikr}$

- Soit plan $(\Pi)_z \perp Oz$ et coupe Oz au pt C d'abscisse z car S est à $z=0$.

- Soit pt M de ce plan situé à distance p de l'axe Oz

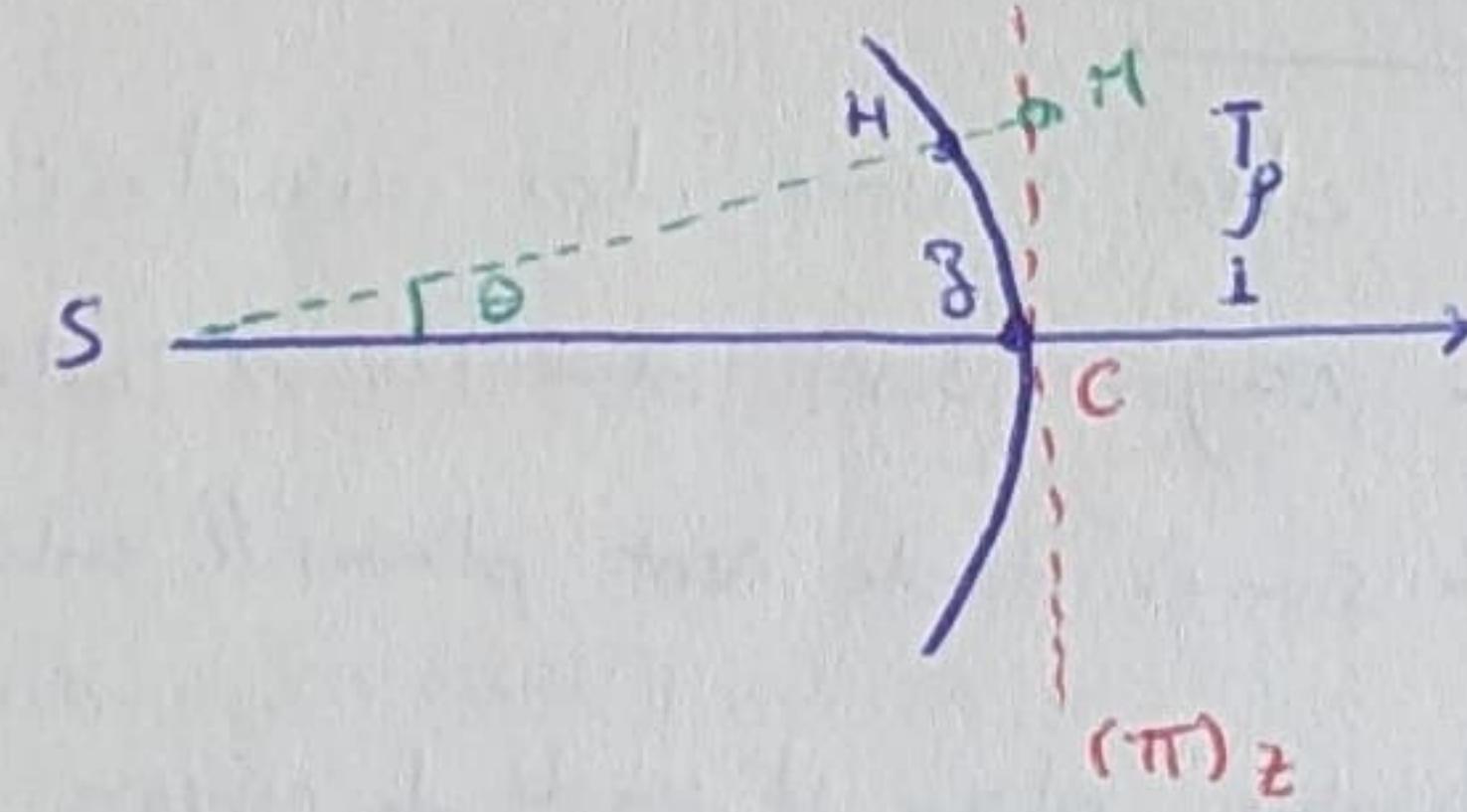
Cherchons $\varphi(M) - \varphi(C)$ ds approx de Gauss.

En opt. géom. $\theta \ll 1$, $p = z \tan \theta = z \ll z$

$$\Delta \text{rect. SCM} = SM = \sqrt{z^2 + p^2} = z \sqrt{1 + \left(\frac{p}{z}\right)^2}$$

$$SM \approx z \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{p}{z}\right)^2\right) = z + \frac{p^2}{2z}$$

$$\Rightarrow SM - SC = SM - z \approx \frac{p^2}{2z}$$



$\Rightarrow SC = SM$ (rayon sphère)

$\Rightarrow SM - SC$ est approx à ordre 2 de HM

$$\varphi(M) - \varphi(C) = K(SM - SC) \approx K \frac{p^2}{2z} = \frac{\pi p^2}{\lambda z}$$

Donc p^2 apparaît 2 fois:

- ds amplitude $\Rightarrow \frac{p^2}{z^2}$ $\approx z \gg \lambda \Rightarrow$ facile de dire $\frac{p^2}{z^2} \ll 1$
- ds phase $\Rightarrow \frac{p^2}{\lambda z}$ que $\frac{p^2}{\lambda z} \ll 1$

Dans cond. Gauss: - facteur d'amplitude: $\frac{1}{SM} \approx \frac{1}{z}$

$$- \varphi(M) - \varphi(C) \approx K \frac{p^2}{z^2}$$

$$\Rightarrow \underline{a}(p, z) \approx \frac{\alpha}{z} e^{-i\varphi_0} e^{-ikz} e^{-ik \frac{p^2}{2z}}$$

O-sph-paraxiale

iKz à la somme + (SC) + (HM)
 $\equiv (SH)$

* D) On peut assimiler localement O-sph en O-plane si $e^{iK \frac{p^2}{2z}} \approx 1 = K \frac{p^2}{2z} \ll 1 = \frac{\pi p^2}{\lambda z} \ll 1$

si distance de l'axe $p = 2\text{cm}$ et $\lambda = 0,5\text{ }\mu\text{m} \Rightarrow z \gg 2,5\text{ Km}!$

ce qui explique l'utilité des lentilles pour construire des collimateurs

$\Rightarrow S \text{ à F et sort } \parallel \text{ de F}$

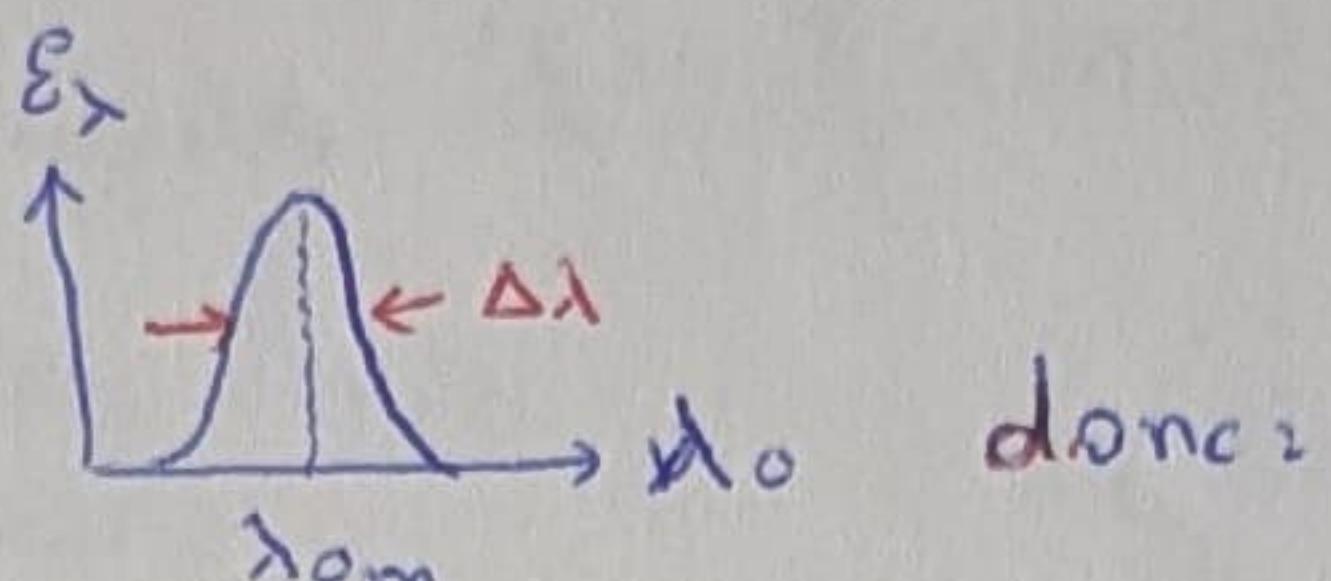
• pour $v \geq 0$ on appoxime: $\hat{f}(v) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} A \tau_c e^{-\frac{(v-v_m)^2}{\tau_c^2}}$

- $\hat{f}(v) = \frac{1}{2} \hat{f}(v_m)$ pour $v = v_m \pm \frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi \tau_c}$ = largem à mi-hautem du pic $\Delta v = \frac{2 \sqrt{\ln 2}}{\pi \tau_c}$

Conclusion Un signal limité ds temps (de durée d'ordre τ_c) a spectre en fréquence dont largem Δv est tq: $\Delta v \cdot \tau_c \sim 1$

11] Trains d'onde

Une raie spectrale est plutôt



donc:

- max d'émission à λ_m
 - largem à mi-hautem $\Delta \lambda$ tq $\Delta \lambda \ll \lambda_m$
 - la forme de la raie peut correspondre à + ft math (comme ds 3 exemples d'avant)
- ↗ une radiation parfaitement sinusoïd. a raie parfaitement fine $\Delta \lambda = 0$

En terme de fréq, la raie a $v_m = \frac{c}{\lambda_m}$ et Δv .

$$\Rightarrow \Delta \lambda \ll \lambda_m \text{ et } \Delta v \ll v_m \Rightarrow \Delta v = \Delta \left(\frac{c}{\lambda_0} \right) = \frac{c}{\lambda_m^2} \Delta \lambda = \frac{v_m}{\lambda_m} \Delta \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m} = \frac{\Delta v}{v_m}$$

- pour lampe spectrale: $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_m} \sim 10^{-3}$

- pour laser: $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_m} \sim 10^{-7}$

Interprétation la TF mq signal limité ds temps, de durée τ_c , a spectre dont largem en fréq. est $\Delta v \sim \frac{1}{\tau_c}$

Si signal est quasiment sinusoïd. de période T , fréq moy. du spectre est $v_m = \frac{1}{T}$..

$$\frac{\Delta v}{v_m} \approx \frac{1/\tau_c}{1/T} = \frac{T}{\tau_c} = \frac{1}{N} \rightarrow \text{nb oscillat. du signal}$$

L'ordre de grandem de τ : $\tau_c \sim T \frac{v_m}{\Delta v} \sim \begin{cases} 10^{-11} \text{ s lampe spectrale} \\ 10^{-7} \text{ s laser} \end{cases}$ pour $T \sim 10^{-14} \text{ s}$

On trouve τ_c brief à notre échelle mais très grand devant T .

Ce τ_c est la durée de l'émission lumineuse d'un atome

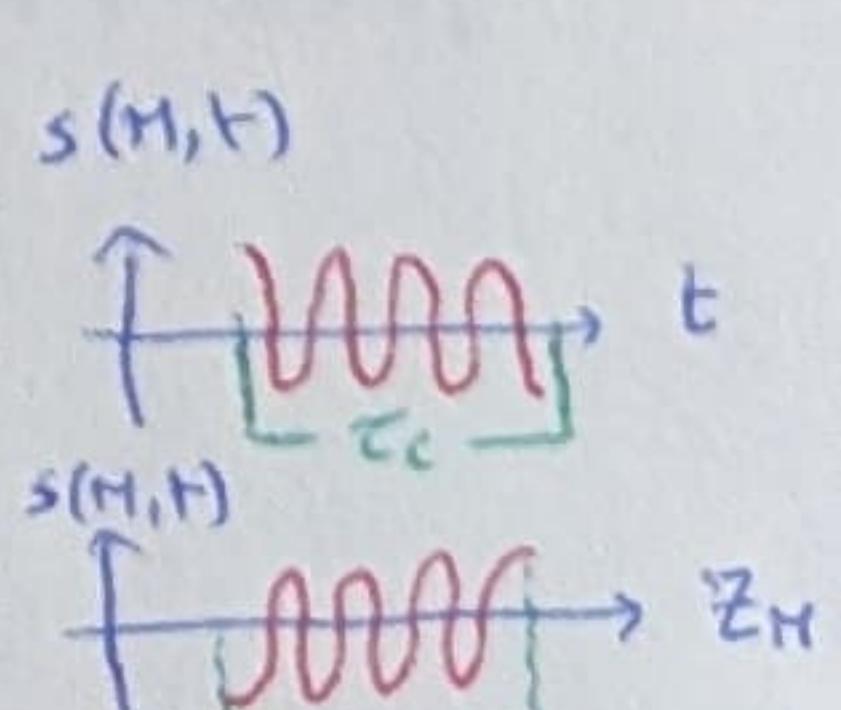
L'onde limitée ds le temps émise par un atome \Rightarrow Train d'onde

La durée moyenne des trains d'onde \Rightarrow Temps de cohérence

Longuem de cohérence = dist. que parcourt la lumière ds vide pendant la durée τ_c d'un train d'onde: $L_c = c \tau_c$

↗ En pt M donné, le passage d'un train d'onde dure en moyenne un temps τ_c

↗ A instant t donné, train d'o. a extension spatiale moyenne (ds dir. prop.) = L_c



Source

lumière blanche
lampe à Mercure
laser He-Ne

$\lambda_m (\text{nm})$

575
546,1
632,8

$\Delta \lambda (\text{nm})$

350
1
 10^{-6}

$\Delta v (\text{Hz})$

$3 \cdot 10^{14}$
 $1 \cdot 10^{12}$
 $7,5 \cdot 10^5$

$\tau_c (\text{s})$

$3 \cdot 10^{-15}$
 10^{-12}
 $1,3 \cdot 10^{-6}$

L_c

0,9 μm
0,3 mm
 $\sim 400 \text{ m}$

* Dans le domaine visible, mécanisme d'émission spontanée prédomine largement sur l'émission induite.

* $E=h\nu$ n'est pas exactement $= h\nu_0$

La fréq. des ondes EM associées n'est pas unique.

La description non quantique de ce phénomène est le modèle des trains d'onde.

La durée moy. des trains d'onde \approx durée moy. entre 2 chocs d'atomes (au moins des gaz)

Chaque train a une ampl. et une phase aléatoire

* Duré train < temps réponse adapté lumineux -

- Observat. et mesme sont sur beaucoup de train car

o) nb atomes émettant à instant t est \gg

o) beaucoup trains pendant t réponse adaptée

- on modélise cette lumière par simplifier en onde monochrom. de :

\Rightarrow amplitude fixe = moy. sur beaucoup trains

\Rightarrow retard de phase à la source $\phi(s)$ aléatoire \approx valeurs entre 0 et 2π et change de valeur au bout de T_c

$\Rightarrow \phi(M) = \phi(s) + \frac{2\pi}{\lambda_0}$ est aussi aléatoire

* N.B. $E(M) = K \langle s^2 \rangle$ et $I = \langle |\vec{E}|^2 \rangle$ sont moy. puiss à $t \gg T_c$

Chap 21 : Superposition

p. 733

Quand éclairage résultant de superp. de plusieurs O.EM $\neq \sum$ des éclairements

de chaque onde = Interférence \hookrightarrow manifestation expérimentale du caractère ondulatoire de la lumière

En optique, les interf. sont observables si les ondes sont cohérentes.

1] Supposition de 2 ondes

a) Éclairage résultant

- Pour simplifier, on prend 2 ondes parfaitement monoch. issues de 2 source ponctuelle S_1, S_2

- On suppose que les 2 ont des pulsations \neq

- " " " " sont polarisées rectilignement = \vec{E} orienté ds direct. fixe \perp propog.

Au pt M, \vec{E} des 2 est: $\vec{E}_1(M,t) = \vec{E}_{01} \cos(\omega_1 t - \phi_{10}(M))$ et $\vec{E}_2(M,t) = \vec{E}_{02} \cos(\omega_2 t - \phi_{20}(M))$

et retard de phase: $\phi_{10}(M) = \phi_{10} + \frac{\omega_1}{c} (S_1, M)$ et $\phi_{20}(M) = \phi_{20} + \frac{\omega_2}{c} (S_2, M)$

\downarrow
phase à l'émission
en S_1

⇒ monochrom. = ϕ_{10}, ϕ_{20} sont bien défini, pour quasi-monochrom. ont phases fluctuantes

$$\vec{E}(M,t) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} \cos(\dots) + \vec{E}_{02} \cos(\dots)$$

Eclaircement en M est : $\mathcal{E}(M) = K \langle \|\vec{E}(M, t)\|^2 \rangle$

!> La durée moy = durée d'intégration du détecteur (t que prend détecteur pour faire 1 mesure)

$$\mathcal{E}(M) = K \langle \|\vec{E}_1\|^2 \rangle + K \langle \|\vec{E}_2\|^2 \rangle + K \langle 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M)) \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M)) \rangle$$

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + \mathcal{E}_{12}(M)$$

$$\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$

= Terme d'interférence

Donc si terme d'interf. = 0 = les 2 ondes sont incohérentes et éclaircissement résultant = dd. des 2 ondes

\Rightarrow 2 ondes sont cohérentes si leur superpos. conduit à un terme d'interférence non nul

par lois de trig. de $2\cos(\cdot)\cos(\cdot)$:

$$\mathcal{E}_{12}(M) = K \langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)] \rangle + K \langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 + \varphi_2)] \rangle$$

durée d'intégrat. détecteur \gg T onde visible ($\approx 2 \times 10^{-15}$ s) = $\langle \cdot \rangle$ est sur mb échelle de périodes!

\therefore si $\omega_1 \neq \omega_2$ on a $\mathcal{E}_{12} = 0$ (en moyenne)

\Rightarrow 1^{er} cond. de cohérence: pas d'interférence entre 2 ondes de $\omega \neq$
 \therefore elles sont cohérentes et $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$

On suppose là que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ = $\mathcal{E}_{12}(M) = 0 + K \langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle$ par moyenne

$$\mathcal{E}_{12} = K \langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos\left(\frac{\omega}{c}[(S_2 M) - (S_1 M)] + (\varphi_{02} - \varphi_{01})\right) \rangle$$

Pour ondes monochro: $\vec{E}_{01}, \vec{E}_{02}, \varphi_{02}, \varphi_{01}$ restent invariantes

* En pratique on choisit des sources synchrones = $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ et c'est le cas ici =

$$\mathcal{E}_{12}(M) = K \langle \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\Delta\varphi(M)) \rangle$$

$$\Delta\varphi(M) = \frac{\omega}{c} [(S_2 M) - (S_1 M)]$$

\Rightarrow si 2 ondes de polar. \perp = $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} = 0 = \mathcal{E}_{12} = 0$ et pas d'interf.

\Rightarrow 2^e cond. de cohérence: 2 ondes de polar. orthogon. sont incohérentes et font pas d'interf.

si S_1 grand devant λ , si les 2 ondes ont pas m^{me} polar. mais polar. voisines
 \therefore chacune se décompose en \parallel et \perp et on a une interf.

\therefore pas nécessaire de tenir compte du caractère vectoriel de \vec{E} : ici car on prend S_1 grand \approx les 2 \vec{E} sont collinéaires
 \therefore on peut raisonner sur vibra. lum. $s(M, t)$ à M qui s'identifie à une composante de \vec{E}
 \equiv approx scalaire

$$\therefore \mathcal{E}_{12}(M) = 2 \sqrt{\mathcal{E}_1(M) \mathcal{E}_2(M)} \cos(\Delta\varphi(M)) \quad \therefore \mathcal{E} = K \langle \|\vec{E}\|^2 \rangle = \frac{1}{2} K E_0^2$$

!> si lumière naturelle = onde pas polarisée, la vibra. lum. est une des composantes de \vec{E} ds plan \perp propag.

\therefore si on veut superposer des ondes dans le modèle scalaire, il faut que dir. prop. ondes soient voisines

Dans ce cas, E_{01} et E_{02} sont remplacés par amplitude des vibra. lum.

