

GALAT



Tim Ajar Metode Numerik
Jurusan Teknologi Informasi
Politeknik Negeri Malang

2024

Pre Test



Apa yang dimaksud Metode Numerik?

Apa ada metode lain selain metode numerik?

Apa perbedaan Metode Numerik dengan metode yang disebutkan tadi?

Mengapa memilih Metode Numerik?

Apa yang dimaksud galat?

Berapa macam galat?

Darimana sumber galat?



Pengantar Metode Numerik



Metode numerik adalah suatu teknik atau metode untuk menyelesaikan masalah yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (aritmatik).



Metode Analitik

- Metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim).
- Metode analitik: metode yang dapat memberikan solusi **sebenarnya** (exact solution), solusi yang memiliki **galat/error = 0**.
- Metode analitik hanya unggul pada sejumlah persoalan matematika yang terbatas



Metode Analitik VS Metode Numerik



Metode Numerik

- Solusi selalu berbentuk angka
- Solusi berupa hampiran atau pendekatan
- Terdapat galat (error)

Metode Analitik

- Solusi dalam bentuk fungsi matematika
- Solusi eksak
- Tidak ada galat (error)



Contoh

- Selesaikan integral di bawah ini

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$$

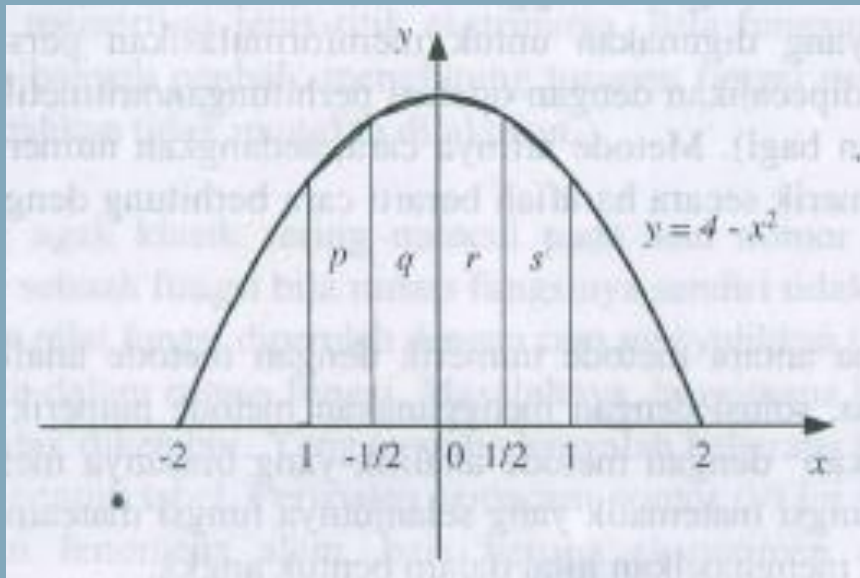
- Metode Analitik

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{x=-1}^{x=1} = \left\{ 4(1) - \frac{1}{3} \right\} - \left\{ 4(-1) - \frac{(-1)}{3} \right\} = \frac{22}{3}$$



Contoh

- Metode Numerik



$$\begin{aligned}
 I &\approx p + q + r + s \\
 &= \{[f(-1) + f(-1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(-1/2) + f(0)] \times 0.5/2\} + \\
 &\quad \{[f(0) + f(1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(1/2) + f(1)] \times 0.5/2\} \\
 &\approx 0.5/2 \{f(-1) + 2f(-1/2) + 2f(0) + 2f(1/2) + f(1)\} \\
 &= 0.5/2 \{3 + 7.5 + 8 + 7.5 + 3\} \\
 &= 7.25
 \end{aligned}$$

- Error = $|7.25 - 7.33| = 0.0833$



Mengapa Menggunakan Metode Numerik



- Tidak semua permasalahan matematis atau perhitungan dapat diselesaikan dengan mudah.
- Kesulitan menggunakan metode analitik untuk mencari solusi exact dengan jumlah data yang besar. Oleh sebab itu metode numerik menjadi penting untuk menyelesaikan permasalahan ini.
- Pemakaian metode analitik terkadang sulit diterjemahkan ke dalam algoritma yang dapat dimengerti oleh komputer.



Mengapa Menggunakan Metode Numerik



- Dibutuhkan metode yang menggunakan analisis-
analisis pendekatan persoalan-persoalan non linier
untuk menghasilkan nilai yang diharapkan.
- Metode numerik yang memang berangkat dari
pemakaian alat bantu hitung adalah alternatif yang
baik dalam menyelesaikan persoalan-persoalan
perhitungan yang rumit.



