

**Umumta'lim maktab o'quvchilari uchun
masofaviy olimpiada masalalari
2-topshiriq (16.03.2017 – 31.03.2017)**

1. Raqamlari 4 ga teng bo'lgan barcha 3 xonali sonlar yig'indisini toping.
2. Ushbu $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = (a + b)(ab + 1)$ tenglamaning barcha haqiqiy yechimlarini toping.
3. 10×10 doskani 4×1 ko'rinishidagi to'g'ri to'rtburchaklarga bo'lib chiqish mumkinmi?
4. Yig'indisi 8 ga teng bo'lgan musbat x, y, z sonlar uchun quyidagi tengsizliklarni isbotlang:

$$(a) \quad [x]^4 + [y]^4 + [z]^4 \geq 48,$$

$$(b) \quad [x]^3 + [y]^3 + [z]^3 \geq 24,$$

bu yerda $[x] - x$ sonning butun qismi.

5. ABC uchburchakda C burchagi to'g'ri burchak bo'lsin. AA_1 va BB_1 kesmalar mos ravishda BAC burchak va ABC burchaklarning bissektrisalari. A_1CB_1 uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazini O nuqta bilan belgilaylik. U holda $OI \perp AB$ ekanligini isbotlang.

6. $a = -\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{7}$ va $c = \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}$ bo'lsin. U holda quyidagi ifodaning qiymatini toping:

$$\frac{a^4}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^4}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^4}{(c-a)(c-b)}.$$