

Laporan Pengerjaan Latihan Soal

Nama: Farrel Augusta Dinata

NIM: 2341720081

Kelas : TI-2F

Soal 1 - Metode Iterasi Titik Tetap

Persamaan: $f(x) = x^3 - 4x + 1$

Tebakan awal : 1.5

Toleransi dengan selisih = $|x_n - x_{n-1}| < 0.001$

Jawab: Langkah awal dalam menentukan akar penyelesaian dari persamaan tersebut dengan metode iterasi titik tetap adalah dengan menyederhanakan persamaan untuk bisa digunakan mencari nilai x. Jadi dari semula yang berbentuk: $x^3 - 4x + 1$ bisa diubah menjadi $x = \sqrt[3]{4x - 1}$. Prosesnya adalah:

$$x^3 - 4x + 1 = 0$$

$$x^3 = 4x - 1$$

$$x = \sqrt[3]{4x - 1}$$

Hasil x tersebut akan digunakan pada iterasi-iterasi selanjutnya. Proses iterasi akan berakhir jika nilai $x_n - x_{n-1}$ sudah kurang dari atau sama dengan batas toleransi.

Contoh iterasi pertama:

$$x_1 = \sqrt[3]{4(1.5) - 1}$$

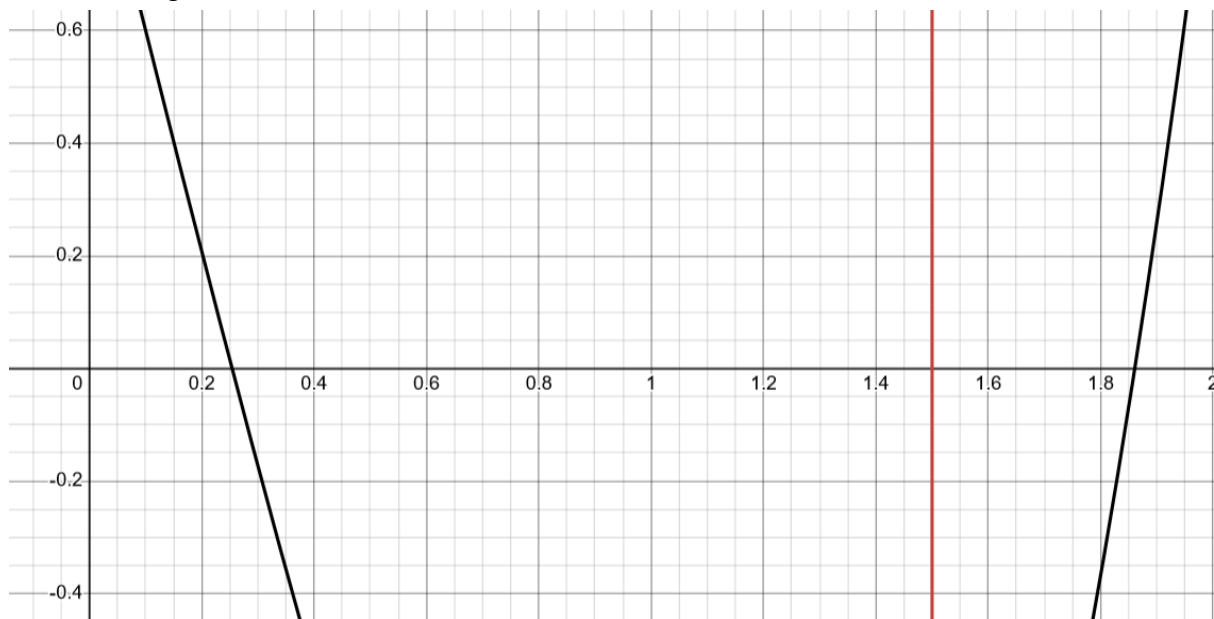
$$= \sqrt[3]{5}$$

$$= 1.709975946676697$$

Nilai tersebut akan digunakan pada iterasi selanjutnya

| n | xn | hasil | xn - xn-1 |
|----|-------------|-------------|---------------|
| 1 | 1.5 | 1.709975947 | - |
| 2 | 1.709975947 | 1.80081278 | 0.2099759467 |
| 3 | 1.80081278 | 1.837411601 | 0.09083683304 |
| 4 | 1.837411601 | 1.851753527 | 0.0365988217 |
| 5 | 1.851753527 | 1.857313548 | 0.01434192523 |
| 6 | 1.857313548 | 1.859460108 | 0.00556002164 |
| 7 | 1.859460108 | 1.860287506 | 0.00214655951 |
| 8 | 1.860287506 | 1.860606233 | 0.00082739845 |
| 9 | 1.860606233 | 1.860728983 | 0.00031872703 |
| 10 | 1.860728983 | 1.860776252 | 0.00012274958 |

Gambaran grafik:



Soal 2 - Metode Newton Rapshon

Persamaan : $f(x) = 5x^3 + 2x^2 + 8x + 2$

Batas toleransi = $1 \cdot 10^{-4}$

Jawab: Langkah dalam menentukan akar penyelesaian dari sebuah persamaan non-linear dengan menggunakan metode Newton-Rapshon adalah diawali dengan membuat fungsi turunan terlebih dahulu karena rumus ini akan sangat dibutuhkan pada perhitungan pada tiap iterasi selanjutnya.

