دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق–کنترل

انتخاب سبد سهام بهینه بر اساس تخمین پارامترهای ریسک و بازده

توسط:

عصمت جمشیدی عینی

استاد راهنما:

پروفسور حمید خالوزاده

مهر ۱۳۹۲


بسم الله الرحمن الرحیم

تأییدیّه هیات داوران

(برای پایان نامه)

اعضای هیئت داوران، نسخه نهائی پایان نامه خانم: عصمت جمشیدی عینی

را با عنوان: انتخاب سبد سهام بهینه بر اساس تخمین پارامترهای ریسک و بازده

از نظر فرم و محتوی بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد تأیید می‌کند.

اعضای هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر حمید خالوزاده	استاد	
۲- استاد ممتحن	دکتر محمدعلی نکوئی	دانشیار	
۳- استاد ممتحن	دکتر محمدرضا جاهد مطلق	دانشیار	
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر محمدعلی نکوئی	دانشیار	

اظهارنامه‌ی دانشجو

موضوع پایان نامه :

انتخاب سبد سهام بهینه بر اساس تخمین پارامترهای ریسک و بازده

استاد راهنما: جناب آقای دکتر حمید خالوزاده

نام دانشجو: عصمت جمشیدی عینی

شماره دانشجوئی: ۹۰۰۲۵۲۴

اینجانب عصمت جمشیدی عینی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در این پایان نامه توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده مورد تائید می‌باشد، و در موارد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است . بعلاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

فرم حق چاپ، نشر و مالکیت نتایج

۱- حق چاپ و تکثیر این پایان‌نامه متعلق به نویسنده آن می‌باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان‌نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می‌باشد.

ضمناً متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.

۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می‌باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.

همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

ماحصل آموخته‌هایم را تقدیم می‌کنم به آنان که مهر آسمانی‌شان، آرام‌بخش آلام زمینی‌ام است

به استوارترین تکیه‌گاهم، دستان پر مهر پدرم

به سبزترین نگاه زندگی‌ام، چشمان زیبای مادرم

که هرچه آموختم در مکتب عشق شما آموختم و هرچه بکوشم قطره‌ای از دریای بیکران مهربانی‌تان را سپاس نتوانم بگویم. امروز هستی‌ام به امید شماست و فردا کلید باغ بهشتم، رضای شما.

ره‌آوردی گران‌سنگ‌تر از این ارزان نداشتم تا به خاک پایتان نثار کنم. باشد که حاصل تلاشم نسیم گونه، غبار خستگی‌تان را بزداید.

بوسه بر دستان پرمهرتان

شکر شایان نثار ایزد منان که توفیق را رفیق راهم ساخت...

با تشکر و سپاس فراوان از راهنمائی‌ها و زحمات استاد محترم و گرانقدر جناب آقای دکتر حمید خالوزاده که از ابتدای راه و در طی انجام این پروژه، با راهنمائی‌های بی دریغشان، مرا در نگارش این اثر یاری نمودند.

سپاس فراوان از تمام کسانی که با مساعدت‌های بی چشم داشت خود، سختی‌های راه را برایم هموار نمودند، به ویژه دوستان عزیزم؛ خانم‌ها سیده راحله شاهرخی و مهسا رجبی.

چکیده

مسئله انتخاب سبد سهام بهینه همواره از مهم‌ترین مسائل اقتصاد مدرن بوده است. تخمین پارامترهای ریسک و بازده اهمیت فراوانی در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام دارد. در این پژوهش، نشان خواهیم داد که یک سرمایه‌گذار با وجود n سهم ریسکی، چگونه می‌تواند دارایی‌اش را برای رسیدن به سود مشخص با حداقل ریسک بین این سهام پخش کند. چنین سبد سهامی، یک سبد سهام کارا نامیده می‌شود و پیدا کردن آن مستلزم حل مسئله بهینه‌سازی می‌باشد که برای این منظور از نسخه‌های بهبودیافته الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شده است. ارزش سبد سرمایه و ریسک آن، به‌عنوان اهداف بهینه‌سازی و معیار ارزش در معرض ریسک مشروط، به‌عنوان سنجه ریسک به‌کار برده شده است و سه قید کاربردی نیز برای سبد سهام درنظر گرفته شده است. در مرحله بعد، به‌منظور تخمین پارامترهای ریسک و بازده در روز آتی و با در دست داشتن سری قیمت سهام‌ها در یک دوره زمانی مشخص، به پیش‌بینی قیمت روی آورده و از دو الگوریتم کاربردی روش‌های خود رگرسیونی و همچنین مدل کردن سری زمانی به فرم فضای حالت و استفاده از الگوریتم حداکثر انتظار برای تخمین پارامترهای آن و فیلتر کالمن برای تخمین متغیرهای حالت، استفاده نمودیم. نتایج عملی برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه در بازار بورس اوراق بهادار تهران، با انتخاب ۲۰ شرکت از میان ۳۰ صنعت فعال‌تر موجود، به‌دست آمده است که بیانگر قابلیت بالای الگوریتم‌های به‌کار گرفته شده در حل مسئله بهینه‌سازی مقید سبد سرمایه می‌باشد و نشان داده می‌شود که پیش‌بینی ارزش سبد سهام برای روز آینده ممکن و عملی است.

کلید واژه: مدیریت سبد سهام، ارزش در معرض ریسک مشروط، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، فیلتر کالمن، الگوریتم حداکثر انتظار.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

فصل ۱–   مقدمه

۱–۱–   پیشگفتار

امروزه ارتباط بین مهندسی و ریاضیات اقتصاد، به یکی از زمینه‌های مشهور تحقیقات آکادمیک تبدیل شده است. در این میان مسئله بهینه‌سازی سبد سهام[۱] همواره از مهم‌ترین مسائل اقتصاد مدرن بوده است که هنوز نیز توجه بسیاری از محققان را به‌دلیل کاربرد گسترده و مشکلات محاسباتی آن، به خود جلب کرده است. سبد سهام یا به اصطلاح فرانسوی پرتفولیو[۲]، ترکیبی مناسب از سهام یا سایر دارائی‌ها است که یک سرمایه‌گذار آن را خریداری می‌کند. مسئله انتخاب سبد سهام بهینه، اساساً بر پایه تصمیم یک سرمایه‌گذار برای تخصیص دارایی‌اش، بین فرصت‌های سرمایه‌گذاری مختلف، در طول یک دوره زمانی می‌باشد. به‌بیان دیگر بهینه‌سازی سبد سهام عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب دارایی مالی، به‌نحوی که باعث شود، تا حد ممکن بازده سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک آن حداقل شود.

اندازه‌گیری ریسک و کمی نمودن آن از چالش‌های قدیمی می‌باشد که ذهن ریاضی‌دانان، مدیران و سیاست‌گذاران را به خود مشغول کرده است و یک مدیر به‌دنبال ایجاد توازن بین ریسک و بازده سرمایه‌گذاری است. به‌عبارتی دیگر، همه سرمایه‌گذاران درصدد هستند تا بتوانند با رعایت معیارهای مؤثر در تصمیم سرمایه‌گذاری و با توجه به ترجیحات شخصی خود، تا حد امکان به بهترین انتخاب‌های ممکن برسند.

۱–۲–   مدیریت سبد سهام

مدیریت سبد سهام به‌طور کلی به مفهوم تشکیل سبد سهام از سهام‌های مختلف، با توجه به شرایط خاص است که با توجه به همان شرایط، بهترین وضعیت را داشته باشد. این شرایط خاص می‌تواند شامل شرایط مختلفی شود که تابع هدف ما را تشکیل می‌دهد. هدف می‌تواند می‌نیمم کردن ریسک و ماکزیمم کردن بازده سبد سهام یا تغییرپذیری با شرایط سیاسی، اقتصادی و... باشد. سرمایه گذاری که هدفش حداکثر کردن سود است، باید تصمیمات مناسبی راجع به درآمد و هزینه ها اتخاذ نماید. بنابراین مؤلفه‌های اساسی در مدیریت ریسک، بازده و ریسک و توازن بین این دو مفهوم است.

[1] Portfolio Optimization
[2] Portfolio

محیط سرمایه‌گذاری، تغییرات پویا و غیرقابل پیش‌بینی دارد. برای خرید سهام، تعداد زیادی سهام‌های متفاوت وجود دارد که سهام باید از بین آن‌ها انتخاب گردد. یعنی نوعی فیلتر[۱] کردن بین سهام‌ها تا سهام‌های با ارزش انتخاب شود. اطلاعات عظیمی در دسترس است که باید مورد توجه قرار گیرد. در نتیجه تحلیل سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار، در دو چارچوب مورد بحث قرار می‌گیرد:

۱. تحلیل و گزینش سهام به‌طور جداگانه و منفرد

۲. تشکیل سبد نظام‌یافته سهام

برای تعیین یک مجموعه سبد سهام کارا[۲]، ضروری است که بازده مورد انتظار[۳] و انحراف معیار[۴] بازده برای هر سبد سهام تعیین شود. بنابراین در چارچوب اول تحلیل تکنیکی روش گزینش سهام انجام می‌شود که از طریق میانگین و واریانس هر سهم با توجه به داده‌های قبلی و تابع توزیع آن‌ها به‌دست می‌آید. در چارچوب دوم، نظریه پرتفولیو، نظریه بازار سرمایه، فرضیه بازار کارا و مقیاس‌های ارزیابی عملکرد مورد استفاده قرار می‌گیرند[۱].

۱-۳- تاریخچه

۱-۳-۱- نظریه پرتفوی

در یک رویکرد کلی نظریه‌های مربوط به تشکیل سبد سهام را می‌توان به دو گروه مدرن و فرامدرن تقسیم‌بندی کرد. نظریه مدرن پرتفوی[۵] با مقاله‌ای با عنوان «انتخاب پرتفوی» توسط هری مارکویتز[۶] در سال ۱۹۵۲ معرفی شد است[۲]. سی و هشت سال بعد، مارکویتز همراه با مرتون میلر[۷] و شارپ[۸] جایزه نوبل را برای آنچه «نظریه گسترده انتخاب پرتفوی» نامیده می‌شد، دریافت کرد. وی شیوه میانگین-واریانس (MV)[۹] رادر قالب تئوری سبدسهام تبیین نمود. این تئوری، بعدها پایه و اساس تئوری‌های بعد از خود شد، به‌طوری‌که به واسطه این مدل، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل گردید. قبل از مارکویتز، سرمایه‌گذاران در انتخاب پرتفوی برای ارزیابی ریسک و بازده اوراق بهادار، به‌صورت منفرد متمرکز بودند. در این زمان توصیه سرمایه‌گذاری استاندارد بنا بر این بود که سرمایه‌گذار، اوراق بهادار را

[1] Filter
[2] Efficient Portfolio
[3] Expected Return
[4] Standard Deviation
[5] Modern Portfolio Theory
[6] Harry Markowitz
[7] Merton Miller
[8] Sharpe
[9] Mean-Variance Method

با بهترین بازده و کم‌ترین ریسک شناسایی و سبدسهام متشکل از آن‌ها را انتخاب کند. با پیروی از این توصیه، ممکن بود یک سرمایه‌گذار به این نتیجه برسد که تمامی سهام یک شرکت خاص، دارای مشخصات ریسک و بازدهی خوب است و باید کل سبدسهام خود را از آن پُر کند. از نظر منطقی این کار مناسب نیست. مارکویتز این منطق را فرمول‌بندی و نظام‌مند کرد. او با تشریح جزئیات ریاضی متنوع‌سازی سبدسهام را پیشنهاد نمود که سرمایه‌گذار به‌جای انتخاب پرتفوی متشکل از سهامی که به‌صورت انفرادی دارای مشخصات مناسب ریسک و بازده هستند، بر انتخاب سبد سهامی برمبنای مشخصات کلی ریسک و بازده آن متمرکز شوند.

یکی از بنیادی‌ترین اصول به‌کار گرفته شده در تئوری مدرن سبد سهام، تئوری ارزش‌گذاری سرمایه‌گذاری ویلیام[1] می‌باشد. این اندیشمند این‌گونه بیان نمود که ارزش واقعی یک سهم از ارزش فعلی عایدات آتی آن حاصل می‌آید. تئوری ویلیام را می‌توان این‌گونه تفسیر نمود که ارزش‌گذاری سهام به‌مانند ارزش مورد انتظار از تنزیل عایدات آتی به‌دست می‌آید که نرخ تنزیل از تابع توزیع احتمالات تبعیت می‌کند. براین اساس تابع توزیع احتمالات نرخ بازده، نقش به‌سزایی در تعیین نرخ بازده مورد انتظار و ریسک دارد که این مسئله به نوبه خود نقش تعیین کننده‌ای در فرآیند انتخاب و وزن‌دهی اوراق بهادار در تئوری مدرن سبد سهام ایفا می‌کند. به بیان دیگر اگر قیمت‌های اوراق بهادار در یک دوره زمانی به‌صورت متغیرهای تصادفی درنظر گرفته شوند، می‌توان مقادیر ارزش مورد انتظار، انحراف معیار و همبستگی آن‌ها را به‌دست آورد. براساس این مقادیر می‌توان بازده مورد انتظار و نوسان‌پذیری هر نوع سبدسهام متشکل از اوراق بهادار را محاسبه نمود. بین سبدهای مختلفی که امکان تشکیل آن‌ها وجود دارد، برخی از لحاظ ریسک و بازده بهترین تعادل را خواهند داشت. این سبدهای سهام در بردارنده‌ی آن چیزی هستند که مارکویتز، مرز کارایی پرتفوها می‌نامد.

هانچ و لیوی[2] در سال ۱۹۶۹ نشان دادند که مدل میانگین واریانس به‌لحاظ کارایی یک مدل معتبر بوده و این اعتبار کارایی، تنها در زمانی برای هر نوع تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران صادق است که تابع توزیع احتمالات نرخ بازده از ویژگی توزیع نرمال[3] برخوردار باشد. کالبرگ و زیمبا[4] در سال ۱۹۸۳ نشان دادند که سبد اوراق بهاداری که به‌لحاظ درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران یکسان است، دارای ساختار یکسانی نیز می‌باشد. از این‌رو می‌توان تجزیه و تحلیل میانگین واریانس را منطبق با توابع مطلوب سرمایه‌گذاران دانست.

---

[1] William
[2] Hanoch & Levy
[3] Normal Distribution
[4] Kallberg & Ziemba

جیمز توبین[1] در سال ۱۹۸۵ با افزودن دارایی بدون ریسک، کار مارکویتز را توسعه داد. با این تحلیل که برای شخص سرمایه‌گذار این امکان را فراهم می‌ساخت از طریق خاصیت اهرمی، سبدهای سهام موجود بر روی خط بازار سرمایه قادرند فراتر از سبدهای سهام موجود بر مرز کارایی عمل کنند. شارپ مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه را توسعه داد که منجر به فرضیات قوی و نتایج جالب‌توجهی شد. براساس این تحقیقات، نه‌تنها سبدسهام بازار بر روی مرز کارایی قرار داشت، بلکه پرتفوی از نوع پرتفوی فوق کارای توبین هم بود. مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه همچنین مفهوم بتا[2] را ابداع کرد و آن را با بازده مورد انتظار دارایی‌ها مرتبط ساخت.

از نگاه مدل‌سازی، تخمین واقعی پارامترها به‌عنوان داده‌های ورودی در تجزیه و تحلیل میانگین واریانس از اهمیت خاصی برخوردارند. در این راستا چاپرا و زیما[3] در سال ۱۹۹۳ سطح خطای ریسک سرمایه‌گذاران را در نحوه جمع‌آوری و به‌کارگیری داده‌ها در مدل میانگین واریانس نشان دادند . نتایج حاصل از این تحقیق را این‌گونه تفسیر نمودند که خطا در پیش‌بینی میانگین نرخ بازده از لحاظ اهمیت، ده برابر کم‌تر از خطای پیش‌بینی در واریانس بوده و این نسبت، بیست برابر کم‌تر نسبت به خطای پیش‌بینی در کواریانس[4] می‌باشد[۳].

در نظریه فرامدرن پرتفوی، بر اساس رابطه‌ی بازدهی و ریسک نامطلوب، به تبیین رفتار سرمایه‌گذار و انتخاب سبد سهام بهینه پرداخته می‌شود. ریسک نامطلوب به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری ریسک، یعنی احتمال نوسانات منفی بازدهی در آینده تعریف شده است. در تئوری مدرن، ریسک به‌عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس، محاسبه می‌شود و به‌عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد. این مسئله درحالی است که در بازارهای پُررونق، سرمایه‌گذاران با توجه به اهداف کوتاه مدت تا حد امکان به‌دنبال نوسانات مثبت بوده و تنها نوسانات منفی را به‌عنوان ریسک حاصل از سرمایه‌گذاری شناسایی می‌کنند. با این وجود و توجه به اصل ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، واضح است که افراد بیش‌تر از این‌که به دنبال بازده باشند، ریسک‌گریزند. به‌عبارت دیگر، ریسک متقارن نبوده و شدیداً به سمت ریسک نامطلوب تمایل دارد. بر همین اساس، تئوری پست مدرن[5] سبد سهام مطرح شد و از مبدعین آن می‌بایست به رام و فرگوسن[6] و نیز کاپلان و سیگل[7] در سال ۱۹۹۴ اشاره

[1] James Tobin
[2] Beta
[3] Chopra & Ziema
[4] Covariance
[5] Postmodern Theory
[6] Rom & Fergossen
[7] Kaplan & Siegel

نمود. این تئوری، ریسکی را که به اهداف خاص سرمایه‌گذاران مرتبط است، شناسایی کرده و هر پیامد یا نتیجه‌ای که بالاتر و بهتر از این هدف باشد، به‌عنوان ریسک درنظر نمی‌گیرد.