Formule de Fresnel

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2} \cos(\Delta\phi)$$

→ retard de phase
au pt M d'une
onde par rapport
à l'autre

DUNOD
optique
T

* Par complexe, retrouvons m formule:

$$S_1(M) = S_{10} e^{i(wt - \phi_1)}$$

$$S_2(M) = S_{20} e^{i(wt - \phi_2)}$$

vibrat. lum. résultante est: $\underline{S}(M) = \underline{S}_1(M) + \underline{S}_2(M)$

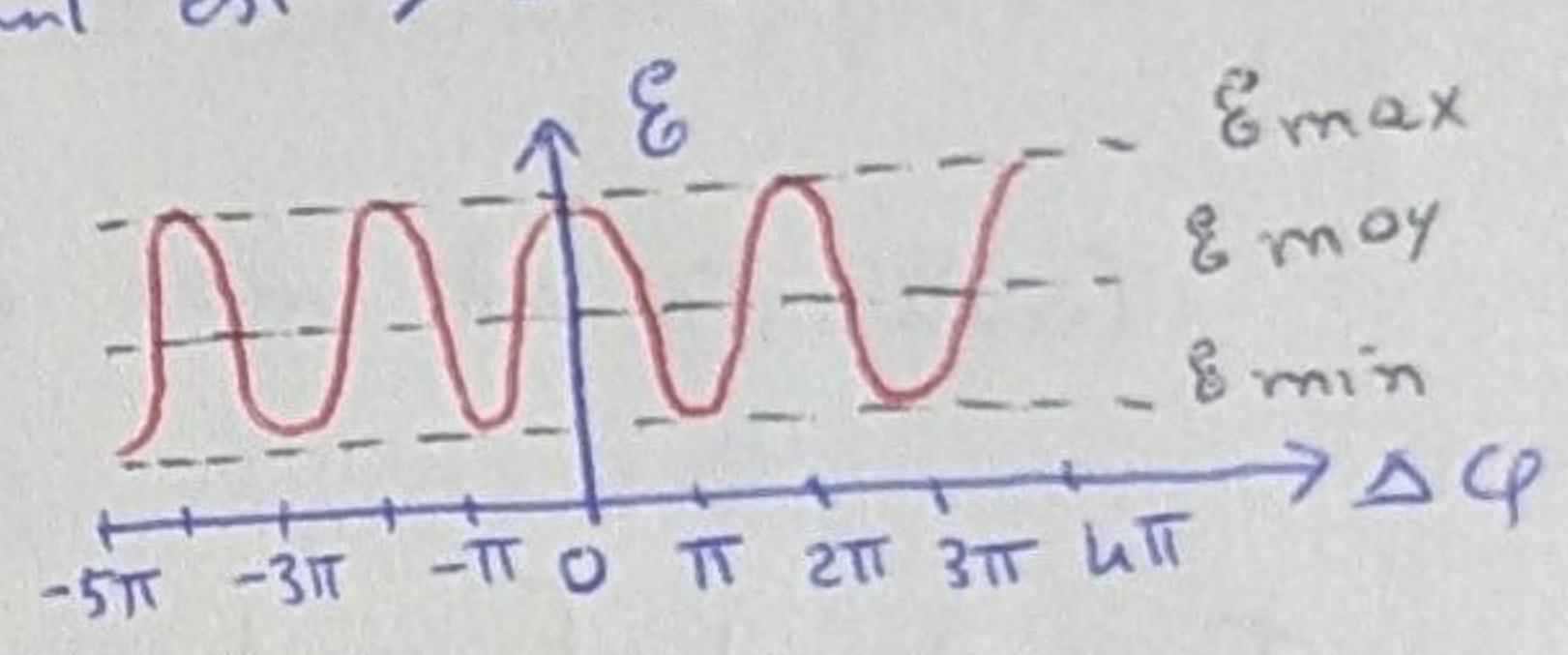
L'éclairement résultant est: $\mathcal{E}(M) = \frac{1}{2} K \underline{S}(M) \cdot \underline{S}^*(M)$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \frac{1}{2} K [S_{10} e^{i(wt - \phi_1)} + S_{20} e^{i(wt - \phi_2)}] [S_{10} e^{-i(wt - \phi_1)} + S_{20} e^{-i(wt - \phi_2)}] \\ &= \frac{1}{2} K S_{10}^2 + \frac{1}{2} K S_{20}^2 + K S_{10} S_{20} \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ &= \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2} \cos(\Delta\phi) \end{aligned}$$

Interprétation = selon signe de $\cos(\Delta\phi)$, l'éclairement résultant est $>$ ou $<$ à $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$:

intef. construct: pt où $\mathcal{E} > \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \Rightarrow \cos(\Delta\phi) > 0$

intef. destruct: pt où $\mathcal{E} < \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \Rightarrow \cos(\Delta\phi) < 0$



- Le valeur moy: $\mathcal{E}_{moy} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$. Résultat conforme à la conservation de l'énergie phénomène d'intef. modifie juste la distib. spatiale d'énergie mais pas l'E totale.
- Eclair. max si $\cos \Delta\phi = 1 \Rightarrow \Delta\phi = 2m\pi \quad t q m \in \mathbb{Z}$
 $= E_{max} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2 \rightarrow$ intef. totalement constructive
- Eclair. min $\cos \Delta\phi = -1 \Rightarrow \Delta\phi = (2m+1)\pi \quad t q m \in \mathbb{Z}$
 $= E_{min} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2 \rightarrow$ intef. totalement destructive

* si les 2 sources ont m éclairement au pt M = Fresnel = $\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0(M) [1 + \cos(\Delta\phi(M))]$

∴ $E_{min}=0 \rightarrow$ comportement paradoxal: lumière + lumière = obscurité

N.B m chose en acoustique. Les écouteurs font intef. destructive pour isoler le bruit extérieur

* $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ Pour 2 ondes synchrones ($\phi_{01} = \phi_{02}$), $\Delta\phi(M)$ s'exprime en fait chemin opt-

$$\Delta\phi(M) = \frac{\omega}{c} [(S_2 M) - (S_1 M)] = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(S_2 M) - (S_1 M)] \quad \lambda_0 = \lambda_{vise}$$

Différence de marche = diff de chemin optique: $\delta(M) = (S_2 M) - (S_1 M)$

Lien entre diff. de phase $\Delta\phi$ et diff. de marche $\delta \Rightarrow \Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$

- par définition du chem. opt. = $\delta(M) = c(t_{S_2 M} - t_{S_1 M}) \therefore$ diff marche \propto diff durée propog.
- si $\delta > 0 \therefore$ onde qui provient de S_2 arrive à M en retard par rapport à celle arrivant de S_1

$$\text{Ordre d'intéference: } p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

éclair max si ordre d'intef. est un entier m

éclair min " " " " " " " " + demi-entier $m + \frac{1}{2}$

$t q m \in \mathbb{Z}$

c) Figure d'interférences

Champ d'interférence: zone de l'espace éclairé par les 2 ondes cohérentes
 = où phénomène d'interférence est observé

Surfaces brillantes: les pt M d'espace où éclair. est max $\Rightarrow \Delta\phi = 2m\pi$

Les intersections de ces surfaces avec écran d'observation = **franges (d'interf.) brillantes**

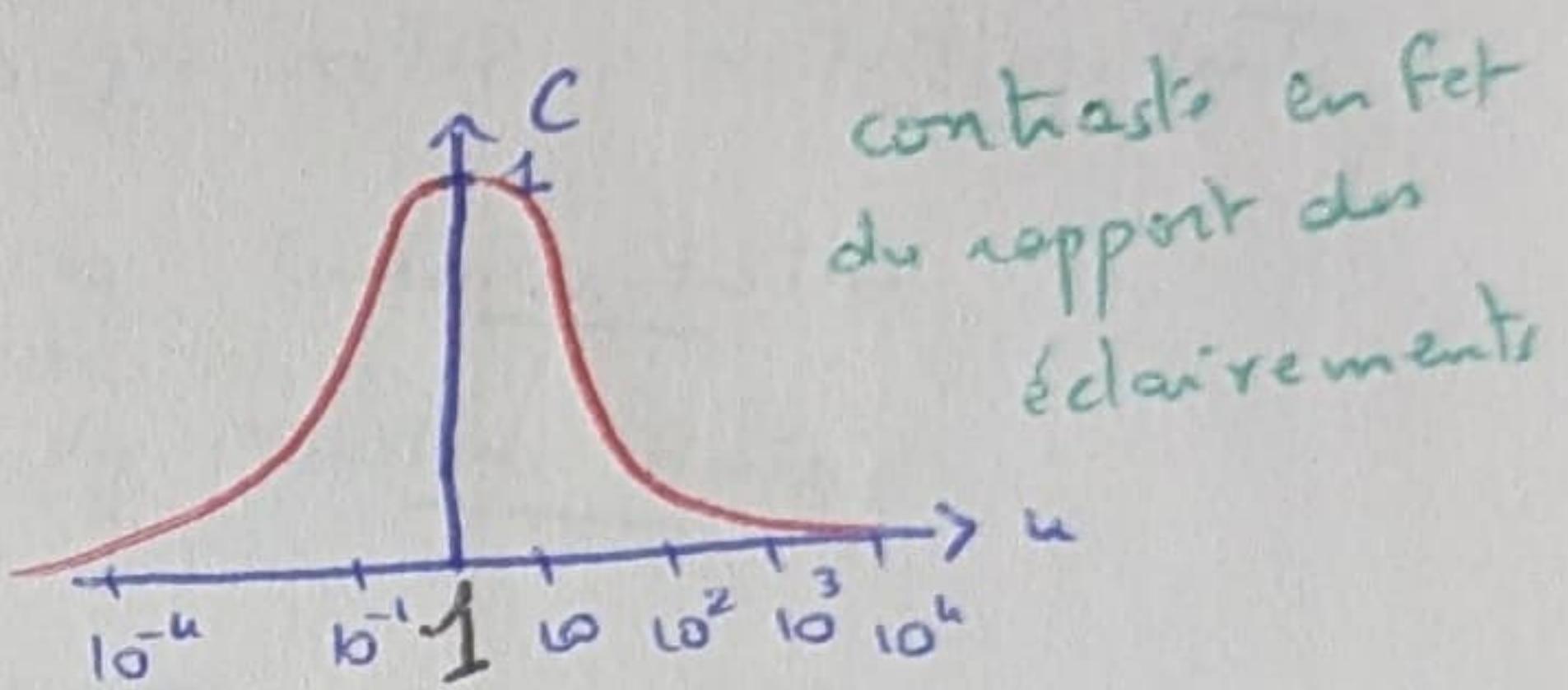
Surfaces sombres: où éclair. est min $\Rightarrow \Delta\phi = (2m+1)\pi \Rightarrow$ **franges sombres**

Figure d'interférence: ensemble des franges d'interférence

$$\text{Contraste ou Visibilité: } C = \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}} \quad 0 < C < 1$$

$$C = \frac{(\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2 - (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2}{(\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2 + (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2} = \frac{2\sqrt{\mathcal{E}_1}\sqrt{\mathcal{E}_2}}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} \quad \text{si } u = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} \rightarrow C = \frac{2\sqrt{u}}{1+u}$$

Contraste est max à $u=1 \approx \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$



$$\text{Formule de Fresnel: } \mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\text{moy}} [1 + C \cos(\Delta\phi(M))]$$

Donc éclair. varie entre $\mathcal{E}_{\min} = \mathcal{E}_{\text{moy}}(1-C)$
 et $\mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}_{\text{moy}}(1+C)$

* Maintenant, le cas réel est pas 100% monochrom. = S_1 et S_2 émettent ondes quasi-monochro. en train d'ondes

$$\text{par } \mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + K \langle \vec{E}_0_1 \cdot \vec{E}_0_2 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} [(S_2 M) - (S_1 M)] + (\phi_{02} - \phi_{01}) \right) \rangle$$

I) si 2 sources sont distinctes = à M il y a superp. 2 trains d'ondes ayant phase à l'émission \neq et états de polar. \neq = 2 sources pas synchrones

T détecteur grand et $\phi_{02} - \phi_{01}$ fluctue aléatoirement ainsi que $\vec{E}_0_1 \cdot \vec{E}_0_2 = \langle \rangle = 0$

\Rightarrow 2 sources ponctuelles distinctes quasi-monochro. ne produisent pas d'intef.
 = constituent 2 sources incohérentes, l'éclair. en M: $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$

II) On réalise = 2 sources jumelles pour voir des interf. = cloner une source primaire S en 2 sources secondaires S_1 et S_2 mutuellement cohérentes qui délivrent une séquence de train d'onde

a) Si diff. marche $S < \text{long. de cohérence } l_c$, en M se superposent train d'onde venant de S_1 et sa réplique venant de S_2 . les 2 sont synchrones = $\phi_{01} = \phi_{02}$ et $\vec{E}_0_1 = \vec{E}_0_2$

On a = la situation étudiée précédemment et terme interf. $\neq 0$ et 2 sources mutuellement cohérentes

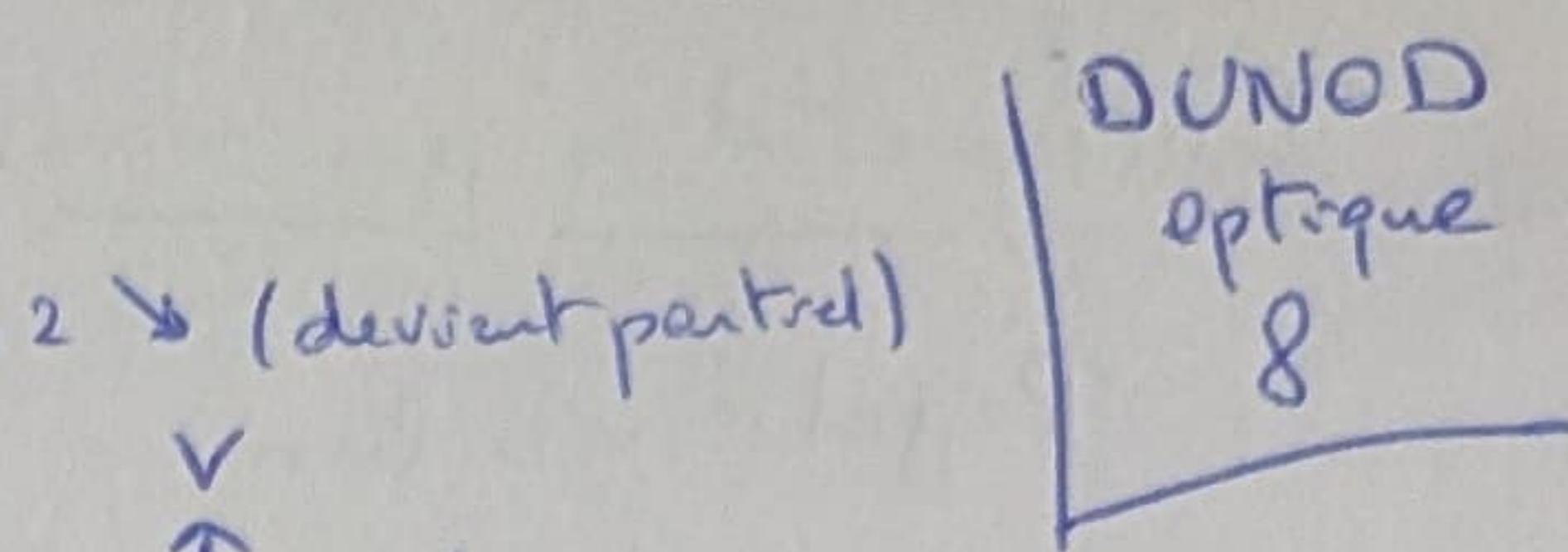
b) $S > l_c$ = a'il les 2 trains sont \neq ($i \neq k$ car le S aura bien à plusieurs l_c trains \neq)
 = situation 2 sources distinctes = $\mathcal{E}_{12} = 0$ et 2 sources pas mut. coh.

Donc, si $\delta = 0$ on voit interf. des 2 ondes de S_1 et S_2

Mais quand diff marche \rightarrow , le recouvrement complet entre ces 2 \rightarrow (devient partiel)

= La visibilité (s'identifie au contraste) des franges \downarrow

\Rightarrow Interf. si S reste $<$ long. coh P_c du rayonnement émis par la source



DUNOD
optique
8

* $= + \text{P}_c \rightarrow +$ obsev. interf. est facilité

* si $\text{P}_c = \text{finie}$, on dit que S présente un défaut de cohérence temporelle car onde rayonnée s'écarte du modèle de l'onde parfait monochrom.

* visibilité interf est lié aux performances détecteur

2] Superposition de N ondes:

- soit N ondes quasi-monochr. de puls. ω , mutuellement cohérentes, par N sources
- les N ondes ont toutes m^{me} amplitude a^M
- diff. retard phase en M par S_{p+1} et S_p est cste: $\text{cl}_{p+1}(M) - \text{cl}_p(M) = \varphi$

vib. par source S_p : $S_p(M, t) = S_0 e^{i(\omega t - \text{cl}_p(M))}$

$$\Rightarrow S_{p+1}(M, t) = S_p(M, t) e^{i(\varphi_p - \varphi_{p+1})} = S_p e^{-i\varphi}$$

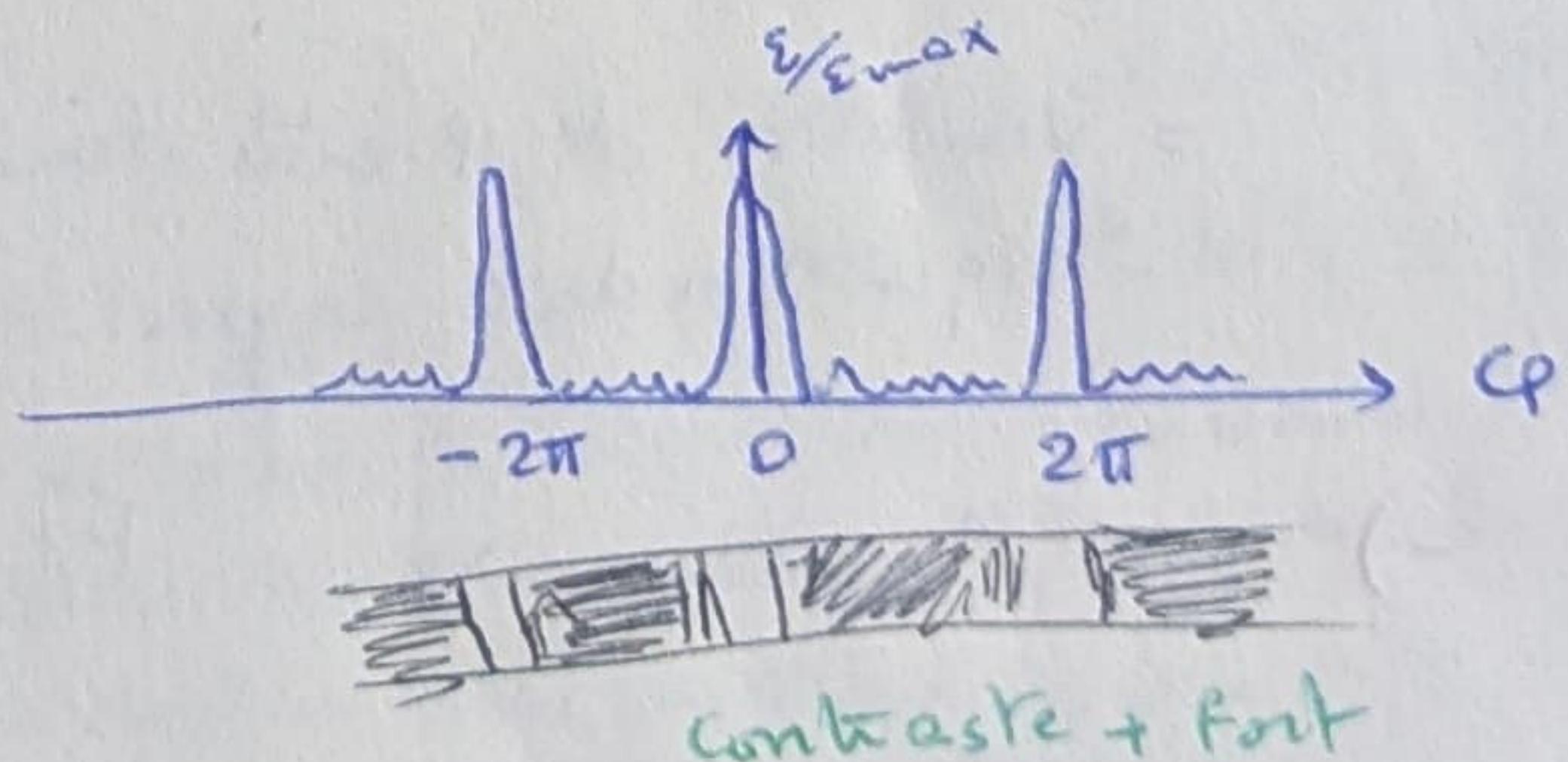
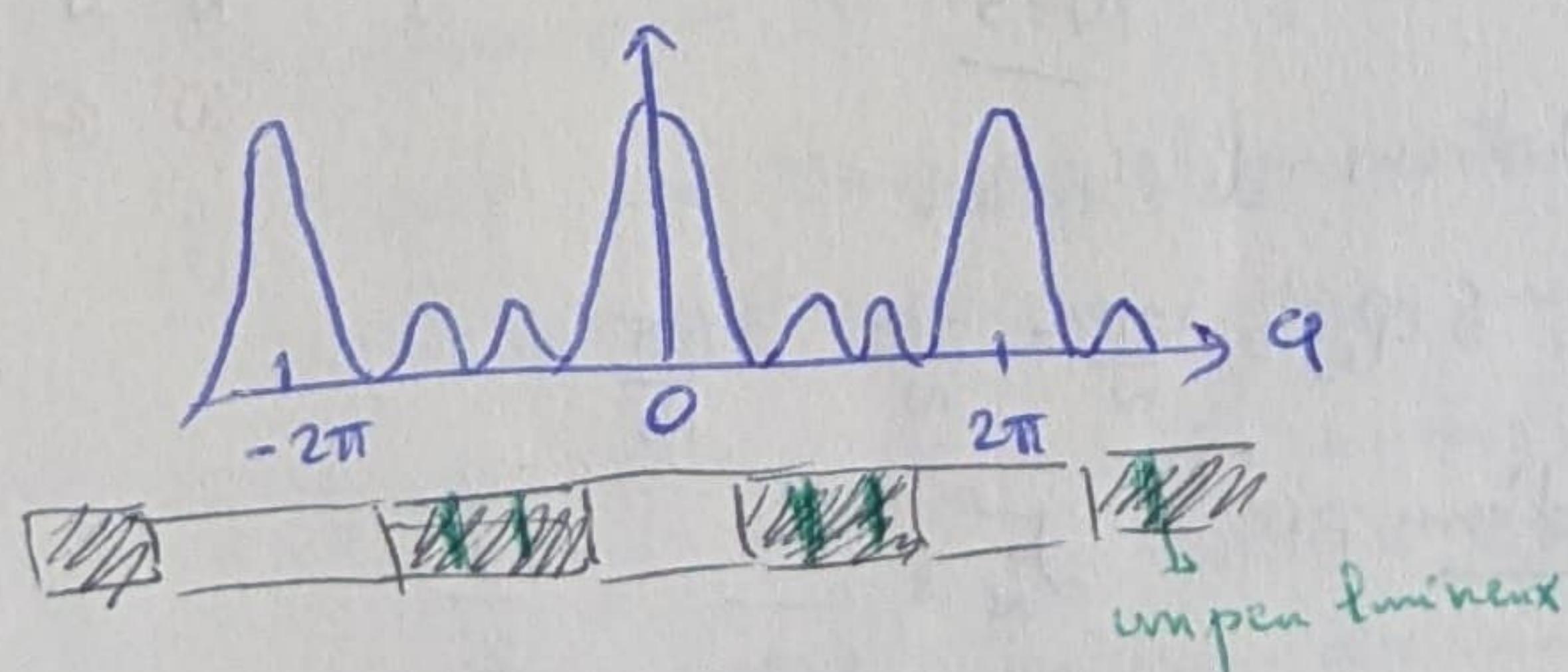
$$\therefore S_2 = S_1 e^{-i\varphi} \rightarrow S_3 = S_2 e^{-i\varphi} = S_1 e^{-i2\varphi} \rightarrow \dots \text{etc}$$

$$S_p(M, t) = S_1(M, t) e^{-i(p-1)\varphi}$$

Donc en M , le vib-lum résultante: $S = \sum_{p=1}^N S_1 e^{-i(p-1)\varphi}$

$$\text{c'est suite geom: } S = S_1 \frac{1 - e^{-iN\varphi}}{1 - e^{-i\varphi}} = S_1 e^{-i\frac{(N-1)\varphi}{2}} \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

Eclair-réultant $E(M) = \frac{1}{2} K_S S^* = E_{\max} \frac{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})}{N^2 \sin^2(\frac{\varphi}{2})}$



- chaque pce = frange brillante \rightarrow interf tot. construct.

- franges secondaires (moins brillantes) \rightarrow interf. partiellement construct. et sont - visible si N assez grande

- finesse frange brillante \rightarrow si N

- si on fait le calcul complet on trouve E_{\max} varie en N^2 cela m'apparaît pas ça car on plot E/E_{\max}

Chap 22 : Dispositif interférentiel par division du front d'onde

Trous d'Young

Opt Ond

DUNOD
optique
g

La difficulté pour observer interf. est d'avoir 2 S mutuelle cohérentes

1665 : lumiére soleil à travers 2 trous = superp. de lumiére diffractée des 2 trous mais \times consolat = source très large

1805 : refait l'expérience^{avec soleil} dans chambre obscure avec 1^e trou \rightarrow S primaire puis 2 trous \Rightarrow Interf.

1] Dispositif des Trous d'Young:

① S ponctuelle éclaire écran opaque percé de 2 trous S_1 et S_2 . dS -écran est très grande mais ③ S à équidistance des 2 trous. L'écran d'obs est à grande dist. des 2 trous.

