

Aljabar Linier

Pengenalan Sistem Aljabar Linier

Muhammad Afif Hendrawan, S.Kom., M.T.



Outlines

- Persamaan Linier
- Sistem Persamaan Linier



Persamaan Linier

Apa itu persamaan linier?

- Persamaan linier pada variabel $x_1 \dots x_n$ merupakan persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots a_nx_n = b$$

- Dimana,
 - $b \rightarrow$ Bilangan riil tau bilangan kompleks \rightarrow biasanya sudah diketahui diawal
 - $a_1 \dots a_n \rightarrow$ Koefisien, bilangan riil atau kompleks \rightarrow biasanya sudah diketahui diawal
 - $n \rightarrow$ nilai interger positif
- Contoh,
 - $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$
 - $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$

Trivia!

Apakah persamaan-persamaan berikut merupakan persamaan linier? Jelaskan!

- $x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0$
- $y = \frac{1}{2}x + 3z$
- $4x_1 - 5x_2 = x_1x_2$
- $x + 3y^2 = 9$
- $x + 3y = 7$
- $y - \sin x = 0$
- $x_2 = 2\sqrt{x_1} - 6$

Maka . . .

Persamaan linier **tidak boleh mengandung**,

- Perkalian antar variabel
- Akar sebuah variabel
- Variabel yang muncul lebih dari 1 kali
- Variabel yang memiliki pangkat lebih dari 1
- Fungsi trigonometric, logarithmic, dan eksponensial

Penyelesaian dari Persamaan Linier

Solusi dari persamaan linier,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots a_nx_n = b$$

Adalah deretan angka n yaitu $s_1, s_2, \dots s_n$ dimana dapat memenuhi persamaan apabila kita mendistribusikan,

$$x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots x_n = s_n$$

Himpunan semua penyelesaian persamaan tersebut dinamakan himpunan penyelesaian (*solution set*)

Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (1)

Tentukan solusi dari persamaan berikut,

1. $4x - 2y = 1$

2. $x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5$

Solusi Soal No 1

Jika $x = t$, maka,

$$4t - 2y = 1$$

$$4t - 1 = 2y$$

$$y = 2t - \frac{1}{2}$$

Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (2)

Atau, jika $y = t$, maka,

$$4x - 2t = 1$$

$$4x = 2t + 1$$

$$x = \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}$$

Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (3)

Solusi Soal No 2 $\rightarrow x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5$

Jika, $x_1 = s$ dan $x_2 = t$, maka

$$s - 4t + 7x_3 = 5$$

$$7x_3 = 5 - s + 4t$$

$$x_3 = \frac{1}{7}(5 - s + 4t)$$

Atau, jika yang diketahui adalah x_2 dan $x_3 \rightarrow$ distribusikan nilai tersebut pada persamaan linier



Sistem Persamaan Linier

Sistem Persamaan Linier

- Disebut juga “Sistem Linier”
- Kumpulan dari beberapa persamaan linier yang memiliki variabel yang sama, katakanlan, $x_1, x_2, \dots x_n$
- Contoh,