ظهور معیار ارزش در معرض ریسک (VaR)[1]، به‌عنوان یک روش پذیرفته شده برای کمی‌سازی ریسک بازار، مرحله مهمی از انقلاب در عرصه مدیریت ریسک به‌شمار می‌آید. اصطلاح VaR برای اولین بار در گزارش گروه ۳۰[2] در جولای ۱۹۹۳ معرفی گردید[۴]. این گزارش به شکل گرفتن یک شاخه از مدیریت ریسک سرمایه کمک کرد و بر اهمیت اندازه‌گیری ریسک برای اهداف ردیابی تاکید کرد. از آن زمان به بعد، VaR معروف‌ترین روش ارزیابی ریسک اقتصادی شد و به‌عنوان یک اندازه‌گیر ریسک برای اهداف ردیابی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت، به‌خصوص از ۱۹۹۴ زمانی که جی.پی. مورگان[3] خدمات رایگان خود اندازه‌گیرهای ریسک[4] را معرفی کرد. امروزه ارزش در معرض ریسک، معروف‌ترین و پرکاربردترین روش اندازه‌گیری ریسک است. این روش یک روش شهودی، با قابلیت محاسبه و فهم آسان برای اندازه‌گیری ریسک یک سبد سهام گسترش داده شده است. این معیار می‌تواند به‌صورت ماکزیمم زیان مورد انتظار روی یک افق هدف با یک بازه اطمینان داده شده و تحت شرایط عادی بازار تعریف شود.

گرچه ارزش در معرض ریسک یک معیار ریسک معمول است اما ویژگی‌های ریاضی نامطلوبی دارد. بنابراین آرتزنر[5] و همکارانش ایده‌ی همسان بودن را به‌عنوان یک مجموعه از خصوصیات اندازه‌گیری ریسک در رابطه با دم‌های تابع توزیع ارائه کردند[۵]. از جمله مهم‌ترین اندازه‌گیرهای ریسک همسان، ارزش در معرض ریسک مشروط (CVaR)[6] است. ارزش در معرض ریسک مشروط، به‌عنوان یک معیار ریسک ویژگی‌های بهتری را نسبت به VaR از خود نشان داده است. ارزش در معرض ریسک مشروط بیان‌کننده این است که اگر اوضاع نامطلوب باشد، انتظار داریم چقدر متحمل زیان شویم. ژو[7] ارزش در معرض ریسک مشروط در بدترین حالت (WCVaR)[8] را با فرض موجود نبودن اطلاعات دقیق روی توزیع‌های احتمال پایه، در مسئله انتخاب استوار سبد مالی یک دوره‌ای مورد بررسی قرار داد و برای توزیع‌های احتمال پارامترهای غیر قطعی، چند نوع عدم قطعیت درنظر گرفت که به مسائل برنامه‌ریزی خطی و مخروطی درجه دو منجر گردید[۶].

---

1 Value at Risk
2 Group of Thirty
3 J.P. Morgan
4 Risk Metrics
5 Artzener
6 Conditional Value at Risk
7 Zhu
8 Worst Conditional Value at Risk

۱-۳-۲- پیش‌بینی قیمت سهام

از اواسط دهه‌ی ۷۰ و به‌ویژه از سال ۱۹۸۰، کوشش‌های جدید و گسترده‌ای در زمینه پیش‌بینی‌پذیری قیمت‌های سهام با استفاده از روش‌های ریاضی جدید، سری‌های زمانی طولانی و ابزارهای پیشرفته‌تر آغاز شد. آزمون‌های بسیاری بر روی اطلاعات قیمت و شاخص سهام در کشورهایی مانند انگلستان، آمریکا، کانادا، آلمان و ژاپن صورت گرفت تا وجود ساختاری معین در اطلاعات قیمت سهام نشان داده شود. از سال ۱۹۹۷ در ایران و در بازار بورس تهران، نیز مطالعاتی در این زمینه آغاز شد. با استفاده از نظریه آشوب[1] که به‌عنوان ابزاری قدرتمند برای تحلیل و پردازش اطلاعات قیمت سهام است، فرآیند سری زمانی مربوطه را از یک فرآیند تصادفی و اتفاقی متمایز می‌کند و بر پایه تحلیل (R/S)[2] یا تغییر مبنای حوزه تغییرات سری زمانی قیمت، ماهیت غیرتصادفی قیمت سهام نشان داده شده است[۷]. مدل‌های ریاضی ممکن است پیوسته یا گسسته با زمان، معین و تصادفی، خطی و غیرخطی باشند. مدل‌های ریاضی در تمام شاخه‌های علوم کاربرد دارد. همچنین از این مدل‌ها می‌توان به‌عنوان ابزاری برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی استفاده کرد. بنابراین جهت پیش‌بینی قیمت سهام در بازار، می‌توان از روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی برای سری زمانی قیمت دارایی‌ها استفاده نمود[۸].

۱-۳-۳- بهینه‌سازی سبد سهام

استفاده از روش‌هایی بر مبنای شبیه‌سازی فرآیند انتخاب طبیعی، برای حل بهینه‌سازی به سال‌های ۱۹۳۰ برمی‌گردد و در سال‌های ۱۹۶۰ مطالعات فوگل، هالن و شفل[3]، باعث شد زیربنای الگوریتم‌های تکاملی[4] شکل گیرد. الگوریتم‌های تکاملی، روش‌های فراابتکاری بهینه‌سازی تصادفی[5] بر مبنای جمعیت هستند که برگرفته از نظریه تکاملی داروین[6] می‌باشد. الگوریتم‌های تکاملی با یک جمعیت اولیه تصادفی شروع شده و سپس برازندگی[7] هر عضو از جمعیت توسط تابع هدف[8] تعیین می‌گردد. این الگوریتم‌ها در بسیاری از دسته‌بندی‌ها، تحت عنوان روش‌های بهینه‌سازی هوشمند و محاسبات تکاملی شناخته می‌شوند. مزیت آن‌ها این است که بدون نیاز به مشتق تابع هزینه، به یافتن نقطه بهینه آن می‌پردازند. همچنین در مقایسه با روش‌های مبتنی بر گرادیان[9]، کم‌تر دچار مشکل افتادن در دام کمینه محلی

---
[1] Chaos Theory
[2] Rescaled Range Analysis
[3] Fogel, Holland and Schwefel
[4] Evolutionary Algorithms
[5] Stochastic Optimization
[6] Darwin
[7] Fitness
[8] Objective Function
[9] Gradient-based Methods

می‌شوند. در مقابل اگر هدف رسیدن به یک جواب بهینه محلی باشد، این روش‌ها بسته به کاربرد ممکن است سرعت کم‌تری در مقایسه با روش‌های مبتنی بر گرادیان داشته باشند. هدف اصلی روش‌های هوشمند به‌کارگرفته شده در هوش مصنوعی یافتن پاسخ بهینه مسائل مهندسی است. این روش‌ها شباهت‌هایی با سیستم‌های اجتماعی و یا طبیعی دارند. از جمله می‌توان به الگوریتم ژنتیک (GA)[۱] و روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)[۲] اشاره نمود.

جیمز کندی[۳]، روانشناس اجتماعی و راسل سی ابرهات[۴]، مهندس برق، صاحبان اصلی ایده‌ی الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات می‌باشند. آن‌ها در ابتدا قصد داشتند که با بهره‌گیری از مدل‌های اجتماعی و روابط موجود اجتماعی، نوعی از هوش محاسباتی را به‌وجود آورند که به توانایی‌های فردی ویژه‌ای نیاز نداشته باشد. اولین شبیه‌سازی آن‌ها که در سال ۱۹۹۵ انجام گردید[۹]، آن‌ها را به سمت شبیه‌سازی رفتار پرندگان برای یافتن دانه رهنمون کرد. این کار تحت تأثیر کار هپنر[۵] و گرناندر[۶] بود که در سال ۱۹۹۰ برای شبیه‌سازی رفتار پرندگان به‌صورت یک سیستم غیرخطی انجام گرفته بود. کار کندی و ابرهات منجر به ایجاد الگوریتمی قوی برای بهینه‌سازی، به‌نام الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات یا PSO شد[۱۰].

تعداد پژوهش‌ها و مطالعاتی که در زمینه‌ی بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی ازدحام جمعیت انجام شده است، به نسبت سایر روش‌های ترکیبی بسیار کم‌تر است. یین و وانگ[۷][۱۱] روش PSO را در مسئله غیرخطی تخصیص منابع به‌کار گرفته‌اند و کارایی این روش را با الگوریتم ژنتیک مقایسه کرده و نتیجه گرفته‌اند که تکنیک PSO از الگوریتم ژنتیک کاراتر است. یان، میانو و لی[۸][۱۲] در پژوهشی با استفاده از ترکیبی از روش‌های PSO و GA به انتخاب چند دوره‌ای سبد سهام با استفاده از عامل ریسک نیم‌واریانس پرداخته‌اند. کورا[۹] از روش PSO در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام مقید استفاده کرد. وی در این پژوهش قیمت‌های هفتگی تعداد محدودی از سهام در یک بازه‌ی زمانی را با تکنیک مرز کارا رسم نمود و نتیجه گرفت که این تکنیک در بهینه‌سازی پرتفوی بسیار موفق عمل می‌کند.

---

1 Genetic Algorithm
2 Particle Swarm Optimization
3 James Kannedy
4 Russell C. Eberhart
5 Heppner
6 Grenander
7 Yin and Wang
8 Yan and Miao and Li
9 Cora

در ایران نیز در زمینه‌های انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی تحقیقاتی انجام شده است. عبدالعلی‌زاده و عشقی پژوهشی را در زمینه‌ی بهینه‌سازی پرتفوی توسط الگوریتم ژنتیک انجام دادند. تقوی‌فرد، منصوری و خوش‌سیرت با افزودن محدودیت‌های دیگری به مدل قبلی نشان دادند که با الگوریتم ژنتیک می‌توان مرز کارایی را به‌دست آورد که تا حدود زیادی تخمین زننده مرز کارای به‌دست آمده توسط روش‌های کوادراتیک برنامه‌ریزی ریاضی است. راعی و علی بیگی در تحقیق خود مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را بر اساس مدل میانگین واریانس به روش بهینه‌سازی انبوه ذرات مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه مدل مارکویتز با اعمال چند محدودیت در سه مرحله مختلف با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات حل شده است[۱۳]. محمد استخری در پایان‌نامه خود، انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، مورد بررسی قرار داد. خالوزاده و امیری در مقاله خود، برخلاف مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی که بر پایه واریانس است، ارزش در معرض ریسک را به‌عنوان معیار ریسک برآورد سبد سهام استفاده کرده است. در این مقاله با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک، سبد سهام بهینه‌ای به‌دست می‌آید که دارای سود ماکزیمم است ضمن آن‌که دارای قیدی روی سبد است[۱۴] و در سال ۱۳۸۹، شمسی ظامنجانی، مقدار ارزش در معرض ریسک در بدترین حالت را با چند نوع عدم قطعیت و برنامه‌ریزی خطی برای چند سهم ثابت به‌دست آورد.

۱–۴– هدف از انجام پژوهش

تخمین پارامترهای ریسک و بازده اهمیت فراوانی در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام دارد. مهمترین مرحله فرآیند سرمایه‌گذاری انتخاب مدل تخصیص دارایی است. یک مدل تخصیص دارایی بر پایه بهینه‌سازی میانگین-ریسک است که سعی در یافتن سبد سهامی با سود ماکزیمم برای یک سطح مشخص ریسک و یا سبد سهامی با می‌نیمم ریسک برای یک سطح داده شده سود است. عمدتاً ریسک به صورت زیان و یا احتمال چنین زیانی مورد توجه قرار می‌گیرد، هرچند بین سرمایه‌گذاران مختلف در مورد نحوه اندازه‌گیری ریسک اتفاق نظری وجود ندارد.

از لحاظ تئوری، موضوع انتخاب سبد سهام در حالت حداقل نمودن ریسک، درصورت ثابت درنظر گرفتن بازده، با استفاده از فرمول‌های ریاضی و از طریق یک معادله درجه دوم قابل حل است اما در عمل و در دنیای واقعی نیازمند محاسبات و برنامه‌ریزی وسیعی دارد. مجموعه معادلات مارکویتز و ارزش در معرض ریسک، ترکیبی از مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح و مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم است که برای حل دقیق این نوع مسائل، الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارد.

برای این نقصان از بهینه‌سازی استفاده می‌شود که بهینه‌سازی پرتفوی عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب دارایی‌های مالی به‌نحوی که باعث شود، تا حد ممکن بازده سبد سهام حداکثر و و ریسک آن حداقل گردد. ایده اساسی نظریه مدرن پرتفوی این است که اگر در دارایی‌هایی که به‌طور کامل با هم همبستگی ندارند سرمایه‌گذاری شود، ریسک آن دارایی‌ها یکدیگر را خنثی کرده، بنابراین می‌توان یک بازده ثابت را به ازای ریسک کم‌تر به‌دست آورد. در سالیان اخیر با توجه به محدودیت‌های روش ریاضی، پژوهش‌های زیادی در زمینه استفاده از الگوریتم‌های تکاملی، در جهت بهینه‌سازی سبد سهام انجام شده است.

با توجه به مطالب گفته شده، در این تحقیق نشان خواهیم داد که یک سرمایه‌گذار با وجود n سهم ریسکی، چگونه می‌تواند دارایی‌اش را برای رسیدن به سود مشخص با حداقل ریسک بین این سهام پخش کند. می‌توان نشان داد که با محاسبه سود تصادفی هر سهم، سود مورد انتظار سبد سهام x به‌دست می‌آید. همچنین معیار ارزش در معرض ریسک مشروط، برای محاسبه مقدار ریسک سرمایه‌گذاری روی چنین سبد سهامی به‌کار می‌رود. هدف ما پیدا کردن سبد سهام x است، به‌طوری که ریسک را به‌ازای مقدار مطلوب موردنظر می‌نیمم کند. چنین سبد سهامی، یک سبد سهام کارا نامیده می‌شود و پیدا کردن آن مستلزم حل مسئله بهینه‌سازی می‌باشد. در این راستا سه قید کاربردی نیز برای سبد سهام درنظر گرفته شده است. همچنین حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام توسط الگوریتم بهینه‌سازی هوشمند ازدحام ذرات و نسخه‌های بهبود یافته از این الگوریتم انجام می‌شود. این الگوریتم‌ها در دو حالت سبد سهام مقید و نامقید اعمال شده و نتایج آن بررسی و مقایسه می‌گردد. نتایج به‌دست آمده، بیانگر قابلیت بالای روش بهینه‌سازی موردنظر در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه می‌باشد.

همچنین در این پژوهش، می‌خواهیم حل چنین مسئله بهینه‌سازی را برای روز آینده داشته باشیم و پارامترهای ریسک و بازده و یا معادل آن، مقدار ارزش سرمایه در روز آتی را محاسبه کنیم. برای این منظور ابتدا باید با استفاده از سری قیمت سهام‌ها در یک دوره زمانی مشخص و با استفاده از الگوریتم‌های خاص و کارا، بتوانیم قیمت روز بعد برای هر سهم را پیش‌بینی کنیم. این کار بر اساس پیش‌بینی یک گام رو به جلو انجام می‌شود. بعد از این مرحله، می‌توان مسئله بهینه‌سازی را برای سری زمانی جدید تکرار کرد و مقدار ارزش سبد سهام به همراه ریسک محاسبه شده را برای روز آینده تخمین زد.

۱–۵– نوآوری پژوهش

هدف اصلی پژوهش حاضر آن است که با توجه به عدم اطمینان حاکم بر بازار سرمایه و بورس اوراق بهادار، روشی برای انتخاب مجموعه مناسب از اوراق بهادار به‌کار گیرد تا بر این نااطمینانی و ترجیحات گوناگون فائق آید. به زبان ساده‌تر هدف ما، کمک به سرمایه‌گذاران برای انتخاب هرچه بهتر و عملی‌تر سهام‌های مختلف و در نتیجه سرمایه‌گذاری مؤثر است. از جمله مواردی که در این پژوهش مدنظر قرار گرفته است عبارت‌اند از:

- ✓ بررسی معیارهای مختلف برای اندازه‌گیری ریسک و درنظر گرفتن معیار واقع‌بینانه و کاربردی CVaR به‌عنوان سنجه ریسک.
- ✓ تعریف یک نوع ریسک با عملکرد چندگانه به کمک معیار CVaR، برای دست‌یابی به یک سرمایه‌گذاری متمرکز و یا یک سرمایه‌گذاری غیر متمرکز.
- ✓ تشکیل مدل سبد سهام با درنظر گرفتن قیود اساسی و عملی به‌منظور حل کاربردی مسئله.
- ✓ بیان مراحل مختلف الگوریتم حرکت تجمعی ذرات به‌منظور حل مسئله بهینه‌سازی.
- ✓ بررسی روش‌های مختلف در جهت بهبود الگوریتم PSO و ایجاد کارایی بهتر در حل مسئله.
- ✓ پیش‌بینی قیمت‌ها با استفاده از دو روش کارا و مؤثر به‌منظور پیش‌بینی سبد سرمایه بهینه برای روز آینده.
- ✓ حل مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه در بازار بورس اوراق بهادار تهران، که به‌عنوان بازاری رو به رشد، نیازمند پژوهش‌های بومی جهت ارائه ابزاری مفید و کارا به متخصصان، در انتخاب سبد سرمایه بهینه است.