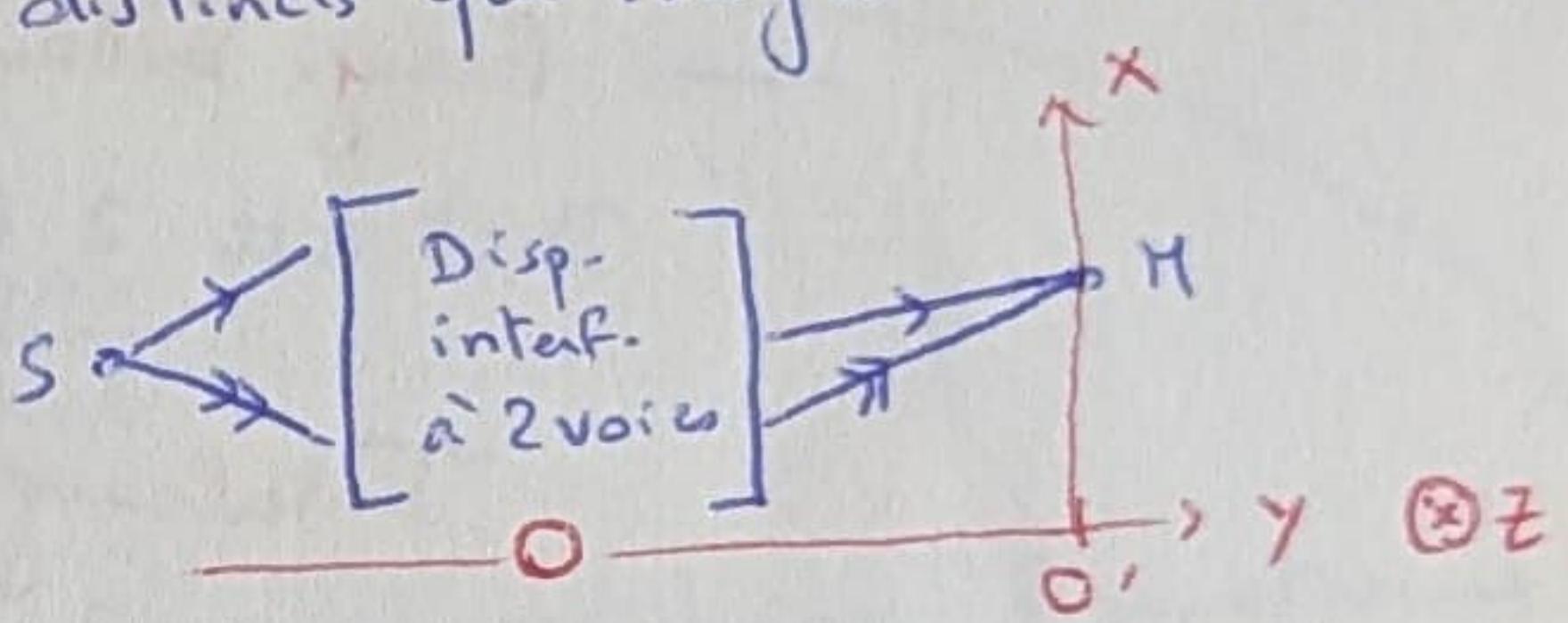
\Rightarrow dispositif à 2 voies (2 trajets possible pour lumiére $\xrightarrow{S_1} \xrightarrow{S_2}$)

* Dispositif interférentiel est configuré en division du front d'onde lorsque les 2 rayons

qui parviennent en un pt d'observation M, sont issus de 2 rayons distincts qui émergent de la source.

* Les 2 trous diffèrent la lumiére incidente.

Les 2 sont éclairés par m^e surf. d'onde = considérés comme 2 trous mutuellement cohérentes = émettent la m^e séquence de trains d'ondes



Soit $S_1 S_2 = a$ $OO' = D \Rightarrow M(x, y=D, z)$

Diff de retard de phase des 2 ondes en M $\Delta\varphi(M)$:

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} S(M)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0} [(SM)_{\text{voie 2}} - (SM)_{\text{voie 1}}]$$

\hookrightarrow chemin opt de S à M en passant par S_1

1) les franges d'interf. sont visibles (expéri. établie) sur l'écran quelque soit dist. D

2) interférences sont non localisées \Rightarrow cette prop. est propre aux disp. interf. en div. onde = interf. observable en tout pt du champ d'interférence

Au labo - a n mm $|x|$ et $|z| \leq 5$ cm $\Rightarrow a \ll D$ $|x|, |z| \ll D$

- milieu homogène d'indice n = non dispersif (pas de variations avec la λ)

$$\Rightarrow S(M) = n [[SS_2 + S_2M] - [SS_1 + S_1M]] = n [S_2M - S_1M] \quad (SS_2 = SS_1)$$

$$\begin{aligned} \|S_1M\|^2 &= (\vec{S}_1O + \vec{OM})^2 = \|\vec{S}_1O\|^2 + \|\vec{OM}\|^2 + 2\vec{S}_1O \cdot \vec{OM} \\ \|S_2M\|^2 &= \|\vec{S}_2O\|^2 + \|\vec{OM}\|^2 + 2\vec{S}_2O \cdot \vec{OM} \end{aligned} \quad (OS_1 = OS_2)$$

$$\Rightarrow \|S_2M\|^2 - \|S_1M\|^2 = 2(\vec{S}_2O - \vec{S}_1O) \cdot \vec{OM} = 2\vec{S}_2\vec{S}_1 \cdot \vec{OM}$$

$$\text{on réécrit } S_2M - S_1M \text{ en } \frac{S_2M^2 - S_1M^2}{S_2M + S_1M} \quad (\text{identité remarquable})$$

$$\text{Diff marche} = \left[S(M) \approx n \frac{2\vec{S}_2\vec{S}_1 \cdot \vec{OM}}{2r} = n \vec{u} \cdot \vec{S}_2\vec{S}_1 \right] \quad \text{tq } \vec{u} = \frac{\vec{OM}}{r}$$

$$\text{Diff phase} \quad \left[\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \vec{S}_2\vec{S}_1 \right]$$

$$\text{Orde d'interférence} \quad \left[P(M) = \frac{n}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \vec{S}_2\vec{S}_1 \right]$$

valable jusqu'à O entre S_1 et S_2
pour avoir $OS_1 = OS_2$

Continuons le calcul, pour caractériser toute la figure d'interférence. Pour cela, cherchons

$$\vec{OM} = x \vec{u_x} + D \vec{u_y} + z \vec{u_z} \Rightarrow \| \vec{OM} \| = \sqrt{x^2 + D^2 + z^2} \approx D \quad (\text{au } 1^\text{er} \text{ ordre})$$

$$- \vec{u} = \frac{\vec{OM}}{r} \approx \frac{x}{D} \vec{u_x} + \vec{u_y} + \frac{z}{D} \vec{u_z}$$

$$- \vec{s_2 s_1} = a \vec{u_x}$$

$$\therefore \text{Diff. manche} \quad S(M) \approx \frac{\max}{D}$$

$$\text{Diff. phase} \quad \Delta \phi(M) \approx \frac{2\pi n a x}{\lambda D}$$

$$\text{ordre d'interf.} \quad p(M) \approx \frac{\max}{\lambda D}$$

$$\Rightarrow \text{Eclaircissement} \quad E(M) = 2E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n a x}{\lambda D} \right) \right)$$

* si M est d'abscisse +if $\approx (s_2 M) > (s_1 M) =$ retard accumulé le long de la voie 2 $>$ retard par voie 1 donc $S(M)$ est +ive et c'est le cas ($S(M) \propto x$)

eclaircissement
par chaque trou

* L'éclaircissement dépend justement de x !

\Rightarrow Franges rectilignes alternativement sombres et brillantes

* L'éclaircissement présente période spatiale qu'on appelle interfange

\rightarrow frange brillante a niveau entrez d'ordre d'interf. $x_p = P \frac{\lambda D}{n a}$ tq période

Dist entre 2 franges brillantes $= x_{p+1} - x_p = i = \frac{\lambda D}{n a}$

$$\text{Interfange} = i = \frac{\lambda D}{n a} \Leftrightarrow E(M) = 2E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi x}{i} \right) \right)$$

$\equiv Kx = \frac{2\pi x}{i}$
période spatiale
 $=$ montre que
 $i = \frac{\lambda D}{n a}$

$$\Rightarrow \Delta \phi(x+i) = \Delta \phi(x) + 2\pi$$

$\Rightarrow i_0 \text{ no} = i_1 n_1$ si on a mème dispo. mais ds milieux diff. \Rightarrow interfange change

\Rightarrow si éclaircissement trou = 50% (cas rencontré d'une lame) mais sans \neq dans $\Delta \phi$,

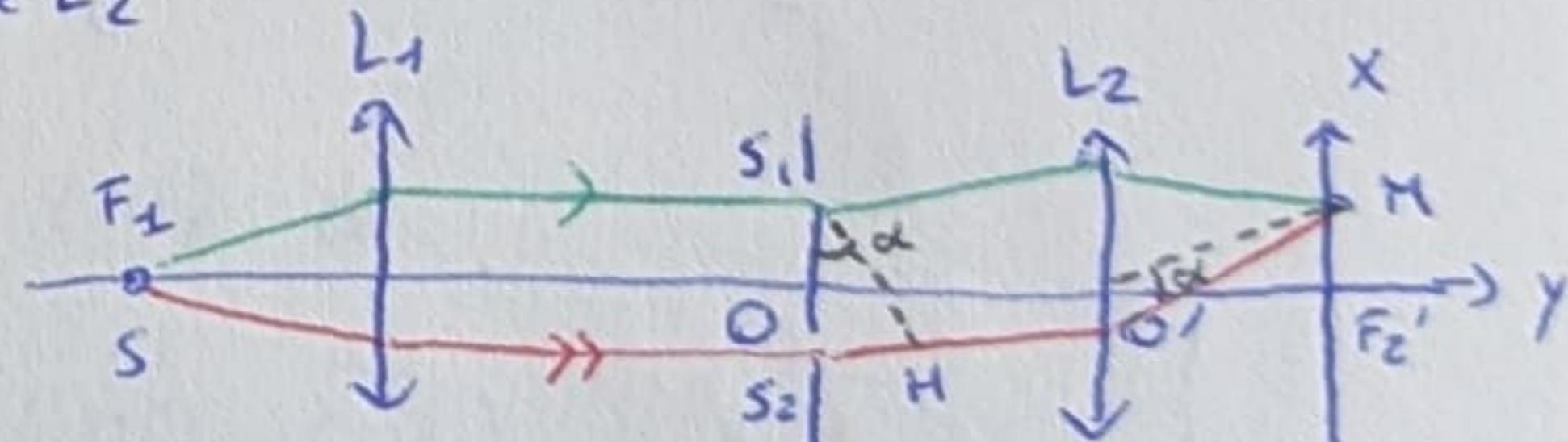
$$E(M) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda D} s \right) \quad \text{tq } E_2 = 0,5 E_1 \Rightarrow E = 1,5 E_1 + \sqrt{2} E_1 \cos(\Delta \phi)$$

$$\text{Donc la seule } \neq \text{ sera le contraste} = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{E_{\text{max}} + E_{\text{min}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{à vérifier}$$

Montage de Fraunhofer: la source S et le pt d'observation M sont à l'infini

Pour cela on utilise 2 \uparrow tq S au F_1 de L_1 et M au F'_2 de L_2

Les franges sont ds plan focal image de L_2



* Les 2 rayons arrivant à M viennent de 2 rayons distincts de S
= disp. interf. qui opère par divis. front d'onde

* Entre O et O', les rayons sont tous // à direction O'M

* Avant les fentes, ils sont // mais à l'axe optique

\Rightarrow cette "cassure" de rayons au niveau des trous d'Young est le fait de la diffraction

Soit $\alpha = (O'y, O'H)$ qui est +if ds sens trigonométrique.

- lentilles = rayons peu inclinés (cond. Gauss) par rapport à axe opt. $= \alpha \ll 1 \Rightarrow \tan \alpha \approx \alpha = \frac{x}{f'}$

- Pour connaître l'état d'interf. à M: $S(M) = (Ss_2M) - (Ss_1M) = (s_2M) - (s_1M)$

car $(Ss_1) = (Ss_2)$ car L_1 transforme O.Sph de S en O.plane
et s_1, s_2 se trouvent sur le mème plan d'onde

DUNOD
optique
10

$(S_2M) - (S_1M)$: imaginons qu'il y a source à M, d'après loi du retour inverse les rayons de M sont les m^{es} mais en sens inverse.

soit plan sortant des S₁ et passant par H et L = par M plus = plan d'onde = (MH) = (ML)

= ch. opt. est le m^{es} peu importe le sens = $(S_1M) = (HM)$ = le retard de phase est avant le plan d'onde.

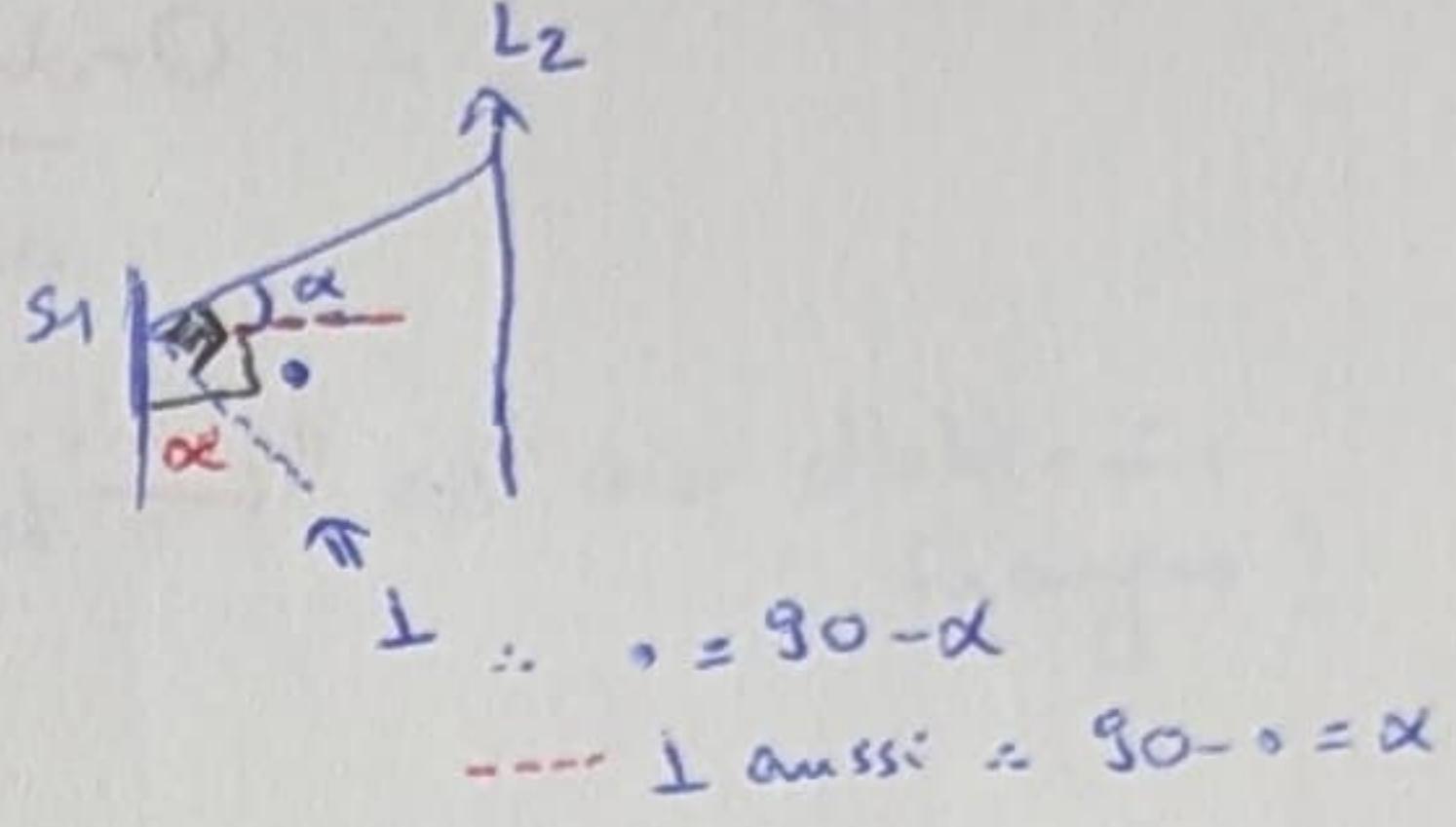
$$\Rightarrow (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) = m \overline{S_2H}$$

S_2H n'est pas vraiment plan d'onde, car après S₂ l'onde pas plane mais il est plan d'onde juste pour les rayons arrivant à M = plan d'onde relatif au pt M.

$$\sin \alpha = \frac{\overline{S_2H}}{S_2S_1} = \frac{\overline{S_2H}}{a} \Rightarrow S(M) = ma \sin \alpha \approx ma$$

$$\boxed{S(M) \approx \frac{ma}{f'}}$$

$$\text{par } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|} \text{ on peut aussi: } \boxed{S(M) = (S_2M_{\infty}) - (S_1M_{\infty}) = m \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}}$$



Diff phase

$$\Delta \phi(M) = \frac{2\pi n a}{\lambda f'}$$

Ordre d'intef

$$p(M) = \frac{n a}{\lambda f'}$$

Eclaircissement $E(M) = 2E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n a}{\lambda f'} \right) \right)$ dépend juste de x = franges rectilignes alternativement sombres et brillantes

$$\text{Intensité} \quad i = \frac{\lambda_0 f'}{na}$$

2] Modification du dispositif

Soit dispo de Young avec S et M sont à grande dist. Si il y a $\overrightarrow{SS'}$ déplacement de la source ponctuelle S vers S': $\overrightarrow{SS'} = \overrightarrow{S'S}$, $\overrightarrow{OS'} = x_0 \vec{u}_x - D_0 \vec{u}_y + z \vec{u}_z$

Dans ce cas, S' n'est pas en équidistance des trous S₁, S₂, il y a alors diff marche supplémentaire associée au décalage de la source.

Pour le tourner, on suppose que S' joue rôle de M et principe retour inverse --- etc

$$\Rightarrow \Delta s = n \vec{u}_0 \cdot \overrightarrow{S_2S_1} \quad \text{tq } \vec{u}_0 = \frac{\overrightarrow{OS'}}{\|\overrightarrow{OS'}\|} \approx \frac{\overrightarrow{OS'}}{D_0}$$

$$\text{par } \overrightarrow{OS'} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SS'} \text{ et } \overrightarrow{OS} \perp \overrightarrow{S_2S_1} \Rightarrow \boxed{\Delta s(M) = n \frac{\overrightarrow{SS'} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}}{D_0}} \quad \text{diff marche supplm. à M}$$

Variation d'ordre d'intef

$$\Delta p(M) = n \frac{\overrightarrow{SS'} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}}{\lambda_0 D_0} \quad \text{dépend pas de M mais juste de position source}$$

a) cas 1: source se déplace selon \vec{u}_z ou $\vec{u}_y \Rightarrow \overrightarrow{SS'} \cdot \overrightarrow{S_2S_1} = 0$ et Δp à M reste inchangé

On a donc m^{es} état d'interférence à M.

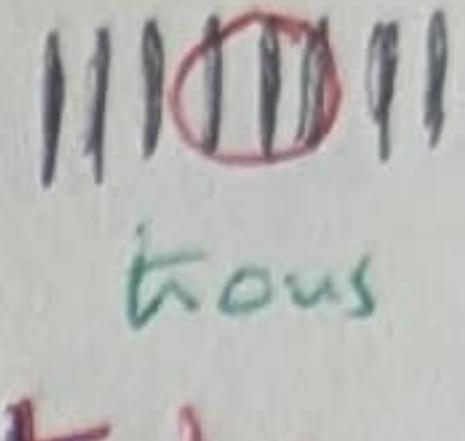
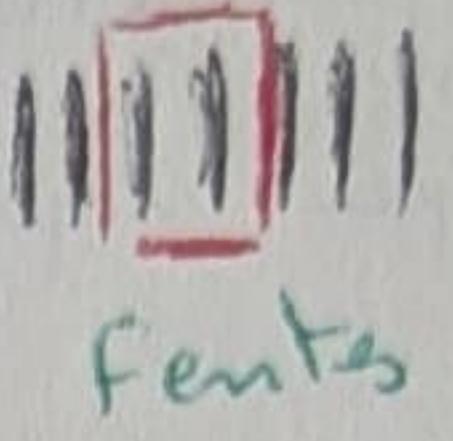
Normalement si 2 sources ponctuelles distinctes non cohérentes \Rightarrow éclairc. s'ajoutent.

Donc 2 sources (S et S') tq $\overrightarrow{SS'} \cdot \overrightarrow{S_2S_1} = 0$, produisent 2 ensembles de franges qui coïncident exactement sur l'écran car $p(M)$ est le m^{es} ! \Rightarrow Figure d'intef. plus lumineuse

Donc pour avoir figure + lumineuse, on remplace source ponctuelle sur (Oy) par segment lumineux allongé de direction (Oz) (= sources ponct. incohérentes tq chacune crée sa propre fig. d'intef.) pas d'intef. entre elles car incohérentes = m^{es} contraste mais + lumineux

Donc on peut aussi remplacer les 2 trous par 2 fentes allongées ds dir \vec{u}_x
 ⇒ Disp. interf. des fentes d'Young

Mais l'éclair. est modulé par un facteur, traduisant le phénomène de diffraction, et lié
 à la forme géométrique des ouvertures S_1 et S_2 .