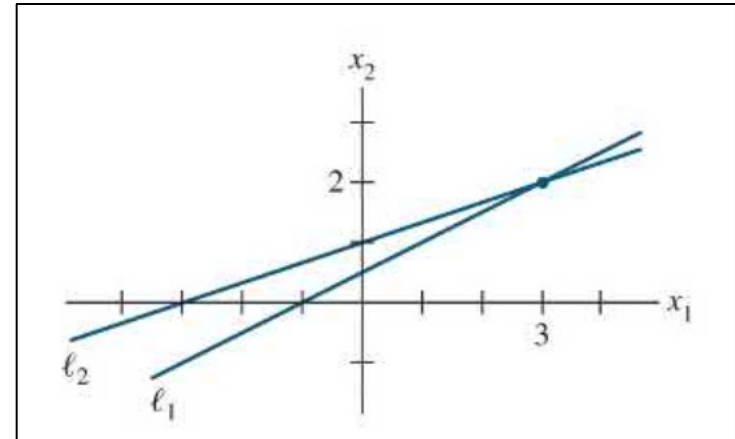
$$2x_1 - x_2 + 1.5x_3 = 8$$

$$x_1 - 4x_3 = -7$$

- Solusi dari sistem adalah daftar $(s_1, s_2, \dots s_n)$ nilai **yang menjadikan setiap persamaan linier pada sistem bernilai benar** ketika nilai $s_1 \dots s_n$ disubstitusikan pada variabel $x_1, x_2, \dots x_n$.
- Dua sistem linier disebut **equivalent** jika mereka memiliki himpunan penyelesaian yang sama.
 - Solusi pada sistem pertama dapat digunakan untuk sistem yang kedua, begitu sebaliknya.

Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (1)

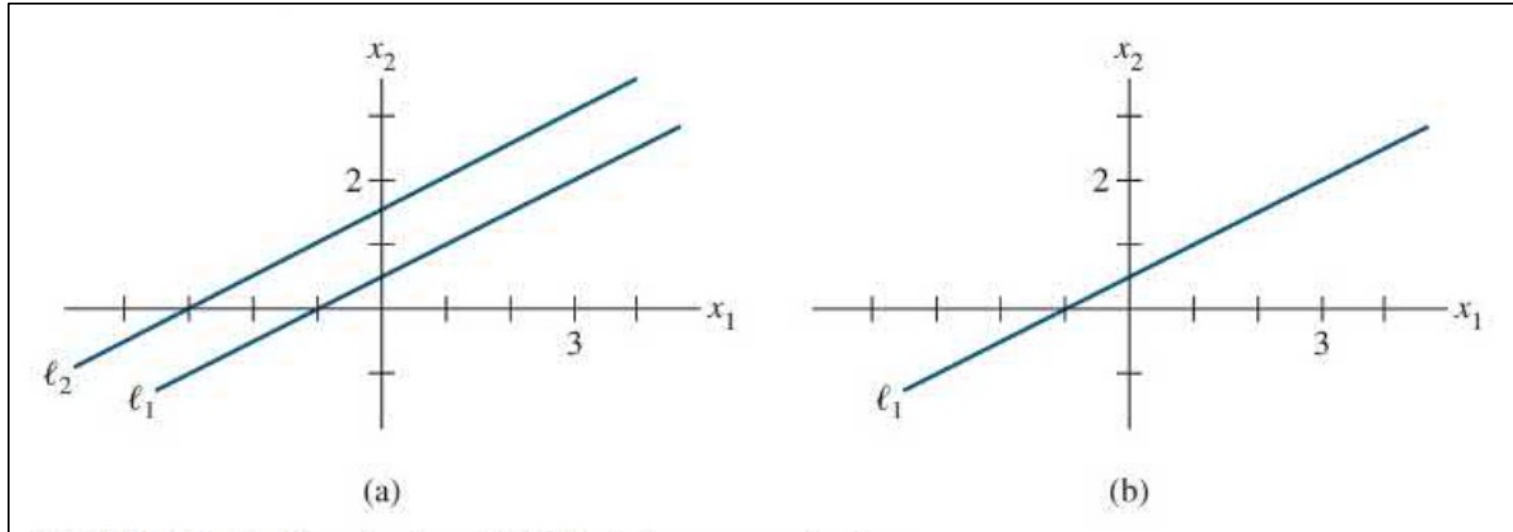
- Terdapat sistem persamaan linier,
$$x_1 - 2x_2 = -1$$
$$-x_1 - 3x_2 = 3$$
- Grafik dari persamaan tersebut adalah sebuah garis! Asumsikan sebagai l_1 dan l_2
- Penyelesaian dari l_1 dan l_2 adalah **titik temu** dari kedua garis.