حل مسئله سبد سهام مقید و تخمین پارامترهای آن برای روز آتی، به‌عنوان یک نوآوری در این پژوهش مطرح است. برای این منظور نیازمند پیش‌بینی قیمت‌های روز آینده شرکت‌های انتخاب شده در سبد، براساس الگوریتم‌های نظام‌مندیم. به‌عبارت دیگر می‌توان گفت حل یک مسئله بهینه‌سازی سبد سهام همراه با تمام شرایط گفته شده، به‌عنوان هدف اصلی در این پروژه دنبال می‌شود تا بتوان به بهینه‌ترین انتخاب دارایی دست یافت.

۱-۶- ساختار گزارش

ساختار گزارش به این شرح است: در فصل اول مقدمه‌ای بر مسائل اولیه در انتخاب سبد سرمایه، بیان شده است. همچنین تاریخچه مختصری از نظریه پرتفوی و تکامل این نظریه و مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام، بیان گردیده است. در فصل دوم روش اندازه‌گیری بازده و ریسک مطرح است. در این بخش با بیان مسئله سبد سرمایه، مهم‌ترین سنجه‌های ریسک بررسی می‌شود. این معیارها به ما اجازه می‌دهند که مدل انتخاب سبد سهام میانگین-واریانس را در قالب کلی مدل انتخاب سبد سهام میانگین-ریسک درآوریم. در فصل سوم در ابتدا با تعریف مدل سبد سهام برای حل یک مسئله بهینه‌سازی، سه قید کاربردی و عملی برای آن درنظر گرفته شده است. سپس با معرفی الگوریتم‌های تکاملی، روش بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات، به دلیل سادگی و کارایی بالا این روش، برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بررسی شده است. در ضمن برای از بین بردن برخی مشکلات موجود در این روش، الگوریتم PSO بهبود یافته و همچنین الگوریتم Triangular PSO معرفی شده است. در فصل چهارم به‌منظور تخمین پارامترهای ریسک و بازده و یا معادل آن تخمین مقدار ارزش سرمایه در روز آتی، به پیش‌بینی قیمت روی آورده شده است. بنابراین با در دست داشتن سری قیمت سهام‌ها در یک دوره زمانی مشخص و استفاده از الگوریتم‌های خاص و کارا، قیمت سهام روز بعد را پیش‌بینی می‌کند. که در این بخش دو الگوریتم کاربردی روش‌های خود رگرسیونی و همچنین مدل کردن سری زمانی به فرم فضای حالت و استفاده از الگوریتم حداکثر انتظار برای تخمین پارامترهای آن، معرفی شده است. در فصل پنجم الگوریتم‌های ذکر شده، به‌منظور یافتن سبد سهام بهینه در بازار بورس تهران در دو حالت مقید و نامقید، مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند. سپس با فرض نداشتن قیمت‌ها، قیمت هر سهم با دو روش، تخمین زده می‌شود تا پارامترهای سبد سهام را برای روز آینده پیش‌بینی کند. درنتیجه با مقایسه مقادیر به‌دست آمده و مقادیر واقعی و مشاهده خطای کم حاصل از اختلاف این دو مقدار، به این نتیجه می‌رسیم که پیش‌بینی ارزش سبد سهام برای روز آینده ممکن و عملی است. در فصل ششم به بیان نتایج به‌دست آمده از این پژوهش پرداخته و پیشنهاداتی را برای پژوهش‌های آتی ارائه می‌کند.

فصل ۲- روش‌های اندازه‌گیری ریسک و بازده

۲-۱- مقدمه

هر یک از ما در طول زندگی خود تصمیماتی را برای سرمایه‌گذاری در زمینه‌های مختلف از جمله سهام اتخاذ می‌کنیم. این تصمیم‌ها، ارتباط درونی ناگسستنی با یکدیگر دارند، آنچه این تصمیمات را به یکدیگر پیوند می‌دهد، میزان ریسک و بازده هر یک از سرمایه‌گذاری‌هاست. در یک تصمیم‌گیری عقلائی و علمی میزان وجوهی که به فرصت‌های مختلف سرمایه‌گذاری اختصاص می‌یابد، به ریسک و بازده هر یک بستگی دارد. تصمیم‌گیری در سرمایه‌گذاری، به‌گونه‌ای است که بیشترین بازده را در شرایط ریسک یکسان و یا کم‌ترین ریسک را در شرایط بازده یکسان نتیجه دهد. بنابراین مهم‌ترین مفاهیم در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری، بازده و ریسک می‌باشند. رابطه میان بازده و ریسک یک رابطه مستقیم است. از این روست که الگوهای انتخاب سبد سهام و معیارهای اندازه‌گیری ریسک مختلفی توسط صاحب‌نظران مالی ارائه شده است که با داشتن جزئیات مربوط به بازده و ریسک، در جست‌وجوی نقاط بهینه قابل دست‌یابی و کارا می‌باشند. از همین جاست که مفهوم مدیریت ریسک مطرح می‌شود، مدیریت ریسک همان فرآیندی است که از طریق آن یک سازمان یا سرمایه‌گذار با روشی بهینه در مقابل انواع ریسک‌ها از خود واکنش نشان می‌دهد.

۲-۲- بازده

در حال حاضر معمولاً مهم‌ترین معیار ارزیابی عملکرد مؤسسات، نرخ بازده سهام است. این معیار به‌تنهایی دارای اطلاعات زیادی برای سرمایه‌گذاران بوده و برای ارزیابی عملکرد مورد استفاده قرار می‌گیرد. وقتی این معیار کاهش یابد، زنگ خطری برای شرکت است و عملکرد شرکت را مناسب نشان نمی‌دهد. بازده در فرآیند سرمایه‌گذاران نیروی محرکی است که ایجاد انگیزه می‌کند و پاداشی برای سرمایه‌گذاران محسوب می‌شود. به‌بیان ساده‌تر، به منفعت و سودی که از یک سرمایه‌گذاری حاصل می‌شود، بازده می‌گویند. سرمایه‌گذاری عبارت است از تخصیص منابع به دارائی‌های واقعی نظیر زمین و خانه و دارائی‌های مالی نظیر اوراق بهادار که میزان بازده آن متناسب با ریسک مورد انتظار می‌باشد.

سهام‌داران هر شرکت به‌طور کلی دو نوع سود را انتظار دارند. نوع اول بازده نقدی[1] است که توسط شرکت سرمایه‌پذیر پرداخت می‌شود و کسانی که حاضر به پذیرش ریسک کم‌تری هستند، این نوع سود

[1] Dividend Yields

را انتظار دارند. دیگری سود ناشی از افزایش ارزش سهام است و سود سرمایه[1] نام دارد که ناشی از تغییرات قیمت به‌دلیل عوامل مختلفی همچون سود باقیمانده، افزایش تقاضا بر عرضه، مسائل اقتصادی و سیاسی و ... می‌باشد. این بازده مورد توجه گروهی از افراد است که ریسک‌پذیری بیش‌تری دارند و همچنین با ارتباط مداوم با بازار سرمایه و اطلاع از نوسانات قیمت و فروش به‌موقع سهام از این بازده بهره‌مند می‌شوند. شایان ذکر است که این دسته از سهامداران به سود نقدی کم رضایت می‌دهند و توجه‌ای به آن ندارند.

بازده سرمایه‌گذاری در سهام عادی، در یک دوره معین، با توجه به قیمت اول و آخر دوره به‌دست می‌آید. بازده خالص برای دوره یک روزه برابر است با:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \qquad (۱-۲)$$

که در آن P_t قیمت مربوط به یک سهم در پایان دوره t است و P_{t-1} قیمت سهم در پایان دوره $t-1$ است[۱۵].

۲-۳- ریسک

۲-۳-۱- مفهوم ریسک

زیان بالقوه قابل اندازه‌گیری را، ریسک می‌نامند. در فرهنگ وبستر ریسک به معنی شانس و احتمال آسیب و یا زیان و ضرر تعریف شده است. تعریف مالی و مقداری ریسک برابر توزیع احتمال بازده هر سرمایه‌گذاری می‌باشد. در فرهنگ مدیریت رهنما، ریسک عبارت است از هر چیزی که حال یا آینده دارائی یا توان کسب درآمد شرکت را تهدید می‌کند. تعاریف مختلفی در این رابطه وجود دارد ولی می‌توان ادعا کرد که همه‌ی این تعاریف برای بیان موقعیت‌هایی ارائه شده‌اند که سه عامل مشترک را می‌توان در آن‌ها مشاهده کرد. موقعیت‌هایی با ریسک توام هستند که:

- عمل یا اقدام بیش از یک نتیجه به بار می‌آورد.
- تا زمان ملموس شدن نتایج، از حصول هیچ‌یک از آن‌ها آگاهی قطعی در دست نباشد.
- حداقل یکی از نتایج ممکن‌الوقوع می‌تواند پیامدهای نامطلوبی را به همراه داشته باشد.

[1] Capital Gain

به‌بیان دیگر، عدم اطمینان[1] از نتایج یک عمل و قرار گرفتن در معرض این عدم اطمینان، از مهم‌ترین مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده انواع ریسک‌ها می‌باشد. در برخی موارد، به‌طور کلی در مورد چگونگی نتایج آینده اطلاعی در دست نداریم و در موارد دیگر با فرض آشنایی با احتمال‌های مختلف این نتایج، بر مبنای تجربه و حدس، تقریب‌هایی در مورد امکان وقوع هر یک به‌دست می‌آوریم. بدیهی است که هر نوع سرمایه‌گذاری با عدم اطمینان‌هایی مواجه است که بازده سرمایه‌گذاری را در آینده مخاطره‌آمیز می‌سازد. ریسک یک دارائی بدین خاطر است که این احتمال وجود دارد که بازده حاصل از دارائی کم‌تر از بازده مورد انتظار باشد. بنابراین ریسک عبارت است از احتمال تفاوت بین بازده واقعی و بازده پیش‌بینی شده و یا می‌توان گفت ریسک یک دارائی عبارت است از تغییر احتمال بازده آتی ناشی از دارائی آن. بنابراین با معیار پراکندگی بازده دارائی، ریسک را می‌توان انحراف معیار نرخ بازده تعریف نمود. پس می‌توان پراکندگی بازده‌های حاصل از بازده مورد انتظار را با واریانس محاسبه و به‌عنوان یک معیار از ریسک تلقی نمود. به‌طور کلی با اندازه‌گیری بین بازده واقعی و بازده مورد انتظار، می‌توان ریسک را به‌وسیله روش‌های آماری و سنجه‌های مختلف اندازه‌گیری، به‌دست آورد.

۲-۳-۲- انواع ریسک

یکی از مهم‌ترین اهداف مؤسسات مالی افزایش بازدهی است، اما این مسئله ممکن است به قیمت افزایش ریسک (به معنی عدم اطمینان در دست‌یابی به بازده ریسک) برای مؤسسه تمام شود. بنابراین مدیران ریسک به دنبال آن هستند که میان ریسک و بازده توازن ایجاد نمایند، توازنی که در نهایت به حداکثرسازی ثروت سهام‌داران منتهی شود. بدیهی است که این هدف بدون شناخت انواع ریسک‌های موجود ممکن نیست.

از یک دیدگاه می‌توان ریسک را به دو گروه ریسک‌های مالی و ریسک‌های غیرمالی تقسیم نمود. ریسک‌های مالی به‌طور مستقیم بر سودآوری شرکت‌ها اثر می‌گذارند و حتی می‌توانند شرکتی را از پا درآورند. تغییرات قیمت مالی باعث بروز ریسک مالی می‌شود. ریسک‌های غیرمالی هرچند به‌صورت مستقیم بر بخش‌های مالی شرکت مؤثر نیستند، اما بر ریسک‌های مالی تأثیر زیادی دارند، بدین معنی که یک ریسک غیرمالی درنهایت باعث تغییرات در متغیرهای مالی می‌شود و به یک ریسک مالی مبدل می‌گردد. ریسک‌های مالی شامل ریسک نرخ ارز، ریسک نرخ سود، ریسک نکول[2]، ریسک نقدینگی، ریسک تغییرات سطح عمومی قیمت‌ها، ریسک بازار و ریسک سرمایه‌گذاری مجدد می‌باشد. ریسک‌های

---

[1] Uncertainty
[2] Default Risk

غیرمالی شامل ریسک مدیریت، ریسک سیاسی، ریسک صنعت، ریسک عملیاتی، ریسک قوانین و مقررات و ریسک نیروی انسانی است.

از دیدگاه دیگر می‌توان کل ریسک بازار را به دو دسته‌ی ریسک سیستماتیک[1] و ریسک غیرسیستماتیک[2] تقسیم نمود. ریسک سیستماتیک، آن قسمت از ریسک می‌باشد که به شرایط عمومی بازار مرتبط است و تعداد زیادی از دارایی‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. تغییر نرخ بهره، نرخ تورم، سیاست‌های پولی و مالی، شرایط سیاسی و غیره از منابع ریسک سیستماتیک می‌باشند. در این نوع ریسک، تغییرات متغیرهای کلان اقتصادی، کل بازار را تحت تأثیر قرار می‌دهد. ریسک غیرسیستماتیک منحصر به یک دارایی می‌باشد و ناشی از عوامل و پدیده‌هایی مانند اعتصابات کارگری، عملکرد مدیریت، رقابت تبلیغاتی، تغییر در سلیقه مصرف‌کننده‌ها و غیره می‌باشد. راه‌کار حمایت در برابر این ریسک‌ها، تنوع‌سازی در سبد دارایی است[۱].

۲-۴- مدل میانگین واریانس مارکویتز

پیش از مارکویتز، سرمایه‌گذاران با مفاهیم بازده و ریسک با مصالحه برخورد می‌نمودند. البته آن‌ها به‌طور شهودی می‌دانستند که متنوع‌سازی یک رویکرد هوشمندانه است. ضرب‌المثل "همه‌ی تخم‌مرغ‌ها را داخل یک سبد نگذاریم" گفته می‌شد. این نظریه و مدل میانگین واریانس مارکویتز توانست جایزه نوبل را برای او به ارمغان آورد. وی به‌طور کمی نشان داد که چگونه پُرگونه‌سازی سبد سهام، ریسک را برای سرمایه‌گذار کاهش می‌دهد. وی اولین کسی بود که یک معیار خاص برای ریسک سبد سهام تدوین نمود و بازده منتظره و ریسک یک سبد سهام را استخراج کرد و همچنین مفهوم سبد سهام کارا را این‌گونه تعریف نمود "سبدی که دارای کم‌ترین ریسک برای یک سطح بازده منتظره معین یا دارای بیشترین بازده برای یک سطح ریسک معین است ."

مارکویتز برای مدل خویش سه فرض پایه‌ای درنظر گرفت.

۱. سرمایه‌گذاران نسبت به بازده علاقمند و نسبت به ریسک بی‌علاقه‌اند .
۲. در تصمیم‌گیری، رفتاری عقلائی دارند .
۳. بر مبنای بیشینه کردن مطلوبیت منتظره خویش تصمیم می‌گیرند .

داده‌های مورد نیاز برای مدل مارکویتز بازده مورد انتظار برای سهم موردنظر $E(R_i)$ و انحراف معیار بازده $\sigma(R_i)$ برای هر سهم و کوواریانس، به‌عنوان معیاری برای همراهی و ارتباط بین نرخ‌های بازده

[1] Systematic Risk
[2] Non Systematic Risk

سهام‌های مختلف است. برای محاسبه بازده احتمالی هر سهم، سرمایه‌گذار به تخمین بازده واقعاً قابل دست‌یابی سهم به‌علاوه احتمال وقوع هر بازده ممکن نیاز دارد. در یک توزیع احتمال کامل، جمع احتمالات برابر یک است، یعنی فرض می‌شود که همه پیشامدهای ممکن درنظر گرفته شده‌اند. بنابراین با داشتن بازده و انحراف معیار هر سهم، می‌توان بازده و انحراف معیار یک سبد سهام متشکل از n سهم را به‌دست آورد.

فرض کنید که R_i سود تصادفی سـهم S_i باشـد و $R' = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ بـردار ترانهـاده سـود روی سهام $S_1, S_2, \dots, S_n$ باشد و بردار ستونی x_i مقدار سرمایه‌گذاری شده در سهم S_i را نشان دهد $x \epsilon R^n$.