Zone +
 éclairée qu
 le reste

b) Cas 2 : déplacement source en \vec{u}_x (\parallel axe des trous)

$$\approx \delta S = b \vec{u}_x \Rightarrow \Delta p(M) = \frac{m a b}{\lambda_0 D_0}$$

$$\approx \text{Ordre d'interf. } p(M) = \frac{m a x}{\lambda_0 D} + \frac{m a b}{\lambda_0 D_0}$$

$$\approx \text{éclair. } E'(M) = 2 E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi n a x}{\lambda_0 D} + \frac{2\pi n a b}{\lambda_0 D_0} \right) \right] \text{ par la nouvelle source } S'$$

Terme cst = décalage du bloc des franges

$$\text{Source } S: x_p^{(S)} = p \frac{\lambda_0 D}{n a}$$

$$\text{Source } S': x_p^{(S')} = p \frac{\lambda_0 D}{n a} - \frac{D}{D_0} b \quad \approx \text{décalage de frange de } -\frac{D}{D_0} b$$

Donc si on ajoute les 2 S et S' (incohérentes) on aura superp. d'éclaircissements et pas d'interf.

mais là on a diminution visibilité des franges

$\approx \Delta p$ ne dépend pas de position M, \approx diminution est uniforme sur toutes la figure d'interf.

$$\Rightarrow E_{\text{total}}(M) = E(M) + E'(M) = 4 E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{\pi n a b}{\lambda_0 D_0} \right) \cos \left(\frac{2\pi n a x}{\lambda_0 D} + \frac{2\pi n a b}{\lambda_0 D_0} \right) \right]$$

$$E_{\text{max}} = 4 E_0 \left[1 + \left| \cos \left(\frac{\pi n a b}{\lambda_0 D_0} \right) \right| \right]$$

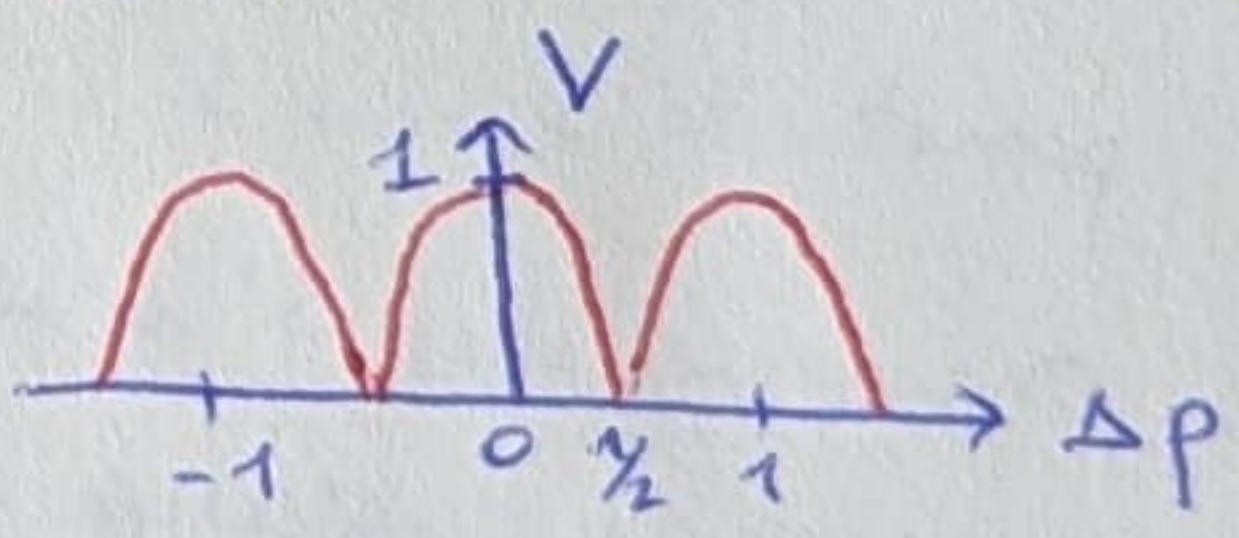
$$\text{Visibilité (contraste): } \frac{E_{\text{tot max}} - E_{\text{tot min}}}{E_{\text{tot max}} + E_{\text{tot min}}} = \left| \cos \left(\frac{\pi n a b}{\lambda_0 D_0} \right) \right| = \left| \cos(\pi \Delta p) \right|$$

\approx visibilité s'annule si $\Delta p = m + \frac{1}{2}$

c.-à-d S donne par ex brillant et S' sombre

\approx supup. \Rightarrow visibilité nulle

et visib. max si $\Delta p = m$



La + petite dist. séparation entre les 2 sources qui fait disparaître franges ($\Delta p = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$)

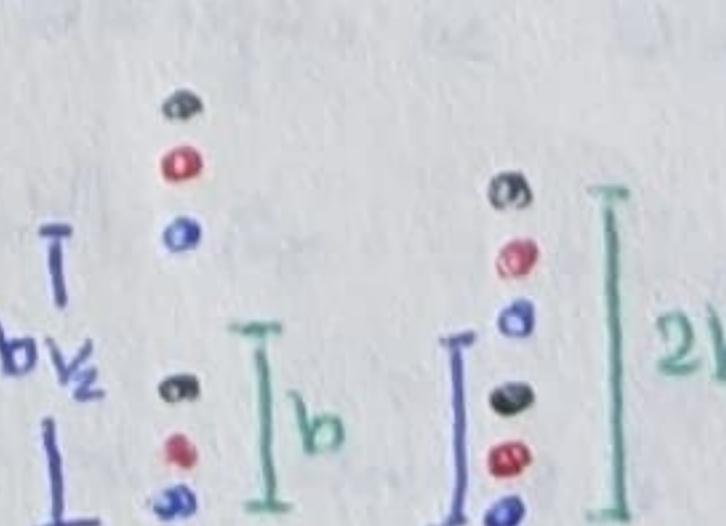
$$\Rightarrow b_{1/2} = \frac{\lambda_0 D_0}{2 n a}$$

c) cas 3 : considérons source en forme segment lumineux étendu sur \vec{u}_x entre $-b$ et $+b$

\approx superp. continue de sources ponct. incoh. \approx Fig. d'interf. résulte de superp. de tous ces fig. d'interf. (décalés les uns par rapport aux autres)

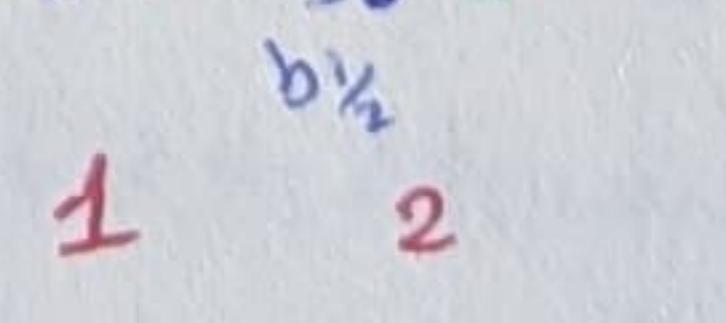
On avait vu que sources distantes de $b_{1/2}$ produisent un éclaircissement uniforme (pas d'interf.)

- (1) $b < b_{1/2} = \exists$ sources non appariées qui produisent franges à M, les appariées produisent éclairc. unif.



source étendue de $2b$, il y a 3 paires distinctes de $b_{1/2}$ et ont un centre dans ce schéma

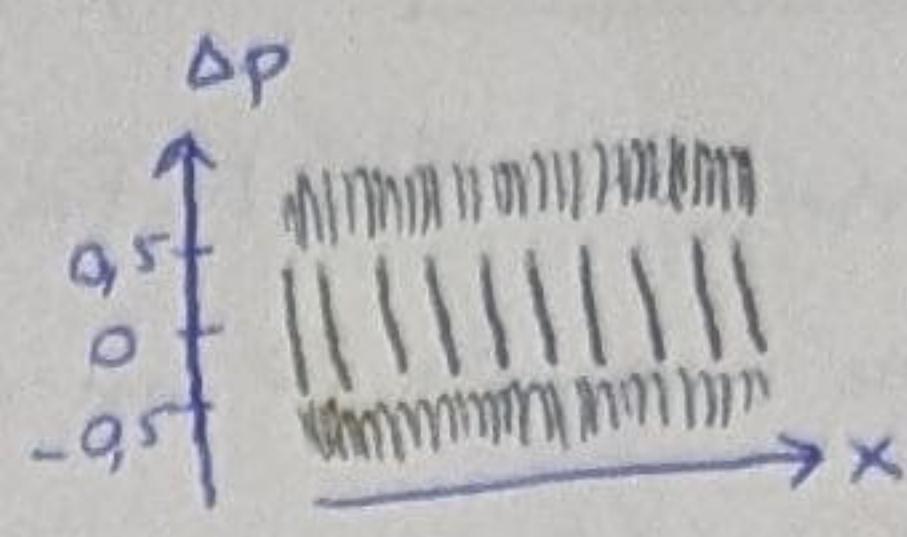
- (2) $b = b_{1/2}$ Toutes sources sont appariées \approx éclairc. unif et pas de franges d'interf. ($b = m b_{1/2}$) mentra



- (3) $b > b_{1/2}$ si $b \neq m b_{1/2}$ \approx certaines sources pas appariées \rightarrow franges visibles à M

Donc si source au centre de source étendue et l'autre au bord (x à hauteur b)

$$\text{ordre intif.} = |\Delta p| = \frac{mab}{\lambda_0 D_0} \text{ et si } b = b_{1/2} \Rightarrow |\Delta p| = \frac{1}{2}$$



DUNOD optique II

Critère semi-qualitatif

$$\text{de visibilité des franges} \Rightarrow \text{visible si } |\Delta p(M)| \leq \frac{1}{2}$$

d'intif. par source étendue

vrai ordre intif si on passe autre S ponduelle de S ponduelle au centre de S étendue vers le bord étendue

$$\text{Cette formule s'écrit aussi: } \frac{mab}{\lambda_0 D_0} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow a \leq \frac{\lambda_0 D_0}{2nb} \quad \theta = \frac{2b}{D_0}$$

tq θ = angle sous lequel est vue la source étendue depuis O (centre des 2 trous)

$$\text{franges observable avec bonne visibilité} \Rightarrow a \leq l_s \quad l_s = \frac{\lambda_0}{m\theta} = \text{longueur cohérence spatiale}$$

+ source est vue sous angle faible + $l_s \uparrow$ et + il est aisé d'obtenir franges!

* pour expérience Grimaldi avec soleil en 1665:

λ_0 moyenne = 550 nm et depuis le Terre, Soleil est vu par $\theta = 0,5^\circ$ (diamètre apparent)

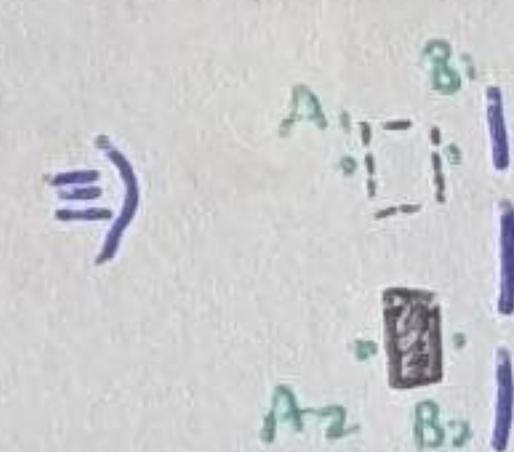
$$\text{par } n=1 \Rightarrow l_s = 6 \times 10^{-5} \text{ m! La condition } a \leq l_s \text{ est dure!}$$

Influence d'une lame

on prend le montage de Fraunhofer et on ajoute lame à faces // (d'indice N et épaisseur e)

devant un des 2 trous. Les rayons arrivent \perp à la lame

Les ondes se propagent + lentement dans la lame = comme si on a $\text{ch-opt-2} > \text{ch-opt-1}$



$$(SM)_{\text{voie 1}} = (SA_1) + (A_1 B_1) + (B_1 S_1) + (S_1 M)$$

$$(SM)_{\text{voie 2}} = (SA_2) + (A_2 B_2) + (B_2 S_2) + (S_2 M)$$

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = [(A_2 B_2) - (A_1 B_1)] + [(S_2 M) - (S_1 M)]$$

$$\text{on avait vu avant} = \frac{nax}{f'}$$

plan \perp aux rayons passant par A_1 et A_2 = plan d'onde relatif à la source S $\therefore (SA_1) = (SA_2)$

et $(B_1 S_1) = (B_2 S_2)$ car m dist. et m indice (air)

$$\text{diff marche} \quad S(M) = e(N-n) + \frac{nax}{f'}$$

$$\text{ordre d'intif} \quad p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = (N-n) \frac{e}{\lambda_0} + \frac{nax}{\lambda_0 f'}$$

$$\text{diff phase} \quad \Delta \phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} S(M) = (N-n) \frac{2\pi e}{\lambda_0} + \frac{2\pi nax}{\lambda_0 f'}$$

Eclaircissement

$$E(M) = 2 E_0 [1 + \cos(\frac{2\pi nax}{\lambda_0 f'} + [N-n] \frac{2\pi e}{\lambda_0})]$$

dépend juste de x de M
= E périodique
tq période $i = \frac{\lambda_0 f'}{na}$

On trouve = que interf fringe ne change pas --

C'est juste que les franges se décalent --

$$\text{sans lame: } x_p = p \frac{\lambda_0 f'}{na}$$

$$\text{avec lame: } x_p = p \frac{\lambda_0 f'}{na} - \frac{ef'}{a} (\frac{N}{n} - 1) \Rightarrow \text{décalage } \Delta x = -\frac{ef'}{a} (\frac{N}{n} - 1)$$

= si $N > n \Rightarrow \Delta x < 0$ et franges se décalent vers x négatif = vers côté où lame est placée --

par intuition "pour compenser le $\Delta \text{ch-opt}$ (l'allongement ch-opt 2) = angle ch-opt 1"

* La mesure de ce décalage est impossible car toutes franges se ressemblent (on sait pas où est elle où!) mais possible avec lumière blanche (mais ici N dépend de λ = il ya dispersion)

Interféromètre de Rayleigh

sur chaque voie de l'interféromètre, on place tube de $\ell = 20 \text{ cm}$.

sur F_2' on met détecteur fixe qui permet

d'enregistrer le défilé des franges. Lorsqu'on fait le vide progressivement de 1 des 2 tubes,

- Au début, T et T' sont remplis d'air

- On pose détecteur sur une fringe brillante

→ le détecteur enregistre 112 franges brillantes pendant l'expérience

$$\Delta x = -\frac{ef'}{a} \left(\frac{N}{n} - 1 \right)$$

$$N=1 \text{ (vide)} \\ n = n_{\text{air}} \quad \text{à déterminer}$$

$$\Delta x = 112 i$$

interfrange

pour $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$

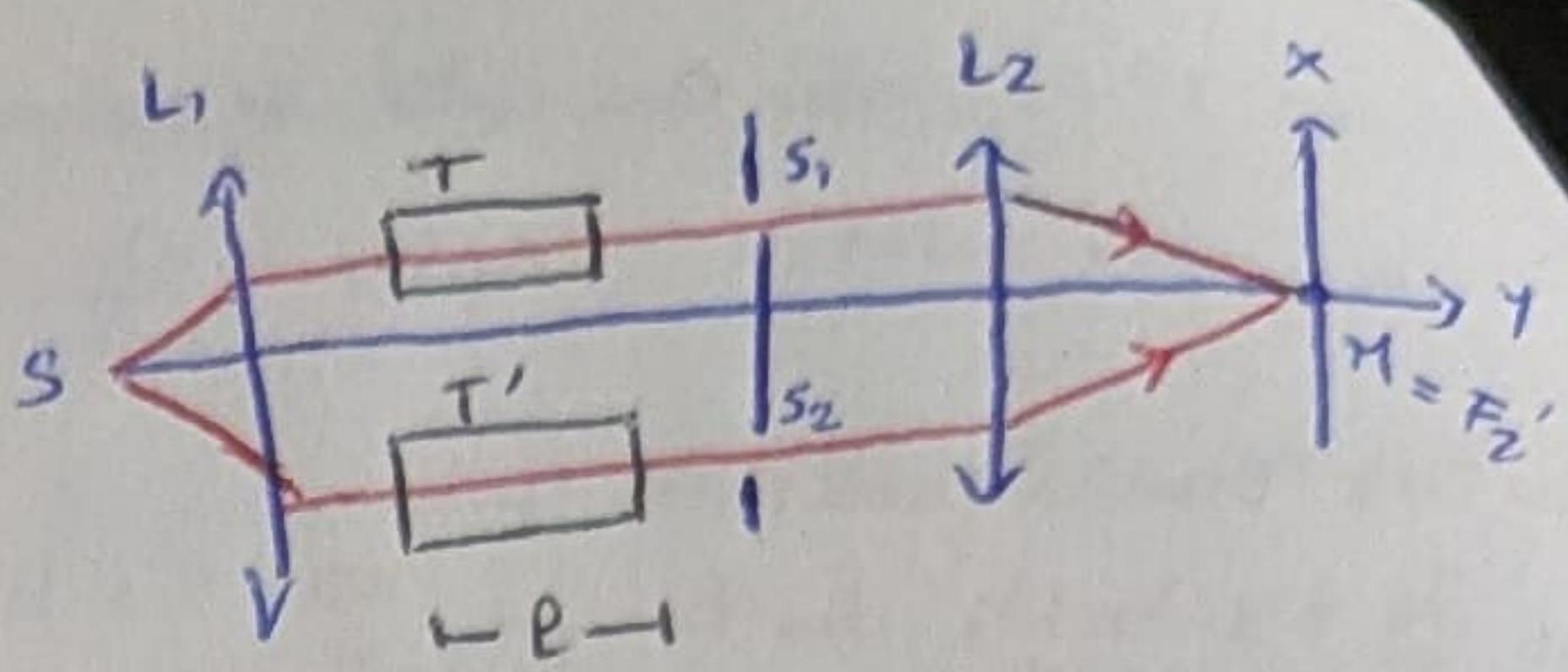
$$\left| \frac{\ell f'}{a} \left(\frac{1}{n_{\text{air}}} - 1 \right) \right| = 112 \frac{\lambda_0 f'}{n_{\text{air}} a} \Rightarrow n_{\text{air}} - 1 = p \frac{\lambda_0}{\ell} = 0,0003$$

112

Estimons le nb de franges qui défilent est connu à 1 fringe près = incertitude = $2 \frac{\lambda_0}{\ell} = 6 \times 10^{-6}$

$$n_{\text{air}} - 1 = 0,00030 \pm 0,00001$$

on peut faire des mesures précises par l'interférence



Influence Largeur Spectrale (A): Doublet de

- On revient au montage de base avec S ponctuelle et 2 trous S_1, S_2 .

- On suppose que S émet un doublet de λ (λ_1 et λ_2).

On avait vu que 2 ondes de $\omega \neq \omega$ peuvent pas interférer. Mais chacune produira

une fig. d'interf. sur l'écran \Rightarrow éclair. = sup. des 2 éclair. → brillante + brillante = éclat max
résultant " + sombre = brouillage des interférences

= contraste n'est pas uniforme

soit il y a coïncidence

visibilité (contraste) sera =
peut que si on a 1 radiation

soit anticoïncidence

brouillage des franges
= visib.

Déterminons dist entre les x où se réalisent les brouillages.

- brillante si λ_1 si $p = \frac{\delta}{\lambda_1} = \delta \alpha_1$

- sombre à λ_2 si $q + \frac{1}{2} = \delta \alpha_2$

$tq p, q \in \mathbb{Z}$

$\sigma = \text{nb d'onde}$

$m \in \mathbb{Z}$

\downarrow

$$q + \frac{1}{2} - p = \delta(\alpha_2 - \alpha_1) = m + \frac{1}{2} \Rightarrow S(m) = \frac{m + \frac{1}{2}}{\Delta \alpha}$$

par $\delta = \frac{n \alpha}{D}$, les abscisses où il y a annulation visibilité = $x_m = \frac{D}{n a} \frac{m + \frac{1}{2}}{\Delta \alpha}$

$$\boxed{\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{D}{n a \Delta \alpha}}$$

on suppose λ_1, λ_2 assez proche = $|\lambda_1 - \lambda_2| \ll \lambda_m$ tq $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ ($\approx \lambda_1$ et $\lambda_2 \approx \lambda_m$)

$$\therefore \Delta \alpha = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda_m^2 D}{n a \Delta \lambda} = i \frac{\lambda_m}{\Delta \lambda}}$$

↓ moyenne
interposition de Michelson et adapté

tq $i = \frac{\lambda_m D}{n a}$ interfrange pour λ moyenne

Nb de max intensité vibratoire entre 2 brouillages

$$\Rightarrow \boxed{N = \frac{\Delta x}{i} = \frac{\lambda_m}{\Delta \lambda}}$$

pour doublet Na, $a = 0,5 \text{ mm}$, $D = 1 \text{ m}$
 $n = 1$, $\lambda_m = 589,3 \text{ nm}$, $\Delta \lambda = 0,6 \text{ nm}$

$$\Rightarrow \Delta x = 1,2 \text{ m} \quad i = 1,2 \text{ mm}$$

3500 franges de part et d'autre de la centrale entre 2 brouillages! \Rightarrow on n'a pas anticoïnc. avec tous d'Y pour des doublets Na

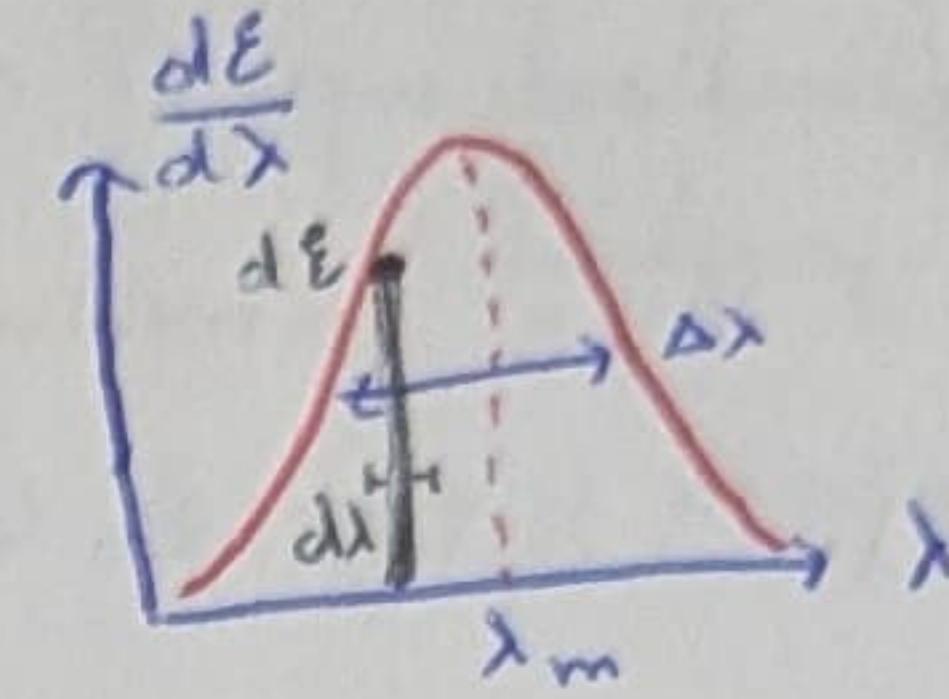
Influence largem spectrale (B): source de faible larg. spect.

DUNOD
optique
12

- Donc S émet des ondes dont λ distribué autour de moyenne λ_m
ds intervalle de largem = $\Delta\lambda$. On suppose $\Delta\lambda \ll \lambda_m$

- Dans $[\lambda; \lambda + d\lambda]$, S rayonne un éclairage d' E

- Par ce plot, on peut considérer que le rayonnement émis est superp. d'ondes monochrom. de largem $d\lambda$
= sont incohéantes = on observe superp. éclair-



Regardons en M la variation de l'ordre d'intef. consécutif à une variation $d\lambda$.

$$\because M \text{ est fixé} \Rightarrow S(M) \text{ est aussi fixé} \Rightarrow p(M) = \frac{S(M)}{\lambda} \Rightarrow dp = -\frac{S(M)}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\text{On identifie ordre de grandeur de la var. d'ordre d'intef. } \Delta p = \frac{S(M)}{\lambda_m^2} \frac{\Delta\lambda}{2} \xrightarrow{\text{en considérant larg. spect. } = \frac{\Delta\lambda}{2}}$$

$$\text{critère visibilité franges} \rightarrow \Delta p \leq \frac{1}{2} \Rightarrow S(M) \leq \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

$$\text{On a aussi vu que } S \leq l_c \Rightarrow \text{long. de cohérence temporelle} = \frac{l_c}{\Delta\lambda} \xrightarrow{\text{par Exo du ch 20}} \frac{l_c}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

→ pour obtenir franges visibles par source de faible largem spectrale $\rightarrow S(M) \leq l_c$

* Limite idéale de source monochr. $\Delta\lambda \rightarrow 0 = l_c \rightarrow +\infty$

* identité entre l_c et $\frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$ mq pour profil de raie représenté ds plot ici ↑, correspond l'émission de trains d'onde d'extension spatiale moy = l_c et de durée $\tau = \frac{l_c}{c}$

$$\text{Par } \gamma = \frac{c}{\lambda} \text{ on a } dV = -\frac{cd\lambda}{\lambda^2} \Rightarrow \Delta V = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \Rightarrow \Delta V = \frac{c}{l_c} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \Delta V \tau = 1$$

↑ un résultat déjà connu

Éclairage en lumière blanche:

- Lumière blanche: $\lambda_{\min} = 400 \text{ nm} \rightarrow \lambda_{\max} = 750 \text{ nm}$. La $\lambda_m = 575 \text{ nm}$

et largem spectrale $\Delta\lambda = 350 \text{ nm}$.