Metode Numerik

- Metode numerik = teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi hitungan/ aritmatika biasa.
- Solusi angka yang didapatkan dari metode numerik adalah solusi yang mendekati nilai sebenarnya/ solusi pendekatan (*approximation*) dengan tingkat ketelitian yang kita inginkan.
- Karena tidak tepat sama dengan solusi sebenarnya, ada selisih diantara keduanya yang kemudian disebut galat/ error.
- Metode numerik dapat menyelesaikan persoalan di dunia nyata yang seringkali non linier, dalam bentuk dan proses yang sulit diselesaikan dengan metode analitik



Prinsip Metode Numerik

- Metode numerik ini disajikan dalam bentuk algoritma–algoritma yang dapat dihitung secara cepat dan mudah.
- Pendekatan yang digunakan dalam metode numerik merupakan pendekatan analisis matematis, dan teknik perhitungan yang mudah.
- Algoritma pada metode numerik adalah algoritma pendekatan maka dalam algoritma tersebut akan muncul istilah iterasi/lelaran yaitu pengulangan proses perhitungan.



Galat (Kesalahan)

- Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan matematis hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak (yang benar) dari penyelesaian analitis.
- Penyelesaian numerik akan memberikan kesalahan terhadap nilai eksak



Galat

- Galat (kesalahan) terdiri dari tiga macam :

1. Galat Mutlak

Kesalahan mutlak dari suatu angka, pengukuran atau perhitungan.

Kesalahan = Nilai eksak – Nilai perkiraan

Contoh : $x = 3,141592$ dan $x^* = 3,14$, maka galat mutlaknya adalah, $E = 3,141592 - 3,14 = 0,001592$



Galat

2. Galat relatif e dari a

$$e = \frac{E}{a} = \frac{\text{Galat}}{\text{Nilai Eksak}}$$

Sehingga galat relatifnya adalah

$$e = \frac{E}{a} = \frac{0,001592}{3,141592} = 0,000507$$

3. Prosentase Galat

Prosentase galat adalah 100 kali galat relatif

$$= e * 100\%$$



Sumber Kesalahan

- Kesalahan bawaan
 - kekeliruan dlm menyalin data
 - salah membaca skala
- Ketidaktepatan data



Sumber Kesalahan

- Kesalahan pemotongan (*truncation error*)
 - Berhubungan dg cara pelaksanaan prosedur numerik

Contoh pada deret Taylor tak berhingga :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots\dots\dots$$

- Dapat dipakai untuk menghitung sinus sebarang sudut x dalam radian
- Jelas kita tdk dapat memakai semua suku dalam deret, karena deretnya tak berhingga
- Kita berhenti pada suku tertentu misal x^9
- Suku yg dihilangkan menghasilkan suatu galat



Sumber Kesalahan

- Kesalahan pembulatan (*round-off error*)
 - Akibat pembulatan angka
 - Terjadi pada komputer yg disediakan beberapa angka tertentu misal; 5 angka :
 - Penjumlahan **9,2654 + 7,1625** hasilnya **16,4279**, ini terdiri 6 angka sehingga tidak dapat disimpan dalam komputer kita dan akan dibulatkan menjadi **16,428**



Angka Bena (signifikan)

- Angka bena adalah angka bermakna, angka penting, atau angka yang dapat digunakan dengan pasti

- Contoh:

43.123 memiliki 5 angka bena (yaitu 4, 3, 1, 2, 3)

0.1764 memiliki 4 angka bena (yaitu 1, 7, 6, 4)

0.0000012 memiliki 2 angka bena (yaitu 1, 2)

278.300 memiliki 6 angka bena (yaitu 2, 7, 8, 3, 0, 0)

270.0090 memiliki 7 angka bena (yaitu 2, 7, 0, 0, 0, 9, 0)

0.0090 memiliki 2 angka bena (yaitu 9, 0)

1360, 1.360, 0.001360 semuanya memiliki 4 angka bena



Post Test

1. Jelaskan macam-macam kesalahan atau error!
2. Berilah 2 contoh kesalahan karena pemotongan!
3. Berilah 2 contoh kesalahan karena pembulatan!
4. Diketahui nilai eksak dari perhitungan luas bangunan adalah $403,1476 \text{ m}^2$, sedangkan nilai perkiraannya adalah 403 m^2 . Hitunglah galat mutlak, galat relatif, dan persentase galatnya!



Post Test

5. Pengukuran panjang jembatan dan pensil memberikan hasil 9999 cm dan 9 cm. Apabila panjang yang benar (eksak) berturut-turut adalah 10.000 cm dan 10 cm, hitung kesalahan absolut dan relatif.
6. Berikan satu contoh angka yang memiliki angka penting 3 dan 4





Referensi

- Munir, Rinaldi. 2008. Metode Numerik Revisi Kedua. Informatika Bandung: Bandung
- Cahya Rahmad, ST, M.Kom. Dr. Eng, “Diktat Kuliah Matematika Numerik”, Program Studi Manajemen Informatika, Politeknik Negeri Malang





TERIMA KASIH