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)' \qquad (۲-۲)$$

آنگاه سود سبد سهام x که به‌صورت مجموع وزن داده شده سود سهام منفرد می‌باشد، برابر $R'x$ خواهـد بود، که همان $\sum_{i=1}^{n} R_i x_i$ است. مقدار وزن‌ها بر اساس نسبت مبالغ سرمایه‌گذاری شده در مورد هر سهم به کل مبلغ قابل سرمایه‌گذاری به‌دست می‌آید و مجموع وزن‌ها یک فرض می‌شود. بنـابراین سـود مـورد انتظار سبد سهام x برابر است با:

$$E(R'x) = [E(R)]'x = \bar{R}'x \qquad (۳-۲)$$

بازده منتظره یک سبد سهام بین کم‌ترین و بیشترین بازده منتظره مجموعه سهام منفرد تشکیل دهنـده آن قرار می‌گیرد و درصد مبالغ سرمایه‌گذاری شده در هر سهم منفرد درون سبد سهام، جای دقیق آن را تعیین می‌کند.

در مدل مارکویتز، ریسک سبد سرمایه‌گذاری با واریانس (یا انحراف معیار) بازده سبد سرمایه‌گذاری اندازه گرفته می‌شود. براساس نظریه نوین پرتفولیو، اگرچه بازده منتظره یک سبد، میانگین موزون بازده سهام منفرد درون آن است، اما ریسک سبد سهام، میانگین موزون ریسک‌های سهام منفرد درون آن نیست. دقیقاً به‌همین خاطر، سرمایه‌گذاران می‌توانند ریسک سبد سهام را ورای حالتی که اگر ریسک سبد سهام به‌سادگی یک میانگین موزون ریسک‌های سهام منفرد می‌بود، کاهش دهند. ریسک سبد سهام نه‌تنها به میانگین موزون ریسک‌های سهام منفرد درون آن، بلکه به‌همراهی و همسویی یا کوواریانس‌های میان بازده‌های سهام درون سبد سهام نیز بستگی دارد. ریسک سبد سهام، تابع ریسک سهم‌های منفرد و کوواریانس‌های بین بازده‌های سهم‌های منفرد است. ریسک سبد سهام بر حسب واریانس به این صورت بیان می‌شود.

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma^2 (R_i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j Cov(R_i, R_j) \qquad (۴-۲)$$

این رابطه طبیعت شهودی ریسک سبد سهام و سبد سرمایه‌گذاری را نشان می‌دهد. نخستین عبارت سمت راست در این تساوی مجموع موزون ریسک‌های سهام منفرد است. دومین عبارت، رابطه موزون بین بازده‌های سهام است که می‌تواند برحسب رابطه دقیق بین سهام، مقادیر مثبت، منفی یا صفر را اختیار کند. در صورت مثبت بودن ریسک موزون سهام منفرد را اضافه می‌کند. در صورت صفر بودن، تغییری در ریسک موزون سهام منفرد ایجاد نمی‌کند و در صورت منفی بودن، ریسک موزون سهام منفرد را کاهش می‌دهد.

$$Cov(R_i, R_j) = \rho_{ij}\sigma(R_i)\sigma(R_j) \qquad (۵-۲)$$

ضریب همبستگی ρ_{ij} در واقع تاثیر متقابل بازده‌های سهام‌های مختلف موجود در سبد سهام را محاسبه می‌کند. به‌عبارت دیگر ضریب همبستگی میزان ارتباط بین بازده‌های هر جفت سهام درون سبد سهام است و یک مقیاس آماری برای بخش میزان همراهی و همسویی دو متغیر است که بین ۱+ و ۱- محدود می‌گردد. اگر $\rho_{ij} = +1$ همبستگی کامل مثبت (مستقیم)، اگر $\rho_{ij} = -1$ همبستگی کامل منفی (وارون) و $\rho_{ij} = 0$ حالت بدون همبستگی را نشان می‌دهد.

بازده سهم در ادوار مختلف، رفتاری مانند متغیر تصادفی خواهد داشت و ریسک یک سرمایه‌گذاری با افزایش زمان آن کاهش می‌یابد. اگر وضعیت اقتصادی مطلوب بوده و اوضاع رو به رونق باشد، معمولاً سهام با ضریب همبستگی مثبت انتخاب خواهند شد. چون با این که ریسک پرتفوی افزایش می‌یابد اما در راستای آن بازده نیز افزایش می‌یابد. اما در وضعیت نامشخص بازار سعی در کاهش ریسک پرتفوی خواهیم داشت و بهترین کار انتخاب سهام با ضریب همبستگی منفی در یک سبد خواهد بود[۱۶].

۲-۴-۱- معیار کارایی

با داشتن یک مجموعه محدود از سهام ممکن است که تعداد محدودی سبد سهام را با تغییر سرمایه‌های x_i برای $i = 1,2,\dots,n$ تشکیل دهیم. اما برای یک سرمایه‌گذار انتخاب یکی از آن‌ها آسان نیست. برای کاهش مجموعه پیشنهادی به یک مجموعه کارا نیازمندیم. یک معیار کارایی[۱]، یک قاعده تصمیم‌گیری است که همه سرمایه‌گذاری‌های پیشنهادی موجود را به دو زیر مجموعه عمده تقسیم می‌کند، یک مجموعه کارا و یک مجموعه ناکارا. همه سبدهای سهام ناکارا به‌عنوان گزینه‌های نامناسب سرمایه‌گذاری تلقی می‌شوند. یک سرمایه‌گذار منطقی، تنها روی سبدهای سهام کارا سرمایه‌گذاری می‌کند. همه سرمایه‌گذارهایی که از ریسک اجتناب می‌ورزند، با تقسیم به دو مجموعه کارا و ناکارا

[1] Efficiency Criterion

موافقند اما هیچ ضرورتی وجود ندارد که از بین مجموعه کارا سبد سهام بهینه یکسانی را انتخاب کنند. افراد مختلف ممکن است با توجه به سلیقه‌های خود، سبدهای سهام متفاوتی را انتخاب کنند[۱۷]. اگر از نظر سرمایه‌گذار مقدار سود در درجه اول اهمیت باشد، آنگاه معیار کارایی مناسب با توجه به میانگین و ریسک به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &minimize \quad \mathcal{R}(x) \\ &subject\ to \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} R_i x_i = R^* \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \end{cases} \end{aligned} \qquad (۶-۲)$$

که $\mathcal{R}(x)$ یک معیار مناسب برای اندازه‌گیری ریسک است و R^* سود مطلوب سرمایه‌گذار است. با حل مسئله بهینه‌سازی بالا به یک مجموعه کارا می‌رسیم که مرز کارا[1] نامیده می‌شود. به‌عبارت دیگر سبد سهام x بر سبد سهام y با معیار کارایی میانگین-ریسک برتری دارد اگر سود مورد انتظار سبد سهام x از سود سبد سهام y کم‌تر نبوده و سبد سهام x از سبد سهام y ریسکی‌تر نباشد. بنابراین یک سبد سهام x کارا نامیده می‌شود اگر هیچ سبد سهام دیگری بر آن برتری نداشته باشد.

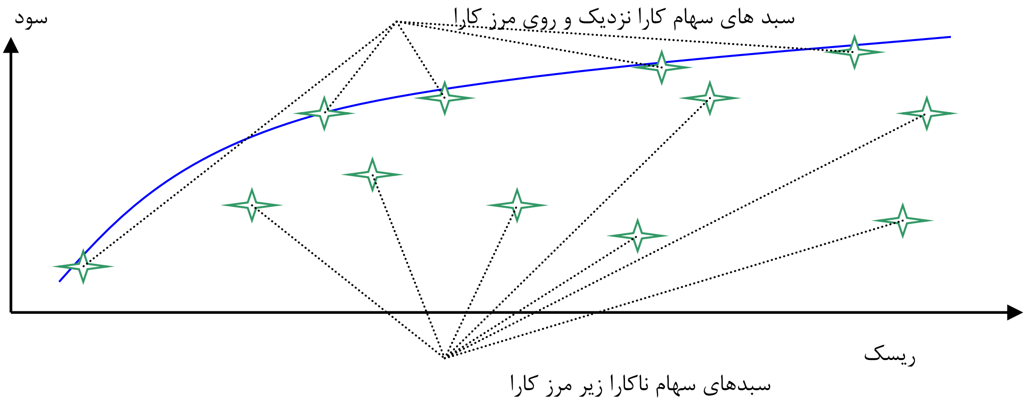
۲-۴-۲- مرز کارایی مدل میانگین-واریانس

در این بخش تکنیک ارائه شده برای تشکیل مجموعه کارا با استفاده از آنالیز میانگین-واریانس گسترش داده شده است. ورودی‌های این آنالیز سودهای مورد انتظار سهام، واریانس‌ها و کوواریانس هر جفت از سهام است که همه این‌ها از کارکردهای گذشته سهام تخمین زده می‌شوند. در اینجا تشکیل سبد سهام پریودی مورد توجه قرار گرفته است. همان طور که قبلاً گفته شد، ریسک $\mathcal{R}(x)$ ، برای یک سبد سهام $x\epsilon R^n$ به صورت واریانس سود $R'x$ آن تعریف می‌شود. یعنی:

$$\mathcal{R}(x) = \sigma^2(R'x) = E[(R'x - E(R'x))^2] = E\left[x'\big(R - E(R)\big)\big(R - E(R)\big)'x\right] = x'\Sigma x \qquad (۷-۲)$$

که Σ ماتریس کوواریانس متغیرهای تصادفی R است. برای پیدا کردن سبدهای سهام کارای MV باید مسئله بهینه‌سازی (۲-۶) را حل کنیم. شکل ۲-۱ نمونه‌ای از نمودار مرز کاراست، محور عمودی، بازده مورد انتظار و به‌عبارتی سود است و محور افقی ریسک را نشان می‌دهد.

[1] Efficiency Frontier



شکل ۲-۱: مرز کارا و سبدهای سهام کارا و ناکارا [۲۰]

در صورتی‌که اوراق بهادار موردنظر را در ترکیب‌های مختلف ترکیب کنیم تعداد نامحدودی از جایگزین‌های پرتفوی امکان پذیر خواهد شد. این گزینه‌های نامحدود در شکل فوق نشان داده شده است و نشان‌دهنده ترکیب‌های زیادی از بازده مورد انتظار و ریسکی است که از طریق تشکیل سبد سهام قابل دست‌یابی است. در این نمودار همه سبدهای سهام نزدیک و بالای مرز کارا، کارا بوده و سبد سهام‌های زیر آن ناکارا هستند[۱۸].

۲–۵– سنجه‌های ریسک نامطلوب

ریسک نامطلوب به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری ریسک، یعنی احتمال نوسانات منفی بازدهی در آینده تعریف شده است. در تئوری مدرن سبد سهام، ریسک به‌عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس، محاسبه می‌شود و به‌عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد. این مسئله درحالی است که در بازارهای پررونق، سرمایه‌گذاران با توجه به اهداف کوتاه مدت تا حد امکان به‌دنبال نوسانات مثبت بوده و تنها نوسانات منفی را به‌عنوان ریسک حاصل از سرمایه‌گذاری شناسایی می‌کنند. با این وجود و توجه به اصل ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، واضح است که افراد بیش‌تر از این‌که به دنبال بازده باشند، ریسک‌گریزند. به‌عبارت دیگر، ریسک متقارن نبوده و شدیداً به سمت ریسک نامطلوب تمایل دارد. بر همین اساس، تئوری پست مدرن سبد سهام مطرح شد. این تئوری، ریسکی را که به اهداف خاص سرمایه‌گذاران مرتبط است، شناسایی کرده و هر پیامد یا نتیجه‌ای که بالاتر و بهتر از این هدف باشد، به‌عنوان ریسک درنظر نمی‌گیرد. سنجه‌های ریسک نامطلوب را می‌توان به دو طبقه کلی نیم‌سنجه‌های ریسک و سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک تقسیم‌بندی نمود. درنتیجه ابتدا به

اختصار روش‌های واریانس، نیمه واریانس، ریسک دومار و موسگراف و قاعده روی[1] را برای اندازه‌گیری ریسک شرح می‌دهیم[۱۹] و در بخش بعد یکی از پرکاربردترین مقیاس‌های ریسک را با عنوان ارزش در معرض ریسک که در طبقه سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک قرار دارد، به تفصیل بررسی می‌کنیم.

برای این منظور، سبد سهامی با سود R را که یک متغیر تصادفی است و می‌تواند مقادیر حقیقی $R_1, R_2, \dots, R_n$ با احتمال $P(R_1), P(R_2), \dots, P(R_n)$ اختیار کند، درنظر گرفته شده است. معمول‌ترین مقیاس اندازه‌گیری ریسک، واریانس است. یادآوری می‌کنیم، واریانس یک متغیر تصادفی R با احتمال رخ دادن $P(R)$، که به صورت σ_R^2 نشان داده می‌شود، مقدار مورد انتظار مربع تفاضل آن از میانگین $\mu = E(R)$ است:

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^{n} P(R_i)(R_i - \mu)^2 \tag{۲-۸}$$

ریشه دوم واریانس انحراف معیار نامیده می‌شود و با σ نشان داده می‌شود. مقدار زیاد σ نشان دهنده یک سرمایه‌گذاری با ریسک زیاد است. یکی از مشکلات استفاده از واریانس در اندازه‌گیری ریسک این است که بین ریسک کاهشی و یا افزایشی تفاوتی قائل نمی‌شود، به‌طوری که اختلاف مثبت از سود موردنظر و اختلاف منفی را به یک صورت درنظر می‌گیرد.

روش دیگر برای اندازه‌گیری ریسک، سمی‌واریانس نام دارد. در این روش که به‌عنوان جایگزینی برای واریانس ارائه شد، تنها تفاضل‌های منفی از سود مطلوب مورد توجه قرار می‌گیرند. سمی‌واریانس برای متغیر R به این صورت تعریف می‌شود:

$$SV = E[min(0, R - \mu)^2] \tag{۲-۹}$$

هنگامی‌که بعضی از سودها از میانگین بیشتر هستند آنگاه $min(0, R - \mu) = 0$ است، بنابراین مقدار واریانس از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma_R^2 = \sum_{R \le \mu} P(R_i)(R_i - \mu)^2 \tag{۲-۱۰}$$

در نتیجه تنها سودهای زیر میانگین در اندازه‌گیری ریسک محاسبه می‌شوند. برای توزیع‌های متقارن روش سمی‌واریانس و واریانس به سبدهای سهام بهینه یکسانی منجر می‌شوند.

[1] Variance, Semi-variance, Domar and Musgrave Risk, Roy's rule

روش دیگر برای اندازه‌گیری ریسک که از سمی‌واریانس کلی‌تر بوده و از مشکلات استفاده از واریانس و سمی‌واریانس اجتناب می‌کند، اندازه‌گیری ریسک کاهشی[۱] نامیده می‌شود. این روش که توسط فیش‌برن[۲] معرفی شد. در مدل مذکور پارامتر q انعکاس‌دهنده‌ی درجه حساسیت سرمایه‌گذاران به نتایج مقداری حاصل از نرخ بازده‌هایی که پایین‌تر از نرخ بازده هدف است، می‌باشد. ریسک کاهشی مرتبه q با مقدار مطلوب τ این‌گونه تعریف می‌شود:

$$\mathcal{R}_{\tau}^{q} = E[|min(0, R-\tau)^{q}|] \quad (۱۱-۲)$$

بنابراین مقدار واریانس از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\sigma_R^2 = \sum_{R\leq\tau} P(R_i)|R_i-\tau|^q \quad (۱۲-۲)$$

اندازه‌گیری ریسک کاهشی یک تعمیم برای دیگر مقیاس‌های ریسک به‌شمار می‌آید. برای مثال، اگر $\tau = E(R)$ و $q = 2$ باشد، آن‌گاه ریسک کاهشی همان سمی‌واریانس است و اگر $\tau = 0$ و $q = 1$ باشد، آن‌گاه ریسک کاهشی، یا خسارت مورد انتظار[۳] برابر است با:

$$EL = \sum_{R\leq 0} P(R_i)R_i \quad (۱۳-۲)$$

دومار و موسگراف روش متفاوتی را برای اندازه‌گیری ریسک به‌کار بردند. آن‌ها اظهار کردند که سرمایه‌گذاران ریسک را به‌صورت زیان مورد توجه قرار می‌دهند. هنگامی‌که سود دریافتی از صفر کم‌تر باشد می‌گوییم که متضرر شده‌ایم. شاخص ریسک[۴] دومار و موسگراف با RI نشان داده شده و به‌صورت $RI = -EL$ تعریف می‌شود که EL در بالا آمده است. شاخص ریسک RI یک عدد مثبت است و RI بزرگ نشان‌دهنده سرمایه‌گذاری با ریسک بیشتر است. اگر سود مطلوب یک سرمایه‌گذار τ باشد، آنگاه هر سودی کم‌تر از آن یک ضرر تلقی می‌شود. در این مورد خسارت موردنظر برابر است با:

$$EL = \sum_{R\leq\tau} P(R_i)|R_i-\tau| \quad (۱۴-۲)$$

همه خسارت‌ها به یک اندازه بد نیستند. یک سرمایه‌گذار ممکن است سطح مشخصی از ضررها را به‌عنوان خسارت درنظر بگیرد. روی[۵] پیشنهاد کرد که ریسک بهتر است با احتمال قرارگرفتن سود در زیر چنین سطحی محاسبه شود. شاخص ریسک روی، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

---

[1] Downside risk
[2] Fishburn
[3] Expected loss
[4] Risk Index
[5] Roy

$$RI = P(R \leq d) \tag{۱۵-۲}$$

که در آن d سطح خسارت موردنظر است. اگر توزیع بازده‌ها مشخص باشد، این احتمال قابل محاسبه است. اگر تنها میانگین و واریانس سودها مشخص باشد، حد بالای این احتمال برابر $\frac{\sigma^2}{(\mu-d)^2}$ است که با استفاده از نامساوی چبیشف[1] به‌دست می‌آید و به‌عنوان شاخص ریسک به‌کار می‌رود[۲۰].