- Si on assimile ce spectre à une raie rectangulaire très large, la long. cohérence

$$\text{Temporelle: } l_c = \frac{c}{\Delta V} = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} = 0,9 \mu\text{m}$$

$$\text{Par } S \leq l_c \rightarrow \text{ordre d'intef. des franges visibles: } p \leq \frac{l_c}{\lambda_m} \approx 2$$

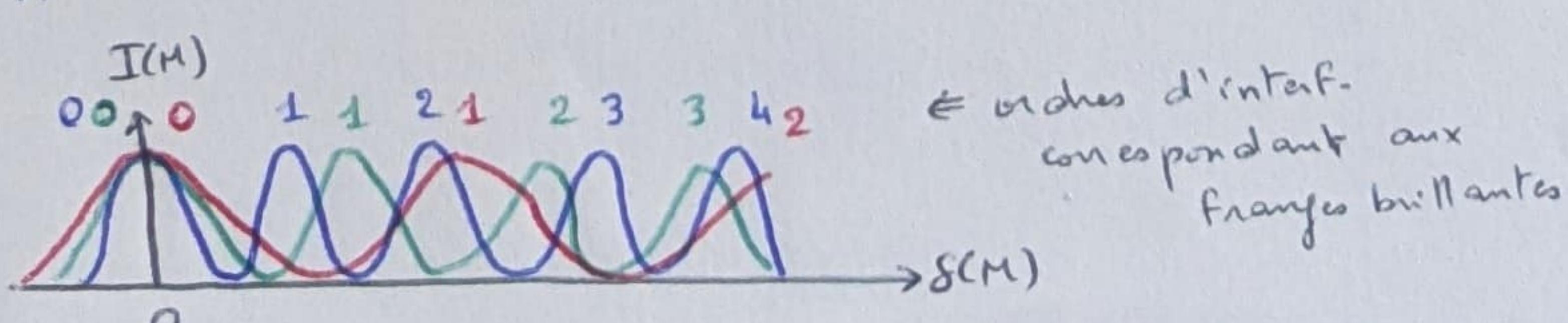
Expérimentalement on constate que oui, un mb réduit de franges d'intef. sont visibles (~ dizaine)

$$E(M) = \int_0^\infty 2 \frac{dE}{d\lambda} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi x}{l_c(\lambda)} \right) \right] d\lambda$$

= à chaque λ on associe syst. d'intef. avec interfraise spécifique et $E = \Sigma$ éclair par chaque raie élémentaire quasi-monochromatique

Interfraise associé au bleu ≈ 2 fois + petite que celui associé au rouge

- * Au centre de frg. intef. (diff. nulle = 0) toutes λ se superposent en phase \Rightarrow frange blanche
- * En s'éloignant du centre, pas de recouvrement exact: structure franges disparaît et des interférences apparaissent = Ens. de contrast qui forme l'échelle des teintes de Newton



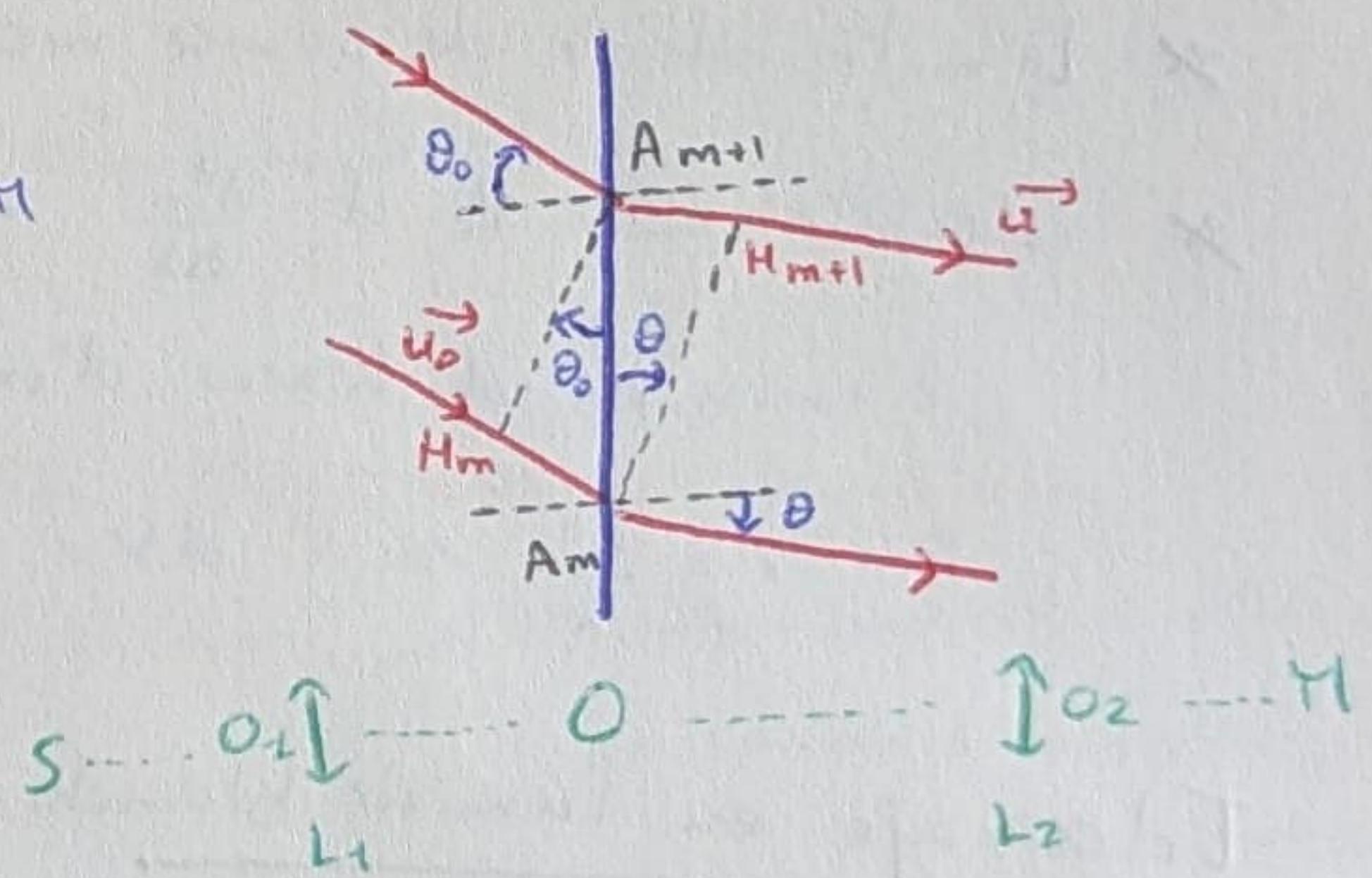
- Zone de l'écran où $\#$ de marche dépasse qq μm est uniformément éclairée et blanche
Cette zone blanche est **blanc d'ordre supérieur** car l'ordre d'interv. y est > 0
 - Le bl. d'ord. sup. se distingue de la lumière blanche car il a un **spectre cannelé**
c.-à-d il y a **cannelures** (des raies noires dans spectre continu) Ce ne sont pas des franges !!
les λ au centre des cannelures sont celles pour lesquelles l'interv. est destructive ($S = (m + \frac{1}{2})\lambda_0$)
- Ex $\delta = 5 \mu m$, les cannelures correspondent à des entiers m tq: $\lambda_{\min} \leq \frac{8(m)}{m+1} \leq \lambda_{\max}$
 $= 17 \leq m \leq 12 \Rightarrow$ valeurs de m possibles = 7, 8, 9, 10, 11 et 12
 \Rightarrow 6 cannelures centrées sur $\lambda = 600, 635, 676, 526, 588$ et 667 nm

3] Disp. Interv. de N trous d'Young:

- Soit ens. de N trous équidistants ds montage Fraunhofer -
- Soit S ponctuelle émet radiation monochrom. de long. onde ds vide λ_0
- Distance entre 2 trous consécutifs A_m et $A_{m+1} = a$

On commence par calculer $\#$ marche entre les 2 rayons consécutifs qui arrivent à M par A_m et A_{m+1}

- \vec{u}_0 orienté de S vers O_1 (pas dévié) = dir. des rayons émergents de L_1
 - \vec{u}' " de O_2 vers M = dir. rayons avant L_2 et convergeant à M
 - \vec{u}_0 avec (OY) = θ_0
 - \vec{u}' Avec (OY) = θ'
- \therefore Lentilles = cond. Gauss = $1/\theta_0 = 1/\theta' \ll 1$
- plan I rayons incidents sur plan des trous contenant pt A_{m+1} et H_m est plan d'onde relativement à S : $(SH_m) = (SA_{m+1})$
- " " émergent et passe par A_m et H_{m+1} est " " à some fréqve placée en M
 $\therefore (H_{m+1}M) = (A_m M)$



$$\begin{aligned}\delta_{m+1/m}(M) &= (SA_{m+1}M) - (SA_m M) \\ &= [(SA_{m+1}) - (SA_m)] + [(A_{m+1}M) - (A_m M)] \\ &= -(H_m A_m) + (A_{m+1} H_{m+1})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin \theta_0 &= \frac{H_m A_m}{a} \\ \sin \theta' &= \frac{A_{m+1} H_{m+1}}{a}\end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow \delta(M) = n a (\sin \theta - \sin \theta_0) \\ \text{Diff. marche} \end{array} \right. \quad \text{indép. de } m!$$

$$\text{Diff. phase} \quad \Delta \phi(M) = \frac{2\pi n a}{\lambda_0} (\sin \theta - \sin \theta_0) \quad \text{ordre interv. } p(M) = \frac{n a}{\lambda_0} (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

on peut écrire: $\delta_{m+1/m}(M) = n (\vec{u}' - \vec{u}_0) \cdot \overrightarrow{A_{m+1} A_m}$

Chap 22: Interférométrie de Michelson

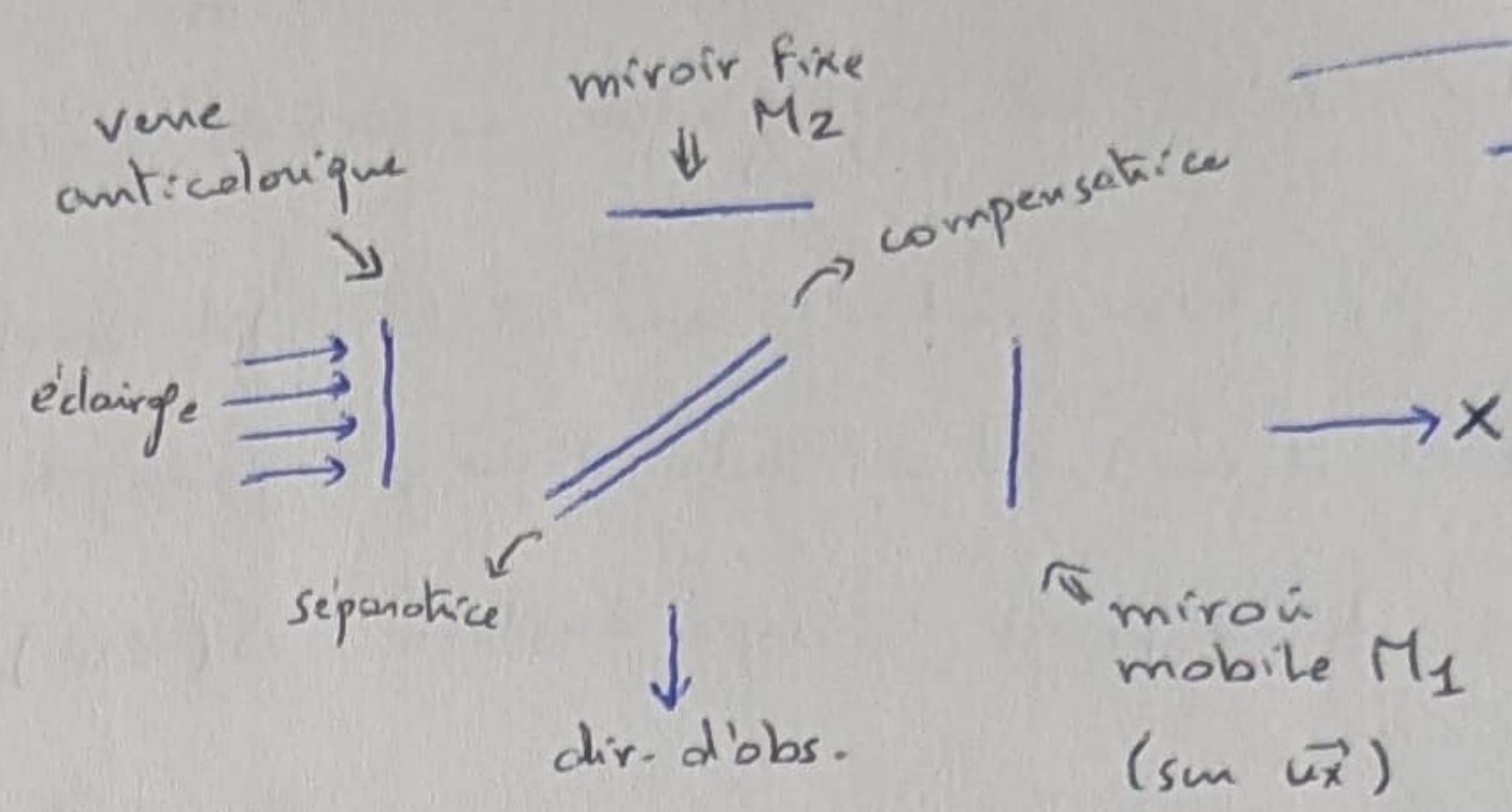
p. 765

DUNOD
2022
PC - PC*

6^e édition

1] L'interféromètre

- séparatrice = lame traitée sur sa face avant pour être semi-réflectante
- compensatrice : lame identique mais non traitée



les 2 inclinées de 45° par rapport à (Ox) et (Oy)

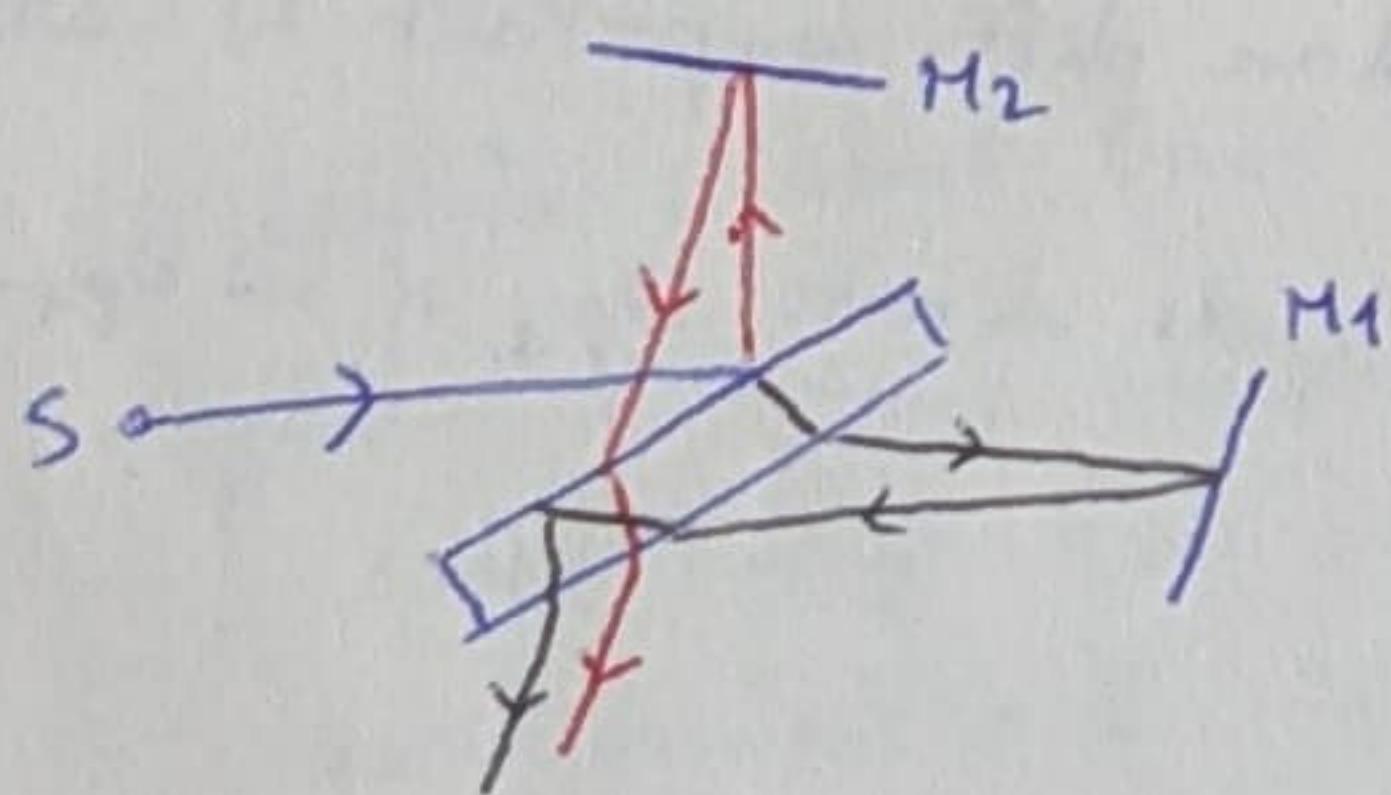
Cet ensemble = Dispositif séparateur (réfléchi 50% d'éclair et transmet 50% quel que soit) faisceau incident

- [OM₁] et [OM₂] sont les 2 bras de l'interféromètre
- Vene anticolorique absorbe IR pour protection
- M₁ peut être déplacé sur (Ox) ⇒ chariotage du miroir

Il y a 2 voies de la lumière

- transmise par disp. sép. → réfléchie par M₁ → refl. par disp. sép.
- réfléchie par disp. sép. → refl. par M₂ → transmise par disp. sép.

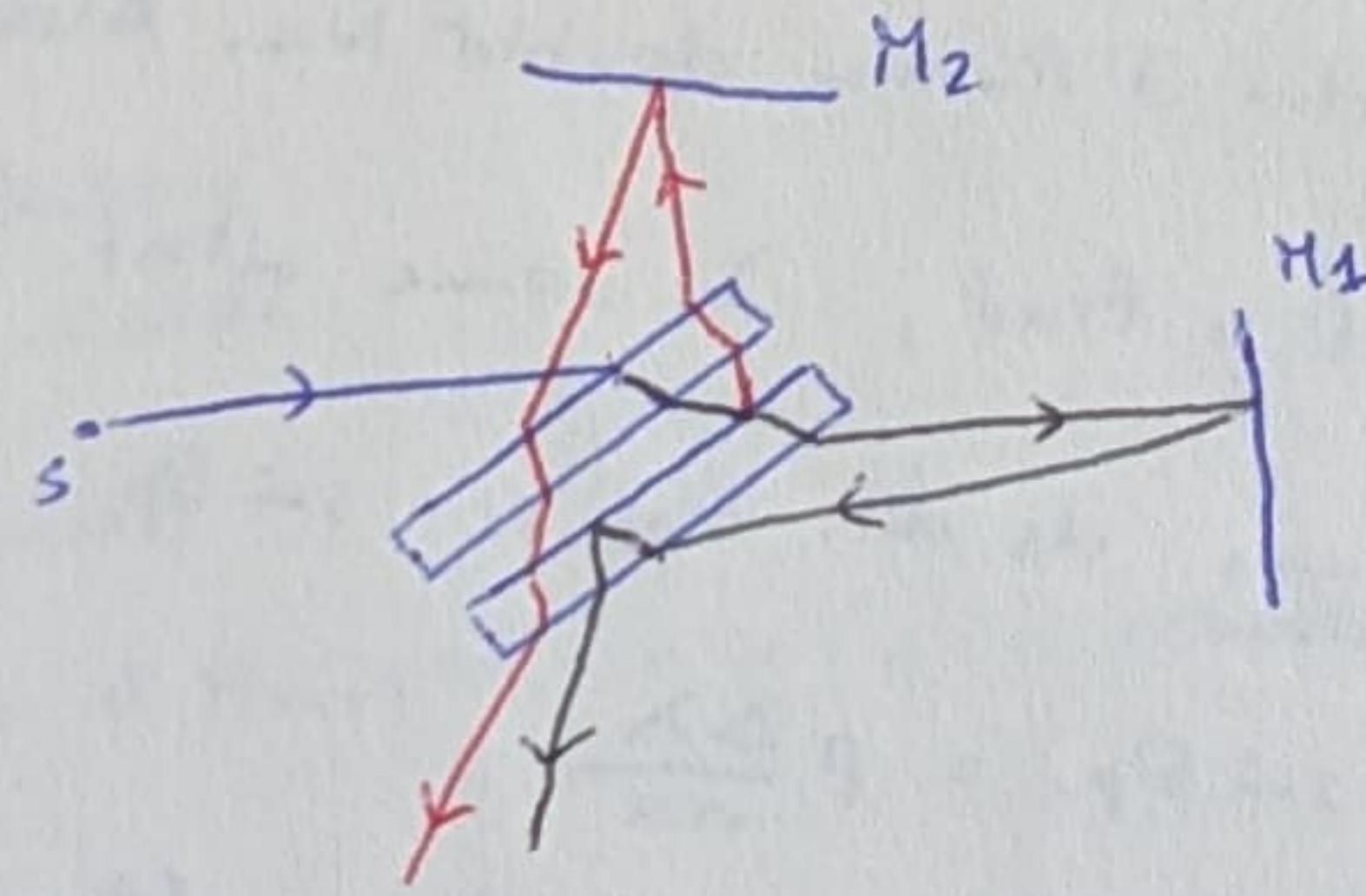
Pq compensatrice ?