Penyelesaian $\rightarrow (3,2)$

Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (2)

Bagaimana jika

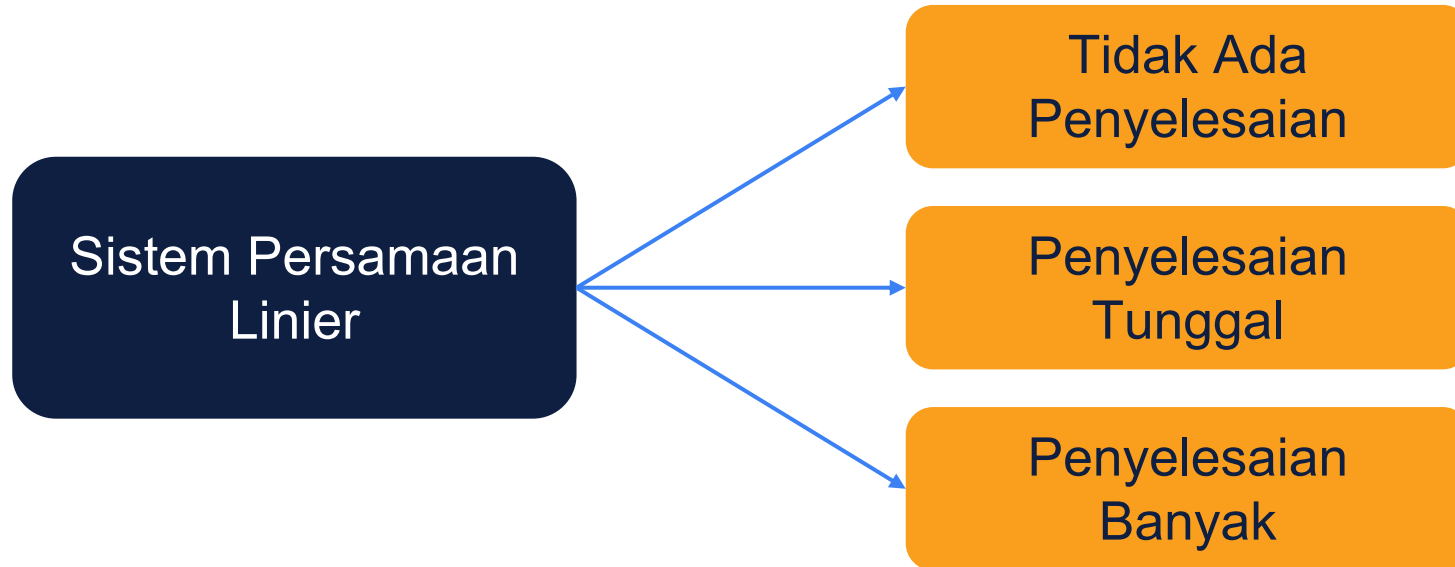


Tidak Ada Penyelesaian

Penyelesaian Banyak

Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (3)

Sehingga,



Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (4)

Dalam sudut pandang konsistensi penyelesaian . . .



Homework! Back to The High School

Find the solution of these following system using “substitution” and “elimination” method!

- Case 1

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

- Case 2

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$-5x_1 + 2x_2 = 27$$

- Case 3

$$2x + y + 4z = 5$$

$$x + 2y + 5z = 4$$

$$x + 4y + 2z = 6$$

- Case 4

"Tailor A produces 100 garments per hour, while tailor B produces 150 garments per hour. In one day, both tailors are expected to produce 2600 garments. The total working hours for tailor A and tailor B in one day are 20 hours. How many hours should tailor A and tailor B work in one day?"





Referensi

- Lay, D.C., Lay, S.R. and McDonald, J. (2021) *Linear algebra and its applications*. Boston: Pearson.
- Kariadinata, R. (2013) *Aljabar Matriks Elementer*. Bandung: Pustaka Setia.