۲-۶- سنجه‌های ریسک مبتنی بر صدک

به جرأت می‌توان گفت که معروف‌ترین سنجه موجود در این طبقه، ارزش در معرض ریسک است. ظهور معیار ارزش در معرض ریسک به‌عنوان یک روش پذیرفته شده برای کمی‌سازی ریسک بازار، مرحله مهمی از انقلاب در عرصه مدیریت ریسک به‌شمار می‌آید. از آن زمان به بعد، VaR معروف‌ترین روش ارزیابی ریسک اقتصادی شد و به‌عنوان یک اندازه‌گیر ریسک برای اهداف ردیابی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفت. به‌خصوص از ۱۹۹۴ زمانی که جی.پی. مورگان خدمات رایگان خود اندازه‌گیرهای ریسک را معرفی کرد. امروزه ارزش در معرض ریسک، معروف‌ترین و پرکاربردترین روش اندازه‌گیری ریسک است. این روش یک روش شهودی، با قابلیت محاسبه و فهم آسان برای اندازه‌گیری ریسک یک سبد سهام گسترش داده شده است. این معیار می‌تواند به‌صورت ماکزیمم زیان مورد انتظار روی یک افق هدف با یک بازه اطمینان داده شده و تحت شرایط عادی بازار تعریف شود.

VaR یک اندازه‌گیری ریسک کاهشی است و یک پیش‌بینی برای کوانتایل[2] داده شده با پایین‌ترین دنباله توزیع سودهای سبد سهام روی یک بازه زمانی مشخص است. طبق قرارداد این بدترین زیان با یک عدد مثبت معرفی می‌شود که به‌طور معمول یک یا پنج درصد کوانتایل است، گرچه هر کوانتایل دیگری در دنباله نزولی ممکن است استفاده شود. به‌طور کلی VaR بر روی سبدهای سهام با چندین دارایی اعمال می‌شود، با فرض این‌که فرم ریسک سبد سهام در طول زمان بدون تغییر می‌ماند. اگر ما سطح اطمینان بالاتری را انتخاب کنیم، با فرض ثابت بودن دیگر پارامترها، VaR بزرگ‌تر خواهد بود. همچنین با توجه به این‌که ریسک با زمان افزایش پیدا می‌کند، هرچه در افق زمان بیش‌تر پیش می‌رویم، VaR نیز بزرگ‌تر خواهد شد.

کاربرد گسترده VaR به‌دلیل آسان بودن و ویژگی شهودی بودن آن است. سود مطلوب یک سبد سهام تنها ۵۰ درصد کوانتایل توزیع سودهاست و گسترش این توزیع با انحراف معیار به‌دست می‌آید. حال چرا از انحراف معیار برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام استفاده نمی‌کنیم؟ چه نیازی به VaR داریم؟ یک

[1] Chebyshev's Inequality
[2] Quantile

دلیل واضح این است که VaR با واحد پولی مثل دلار بیان می‌شود و آن را برای مدیر یک شرکت، شهودی‌تر و قابل فهم‌تر می‌سازد. همچنین انحراف معیار، انحراف زیر سود مطلوب و بالای آن را یکسان درنظر می‌گیرد ولی می‌دانیم با وجود عوامل و مشتقات مختلف در سبدهای سهام واقعی، انحرافات زیر سود مطلوب و بالای آن از احتمال یکسانی برخوردار نیستند.

۲-۶-۱- ارزش در معرض ریسک

برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، روش‌های مختلفی وجود دارد که همگی قابل استناد می‌باشند، اما نتایج آن‌ها می‌تواند کاملاً باهم متفاوت باشد. ارزش در معرض ریسک متناظر با یک سبد، تابعی از دو پارامتر افق زمانی و سطح اطمینان[1] است. معیار VaR از تابع توزیع قیمت دارایی‌ها یا بازده آن‌ها و مقادیر پیش‌بینی شده پارامترها، برای تخمین میزان ضرر استفاده می‌کند. سطح اطمینان به‌طور معمول بین ۹۰٪ تا ۹۹٪ است.

اساس ارزش در معرض ریسک برای انتخاب سبدسهام بهینه به‌صورت زیر خواهد بود، یعنی با درنظر گرفتن حد بالای قابل قبول برای میزان ریسک، سبد سهام مورد نظر با بازده ماکزیمم تعیین شود. برای تبیین مسئله فوق یک مجموعه محدود سرمایه $i = 1,2, \dots, n$ را درنظر گرفته که می‌تواند شامل هر نوع سرمایه مالی، سهام و اوراق قرضه باشد. وضعیت این سرمایه، سبد سهام $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ را مشخص می‌کند. فاکتورهای ریسک $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ هر نوع ریسک و عدم قطعیت موجود اجزای پرتفوی در بازارهای مالی مثل عدم قطعیت نرخ سود، قیمت سهام و ... را توصیف می‌کنند. مقدار و ارزش سبد سهام x برای مقادیر داده شده فاکتورهای ریسک V با $p(x, v)$ نشان داده می‌شود که در حالت کلی ممکن است تابعی غیرخطی و پیچیده یا حتی تابعی گسسته از x و v باشد. ولی معمولاً نسبت به سبد سهام جداپذیر است به این معنی که قابل تفکیک بوده و می‌توان اثر کلی و برآیند را از اثر تک‌تک اجزا به‌دست آورد[۲۱].

$$p(x, v) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x, v_i) \qquad (۱۶-۲)$$

و یا حتی ممکن است نسبت به x خطی باشد:

$$p(x, v) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i(v) \qquad (۱۷-۲)$$

[1] Confidence Level

و گاهی می‌تواند نسبت به وضعیت سبد سهام و نیز فاکتورهای ریسک خطی باشد، مثل مواردی که سبد سهام شامل سهام‌هایی با موقعیت و وضعیت یکسان در شروع مطالعه است. در این صورت فاکتورهای ریسک همان قیمت سهام‌ها خواهند بود.

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}x_i v_i \tag{۱۸-۲}$$

اگر مقادیر فاکتورهای ریسک مشخص و معلوم در زمان $t=0$ با V^0 نشان داده شود، در این مرحله هدف، تعیین تغییرات سبد سهام در زمان $t=1$ است. البته این افق زمانی می‌تواند چند روز یا چند هفته درنظر گرفته شود. تابع چگالی احتمال فاکتورهای ریسک در زمان $t=1$ را می‌توان معلوم فرض کرد. در واقع می‌توان تابع چگالی خاصی را برای آن در نظرگرفت و یا آن‌ها را از روی داده‌های گذشته به‌دست آورد. درصورتی‌که رفتار v در زمان $t=1$ با تابع چگالی احتمال $f(v)$ بیان شود، رفتار مقدار سبد سهام در زمان $t=1$ با تابع چگالی احتمال $\varphi(x,y)$ به‌صورت زیر است:

$$P\{p(x,v)\geq p\}=\int_{P}^{\infty}\varphi(x,y)dy \tag{۱۹-۲}$$

که به‌کمک تابع مقدار سبد سهام $p(x,v)$ و توزیع فاکتورهای ریسک $f(v)$ به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$\varphi(x,y)=\int_{p(x,y)=y}f(v)dv \tag{۲۰-۲}$$

در عمل پیدا کردن این تابع توزیع، کار بسیار مشکلی است. مخصوصاً وقتی که سبد سهام حاوی صدها سهام گوناگون است و تابع مقدار سبد سهام $p(x,y)$ غیرخطی است. روش‌های پارامتری[۱] و شبیه‌سازی‌های مختلفی برای حل این مسئله پیشنهاد شده است. با استفاده از روش‌های ناپارامتری[۲] نیز می‌توان توابع چگالی احتمال مربوط به هر سهم را تخمین زد.

برای تعریف VaR سبد سهام x، می‌توان به‌صورت زیر عمل کرد. $\bar{P}(x)$ را مقدار امید سبد سهام x (میانگین سبد سهام) در زمان $t=1$ درنظر گرفته، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\bar{P}(x)=E_v p(x,v)=\int p(x,y)f(v)dv \tag{۲۱-۲}$$

سطح اطمینان $\alpha<1$ که معمولاً ۰/۹۵ یا ۰/۹۹ فرض می‌شود را درنظر گرفته و معادله زیر را نسبت به P^* حل می‌کنیم.

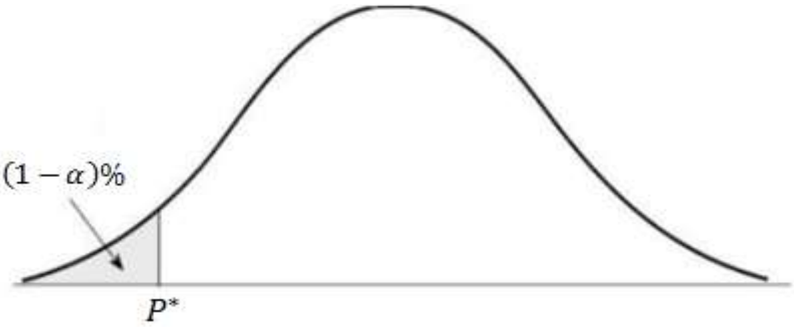
---

[1] Parametric Methods

[2] Nonparametric Methods

$$\int_{P^*}^{\infty} \varphi(x,y)dy = \alpha \qquad (۲-۲۲)$$

رابطه بالا بیان می‌کند که سطح زیر منحنی $\varphi(x,y)$ از نقطه P^* تا ∞ برابر α می‌شود. بنابراین P^* نقطه‌ای است که سطح هاشور نخورده در شکل زیر برابر α است. چون منحنی مربوط به تابع توزیع چگالی احتمال است، سطح زیر منحنی برابر یک بوده و لذت سطح هاشور خورده برابر $1-\alpha$ است[14].



شکل ۲-۲: منحنی تابع چگالی نرمال

به‌عبارت دیگر مقدار و ارزش سبد سهام x در زمان $t=1$ به احتمال α مساوی یا بیش‌تر از $P^* = P^*(x)$ خواهد بود. به‌این ترتیب VaR اختلاف بین $\bar{P}(x)$ (میانگین ارزش سبد سهام x) و $P^*(x)$ است. در حقیقت VaR بیش‌ترین میزانی است که به احتمال α، مقدار سبد سهام x می‌تواند از مقدار مورد انتظار کم‌تر شود. اغلب اوقات مقدار جاری سبد سهام به‌عنوان امید آن در تعریف VaR به‌کار می‌رود. یعنی:

$$VaR = \bar{P}(x) - P^*(x) = p(x,v^0) - P^*(x) \qquad (۲-۲۳)$$

اکنون می‌توان صورت مسئله انتخاب سبد سهام بهینه با وجود قید VaR را به شکل زیر بیان کرد، یعنی سبد سهام x را به‌گونه‌ای می‌یابیم که سود مورد انتظار ماکزیمم شود:

$$\begin{aligned} &max && \int p(x,v)f(v)dv \\ &subject\ to && \int p(x,v)f(v)dv - P^*(x) \le V \\ & && \sum_{i=1}^{m} w_i = 1\,, \quad w_i \ge 0 \end{aligned} \qquad (۲-۲۴)$$

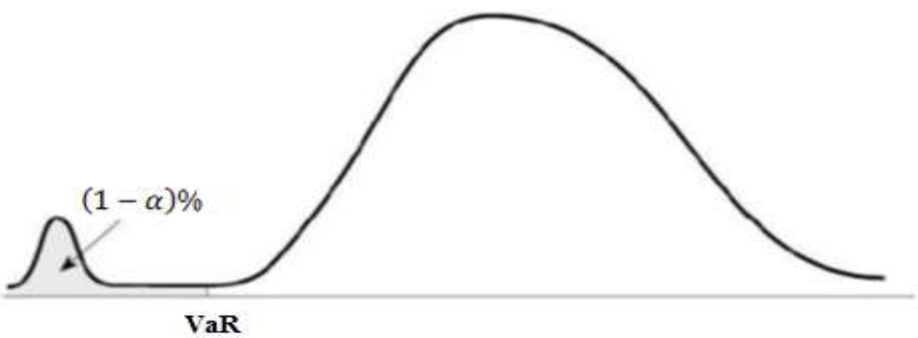
که در آن $P^*(x)$ حل معادله زیر نسبت به P^* است.

$$\int \left[\int_{p(x,y)=y} f(v)dv \right] dy = \alpha \qquad (۲-۲۵)$$

۲-۶-۲- ارزش در معرض ریسک مشروط

ارزش در معرض ریسک به دلیل فهم و درک آسان آن، معیار مناسبی به‌شمار می‌رود. در واقع این معیار بیان می‌کند تا چه‌مقدار ممکن است دچار ضرر و زیان شویم یا به‌عبارت دیگر حداکثر مقدار زیان چقدر است. این همان سؤالی است که همه مدیران به‌دنبال پاسخ آن هستند. اگر قبول کنیم که استفاده از یک متغیر برای توضیح ریسک یک پرتفوی مناسب و بهینه است، سوال جالبی مطرح خواهد شد و آن این است که آیا ارزش در معرض ریسک بهترین گزینه و راه‌کار برای این مطلب است یا خیر. در برخی از تحقیقات نشان داده شده است که استفاده از متغیر VaR ممکن است معامله‌گران را ترغیب کنند تا سبد سهامی را انتخاب نمایند که توزیع بازده آن مشابه شکل ۲-۳ باشد. پرتفوی این توزیع ریسکی‌تر از VaR با توزیع نرمال است. زیرا میزان بالقوه آن خیلی بیش‌تر است.

گرچه ارزش در معرض ریسک یک معیار ریسک معمول است اما ویژگی‌های ریاضی نامطلوبی دارد. یک مقیاس ریسک مناسب باید همدیس[۱] باشد و خاصیت کوژ[۲] بودن را دارا باشد. آرتزنر و همکارانش نشان دادند که مجموعه قابل قبول VaR در کنار همدیس نبودن، کوژ هم نیست. آن‌ها ایده‌ی همسان بودن را به‌عنوان یک مجموعه از خصوصیات اندازه‌گیری ریسک در رابطه با دم‌های تابع توزیع ارائه کردند[۵]. از جمله مهم‌ترین اندازه‌گیرهای ریسک همسان، ارزش در معرض ریسک مشروط است که بر اساس کنترل نقطه انتهایی عمل می‌کند. ارزش در معرض ریسک مشروط، به‌عنوان یک معیار ریسک ویژگی‌های بهتری را نسبت به VaR از خود نشان داده است. همچنین این معیار، کوژ و همدیس نیز است. ارزش در معرض ریسک مشروط بیان‌کننده این است که اگر اوضاع نامطلوب باشد، انتظار داریم چقدر متحمل زیان شویم. یعنی می‌تواند میانگین وقوع ریسک‌هایی فراتر از VaR را محاسبه کند. به‌عبارت دیگر بیان‌گر مقدار زیان در طی یک دوره n روزه است، مشروط به این‌که ما به اندازه $1-\alpha$ درصد، در قسمت برآمدگی چپ منحنی توزیع احتمال قرار داشته باشیم.