Donc rayon Voie 1

traverse 3 fois alors que 2 juste 1 fois

⇒ diff. ch. opt.
en plus m dépend λ

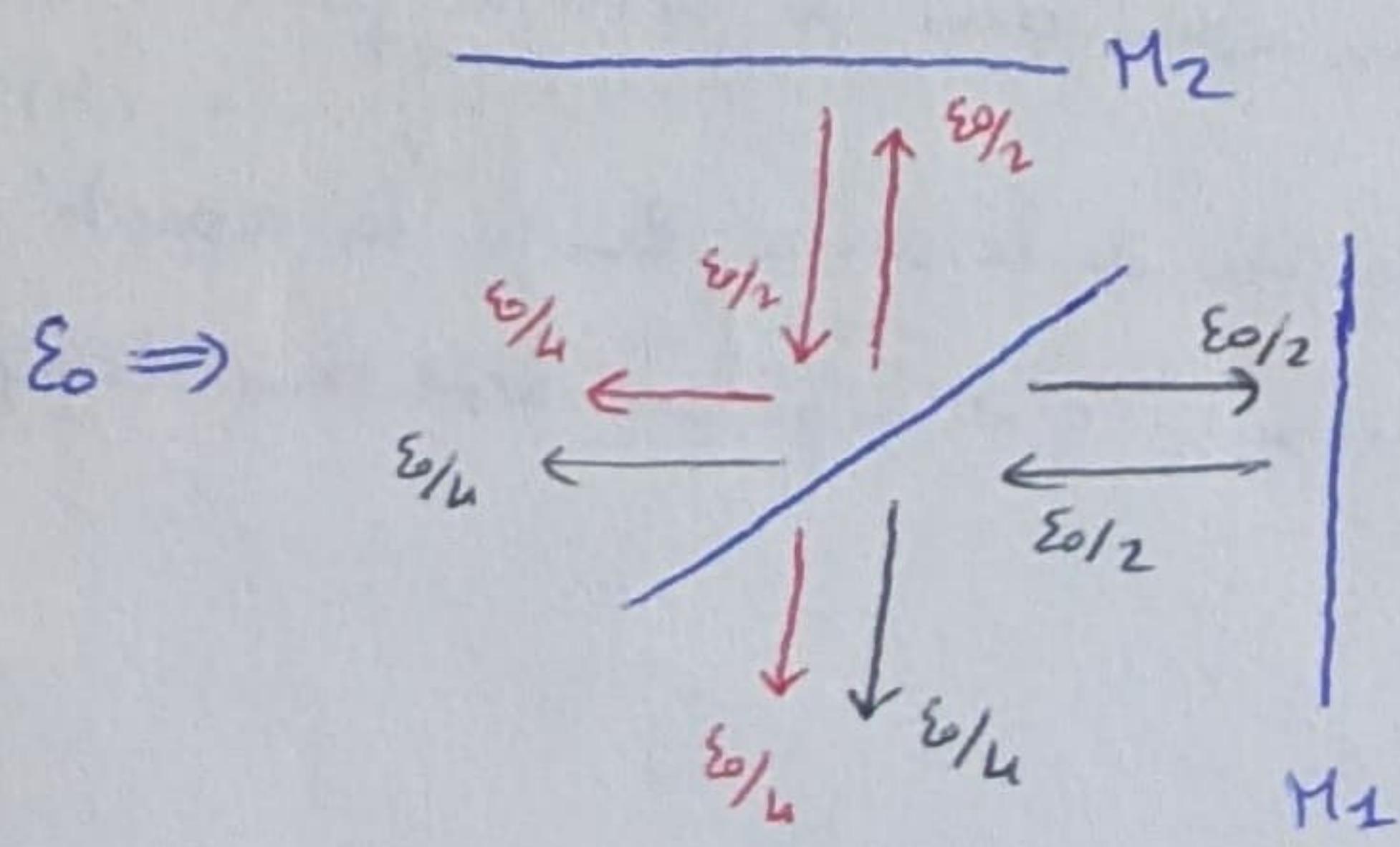


2 lames identiques (m m)

= voie 1 et 2 m ch. opt. ⇒ λ fois lame

- * Pour la suite, on considère les 2 → 1 seule lame séparatrice d'épaisseur n0 et qui n'introduit aucune diff marche

Les flux énergétiques



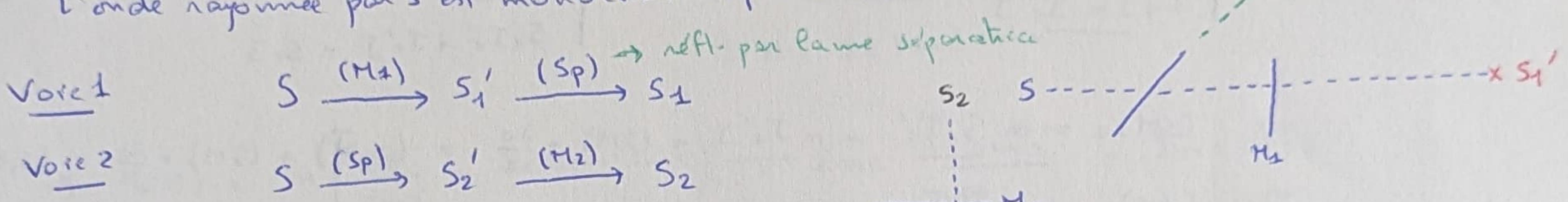
La 1/2 éclair est dirigée vers la sortie de l'interféromètre

2] Config. lame éclairée par source étendue

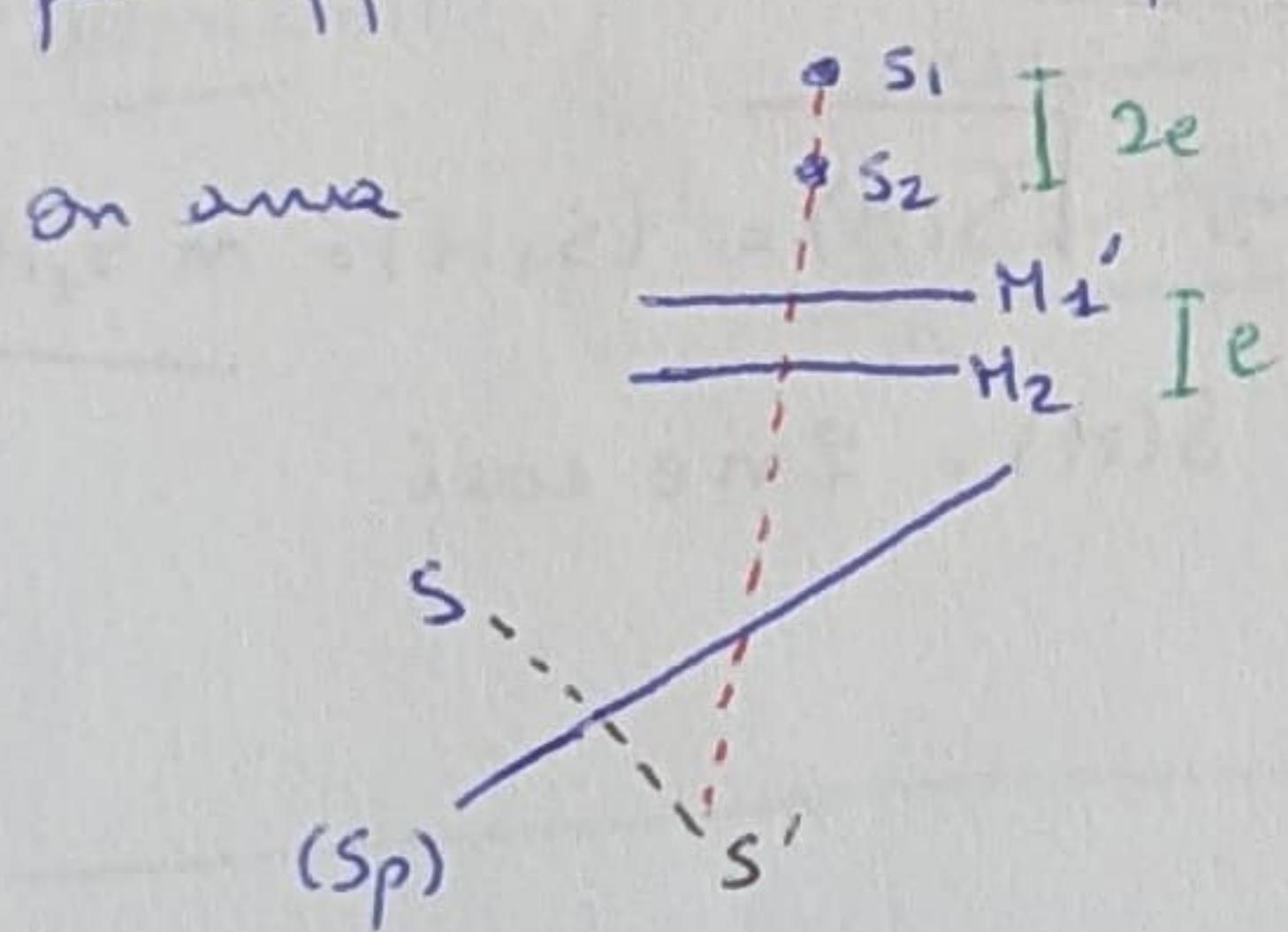
DVNOD (22)
optique
11u

- * Interf. configuré en lame d'air si M_1 et M_2 sont \perp
 - * par expérience : config. Lame d'air éclairée par src étendue donne interf. très peu visible si écran à dist finie
 - visib. franges \rightarrow si on éloigne écran
 - visib. max si écran est = plan focal image de \uparrow \therefore à ℓ^∞
 - \therefore franges d'interf. sont localisées à ℓ^∞
 - Soit M à ℓ^∞ \therefore plan focal image de \uparrow , et S un pt de la src étendue.

- Soit M à l'co = ds plan focal image de I , et S un pt de la src étendue .
l'onde rayonnée par S est monochromatique à λ_0

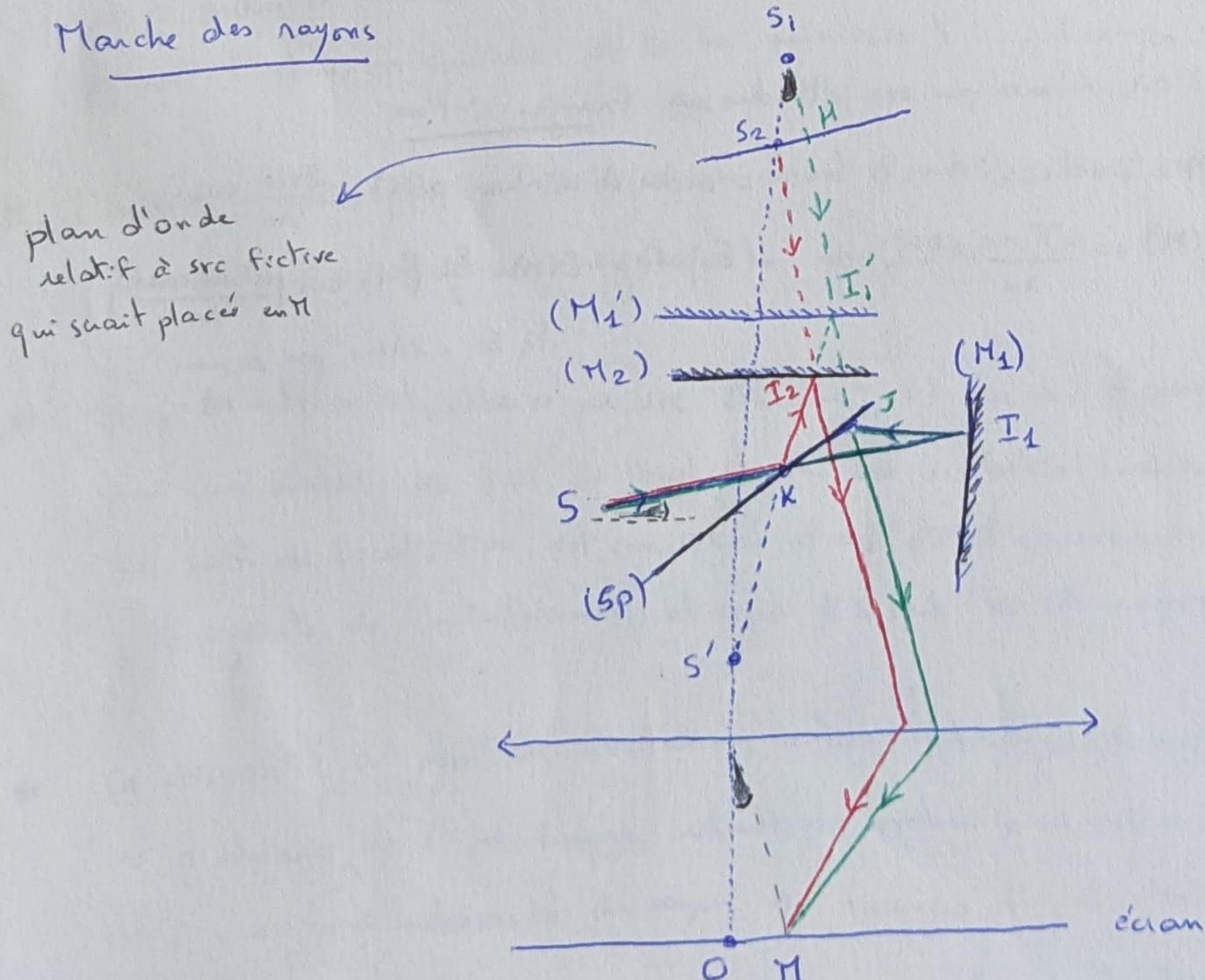


Si on prend la sym. du dispositif
par rapport à l'axe de séparation



- on considère que S_1 est image de S' par M'_1
- dist $(M_2) - (M'_1) = e$ épaisseur de la lame d'air

Manche des rayons



- (s' est image de s) : $\forall k$
 - S'_1 est image de S' par (M'_1)
 - S'_2 " de S' par (M'_2)
 - 3 Δ ont m^e volume = 1
 - S_1 et S_2 sont 2 src second.
associées à src ponctuelle S
de la src primaire étendue

Ordre d'interférence:

- Supposons que réflexion sur miroir \rightarrow ch. opt. supplémentaire $= \frac{\lambda_0}{2}$
- pour simplicité, pas de ch. opt. supp. pour réflex. sur séparatrice rotative car identique des 2 voies \Leftarrow pas \neq marche (supposition)

$$(SM)_1 = (SI_1) + \frac{\lambda_0}{2} + (I_1J) + (JM)$$

$$= nSI_1 + \frac{\lambda_0}{2} + nI_1J + (JM)$$

$$(SM)_2 = (SK) + (KI_2) + \frac{\lambda_0}{2} + (I_2M) = nSK + nKI_2 + \frac{\lambda_0}{2} + (I_2M)$$

- Par sym

$$\left| \begin{array}{l} SI_1 = S'I'_1 \xrightarrow{\text{miroir}} S_1I'_1 \\ I_1J = I'_1J \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} SK + KI_2 = S'K + KI_2 = S'I_2 = S_2I_2 \\ S_1I'_1 + I'_1J = S_1J \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (SM)_1 = nS_1I'_1 + nI'_1J + (JM) + \frac{\lambda_0}{2} = (S_1H) + (JM) + \frac{\lambda_0}{2} = (S_1M) + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\Rightarrow (SM)_2 = nS_2I_2 + (I_2M) + \frac{\lambda_0}{2} = (S_2M) + \frac{\lambda_0}{2}$$

Diff marche $\boxed{S(M) = (SM)_{\text{voie 1}} - (SM)_{\text{voie 2}} = (S_1M) - (S_2M)}$

- Plan d'onde relatif passe par S_2 et $H = (S_2M) = (HM) \Rightarrow \boxed{S(M) = (S_1H) = nS_1H}$

- $\cos i = \frac{S_1H}{S_1S_2} \Rightarrow S_1H = S_1S_2 \cos i = 2n \cos i \Rightarrow S(M) = 2n \cos i$

tq i défini par position pt d'obs.

$\Rightarrow S$ est indép. de position src $S =$ est n° pour t'ls S sur la src étendue

Résumé = Interf. Michelson:

- si config. en lame d'air, éclairé par src étendue \Rightarrow franges à l'oo

- Diff marche: $S(M) = 2n \cos i$

- Diff phase: $\Delta\varphi(M) = \frac{4\pi n}{\lambda_0} \cos i$

- ordre d'interf: $p(M) = \frac{2n \cos i}{\lambda_0}$

- Eclair: $E(H) = \frac{\varepsilon_0}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi n \cos i}{\lambda_0} \right) \right)$
tq ε_0 = éclair par sources

Autre démonst. des

- Soit i l'angle d'incidence sur les 2 miroirs

$$\text{La } S(M) = (J_1' J_2 M) - (J_1' M)$$

- plan d'onde relatif à M passant par K et H

$$\Rightarrow (KM) = (HM)$$

Donc $S(M) = m J_1' J_2 + m J_2 K - m J_1' H$

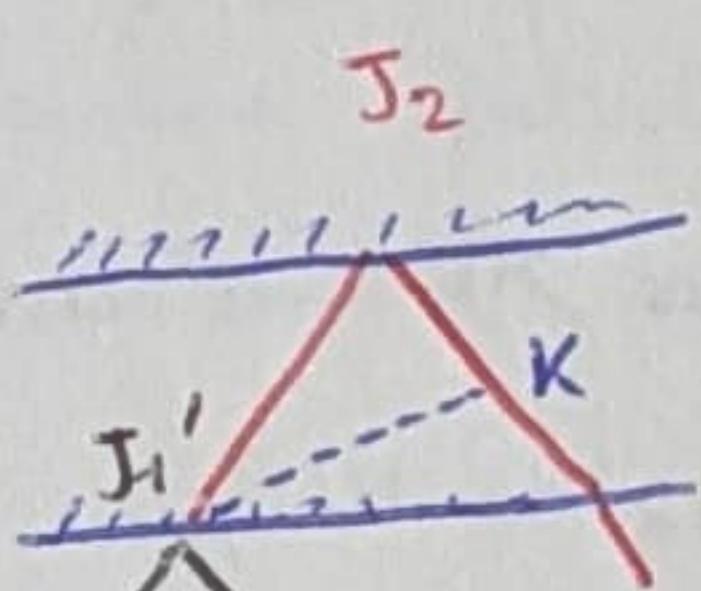
$$\cos i = \frac{e}{J_1' J_2} = \frac{e}{J_2 K} \quad \text{et} \quad \tan i = \frac{\frac{1}{2} J_1' K}{e} = \frac{J_1' K}{2e} \quad \text{et} \quad \sin i = \frac{J_1' H}{J_1' K}$$

$$J_1' H = 2e \tan i \sin i$$

$$\Rightarrow S(M) = m \left(\frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i \right) = 2ne \frac{1 - \sin^2 i}{\cos i} = 2ne \cos i$$

$$S(M) = 2ne \cos i$$

3^e démonst



$$= (J_1' M) = (KM) \Rightarrow S(M) = (J_1' J_2) + (J_2 K)$$

$$\text{et } J_2 K = \cos(2i) J_1' J_2 \quad \text{et} \quad J_1' J_2 = \frac{e}{\cos i}$$

$$\text{par } \cos(2i) + 1 = 2\cos^2(i) \Rightarrow S(M) = 2ne \cos i$$

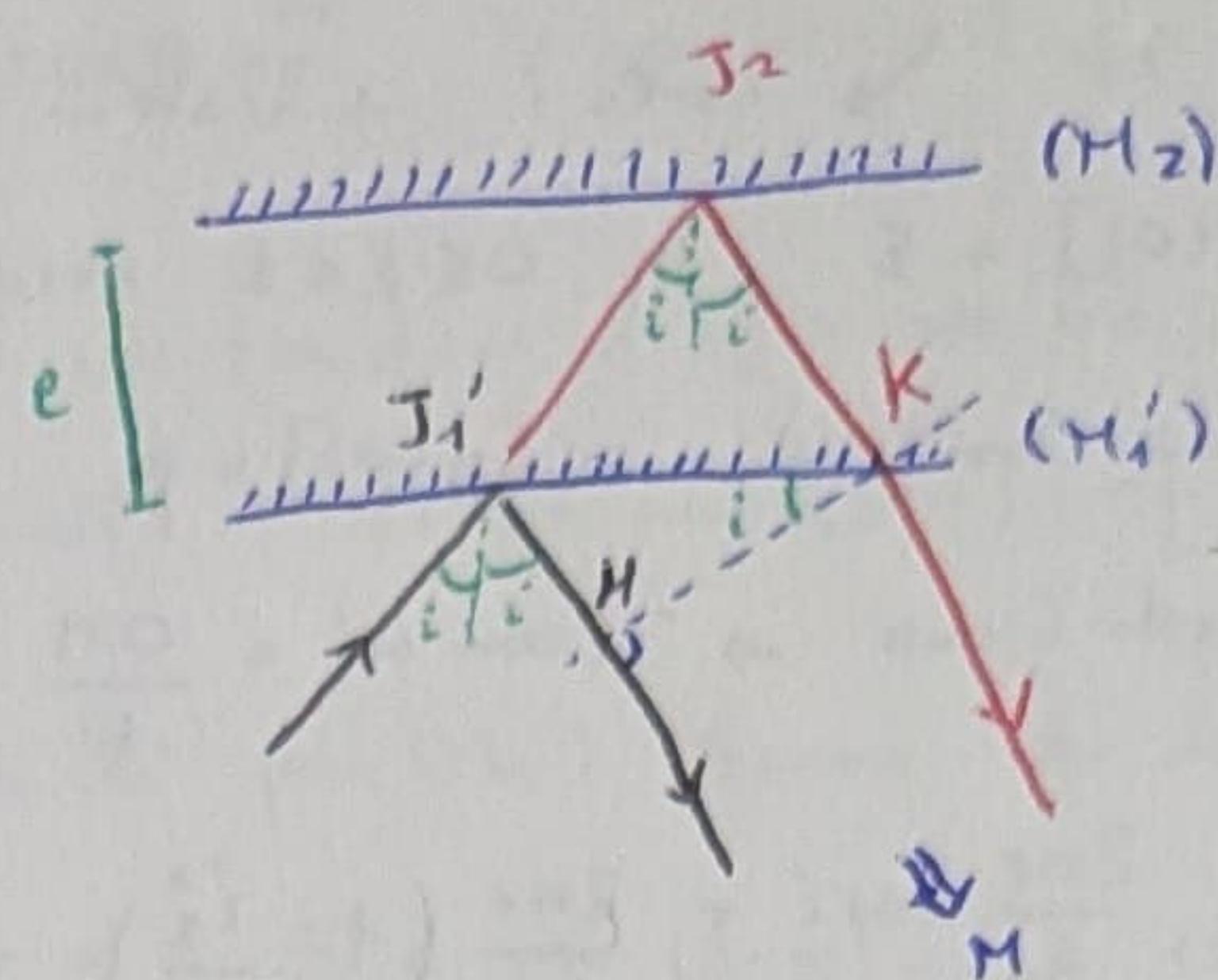
- La source étendue \Rightarrow src ponctuelles incohérentes, chacune produit sa propre fig. d'intef. et l'ordre d'intef ne dépend que de M = toutes ces fig. d'intef. coïncident exactement (qq soit l'extension spatiale de la src primaire) \therefore franges sont particulièrement lumineuses

* L'intef. n'opère pas par division du front d'onde ! 1 seul rayon de S puis divisé par lame séparatrice (\neq division énergétique) \Rightarrow Interféromètre fait par division d'amplitude

* Disp. interférentiel, éclairé par src étendue, fait par div. d'amp. \Rightarrow franges sont localisées sur une surface \Rightarrow surf. de localisation où visibilité franges = max
La surf. de localisation est constituée d'ens. pts M correspondant à intersection 2 rayons émergents de l'interféromètre et issus d'1 seul et m^e rayon émergent de la src.