Misalkan dari persamaan $f(x) = 5x^3 + 2x^2 + 8x + 2$, maka bisa diperoleh persamaan turunan: $f'(x) = 15x^2 + 4x + 8$. Pada tiap-tiap iterasi, nilai x akan selalu berubah dan x akan selalu dimasukkan pada kedua persamaan tersebut.

Contoh:

Diawali dengan menebak perkiraan nilai x pada akar penyelesaian. Tebakan bisa bebas. Semakin mendekati hasil yang sebenarnya, maka proses iterasi akan semakin singkat. Misalkan ditebak nilai x berada pada koordinat 2. Nilai ini akan dimasukkan kedalam dua persamaan sebelumnya:

$$\begin{aligned} f(2) &= 5(2)^3 + 2(2)^2 + 8(2) + 2 \\ &= 40 + 8 + 16 + 2 \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= 15(2)^2 + 4(2) + 8 \\ &= 60 + 8 + 8 \\ &= 76 \end{aligned}$$

Kedua persamaan tersebut akan dimasukkan ke dalam rumus berikut:

$$X_n = x_{n-1} - (f(x) / f'(x))$$

Hasil x tersebut akan menjadi nilai x pada iterasi kedua dan seterusnya

$$X_2 = 2 - (66 / 76)$$

$$= 2 - 0.868421052631579$$

$$= 1.131578947$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan error dari tiap-tiap iterasi. Untuk cara perhitungan error/galat relatif maka bisa dilakukan dengan cara menggunakan rumus berikut:

$$\text{Nilai error} = (x_n - x_{n-1}) / x_n$$

Contoh perhitungan pada iterasi kedua:

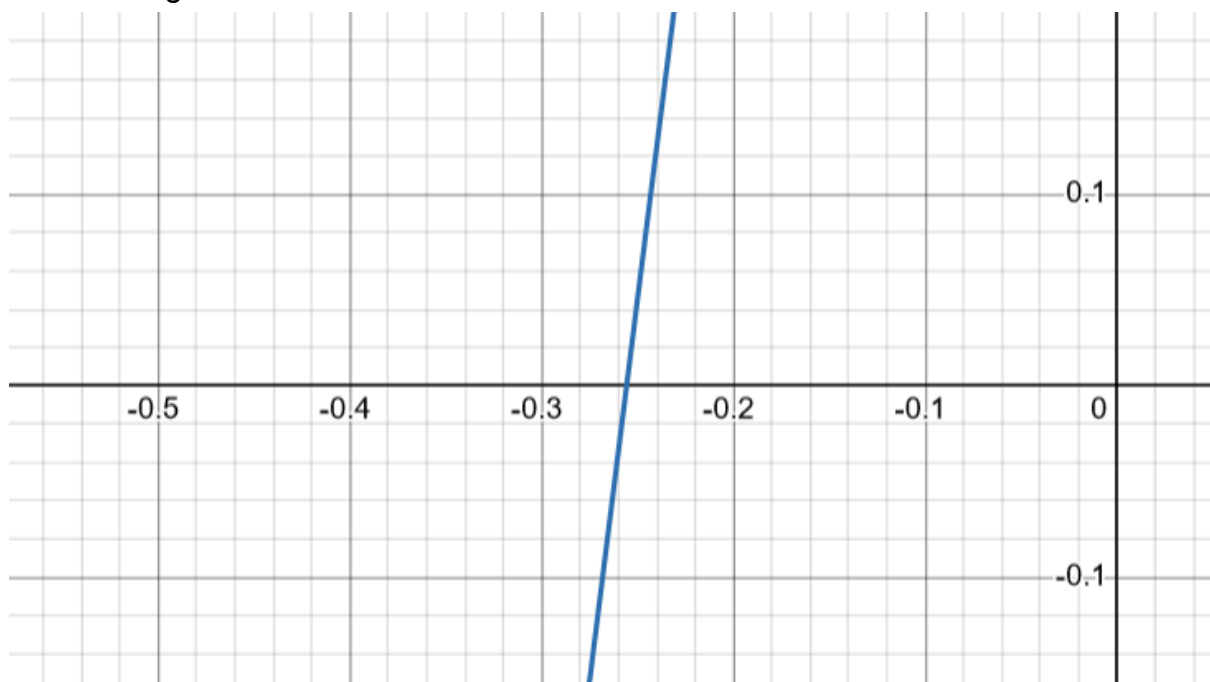
$$e = (1.131578947 - 2) / 1.131578947$$

$$= -1.385892111$$

Proses ini terus berlanjut hingga mendapatkan nilai minimum error yang sudah ditentukan. Pada soal tersebut ditentukan batas minimum error adalah 0.0001, maka didapatkan nilai $x = -0.2558987999$ pada iterasi ke -6.