شکل ۲-۳: منحنی توزیع احتمال بازده دارایی برای CVaR

---
[1] Coherent
[2] Convex

فرمول حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک مشروط توسط راکفلر و اوریاسف[1] ارائه شده است[۲۲] که معمولاً به برنامه‌ریزی محدب و حتی گاهی به برنامه‌ریزی خطی منجر می‌شود. به زبان ریاضی، این فرمول‌بندی برابر است با:

$$CVaR_{\beta}(\tilde{v}) = min_{\alpha}\left(a + \frac{1}{1-\beta}E(-v-a)^{+}\right) \quad (۲-۲۶)$$

می‌توان نشان داد که $CVaR_{\beta} = \left(\tilde{v} \geq VaR_{\beta}(\tilde{v})\right)$ است، بنابراین CVaR اغلب به‌عنوان تخمین محافظه‌کارانه VaR استفاده می‌شود. به‌عنوان یک معیار ریسک، ارزش در معرض ریسک مشروط ویژگی‌های بهتری نسبت به VaR از خود نشان داده است. استفاده از CVaR در کاهش ریسک یک‌طرفه در بهینه‌سازی سبدهای مالی اهمیت زیادی دارد. درکل از میان معیارهای ریسک، فقط ارزش در معرض ریسک مشروط یک معیار ریسک منطقی است. فرض کنید $f(x,y)$ ریسک مرتبط با بردار تصمیم $x \in X \subseteq R^{n}$ و بردار تصادفی $y \in R^{m}$ باشد. برای سادگی ابتدا فرض می‌کنیم که y از یک توزیع پیوسته پیروی می‌کند و تابع چگالی احتمال آن به‌صورت $p(0)$ نمایش داده می‌شود. همه‌ی نتایج برای توزیع‌های کلی درست باقی می‌ماند. همچنین فرض می‌کنیم که برای هر x، $E(|f(x,y)|) < \infty$ است. برای $x \in X$ داده شده، احتمال اینکه $f(x,y)$ از یک آستانه α بیش‌تر نشود، به‌صورت زیر نشان داده شده است:

$$\varphi(x,\alpha) = \int_{f(x,y)\leq\alpha} p(y)dy \quad (۲-۲۷)$$

برای سطح اطمینان داده شده β و x ثابت، ارزش در معرض ریسک به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$VaR_{\beta}(x) = min\{\alpha \in R: \varphi(x,\alpha) \geq \beta\}$$

$$CVaR_{\beta}(x) = \frac{1}{1-\beta}\int_{f(x,y)\geq VaR_{\beta}(x)} f(x,y)p(y)dy \quad (۲-۲۸)$$

راکفلر و اوریاسف نشان دادند که محاسبه CVaR می‌تواند توسط حداقل‌سازی تابع معین زیر نسبت به α به‌دست آید[۲۳].

$$F_{\beta}(x,\alpha) = \alpha + \frac{1}{1-\beta}\int_{y\in R^{m}} (f(x,y)-\alpha)^{+}p(y)dy \quad (۲-۲۹)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

---

[1] Rockafellar & Uryasev

$$CVaR_{\beta}(x) = min_{\alpha \in R} F_{\beta}(x, \alpha) \tag{۳۰-۲}$$

از نظر محاسباتی، مشکل‌ترین قسمت بهینه‌سازی CVaR محاسبه انتگرال یک تابع چندمتغیره و غیرهموار است. برای رفع این مشکل می‌توان از تخمین استفاده کرد. شبیه‌سازی مونت کارلو[1] یکی از کاراترین روش‌ها برای محاسبه انتگرال‌هایی با ابعاد بالا می‌باشد. راکفلر و اوریاسف با استفاده از این روش‌ها $F_{\beta}(x, \alpha)$ را به‌صورت زیر تخمین می‌زنند:

$$F_{\beta}(x, \alpha) = \alpha + \frac{1}{s(1-\beta)} \sum_{k=1}^{s} \left(f(x, y_{[k]}) - \alpha\right)^{+} \tag{۳۱-۲}$$

به‌طوری که $y_{[k]}$ نشان‌دهنده k-امین نمونه تولید شده توسط نمونه‌گیری تصادفی ساده نسبت به y است و مطابق با تابع چگالی آن بوده و s نشان‌دهنده‌ی تعداد نمونه‌ها می‌باشد. قانون اعداد بزرگ در نظریه احتمال تضمین می‌کند که وقتی تعداد نمونه‌ها به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد، دقت تخمین و همگرایی سری به انتگرال بالا می‌رود. اگر $f(x, y)$ نسبت به y خطی باشد و X یک مجموعه محدب چند وجهی باشد، آن‌گاه روش مونت کارلو به برنامه‌ریزی خطی منجر می‌شود که به آسانی قابل حل است[۲۴].

۲–۷– سرمایه‌گذاری متمرکز و غیرمتمرکز

ریسک همان عوارض جانبی است که باعث به‌وجود آمدن نوساناتی اطراف نقطه مرجع که همان بازده مورد انتظار است، می‌شود. این عوارض جانبی شامل دو چیز است: نوسانات منفی بیش‌تر از کم‌ترین بازده مورد انتظار، و دیگری نوسانات مثبت کم‌تر از بالاترین بازده مورد انتظار. این تعریف از ریسک را، که شامل یک پهنای وسیع‌تری از عملیات می‌شود، به‌آسانی می‌توان با احساس ذهنی یک سرمایه‌گذار تطبیق داد. اگر سرمایه‌گذاران به‌دنبال دریافت بازده بیش‌تر هستند، باید استراتژی سرمایه‌گذاری متمرکز[2] را پیش گیرند و اگر سعی در جلوگیری از دست دادن سرمایه دارند، باید استراتژی سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز[3] را پیش گیرند. می‌دانیم همه‌ی سرمایه‌گذاران از نوسانات بازده منفی دوری می‌جویند و کاهش نوسانات مربوط به بازده دارایی، با کاهش ریسک ارتباط مستقیم دارد. یک سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز می‌تواند نوسانات دارایی را کاهش دهد که باعث کاهش ریسک می‌شود ولی تحقیقات مختلف نشان می‌دهد که فعالیت سرمایه‌گذاری در جهان واقعی، به‌طور کامل غیرمتمرکز نیست. در این بخش

[1] Monte Carlo Simulation
[2] Centralized Investment Strategies
[3] Decentralized Investment Strategies

می‌خواهیم ریسکی جدید با عملکرد چندگانه معرفی کنیم که با تغییر پارامترهای آن، می‌توان طبق سلیقه و نظر شخص به یک سرمایه‌گذاری متمرکز و یا یک سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز دست یافت[۲۵].

۲-۷-۱- ریسک با هدف چندگانه

برای تبیین مسئله فوق یک مجموعه محدود سرمایه $i = 1,2,\dots,n$ را درنظر گرفته که می‌تواند شامل هر نوع سرمایه مالی باشد. وضعیت این سرمایه، سبد سهام $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ را مشخص می‌کند. برای سطح اطمینان داده شده β، یک بخش کوانتایل از x و u به‌ترتیب متناظر با بازده نقطه مرجع است که به‌صورت $\tau^u = q^-(u,\beta)$ و $\tau^x = q^-(x,\beta)$ می‌توان نوشت. به‌منظور اندازه‌گیری ریسک دارایی‌هایی که با دو حالت نوسانات گفته شده مرتبط می‌باشد، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\begin{aligned} S^-\big(x, q^-(x,\beta)\big) &= -c^-\big(E[xl_{x<q^-(x,\beta)}]\big) + q^-(x,\beta)(\beta - P[x < q^-(x,\beta)]) \\ S^+\big(x, q^-(x,\beta)\big) &= -c^+\big(E[xl_{x>q^-(x,\beta)}]\big) + q^-(x,\beta)(1 - \beta - P[x > q^-(x,\beta)]) \end{aligned} \quad (۳۲\text{-}۲)$$

$S^-\big(x, q^-(x,\beta)\big)$ نگرش ریسک یک سرمایه‌گذار را توصیف می‌کند، مشروط بر این‌که بازده مورد انتظار دارایی کم‌تر از بازده مورد انتظار نقطه مرجع باشد و $S^+\big(x, q^-(x,\beta)\big)$ نگرش ریسک یک سرمایه‌گذار را توصیف می‌کند، مشروط بر این‌که بازده مورد انتظار دارایی بیش‌تر از بازده مورد انتظار نقطه مرجع باشد. آشکار است که بزرگ‌ترین مقدار $E[xl_{x<q^-(x,\beta)}] + q^-(x,\beta)(\beta - P[x < q^-(x,\beta)])$ برابر با بزرگ‌ترین نوسانات منفی بازده دارایی‌ها نسبت به نقطه مرجع است که همان بیش‌ترین تلفات از دست رفته می‌باشد. در مقابل، کم‌ترین مقدار $E[xl_{x>q^-(x,\beta)}] + q^-(x,\beta)(1 - \beta - P[x > q^-(x,\beta)])$ برابر است با کوچک‌ترین نوسانات مثبت بازده دارایی‌ها نسبت به نقطه مرجع است که همان کم‌ترین بازده به‌دست آمده می‌باشد. هریک از این دو، عاملی مضر و نامساعد برای سرمایه‌گذار هستند. برای اندازه‌گیری ریسک در حالت کلی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم که یک نگرش کلی است و هر دو حالت را توصیف می‌کند:

$$\begin{aligned} S\big(x, q^-(x,\beta)\big) &= S^-\big(x, q^-(x,\beta)\big) + S^+\big(x, q^-(x,\beta)\big) \\ 0 \le c^+ \le c^- \quad &, \qquad c^- \ne 0 \end{aligned} \quad (۳۳\text{-}۲)$$

حتی می‌توانیم $S\big(x, q^-(x,\beta)\big)$ را بر حسب CVaR که معیاری مناسب برای اندازه‌گیری ریسک است، بنویسیم. برای این منظور به روابط زیر توجه کنید:

$$-\frac{1}{\beta}\Big(E[xl_{x<q^-(x,\beta)}]+q^-(x,\beta)(\beta-P[x<q^-(x,\beta)])\Big)$$

$$\begin{aligned}&=-\frac{1}{\beta}\big(E\big[xl_{x<q^-(x,\beta)}\big]+E\big[x,l_{x=q^-(x,\beta)}\big]\\&+q^-(x,\beta)(\beta-P[x<q^-(x,\beta)])-E\big[xl_{x=q^-(x,\beta)}\big]\big)\\&=-\frac{1}{\beta}\Big(E[xl_{x\le q^-(x,\beta)}]+q^-(x,\beta)(\beta-P[x\le q^-(x,\beta)])\Big)\\&=CVaR(x,\beta)\end{aligned} \qquad (۲-۳۴)$$

با توجه با این‌که $q^-(x,\beta)=-q^+(-x,1-\beta)$ داریم:

$$-\frac{1}{1-\beta}\Big(E[xl_{x>q^-(x,\beta)}]+q^-(x,\beta)(1-\beta-P[x>q^-(x,\beta)])\Big)$$

$$\begin{aligned}&=-\frac{1}{1-\beta}\Big(E\big[xl_{x\ge q^+(x,\beta)}\big]+q^-(x,\beta)(\beta-P[x\ge q^+(x,\beta)])\Big)\\&=-\frac{1}{1-\beta}\Big(E[(-x)l_{-x\le q^-(-x,1-\beta)}]\\&+q^+(-x,-\beta)(1-\beta-P[-x\le q^-(-x,1-\beta)])\Big)\\&=-CVaR(-x,1-\beta)\end{aligned} \qquad (۲-۳۵)$$

درنتیجه می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}S\big(x,q^-(x,\beta)\big)&=S^-\big(x,q^-(x,\beta)\big)+S^+\big(x,q^-(x,\beta)\big)\\&=c^-\beta\, CVaR(x,\beta)-c^+(1-\beta)CVaR(-x,1-\beta)\end{aligned} \qquad (۲-۳۶)$$

در رابطه بالا هرچه نسبت $\frac{c^+}{c^-}$ به یک نزدیک باشد، به سمت یک سرمایه‌گذاری متمرکز می‌رویم و هرچه این نسبت به صفر نزدیک باشد، یک سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز خواهیم داشت.

۲-۷-۲- خواص آن

این تعریف از ریسک دارای خواص یکنواختی[1]، کاهنده انتقال[2] و خاصیت جمع‌پذیری غیرخطی[3] است که اثبات هر یک را نشان داده و مفهوم اقتصادی آن را بیان می‌کنیم. اگر سبد سهام دیگری با نام $u=(u_1,u_2,\dots,u_n)$ درنظر بگیریم، خاصیت‌های زیر برای سبد سهام برقرار است:

- یکنواختی

---

[1] Monotonicity
[2] Translation Reduction
[3] Non-linear Additivity

با توجه به خاصیت یکنواختی CVaR، زمانی‌که $x \geq u$ ، $CVaR(x,\beta) \leq CVaR(u,\beta)$ و $CVaR(-x,1-\beta) \geq CVaR(-u,1-\beta)$ است و همچنین می‌دانیم $c^{-}\beta \geq 0$ و $c^{+}(1-\beta) \geq 0$ است. بنابراین $S\big(x,q^{-}(x,\beta)\big) \leq S\big(u,q^{-}(u,\beta)\big)$ و ریسک اندازه‌گیری شده یکنواخت می‌باشد. از نظر اقتصادی به این مفهوم است که اگر بازده نقطه مرجع را برابر با یک مقدار مشخص بگیریم، وقتی‌که دارایی x بهتر از دارایی u است، اجزای بازده تصادفی تشکیل‌دهنده آن دارایی نیز بیش‌تر است و ریسک آن کم‌تر می‌باشد.

- کاهنده انتقال

با توجه به تغییرناپذیری خاصیت انتقال در CVaR، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
&S\big(x+\delta,q^{-}(x+\delta,\beta)\big)\\
&\qquad = c^{-}\beta\, CVaR(x+\delta,\beta) - c^{+}(1-\beta)CVaR(-x+\delta,1-\beta)\\
&\qquad = c^{-}\beta\, CVaR(x,\beta) - c^{+}(1-\beta)CVaR(-x,1-\beta) - c^{-}\beta\delta\\
&\qquad - c^{+}(1-\beta)\delta\\
&\qquad \leq\ c^{-}\beta\, CVaR(x,\beta) - c^{+}(1-\beta)CVaR(-x,1-\beta)\\
&\qquad = S\big(x,q^{-}(x,\beta)\big)
\end{aligned} \tag{۲-۳۷}$$

که δ یک ثابت غیر منفی است. مفهوم اقتصادی آن این است که اگر بازده دارایی‌ها به اندازه δ تا تغییر کند، تحت این شرایط، ریسک جدید که ترکیبی از دو ریسک است افزایش نمی‌یابد.

- جمع‌پذیری غیرخطی

با توجه به خاصیت جمع‌پذیری محلی CVaR و رابطه $S^{-}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big) = c^{-}\beta\, CVaR(x,\beta)$ می‌توان به خاصیت جمع‌پذیر بودن $S^{-}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big)$ پی برد. حال باید نشان داد که $S^{+}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big)$ نیز دارای این خاصیت می‌باشد.

$$\begin{aligned}
&CVaR(x+u,\beta) \leq CVaR(x,\beta) + CVaR(u,\beta)\\
&S^{+}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big) = -c^{+}(1-\beta)CVaR(-x,1-\beta) \quad , \qquad -c^{+}(1-\beta) \geq 0\\
&S^{+}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big) + S^{+}\big(u,q^{-}(u,\beta)\big) \leq S^{+}\big(x+u,q^{-}(x+u,\beta)\big)
\end{aligned} \tag{۲-۳۸}$$

مشاهده می‌شود $S^{+}\big(x,q^{-}(x,\beta)\big)$ نیز دارای خاصیت جمع‌پذیری محلی می‌باشد، درنتیجه $S\big(x,q^{-}(x,\beta)\big)$ دارای خاصیت جمع‌پذیری کامل است. در حالت کلی سطح‌های ریسک در سبد سهام، کم‌تر از مجموع هر جز از دارایی‌هاست. این نشان می‌دهد که با سرمایه‌گذاری متمرکز می‌توان ریسک را کاهش داد، چون ریسک سبد سهام کم‌تر از ریسک تک‌تک اجزای هر سهم می‌شود.

۲-۸- نتیجه‌گیری

تخمین پارامترهای ریسک و بازده اهمیت فراوانی در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام دارد. یک مدل تخصیص دارایی بر پایه بهینه‌سازی میانگین-ریسک است که سعی در یافتن سبد سهامی با ماکزیمم سود برای یک سطح مشخص ریسک و یا سبد سهامی با می‌نیمم ریسک برای یک سطح داده شده سود است. با انتخاب معیار ریسک، مرحله بعدی استفاده از آن برای کاهش تعداد روش‌های سرمایه‌گذاری موجود با تشکیل مجموعه کاراست و یک سرمایه‌گذار، تنها روی سبدهای سهام کارا سرمایه‌گذاری می‌کند. ارزش در معرض ریسک بازار، حداکثر زیان سبد دارایی‌ها در یک سطح اطمینان معین در یک دوره‌ی زمانی مشخص است و به‌عنوان سنجه‌ای استاندارد جهت اندازه‌گیری ریسک مؤسسات مالی تبدیل شده است ولی با وجود مقبولیت و کاربرد گسترده آن، همه اطلاعات مربوط به ریسک بازار را دربر نمی‌گیرد. ایرادی که عمدتاً بر VaR گرفته می‌شود این است که تنها یک نقطه منفرد از توزیع را درنظر می‌گیرد و آن‌چه ماورای این نقطه برش روی می‌دهد برای VaR از اهمیت برخوردار نیست. در واقع VaR تنها به کنترل احتمال زیان بدون توجه به اندازه آن می‌پردازد. یک راه برای حل این مشکل درنظر گرفتن قسمت انتهایی توزیع است که ماورای نقطه برش VaR نیز می‌باشد. برای کنترل رفتار نقطه انتهایی باید تمام وزن‌های توزیع را کنترل کرد. یک نمونه از مقیاس‌های ریسک که براساس کنترل نقطه انتهایی هستند، CVaR می‌باشد. حسن CVaR این است که ویژگی‌های بهتری نسبت به VaR دارد و همدیس و کوژ است. هنگامی که از روش‌های غیرپارامتریک برای بهینه‌سازی سبد سهام توسط می‌نیمم کردن VaR استفاده می‌شود، امکان وجود می‌نیمم محلی به دلیل کوژ نبودن VaR وجود دارد ولی مهم‌ترین مزیت CVaR آن است که هر جواب بهینه محلی آن، سراسری (گلوبال)[1] است. بنابراین در فصل‌های بعدی، به‌عنوان معیار مناسب برای اندازه‌گیری ریسک از آن استفاده خواهیم نمود.