* Ce dispositif a sym de révolution autour $(S_1 S_2)$ \Rightarrow franges aussi \Rightarrow circulaires = anneaux
 $\therefore p$ dépend de i \Rightarrow frange brillante ou sombre = m^e valeur i
 $\therefore i$ = angle d'inclinaison du rayon \Rightarrow franges d'égale inclinaison
 \therefore faut varier i beaucoup pour voir plusieurs franges brillantes

En pratique = éclairer lame d'air avec un éclairage le + convergent possible



DUNOD (22)
optique
15

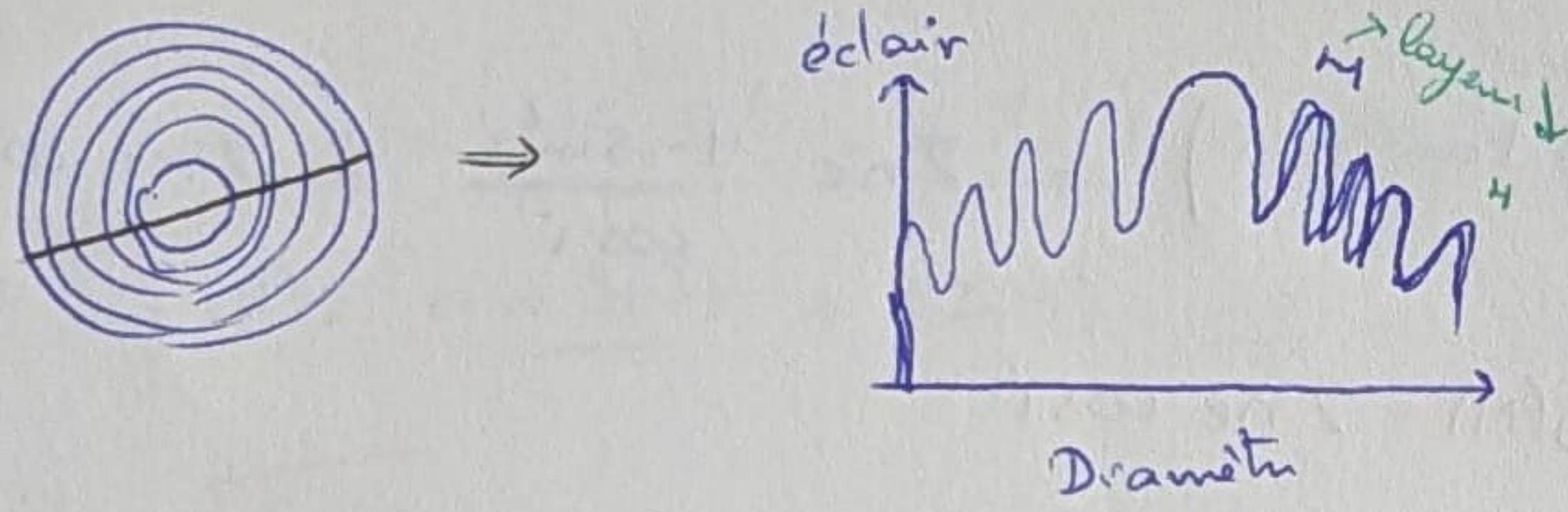
- ordre d'interf. est \rightarrow avec : valeur max est au centre ($i=0$)
 $p(i=0) = [p(0)] + \varepsilon$ tq $0 \leq \varepsilon < 1$ excédent fractionnaire
- 1^e anneau brillant = $[p(0)] = p_0$
- Lentilles = cond. Gauss $\rightarrow \tan ni = \frac{OM}{f'} = \frac{r}{f'}$ tq O = centre figure d'interf.

$$p_0 = \frac{2ne}{\lambda_0} \cos i \approx \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{r_1^2}{2f'^2}\right)$$

rayon du 1^a anneau brillant $\rightarrow r_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0}{2ne} p_0\right)}$

2^e anneau brillant $\Rightarrow p_0 - 1$ $\underset{(r_2)}{\sim} m^{\text{ème}}$ $\Rightarrow p_0 - m + 1$
 (m)

$$r_m = f' \sqrt{2 \left[1 - \frac{\lambda_0}{2ne} (p_0 - m + 1)\right]}$$



- En fixant p (1 anneau donné), $i \downarrow$ si $e \downarrow$ (en $\cos \pi$) = anneau rétrécit et finit par disparaître au centre de la fig. d'interf.
- Contact Optique: config. où $e=0 \rightarrow$ pas chargée et on voit les anneaux rentre ds le centre = on les voit de (-) en (-) et les anneaux qui restent visibles sont de (+) en (+) gros

à $e=0 \Rightarrow$ diff marche = 0 en tout pt d'écran \Rightarrow uniformément brillant \Rightarrow teinte plate

3] Coin d'air et éclairé par src étendue:

- Lorsqu'on a contact optique, on modifie orientation des miroirs.

si (M_1) et (M_2) pas $\perp \Rightarrow$ interfom. configuré en coin d'air

* Interfom. Michelson, réglé en coin d'air et éclairé par src spatiale étendue
 \Rightarrow franges pas visibles à la source mais sont localisées au voisinage des miroirs

→ Soit interfom "réplié" et src étendue au foyer obj \Rightarrow
 (les 2 miroirs emprisonnent un coin d'air d'ou le nom)

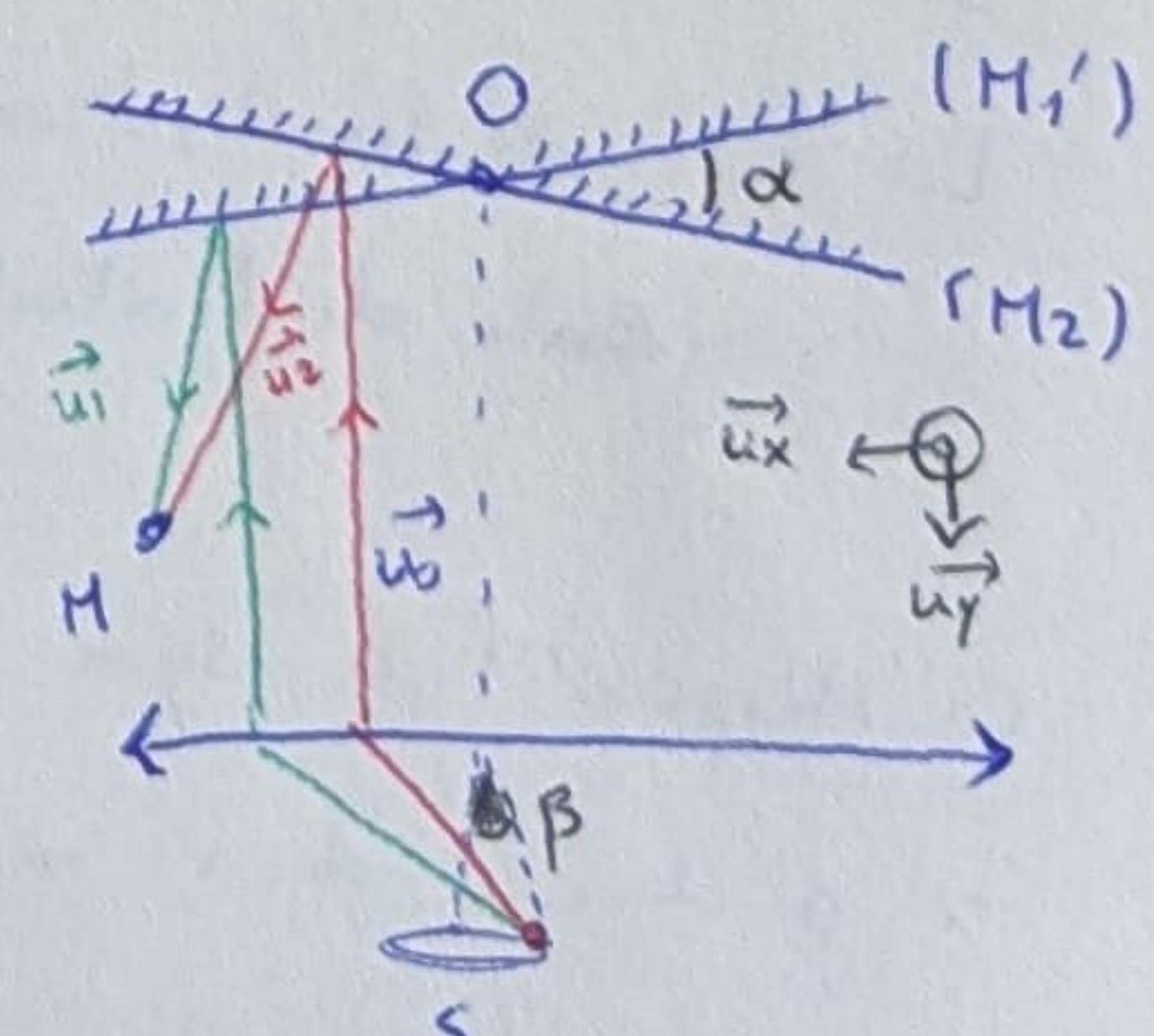
Après I, l'onde est plane ds dir \vec{u}_0

Après 2 miroir (réflexion) \rightarrow 2 O planes ds dir \vec{u}_1 et \vec{u}_2

En M on a superp. des 2 ondes

$$\vec{OM} = x \vec{u}_x + y \vec{u}_y$$

pt src S est repéré par angle β qui varie autour d'une valeur moyenne ($\beta=0$) et entre 2 valeurs extrêmes ($\pm \beta_H$) ce qui définit la largeur de la src étendue



la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y) = \vec{u}_0 = \sin \beta \vec{u}_x - \cos \beta \vec{u}_y$ (- car vers le haut) ↗

DUNBD (22)
optique
16

- si 2 miroirs confondus ($\alpha=0$) $\Rightarrow \vec{u}_1$ et \vec{u}_2 confondus et sym. de \vec{u}_0
 $\Rightarrow \vec{u}_1 = \vec{u}_2 = \sin \beta \vec{u}_x + \cos \beta \vec{u}_y$ (+ car vers le bas) ↗

- si on tourne (M_1') de $+\frac{\alpha}{2}$ donc rayon réfléchi par (M_1') tourne du double (α)
et \vec{u}_1 forme angle $(\beta-\alpha)$ avec $\vec{u}_y \Rightarrow \vec{u}_1 = \sin(\beta-\alpha) \vec{u}_x + \cos(\beta-\alpha) \vec{u}_y$
et donc (M_2) tourne de $-\frac{\alpha}{2}$ et \vec{u}_2 de $-\alpha \Rightarrow \vec{u}_2 = \sin(\beta+\alpha) \vec{u}_x + \cos(\beta+\alpha) \vec{u}_y$

$$\Rightarrow \text{vib. lumi des 2 O. planes en } M_2: S_{1/2}(M) = S_0 e^{i(\omega t - \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}_{1/2} \cdot \vec{OM})}$$

$$\text{avec } \neq \text{phase: } \Delta \phi(M) = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}_2 \cdot \vec{OM} - \frac{2\pi n}{\lambda_0} \vec{u}_1 \cdot \vec{OM} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{OM}$$

$$\text{et ordre d'interf: } p(M) = \frac{n}{\lambda_0} (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{OM} = \frac{n}{\lambda_0} 2 \sin \alpha (x \cos \beta - y \sin \beta)$$

ordre d'interf. dépend de la position de S (β)

Pour minimiser cette dépendance: $\left(\frac{\partial p(M)}{\partial \beta} \right)_{\beta=0} = 0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \text{surf. de localisation} \equiv \text{lieu de contraste max}$

ce pt M où la ~~S~~ dépend le (-) possible
de l'étendue spatiale de la source et où la superp. des franges des src ponctuelles
de la src étendue coïncide le mieux \Rightarrow La fig. d'interf. le + contrastée
Elle se situe au voisinage des miroirs

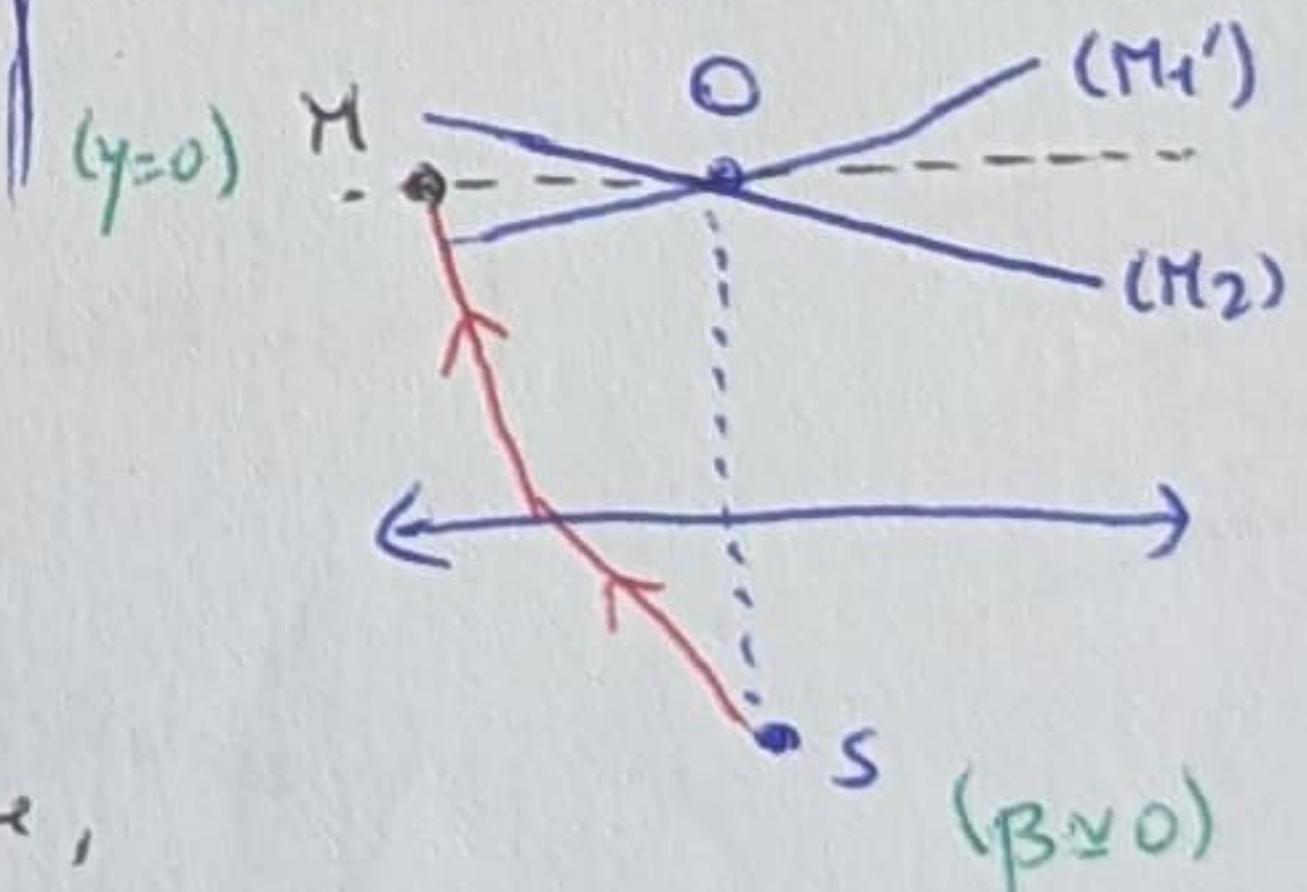
$$\text{En 1 pt de cette surface: } p(x, y=0) = \frac{2n x}{\lambda_0} \sin \alpha \cos \beta$$

En pratique $\alpha \ll 1$ et on choisit $\beta_M \ll 1$ = au 1^{er} ordre

$$= x\alpha = \text{dist. entre 2 miroirs} \Rightarrow p \approx \frac{2n \alpha x}{\lambda_0}$$

On a donc 1 seul rayon issu de la source qd M est sur le surf. de localisation \Rightarrow config. div. d'amp.

$$p(M) = \frac{2n \alpha x}{\lambda_0}$$



★ Interf. Michelson, en coin d'air, éclairé par src spatiale étendue,
 \Rightarrow interférence localisée sur surf. voisine des 2 miroirs

$$\text{En 1 pt M de cette surface: } p(M) = \frac{2n e(M)}{\lambda_0} \quad \delta = 2n e(M)$$

★ On se place ds surf de localisation. En pratique, pour observer ces franges on utilise lentille de projection qui conjugue le plan des miroirs avec l'écran d'obs.

$$\begin{aligned} & \text{double facteur 2e ds + marche} \\ & \delta(M) = (S\delta I)_2 - (S\delta I)_1 = 2n \delta I \\ & = 2n e(M) \end{aligned}$$

Lorsque l'image des miroirs est nette sur l'écran = on voit les franges

- Une fringe d'ordre $p = \frac{2n e(x)}{\lambda_0}$ est à e fixée = passe par tous les pt où e est n \Rightarrow Frange d'épaisseur

- Pour Michelson, 2 miroirs plans et $\alpha \ll 1 \Rightarrow e(x) = \alpha x \Rightarrow \delta = \frac{\lambda_0}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi n \alpha x}{\lambda_0} \right) \right]$
c'est un éclair qui dépend juste de x \Rightarrow Franges d'épaisseur rectiligne

L'interfrange = période spatiale de l'éclairage $i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$

Chap 2h: Diffraction

p. 834

DUNOD (16)
optique
17

- 1665 : Grimaldi écrit livre où il décrit nouvelle propriété lumineuse \Rightarrow Diffraction "pas que ligne \rightarrow on réfraction ou réflexion mais prop. en 3^e mode = diff."
- 1830 : Huygens \Rightarrow opt. ond. (en opposition avec Newton) \Rightarrow approche qualitative de diffra.
- 1801 et 1815 : Young et Fresnel \Rightarrow approche quantitative de diffra.
- 1882 : Kirchhoff donne base math. basée sur l'éq. prop. car ondes sont EM (Maxwell 1861)
- 20^e siècle : descript. prop. EM ds domaine radio par analyse Fourier \Rightarrow optique de Fourier

1) Superp. d'OPPH:

- soit 1 OPPH de vect. d'onde \vec{K} et fréq. $V = \omega = 2\pi V \Rightarrow S(F, t) = A_0 e^{i(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})}$
- soit 2 OPPH de m. w ds milieux non dispersif \Rightarrow ont m. mme vect. d'onde $K = \frac{2\pi}{\lambda}$
on choisit: $\vec{K}_+ = K(\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_z)$ et supposons $A_{01} = A_{02}$
 $\vec{K}_- = K(-\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_z)$ et $\omega_1 = \omega_2$
- amplitude complexe \Rightarrow $a_+(x, y, z) = A_0 e^{-iKx \sin \theta} e^{-ikz \cos \theta}$ \equiv correspond à l'interférom.
 $a_-(x, y, z) = A_0 e^{+iKx \sin \theta} e^{-ikz \cos \theta}$ Thichelson en coin d'air
- La superposition: $\underline{a}(x, y, z) = A_0 e^{-ikz \cos \theta} 2 \cos(Kx \sin \theta)$
- Elle est = périodique de période spatiale $\frac{2\pi}{K \sin \theta} = \frac{\lambda}{\sin \theta}$ et freq. spatiale $u_0 = \frac{\sin \theta}{\lambda}$
- L'onde $E = E_0 \cos^2(2\pi u_0 x)$
- soit 3 OPPH tq 3^e de $\vec{K}_0 = K \vec{u}_z$ et m. cl. et $A_{03} = 2A_{01/2}$
- $\underline{a} = A_0 e^{-ikz \cos \theta} 2 \cos(Kx \sin \theta) + 2A_0 e^{-ikz}$
ici factoriser en 1 fact de x et une de z n'est pas possible sauf à $z=0$
dans ce cas $\rightarrow \underline{a}(x, y, 0) = 2A_0 (1 + \cos(2\pi u_0 x))$ tq $u_0 = \frac{\lambda}{\sin \theta}$
- Donc spectre de freq. spatiales de $\underline{a}(x, y, 0)$ est $\left\{ -u_0, 0, u_0 \right\}$ suivant Ox

Formule de
Fresnel

Conclusion

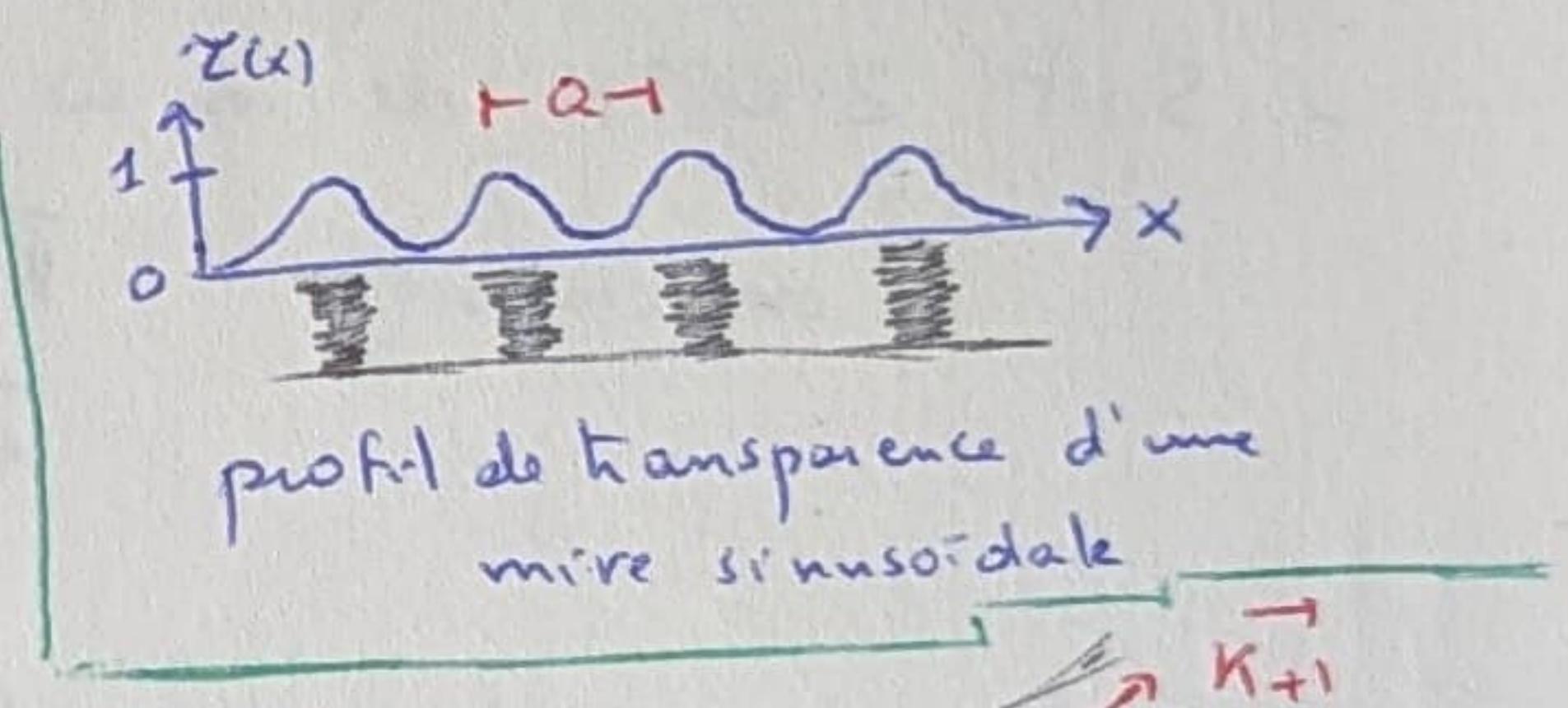
- répartition d'amp. variable ds plan ($0, x, y$) (dir prop 102) d'un faisceau monochrom. peut être comprise comme superp. d'OPPH de m. freq. temporelle
- L'ens. des vect. d'onde constitue Spectre en ondes planes du faisceau.
- La rel. disp. $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2$ donne 2 composantes $K_x = 2\pi u$ et $K_y = 2\pi v$ (u, v sont freq. spatiale)
- (u, v) constitue spectre de freq. spatiale du faisceau

2] Action d'un obj. transparent sur une onde:

- éclairer (par O-plane monochrom. en incidence 1) un obj' plan, mince et partiellement transparent qui modifie la répartition d'ampl. d'onde
- source = laser pour avoir bonne cohérence spatiale \Rightarrow surf. d'onde bien définie
- crée syst. afoocal \Rightarrow pour réduire la divergence angulaire du faisceau tout en augmentant son rayon
- pour cela il faut que l'in lentille (objectif microscope) ait dist. focale < long. Rayleigh du faisceau incident
- Le faisceau émergent du syst. afoocal est aussi utile dans sa zone de Rayleigh où P' est quasi plane
- On place au plan focal de l'objectif un petit diaphragme circulaire pour bloquer les taches de diffraction parasites (pas devant l'objectif ou poussières)

L'objet est placé sur le trajet de la lumière et est plan et mince. Il modifie l'ampl. complexe de façon harmonique des direct. \propto à période spatiale a (de l'ordre $\sim 10^2 - 10^3 \lambda$)

cet objet est appelé **mire harmonique** (un réseau particulier de pas a).