| n | x | f(x) | f'(x) | hasil | error |
|---|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------------|
| 1 | 2 | 66 | 76 | 1.131578947 | 0 |
| 2 | 1.131578947 | 20.85834305 | 31.7333795 | 0.4742791772 | -1.385892111 |
| 3 | 0.4742791772 | 6.777538434 | 13.27122778 | -0.03641497616 | 14.0242891 |
| 4 | -0.03641497616 | 1.711090851 | 7.874230853 | -0.2537175779 | 0.8564743663 |
| 5 | -0.2537175779 | 0.0173422826 | 7.950718829 | -0.2558987999 | 0.008523767897 |
| 6 | -0.2558987999 | -0.000008643 | 7.958667737 | -0.2558977139 | -0.000004243937119 |

Gambaran grafik:



Soal 3 - Metode Secant

Persamaan : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

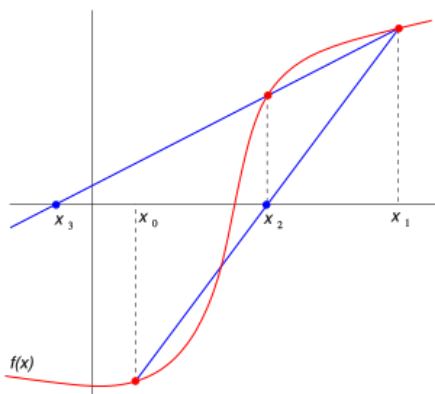
Rentang tebakan : $[2.5, 3]$

Batas toleransi = $1 \cdot 10^{-4}$

Jawab: Metode Secant dilakukan dengan menghitung gradien antara nilai kedua titik x yang telah ditentukan. Untuk cara perhitungannya adalah dengan menentukan delta x dan y . Implementasi lebih lengkapnya adalah menggunakan rumus:

$$X_{n+1} = x_n + (f(x_n) \cdot (x_n - x_{n-1}) / (f(x_n) - f(x_{n-1})))$$

Pada rumus tersebut, pada tahap awal diperlukan dua titik awal untuk menentukan nilai akar penyelesaian. Kedua titik x tersebut digunakan untuk membentuk garis lurus antar kedua titik tersebut. Semakin lama iterasi, maka kedua titik akan mendekati titik $x = 0$.



Pada soal tersebut telah ditentukan bahwa dua titik yang sudah ditentukan adalah 2.5 dan 3. Agar mempermudah perhitungan, maka bisa ditentukan nilai $f(x)$ dan $f(x_{n-1})$ terlebih dahulu. Kedua hasil dari persamaan tersebut akan menjadi bahan nilai pada rumus yang sudah ditentukan di atas.

Misalnya pada iterasi kedua karena iterasi pertama menggunakan nilai x yang sudah ditentukan:

$$\begin{aligned} X_2 &= 3.5 + (1.875 \cdot 3.5 - 2.5) / (1.875 - (-0.375)) \\ &= 2.666666667 \end{aligned}$$

Kemudian ditentukan nilai errornya dengan menghitung perbedaan nilai $f(x)$ dan $f(x_{n-1})$

$$\begin{aligned} e &= | 1.875 - (-0.375) | \\ &= 2.25 \end{aligned}$$

Proses ini terus berlanjut hingga didapatkan error absolut yang sudah memenuhi batas minimum error

| n | x_n | x_{n-1} | $f(x_n)$ | $f(x_{n-1})$ | error absolut |
|----|-------------|-------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 3.5 | 2.5 | 1.875 | -0.375 | 2.25 |
| 2 | 2.66666667 | 3.5 | -0.3703703704 | 1.875 | 2.24537037 |
| 3 | 2.804123711 | 2.666666667 | -0.2841653035 | -0.3703703704 | 0.08620506692 |
| 4 | 3.257235393 | 2.804123711 | 0.7300022053 | -0.2841653035 | 1.014167509 |
| 5 | 2.931083624 | 3.257235393 | -0.1239116672 | 0.7300022053 | 0.8539138725 |
| 6 | 2.978411593 | 2.931083624 | -0.04178869704 | -0.1239116672 | 0.08212297019 |
| 7 | 3.002494675 | 2.978411593 | 0.005008034772 | -0.04178869704 | 0.04679673182 |
| 8 | 2.999917381 | 3.002494675 | -0.0001652172934 | 0.005008034772 | 0.005173252065 |
| 9 | 2.999999692 | 2.999917381 | -0.000000616585826 | -0.0001652172934 | 0.0001646007076 |
| 10 | 3 | 2.999999692 | 0 | -0.000000616585826 | 0.0000006166622448 |