[1] Global

فصل ۳- بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی

۳-۱- مقدمه

در بهینه‌سازی به‌دنبال یافتن بهترین مقدار قابل دست‌یابی از یک تابع هدف تعیین‌شده بر یک دامنه معین از مقادیر هستیم. در ساده‌ترین حالت، هدف حداقل یا حداکثرسازی یک تابع حقیقی با انتخابی نظام‌مند از یک مجموعه از مقادیر ممکن است. در هنگام بهینه‌سازی، شرایط اولیه با روش‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد و اطلاعات به‌دست آمده برای بهبود بخشیدن به یک فکر یا روش مورد استفاده قرار می‌گیرند. بهینه‌سازی ابزاری ریاضی است که برای یافتن پاسخ بسیاری از پرسش‌ها در خصوص چگونگی راه‌حل مسائل به‌کار می‌رود. همچنین می‌توان گفت بهینه‌سازی، تغییر دادن ورودی‌ها و خصوصیات یک دستگاه است به‌طوری که بهترین خروجی یا نتیجه حاصل شود. لفظ بهترین به‌طور ضمنی بیان می‌کند بیش از یک جواب برای مسئله مورد نظر وجود دارد که البته دارای ارزش یکسانی نیستند. تعریف بهترین جواب، به مسئله مورد بررسی، روش حل و همچنین میزان خطای مجاز، وابسته است. بنابراین نحوه فرمول‌بندی مسئله نیز بر چگونگی تعریف بهترین جواب تأثیر مستقیم دارد.

مسئله اصلی در بهینه‌سازی سبد سهام، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد. به‌بیان دیگر بهینه‌سازی سبد سهام عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب دارایی مالی، به‌نحوی که باعث شود، تا حد ممکن بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک آن حداقل شود. ایده اساسی نظریه مدرن پرتفوی این است که اگر در دارایی‌هایی که به‌طور کامل با هم همبستگی ندارند سرمایه‌گذاری شود، ریسک آن دارایی‌ها یکدیگر را خنثی کرده، بنابراین می‌توان یک بازده ثابت با ریسک کم‌تر به‌دست آورد. برای اولین بار در سال ۱۹۵۲ مارکویتز الگوی حل مسئله انتخاب مجموعه بهینه دارایی‌ها (مدل میانگین-واریانس) را ارائه داد. وی مسئله را به‌صورت برنامه‌ریزی خطی درجه دوم[1] با هدف کمینه‌سازی واریانس مجموعه دارایی‌ها با این شرط که بازده مورد انتظار با یک مقدار ثابت برابر باشد، مطرح کرد[۳].

در این فصل ابتدا مدل سبد سهام مورد نظر با اعمال چند قید کاربردی و عملی معرفی می‌شود. سپس به‌منظور بهینه‌سازی و حل مسئله و انتخاب بهینه دارایی‌ها، به بررسی یک الگوریتم کاربردی و نسخه‌های بهبودیافته از آن پرداخته شده است.

---

1 Quadratic Linear Programming

۳-۲- مدل سبد سهام مقید

در فصل دوم فرض شده است که R_i سود تصادفی سهم S_i است و $R' = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ بردار ترانهاده سود روی سهام $S_1, S_2, \dots, S_n$ باشد و بردار ستونی x_i مقدار سرمایه‌گذاری شده در سهم S_i را نشان دهد$x \epsilon R^n$. مدل میانگین واریانس مارکویتز به‌صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \qquad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \\
&\text{subject to} \quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} R_i x_i = R^* \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad , x_i \geq 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{۳-۱}
$$

در مدل مارکویتز، با افزایش دارایی‌ها، حجم محاسبات ماتریس کواریانس بیش از اندازه بزرگ می‌شود. معیار عمومی ریسک، واریانس و یا ریشه دوم آن انحراف معیار است. این معیار برای یک دارایی که دارای توزیع نرمال باشد و در بازاری کارا معامله شود، معیار قابل قبولی است در غیر این صورت واریانس معیار مناسبی برای ریسک نخواهد بود. همچنین هیچ‌گونه حد پایین و بالایی برای سهم هر دارایی وجود ندارد. در صورتی‌که در عمل ممکن است دلایل زیادی برای محدود کردن میزان یک دارایی در مجموعه دارایی‌ها وجود داشته باشد. فرناندز و گومز[۱] مدل مارکویتز را با افزودن محدودیت‌های حد بالا و حد پایین برای متغیرها اصلاح کردند و مدل CCMV یا مدل میانگین-واریانس با مولفه‌های مقید[۲] را به‌وجود آوردند. شکل عمومی این مدل به‌صورت زیر است که ε_i و δ_i به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر iاُم (نسبت سهم i در سبد سرمایه‌گذاری) می‌باشد[۲۶]:

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \qquad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \\
&\text{subject to} \quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} R_i x_i = R^* \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ \varepsilon_i \leq x_i \leq \delta_i \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \end{cases}
\end{aligned} \tag{۳-۲}
$$

[1] Fernandez & Gomea
[2] Cardinality Constrained Mean-Variance

در صورتی‌که بخواهیم محدودیت مربوط به تعداد دارایی منتخب به مسئله فوق اضافه شود، مدل دیگری باید طراحی کرد. البته با توجه به این‌که در فصل دوم معیارهای کاربردی و متعددی برای اندازه‌گیری ریسک مطرح و بررسی شد و نشان دادیم که CVaR به‌عنوان یک معیار ریسک، ویژگی‌های بهتری را نسبت به VaR از خود نشان داده است، در نتیجه در مدل سبد سهام مورد بررسی نیز، معیار ریسک $\mathcal{R}(x)$، CVaR می‌باشد. بنابراین مدل مربوطه به‌صورت معادله (۳-۳) است که با نام مدل انتخاب سبد سهام با مولفه‌های مقید (CCPS)[1] معرفی می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&minimize \quad \lambda[\mathcal{R}(x)] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{n} z_i R_i x_i\right] \\
&subject\ to \quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} z_i = K \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ \varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \\ z_i = [0,1] \quad i = 1, \dots, n \\ x_i \ge 0 \quad\quad i = 1, \dots, n \end{cases}
\end{aligned}
\tag{۳-۳}
$$

در مدل ریاضی فوق که مدل اصلی مورد بررسی در این تحقیق می‌باشد، λ پارامتری است که مقدار آن در فاصله $[0,1]$ تغییر می‌کند. به‌طوری‌که با قرار دادن $\lambda = 0$ کل مقدار ضریب وزنی به بازده اختصاص داده می‌شود و با درنظر گرفتن $\lambda = 1$ کل مقدار ضریب وزنی به ریسک داده شده و بدون توجه به بازده، سبد سهام دارای کم‌ترین ریسک انتخاب می‌شود. در فاصله بین صفر و یک، سبدهایی با درنظر گرفتن هر دو عامل ریسک و بازده بهینه می‌شوند. به‌عبارت دیگر با افزوده شدن مقدار ضریب λ ، هدف کاهش ریسک، اهمیت بیش‌تری یافته و در عین حال چون مقدار $\lambda - 1$ کاهش می‌یابد، بیشینه کردن بازده اهمیت کم‌تری می‌یابد[۲۷]. پارامتر z_i متغیر تصمیم در مورد سرمایه‌گذاری در هر سهم است. اگر z_i برابر یک باشد، یعنی سهم i در سبد قرار خواهد گرفت. مجموع تعداد سهامی که در سبد خواهند بود، بنا به قید سوم مسئله برابر K تا خواهد بود و ε_i و δ_i به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر iاُم هستند[۲۸].

برای حل دقیق مجموعه معادلات مدل CCPS، الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارند. بنابراین در این پژوهش با هدف تشکیل پرتفوی بهینه، تکنیک‌های الگوریتم‌های فرا ابتکاری معرفی شده و سپس از آن برای به‌دست آوردن انتخاب بهینه دارایی‌ها استفاده می‌شود.

[1] Cardinality Constrained Portfolio Selection

۳-۳- الگوریتم‌های فرا ابتکاری

الگوریتم‌های فرا ابتکاری در بسیاری از دسته‌بندی‌ها تحت عنوان روش‌های بهینه‌سازی هوشمند و محاسبات تکاملی شناخته می‌شوند. مزیت این روش‌ها بر این است که بدون نیاز به مشتق تابع هزینه، به یافتن نقطه بهینه آن می‌پردازند. همچنین در مقایسه با روش‌های مبتنی بر گرادیان، کم‌تر دچار مشکل افتادن در دام کمینه محلی می‌شوند. در مقابل اگر هدف رسیدن به یک جواب بهینه محلی باشد، این روش‌ها بسته به کاربرد ممکن است سرعت کم‌تری در مقایسه با روش‌های مبتنی بر گرادیان داشته باشند. هدف اصلی روش‌های هوشمند به‌کارگرفته شده در هوش مصنوعی یافتن پاسخ بهینه مسائل مهندسی است. در سال‌های اخیر یکی از مهم‌ترین و امیدبخش‌ترین تحقیقات انجام شده، روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت بوده است. این روش‌ها شباهت‌هایی با سیستم‌های اجتماعی و یا طبیعی دارند. از جمله می‌توان به الگوریتم ژنتیک و روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات اشاره نمود.

در سال‌های گذشته، PSO به‌طور موفقیت‌آمیزی در بسیاری از حوزه‌های تحقیقاتی و کاربردی استفاده شده است و نشان داده شده است که در بسیاری از موارد نتایج بهتر، سریع‌تر و ارزان‌تری در مقایسه با سایر روش‌ها ارائه می‌دهد. این سیستم با انبوهی از جواب‌های تصادفی، مقداردهی اولیه شده و برای بهبود و به‌روزرسانی، نسل‌ها[1] را جست‌وجو می‌کند. این الگوریتم برخلاف GA، عمل‌گرهای تکاملی مانند برش و جهش ندارد. دلیل دیگری که روش PSO را جذاب و متمایز می‌کند این است که نیاز به پارامترهای کمی برای تنظیم دارد. یک نسخه با متغیرهای ناچیز، به‌خوبی می‌تواند در حوزه وسیعی از کاربردها به‌کار گرفته شود. تعداد پژوهش‌ها و مطالعاتی که در زمینه‌ی بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی ازدحام جمعیت انجام شده است، به نسبت سایر روش‌های ترکیبی بسیار کم‌تر است و در چندین پژوهش برتری الگوریتم PSO نسبت بهGA در حل مسئله سبد سهام نشان داده شده است[۲۹].

۴-۳- الگوریتم ازدحام ذرات

برای برخی از حیوانات از جمله دسته‌های ماهی و پرندگان که به صورت گروهی زندگی می‌کنند، رفتارهای پیچیده‌ای به هنگام حرکت قابل مشاهده است. این در حالی است که هر کدام از اعضای جمع به اطلاعات محدودی دسترسی دارند و فقط از موقعیت عده‌ای اندک از همسایگان خود خبر دارند. به‌عنوان مثال یک دسته از ماهی‌ها می‌توانند خطر یک شکارچی را دفع کنند. در ابتدا گروه به دو قسمت تقسیم می‌شود و سپس از نو ساخته می‌شود. اما در هر حالتی، نزدیکی و فشردگی کل جمع از طرف

[1] Generation

همه‌ی ماهی‌ها کنترل می‌شود. در چنین مجموعه‌ای هر کدام از حیوانات فقط از چند قانون ساده تبعیت می‌کنند و رفتارهای پیچیده‌ای که در کل جمع قابل مشاهده هستند، چیزی جز ترکیب این قوانین ساده نیست. هر کدام از ماهی‌ها در یک دسته، از موقعیت، جهت حرکت و سرعت ماهی‌های نزدیک به خود خبر دارد و با استفاده از این اطلاعات و پیروی از چند قانون ساده، خود را با جمع تطبیق می‌دهد.

جیمز کندی، روانشناس اجتماعی و راسل سی ابرهات، مهندس برق، صاحبان اصلی ایده‌ی الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات می‌باشند. در الگوریتم بهینه‌سازی ذرات، تعدادی از موجودات وجود دارند که به آن‌ها ذره[1] گفته می‌شود و در فضای جست‌وجوی تابعی که هدف کمینه کردن و یا بهینه کردن مقدار آن است، پخش شده‌اند. هر ذره، مقدار تابع هدف را در موقعیتی از فضا که در آن قرار گرفته است، محاسبه می‌کند. سپس با استفاده از ترکیب اطلاعات محل فعلی‌اش و بهترین محلی که در گذشته در آن بوده و همچنین اطلاعات یک یا چند ذره از بهترین ذرات موجود در جمع، جهتی را برای حرکت انتخاب می‌کند. همه‌ی ذرات به همین صورت جهتی را برای حرکت خود انتخاب می‌کنند و پس از انجام حرکت، یک مرحله از الگوریتم به پایان می‌رسد. در واقع انبوه ذرات که مقدار کمینه‌ی یک تابع را جست‌وجو می‌کنند، همانند دسته‌ای از پرندگان عمل می‌کنند که به‌دنبال غذا می‌گردند. درنتیجه حرکت این ذرات به‌سمت هدف توسط دو پارامتر سرعت و موقعیت اداره می‌شود. در ابتدا سرعت هر ذره با اضافه شدن مقدار اختلاف بین موقعیت فعلی ذرات و بهترین موقعیت قبلی خود و همچنین با اضافه کردن تفاوت بین موقعیت ذرات و بهترین موقعیت سراسری، به‌روز می‌شود و سپس در مرحله بعد، موقعیت ذرات با اضافه شدن این سرعت جدید به موقعیت فعلی به‌روز می‌شود. این مراحل چندین بار تکرار می‌شود تا آن‌که جواب موردنظر به‌دست آید. بنابراین می‌توان گفت پارامترهای پایه در بهینه‌سازی انبوه ذرات عبارتند از:

- اندازه اجتماع

هرچه تعداد ذرات در اجتماع بیش‌تر باشد، پراکندگی اولیه ذرات در اجتماع بیش‌تر است. اجتماع بزرگ‌تر اجازه می‌دهد تا فضای جست‌وجوی بیش‌تری در هر تکرار پوشیده شود. همچنین زیاد بودن ذرات باعث بالا رفتن پیچیدگی محاسباتی در هر تکرار می‌شود ولی با این حال، بالا رفتن ذرات باعث کم‌تر شدن تکرارها تا رسیدن به راه‌حل خوب نسبت به اجتماعات کم است.

- اندازه همسایگی

اندازه همسایگی معرف بزرگی تبادلات اجتماعی درون همسایگی است. همسایه‌های کوچک‌تر، تبادلات کم‌تری دارند و مستعد افتادن در دام بهینه محلی هستند ولی باعث همگرایی به

[1] Particle

راه‌حل‌های بهینه قابل اطمینان‌تر نیز هستند. در نتیجه شعاع همسایگی کوچک‌تر یا به‌طور معادل تعداد همسایگی بیش‌تر، موجب می‌شود که اولاً ناحیه بیش‌تری از فضا جست‌وجو شود، دیگر این‌که با جلوگیری از تحت تأثیر بودن تمامی ذرات از یک ذره، احتمال سکون در یک می‌نیمم محلی به مراتب کم‌تر می‌شود. البته تعداد همسایگی بالاتر موجب همگرایی کندتر می‌شود.

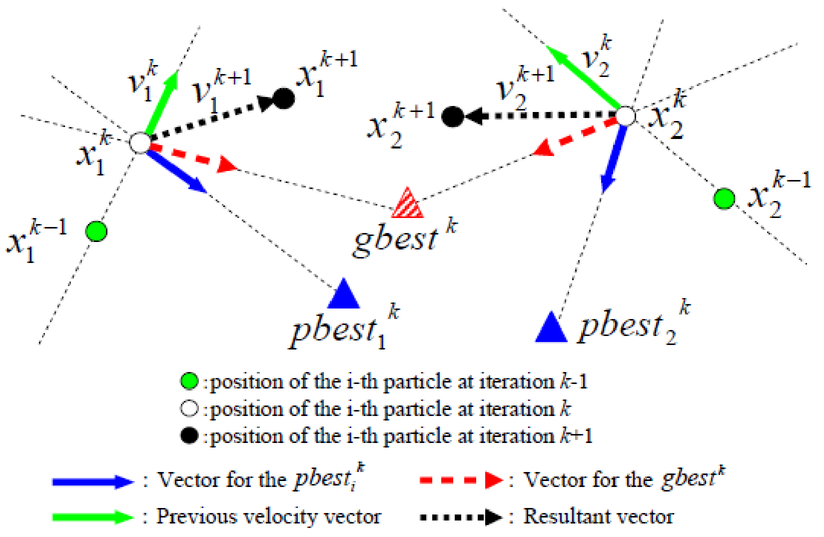
- تعداد تکرار

تعداد تکرار برای رسیدن به یک راه‌حل خوب وابسته به خود مسئله است. تعداد کم تکرار ممکن است الگوریتم را پیش از رسیدن به یک راه‌حل بهینه پایان دهد و تعداد تکرار زیاد نیز باعث اضافه کردن پیچیدگی محاسباتی می‌شود که غیرلازم است.