Observations

1) 3 direct. privilégiés (3 faisceaux quasi-cylindriques coplanaires)

Les angles θ entre axe faisceau et normale à la mire $\theta_0 = 0$

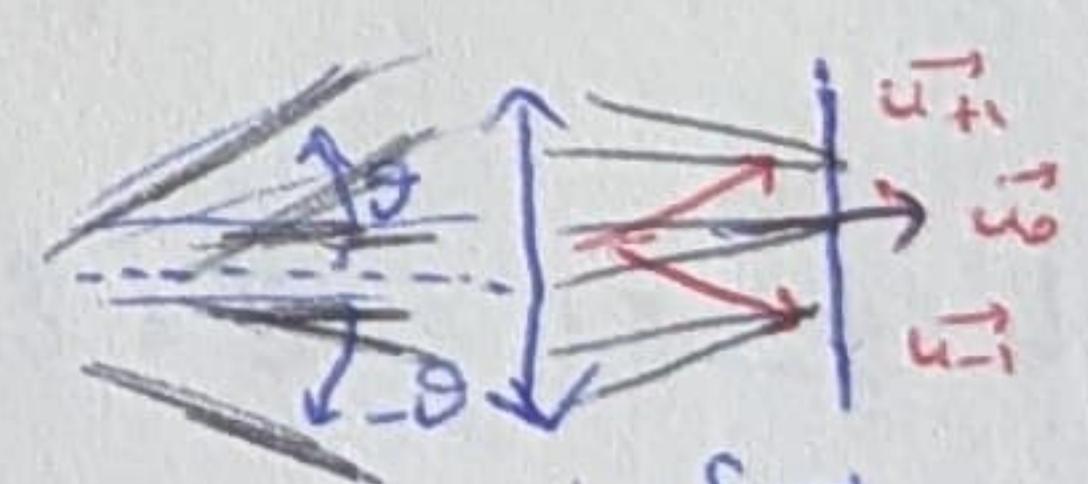
$\theta \pm \frac{\pi}{2} \sin \theta \pm \pm \frac{\lambda}{a}$

L'éclair. aux angles θ_+ (ordre +1) et θ_- (ordre -1) est + faible que celui au centre (ordre 0)

2) L'ajout de \uparrow devant 3 faisceaux \Rightarrow 3 taches intenses et de petite taille des F'

\therefore on décrit les 3 faisce. cylind. par O-planes

les positions sur écran $\rightarrow F'$
2 F' second séparé de F' de $\frac{\lambda f'}{a}$



3) La position des plans focal dépend de λ du laser utilisé

Interpretation

1^{ère} analyse

Il y a 3 O.P.P.H de vect. d'onde

$$\vec{K}_- = K(-\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_z)$$

$$\vec{K}_0 = K \vec{u}_z$$

$$\vec{K}_+ = \dots$$

$$tq K = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ et } \sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\underline{a} \quad z=0 \quad \underline{a} = A_0 e^{-ikx \sin \theta} + A_1 e^{-ik(x-\dots)} + A_1 e^{-ik(-x-\dots)}$$

$$(A_1 = A_2)$$

$$A_1 e^{-ikx \sin \theta} + A_1 e^{ikx \sin \theta} = A_0 + 2A_1 \cos(Kx \sin \theta)$$

\therefore Si mire rectiligne, les ordre ± 1 sont \sim fois (-) intense que ordre 0

pour avoir $a = 2A_0(1 + \cos(Kx \sin \theta)) = 2A_0(1 + \cos(2\pi \frac{x}{a}))$ il faut que l'objet multiplie l'amplitude de l'onde plane d'éclairage par fact $Z(x)$: $a(x, y, 0_+) = A Z(x, y)$

$$Z(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi \frac{x}{a})) & \text{si } |y| < \frac{h}{2} \\ 0 & \text{si } |y| > \frac{h}{2} \end{cases}$$

tq h = dimension objet suivant (O_y)

Partie 2: Chap 03: Diffraction

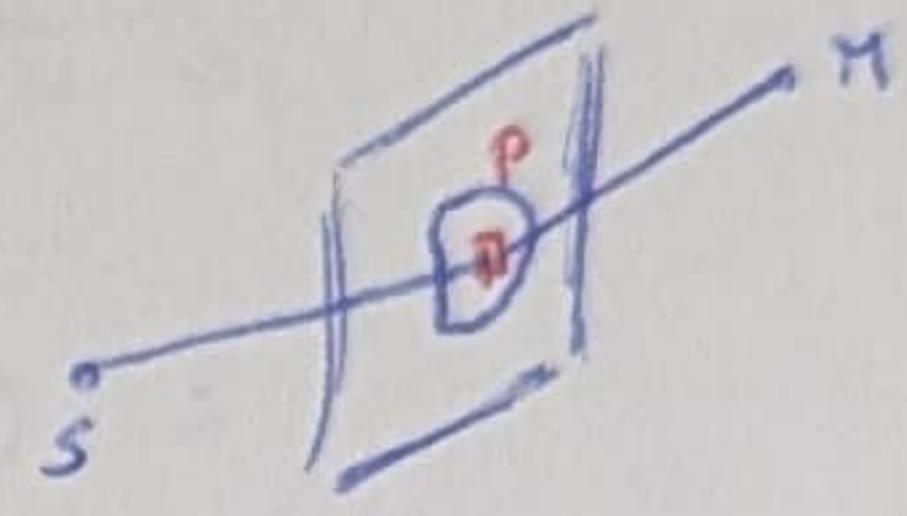
- Quand $\text{dim} > \lambda \Rightarrow \text{opt. géom. (approximation)}$
- obstacle $\gg \text{dim} \Rightarrow \text{diffraction}$

S. OLIVIER
C. MORE
H. GIE'
phys. Spé PSI
18

1] Diffraction par ouverture plane des cond. Fraunhofer:

Principe Huygens-Fresnel: soit (Σ) ouverture plane éclairée par src ponctuelle S monoch. à λ_0 . Soit décomposition de Σ en éléments de surf. $d\sigma(P)$ centrés sur pt comant P . L'éclair en pt M :

- chaque élém. surf. se comporte comme src ponctuelle fictive émettant ondelette dont ampl. complexe instantanée en P est \propto ampl. complexe instant. $a_s(P,t)$ de l'onde émise par S en P et à l'éch. ext de surf. $d\sigma(P)$



- les src fictives sont cohérentes
- milieu homogène et S, M sont à dist. fini de $\Sigma \Rightarrow$ ondes sphériques

$$a_s(P,t) = \frac{A_0}{SP} e^{j(wt - k_0 SP)}$$

$$\text{Amp. compl. en } M \text{ par src élém. en } P: \quad d\alpha_p(M,t) = K \frac{a_s(P,t)}{PM} e^{-jk_0 PM} d\sigma(P)$$

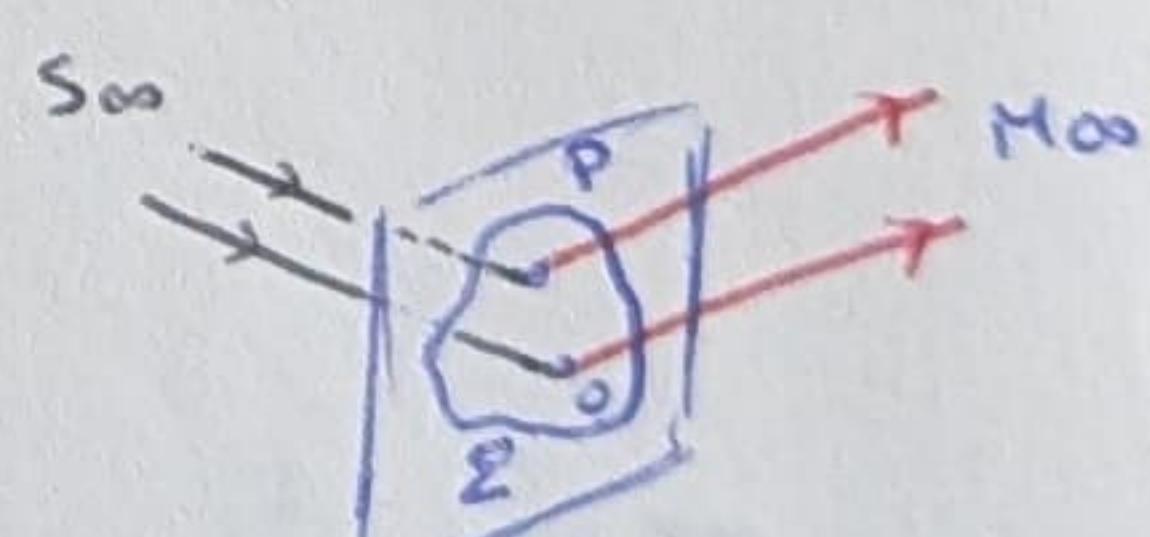
$$\therefore \text{src fictives cohérentes: } \alpha(M,t) = \iint_{\Sigma} d\alpha_p(M,t)$$

$$\alpha(M,t) = K \iint_{\Sigma} \frac{A_0}{SP} \frac{1}{PM} e^{jwt} e^{-jk_0 SP} e^{-jk_0 PM} d\sigma(P) \quad [m] \quad \therefore [K] = m^{-1}$$

$$\text{Kirchhoff amp } K \propto \frac{1}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow \alpha(M) = K \iint_{\Sigma} \dots \quad (\text{sans } e^{jwt})$$

Diffraction de Fraunhofer: le cas particulier où S et M sont à l'infini

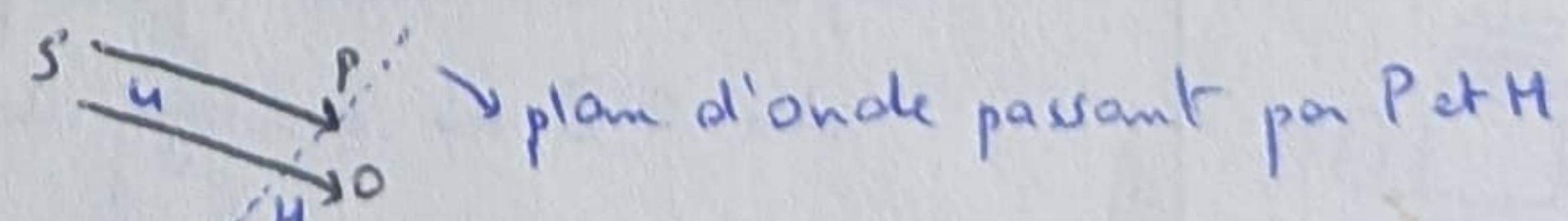


- SP et PM au dénominateur sont des const. \Rightarrow on les ajoute dans K
- $(SPM) = (SP) + (PM)$

$$\therefore \alpha(M) = K \iint_{\Sigma} A_0 e^{-jk_0(SPM)} d\sigma(P)$$

* $(SPM) = \infty !$ mais \Rightarrow ondes cohérentes, ce qui compte n'est pas phase absolue mais élévation relative \Rightarrow diff marche $(SPM) - (SOM)$

Entre S et Σ , l'onde est plane de dir \vec{u}



$$\therefore (SP) = (SH)$$

Entre Σ et M , rayons rectilignes $\parallel \vec{u}'$. En inversant rayons, comme si M src donne rayon $\vec{-u}'$

$$\therefore (PM) = (H'M)$$

$$\Rightarrow (SPM) - (SOM) = (SP) + (PM) - [(SH) + (HO) + (OH') + (H'M)] = -(HO) - (OH')$$

$$= \bar{OH} - \bar{OH}' \quad (\text{ds l'air } n=1)$$

$$\bar{OH} = \vec{u} \cdot \vec{OP} \quad \Rightarrow \quad (SPM) = (SOM) + (\vec{u} - \vec{u}') \cdot \vec{OP}$$

$$Q(M) = K A_0 e^{-j K_0 (SOM)} \int_{\Sigma} e^{j K_0 (\vec{u}' - \vec{u}) \cdot \vec{OP}} d\sigma(P)$$

↓
dépend pas de P

Cond. Fraunhofer en pratique : S à l'os = par laser et M os = écran éloigné

On peut aussi réaliser collimation = S à F de L_1 et M à F' de L_2

$$\therefore \vec{u} = \frac{\vec{SO_1}}{|SO_1|} \approx \frac{\vec{SO_1}}{f_1} \quad \text{et} \quad \vec{u}' = \frac{\vec{O_2M}}{|O_2M|} \approx \frac{\vec{O_2M}}{f'_2}$$

$$\therefore \vec{u} \approx \begin{pmatrix} -x_s/f_1 \\ -y_s/f_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}' \approx \begin{pmatrix} x/f'_2 \\ y/f'_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{tg } S(x_s, y_s, z_s) \\ M(x, y, z) \end{array}$$

con unitaire de \vec{EZ}

Ouverture Rectangulaire de côtés a selon \vec{u}_x et b selon \vec{u}_y
et $\vec{u} = (\alpha, \beta, \gamma)$ et $\vec{u}' = (\alpha', \beta', \gamma')$

Le centre du rectangle = 0 $\Rightarrow (\vec{u}' - \vec{u}) \cdot \vec{OP} = (\alpha' - \alpha)x + (\beta' - \beta)y$

$$Q(M) = K A_0 e^{-j K_0 (SOM)} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} e^{j K_0 (\alpha' - \alpha)x} dx \int_{-\beta/2}^{\beta/2} e^{j K_0 (\beta' - \beta)y} dy$$

$$= K A_0 e^{-j K_0 (SOM)} \left[\frac{2j \sin \frac{(x' - x) K_0 a}{2}}{j K_0 (\alpha' - \alpha)} \right] \left[\frac{2j \sin \frac{(\beta' - \beta) K_0 b}{2}}{j K_0 (\beta' - \beta)} \right] \times \frac{ab}{ab}$$

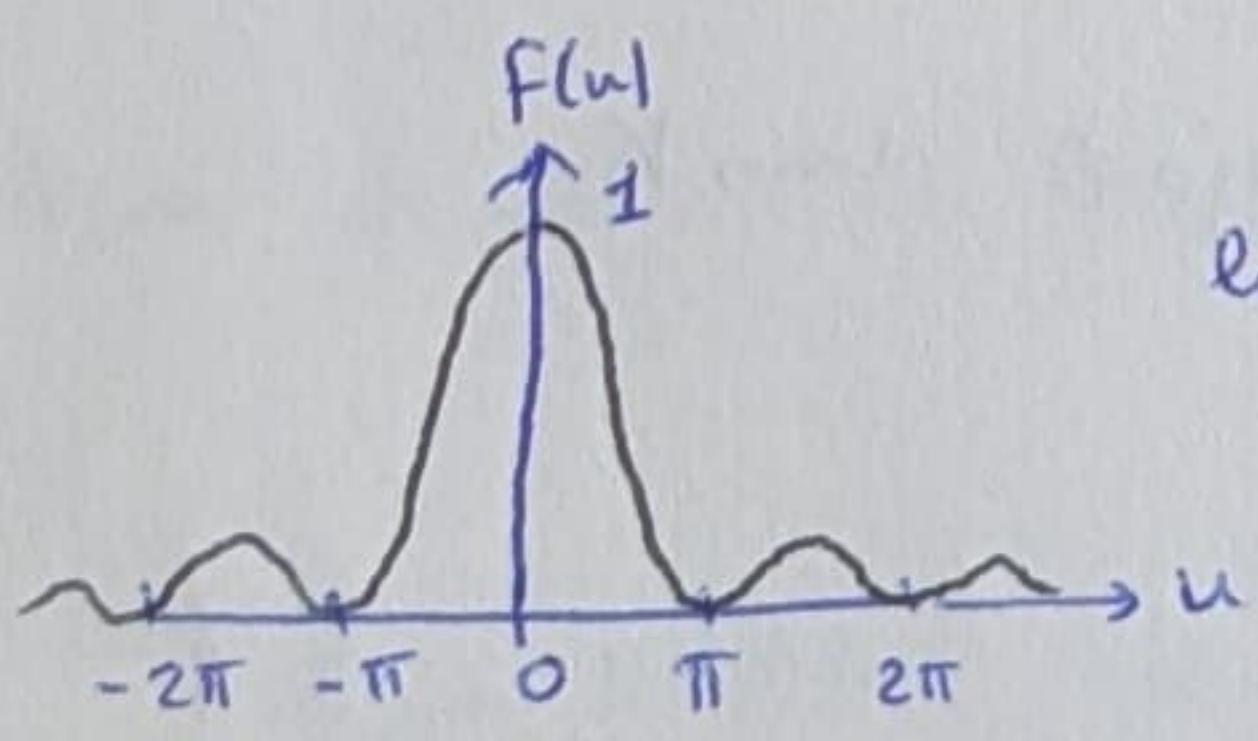
par $\operatorname{sinc} u = \frac{\sin u}{u}$:

$$Q(M) = K A_0 ab e^{-j K_0 (SOM)} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi (\alpha' - \alpha) a}{\lambda_0} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi (\beta' - \beta) b}{\lambda_0} \right)$$

retard de phase en M : $\phi = K_0 (SOM)$

$$E(M) = E \operatorname{sinc}^2(\dots) \operatorname{sinc}^2(\dots) \quad \text{tg } \varepsilon_0 = K^2 A_0^2 a^2 b^2$$

$\operatorname{sinc}^2(u)$

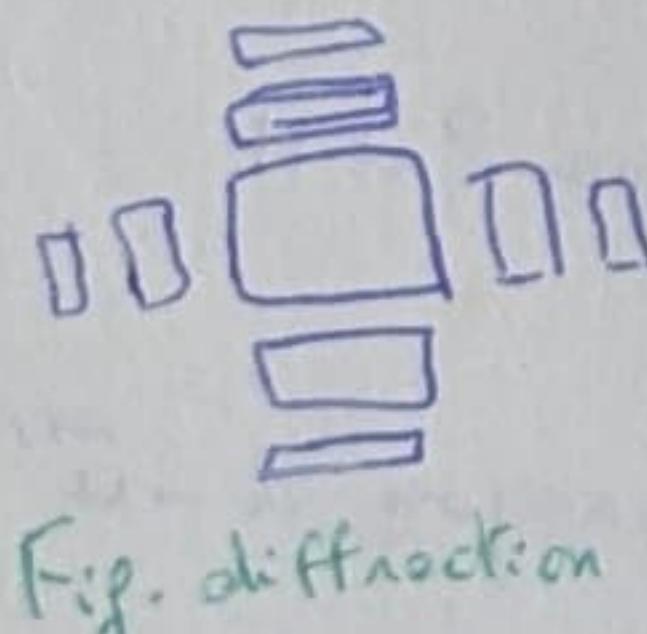


la fct s'annule à $u = n\pi$ $n \in \mathbb{Z}^*$

et a max à $u = 0$

il y a des max secondaires entre 2 pts successifs qui sont négligeables

Conclusion 1) $E(\alpha', \beta')$ est max à $\alpha' = \alpha$ et $\beta' = \beta$ = à $\vec{u}' = \vec{u}$ \therefore pt M situé sur le rayon mon dévié ("passe par centre") $\therefore M$ est alors image de S à travers syst-opt des 2 D du montage de Fraunhofer \Rightarrow intérêt constructif sur cept.



Pour cond. stigmatisme : Toutes ondes par src second-fictives sont en phase

2) Essentiel de l'énergie lumineuse est concentré ds frange centrale de diffraction, centrée sur l'image géométrique de S et de $\frac{1}{2}$ -largeurs angulaires

$$|\alpha' - \alpha|_{\max} = \frac{\lambda_0}{a}$$

$$|\beta' - \beta|_{\max} = \frac{\lambda_0}{b}$$

\therefore si $b = 2a$
frange + large en \vec{u}_y
qui en \vec{u}_x

Cas limites

1) si $\lambda_0 \ll a$ et $\lambda_0 \ll b$: frange centrale tend à se confondre avec l'image de S
 \Rightarrow approx opt. géom.

2) Ouverture \rightarrow dimension = largeur frange centrale $\uparrow \Rightarrow$ diffraction isotrope
 $\therefore E$ indép de dir. et = sa valeur max partout

3) Fente fine et longue $\parallel \vec{u}_y$ ($b \gg a$) = rayon selon \vec{u}_y de la frange centrale \Rightarrow
L'éclair est notable si $\beta^2 n \beta = \sin \text{axe } x$
 \Rightarrow fig. diffraction = segments sin axe x

Fente fine ne diffracte notamment que ds dir. \perp

$$E(M) = I_0 A_0 e^{-j k_0 (SOM)} \int e^{j k_0 (\alpha' - \alpha) x} dx$$

Ouverture Circulaire

- franges en anneaux centrés sur l'image géométrique de S
- essentiel de l'éclaireuse est concentré ds frange centrale de rayon angulaire $\Theta = 0,61 \frac{\lambda_0}{R}$

phys. spé PSI
optique
19