- ضرایب افزایش سرعت

ضرایب افزایش c_1 و c_2 همراه با بردارهای تصادفی r_1 و r_2، تأثیر تصادفی مؤلفه‌های اجتماعی و ادراکی بر سرعت یک ذره را کنترل می‌کند. این ضرایب را می‌توان پارامترهای اعتماد نامید زیرا c_1 نشان‌دهنده اعتماد یک ذره به خود و c_2 نشان‌دهنده اعتماد یک ذره به همسایگان خود است.

در شکل زیر نمایشی از جست‌وجوی ذرات نشان داده شده است.



شکل ۳-۱: نحوه جابه‌جایی ذرات در الگوریتم PSO [۳۰]

هر ذره در الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات از سه بردار d بُعدی تشکیل شده است که d بُعد فضای جست‌وجو می‌باشد. برای ذره i اُم این سه بردار عبارتند از: x^i موقعیت فعلی ذره، v^i سرعت حرکت ذره و $x^{i.best}$ بهترین موقعیتی که ذره تا به‌حال تجربه کرده است. x^i مجموعه‌ای از مختصات است که موقعیت فعلی ذره را نمایش می‌دهد. در هر مرحله‌ای که الگوریتم تکرار می‌شود، x^i به‌عنوان یک جواب برای

مسئله محاسبه می‌گردد. اگر این موقعیت بهتر از جواب‌های پیشین باشد در $x^{i.best}$ ذخیره می‌شود. f^i مقدار تابع هدف در x^i و $f^{i.best}$ مقدار تابع هدف در $x^{i.best}$ است که هر دو عضو از عناصر تشکیل‌دهنده‌ی هر ذره به‌حساب می‌آیند. ذخیره کردن مقدار $f^{i.best}$ برای انجام مقایسه‌های بعدی ضروری است. اما ذخیره کردن مقدار f^i ضروری نمی‌باشد. در هر تکرار x^i و v^i جدیدی به‌دست می‌آیند و منظور از اجرای الگوریتم، بهتر کردن $x^{i.best}$، برای رسیدن به بهترین پاسخ است.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چیزی فراتر از یک مجموعه ذرات است. هیچ کدام از ذرات قدرت حل هیچ مسئله‌ای را ندارند، بلکه هنگامی می‌توان به حل مسئله امیدوار بود که آن‌ها با همدیگر ارتباط و تعامل داشته باشند. در واقع برای انبوه ذرات، حل مسئله یک مفهوم اجتماعی است که از رفتار تک‌تک ذرات و تعامل میان آن‌ها به‌وجود می‌آید. بهترین موقعیتی که به‌وسیله همه‌ی ذرات پیدا شده است به‌صورت $x^{g.best}$ نشان داده می‌شود که با مقایسه مقادیر $f^{i.best}$ به‌ازای همه‌ی ذرات و از میان $x^{i.best}$ها انتخاب می‌شود. مقدار تابع هدف در $x^{g.best}$ به‌صورت $f^{g.best}$ نشان داده می‌شود. اگر تعداد ذرات موجود در جمعیت n باشد آن‌گاه می‌توان روابط زیر را نوشت:

$$x^{i.best}[t] = \underset{\tau\le t}{argmin}\, f\left(x^i[\tau]\right) = argmin\{f\left(x^i[t]\right), f\left(x^{i.best}[t-1]\right)\}$$
$$f^{i.best}[t] = f\left(x^{i.best}[t]\right) = \underset{\tau\le t}{min}\, f^i[\tau] = min\{f^i[t], f^{i.best}[t-1]\}$$
$$x^{g.best}[t] = \underset{i=1,\dots,n}{argmin}\, f\left(x^{i.best}[t]\right)$$
$$f^{g.best}[t] = f(x^{g.best}[t]) = \underset{i=1,\dots,n}{argmin}\, f^{i.best}[t] \qquad (۴-۳)$$

در مرحله‌ی ابتدایی الگوریتم، ذرات با موقعیت‌ها و سرعت‌های تصادفی ایجاد می‌شوند. در طی اجرای الگوریتم، موقعیت و سرعت هر ذره در مرحله‌ی $t+1$ اُم از الگوریتم، از روی اطلاعات مرحله‌ی قبلی ساخته می‌شوند. اگر z_j مولفه‌ی j اُم از بردار z باشد، آن‌گاه روابطی که سرعت و موقعیت ذرات را تغییر می‌دهند عبارتند از:

$$v_j^i[t+1] = wv_j^i[t] + c_1r_1\left(x_j^{i.best}[t] - x_j^i[t]\right) + c_2r_2\left(x_j^{g.best}[t] - x_j^i[t]\right)$$
$$x_j^i[t+1] = x_j^i[t] + v_j^i[t+1] \qquad (۵-۳)$$

در این روابط w ضریب اینرسی، r_1 و r_2 اعداد تصادفی در بازه‌ی [0,1] با توزیع یکنواخت و همچنین c_1 و c_2 ضرایب یادگیری هستند. r_1 و r_2 باعث می‌شوند که نوعی گوناگونی در جواب‌ها به‌وجود آید و به این نحو جست‌وجوی کاملی روی فضا انجام پذیرد. c_1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره است و در مقابل c_2 ضریب یادگیری مربوط به تجارب کل جمع می‌باشد. از معادله فوق می‌توان به این

نتیجه رسید که هر ذره به هنگام حرکت، (الف) جهت حرکت قبلی خود، (ب) بهترین موقعیتی را که در آن قرار داشته است و (پ) بهترین موقعیتی را که به‌وسیله کل جمع تجربه شده است، درنظر می‌گیرد.

به منظور محدود کردن میزان حرکت هر ذره، مقدار مؤلفه‌های سرعت ذرات در بازه‌ی $[v_{min}, v_{max}]$ درنظر گرفته می‌شود و مقادیر بزرگ‌تر و یا کوچک‌تر نیز به این بازه تصویر می‌شوند. البته فرض بر این است که عرض فضای جست‌وجو در تمام ابعاد ثابت و برابر s باشد. در این صورت به‌طور معمول $v_{max} = ps$ درنظر گرفته می‌شود که $p \in [0.1,1]$ است. در شکل زیر مراحل الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات آمده است[۳۰].

- n ذره بساز.
- برای تمام ذرات، سرعت و موقعیتی تصادفی ایجاد کن.
- تا زمانی که شرایط خاتمه محقق نشده‌اند:
  - یک واحد به t اضافه کن.
  - مقدار تابع هدف را به ازای هر ذره محاسبه کن.
  - به ازای i از یک تا n :
    - $x^{i.best}[t]$ را محاسبه کن.
  - مقدار بعدی i .
  - $x^{g.best}[t]$ را محاسبه کن.
  - به ازای i از یک تا n :
    - به ازای j از یک تا d :

$$v_j^i[t+1] = wv_j^i[t] + c_1r_1\left(x_j^{i.best}[t] - x_j^i[t]\right) + c_2r_2\left(x_j^{g.best}[t] - x_j^i[t]\right)$$
$$x_j^i[t+1] = x_j^i[t] + v_j^i[t+1]$$

    - مقدار بعدی j.
  - مقدار بعدی i.

شکل ۳-۲: مراحل الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات

کلرک[1] و کندی در تحقیقات‌شان به این نتیجه رسیدند که راه‌های زیادی برای تعیین مقادیر ضرایب یادگیری وجود دارد. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای ضرایب یادگیری به این ترتیب است[۳۱]:

[1] Clerc

$$w = x \;\;,\;\; c_1 = x\emptyset_1 \;\;,\;\; c_2 = x\emptyset_2 \tag{۶-۳}$$

که در آن $\emptyset_1$ و $\emptyset_2$ اعداد مثبتی هستند و به نحوی انتخاب می‌شوند که $\emptyset = \emptyset_1 + \emptyset_2 \geq 4$ باشد. x نیز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$x = \frac{2}{\emptyset - 2 + \sqrt{\emptyset^2 - 4\emptyset}} \tag{۷-۳}$$

کلرک مقادیر $\emptyset_1 = \emptyset_2 = 2.05$ را پیشنهاد می کند. به این ترتیب مقادیر پارامترهای الگوریتم عبارتند از:

$$w \cong 0.7298 \quad , \quad c_1 = c_2 \cong 1.4962$$

با استفاده از روابط فوق، ذرات بدون نیاز به کمیت محدود کننده v_{max} همگرا می‌شوند. با این همه تحقیق‌ها و آزمایش‌های ابرهات و شی[1] به این نتیجه رسیده است که نتایج بهتر با درنظر گرفتن $p = 1$ در رابطه $v_{max} = ps$ به‌دست می‌آید[۳۲]. یعنی حد بیشینه v_{max}، برابر با عرض فضای جست‌وجو درنظر گرفته می‌شود و این همان الگوریتم معیاری است که امروزه به‌نام PSO شناخته می‌شود.

الگوریتم PSO را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از بردارها تصور کرد که در فضای متشکل از تجارب خصوصی هر ذره و برخی از ذرات دیگر نوسان می‌کند. در حالت کلی، هر ذره با عده‌ای دیگر از ذرات دارای ارتباط است که به‌طور معمول این ارتباط دوطرفه می‌باشد و به‌نام رابطه همسایگی یا مجاورت شناخته می‌شوند. مجموعه ذراتی که با یک ذره دارای ارتباط همسایگی هستند، به‌نام مجموعه همسایگی شناخته می‌شوند. برای ذره i اُم ، بهترین موقعیتی که به‌وسیله همسایگانش تجربه شده است، به‌صورت $x^{i.nbest}$ نمایش داده می‌شود. $x^{i.nbest}$ یکی دیگر از مواردی است که در تصمیم‌گیری هر ذره تأثیر دارد. البته باید توجه کرد که مجموعه همسایه‌های یک ذره، شامل خود آن ذره نیز می‌شود. یعنی یک ذره، همسایگی خودش نیز می‌باشد. کندی و ابرهارت، دو الگوی مختلف برای PSO پیشنهاد دادند. الگوی بهینه محلی[2] و الگوی بهینه سراسری[3]. الگوی بهینه سراسری چیزی است که تاکنون در این نوشتار به بررسی آن پرداخته شده است. اگر در روابط بالا به‌جای $x^{g.best}$ از $x^{i.nbest}$ استفاده شود، به الگوی بهینه محلی می‌رسیم. در الگوی بهینه سراسری، یک ذره در جمع وجود دارد که به‌عنوان جاذب است و سایر ذرات را به‌سمت خود جذب می‌کند و به احتمال همه‌ی ذرات در محل بهترین ذره، همگرا می‌شوند. اما در الگوی بهینه‌ی محلی، چندین جاذب وجود دارند و هر ذره فقط به سمت بهترین همسایه خود جذب می‌شود. اگر دامنه‌ی تعریف همسایگی به همه‌ی جمع توسعه یابد، آنگاه الگوی بهینه محلی با الگوی

---
[1] Shi
[2] Local Best Model
[3] Global Best Model

بهینه سراسری معادل خواهد بود. برای مسائل ساده که جوای یکتایی دارند، الگوی بهینه سراسری همیشه توصیه می‌شود. همچنین برای توابع پیچیده، الگوی بهینه محلی با تعریف همسایگی متغیر مناسب می‌باشد.

۳-۵- الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات

در الگوریتم حرکت دسته‌جمعی ذرات استاندارد، برای محاسبه سرعت ذره در گام بعد، کل سرعت فعلی ذره محاسبه می‌شود. رابطه به‌روز شده سرعت ذرات شامل سه بخش می‌باشد. جمله اول نمایان‌گر سرعت فعلی ذره، جمله دوم تجربه شخصی ذرات و جمله سوم اثر متقابل گروهی بین ذرات را نشان می‌دهد. الگوریتم بدون قسمت دوم و سوم یک جست‌وجوی سراسری کورکورانه خواهد داشت و بدون قسمت اول به جست‌وجوی محلی در نزدیکی بهترین ذره تبدیل خواهد شد که در رسیدن به قسمت‌های زیادی از فضای جست‌وجوی ناتوان خواهد بود. الگوریتم حرکت دسته‌جمعی ذرات با ترکیب این سه قسمت سعی می‌کند که به‌نوعی تعادل را بین جست‌وجوی محلی و سراسری ایجاد نماید[۳۳].

استفاده از PSO در برخی از مسائل نشان می‌دهد که این الگوریتم دچار همگرایی زودرس می‌شود. برای درک رفتار همگرایی PSO درنظر بگیرید در صورتی‌که $position[t] = pbest[t]$ در این صورت عبارت دوم معادله صفر می‌شود و ذره به‌سمت $gbest$ کشیده می‌شود و زمانی‌که ذره به $gbest$ برسد، عبارت سوم معادله سرعت نیز صفر می‌شود. بنابراین تنها عبارت اول یعنی ترم اینرسی معادله سرعت را کنترل خواهد کرد و باتوجه به این‌که $w < 1$ سرعت در هر تکرار کاهش یافته و به مقداری نزدیک به صفر می‌رسد تا سرانجام حرکت ذره متوقف خواهد شد. اگر $position[t] = pbest[t] = gbest[t]$ رخ دهد، ذرات دچار فروپاشی شده و سرعت به صفر می‌رسد و جمعیت همگرا خواهد شد و در صورتی‌که $gbest$ یک بهینه فرامحلی نباشد، متأسفانه این همگرایی زودتر از موعد خواهد بود و به‌عبارتی جمعیت دچار همگرایی زودرس شده است. این بزرگ‌ترین مشکل PSO استاندارد است که سبب می‌شود در حل مسائل چندقله‌ای به‌خصوص مسائلی با فضای حالت بزرگ ناتوان باشد. به منظور رفع مشکل همگرایی زودرس این الگوریتم را با تغییراتی بهبود می‌دهیم[۳۴].

w ضریب اینرسی ذره نام دارد که نقش بسیار مهمی در عملکرد اجرای الگوریتم دارد. این ضریب یک نوع تعادل بین جست‌وجوی محلی و سراسری ایجاد می‌نماید. مقدار کم w منجر به همگرایی سریع در یک مکان بهینه محلی می‌شود در حالی‌که مقادیر خیلی زیاد ممکن است از همگرایی جلوگیری کند. معمولاً در اجرای الگوریتم PSO، باید مقدار w را در طی یادگیری تنظیم نمود. یک راه کاهش خطی مقدار w از یک تا نزدیکی صفر است. به‌طوری‌که ضریب اینرسی توسط معادله زیر تنظیم می‌شود[۳۵] و[۳۶]:

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} \times iter \tag{۸-۳}$$

در این رابطه $iter$ شماره تکرار کنونی، $iter_{max}$ ماکزیمم شماره تکرار، w_{min} و w_{max} به‌ترتیب مقدار می‌نیمم و مقدار ماکزیمم ضریب اینرسی می‌باشند.

راه بهتر که به نتایج بهتری منجر شده است مدلاسیون ضریب اینرسی w بر طبق فاصله بین ذرات یک نسل و بهترین موقعیتی که به‌وسیله کل جمع تجربه شده است، می‌باشد. مقدار w برای هر ذره به‌صورت زیر است:

$$w = w_o(1 - \frac{dist_i}{max\_dist}) \tag{۹-۳}$$

در رابطه بالا w_o یک عدد تصادفی بین بازه $[0.5,1]$ و $dist_i$ فاصله اقلیدسی بین ذره i اُم و بهترین موقعیتی که به‌وسیله کل جمع تجربه شده است، می‌باشد.

$$dist_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{d} (gbest_j - x_j^i)^2} \tag{۱۰-۳}$$

d بُعد فضای مسئله و max_dist بیش‌ترین فاصله یک ذره از بهترین موقعیت کل جمع، در هر نسل می‌باشد.

$$max\_dist = \underset{i}{argmax}(dist_i) \tag{۱۱-۳}$$

این مدلاسیون ضریب اینرسی باعث می‌شود ذراتی که دور از بهترین موقعیت سراسری نقل مکان کرده‌اند، به‌سمت بهترین موقعیت کل جمع جذب شوند و به نقطه بهینه همگرا شوند. برای رسیدن به این نقطه بهینه صحیح و جلوگیری از همگرایی زودرس، باید از داشتن تحرک ذرات در مرحله‌های بعدی مطمئن شویم. برای رسیدن به این هدف، معادله به‌روزرسانی موقعیت‌ها به‌صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$x_j^i[t+1] = (1-\rho).x_j^i[t] + v_j^i[t+1] \tag{۱۲-۳}$$

در رابطه بالا ρ یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[-0.25\,, 0.25]$ است. درنتیجه با اضافه شدن این قسمت، ذرات دارای تحرک بیش‌تر، حتی زمانی‌که سرعت آن‌ها بسیار کم است، می‌شوند. الگوریتم به‌دست آمده با اعمال تغییرات فوق، الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات (MPSO)[1] نامیده شده است[۳۷] و [۳۸].

---

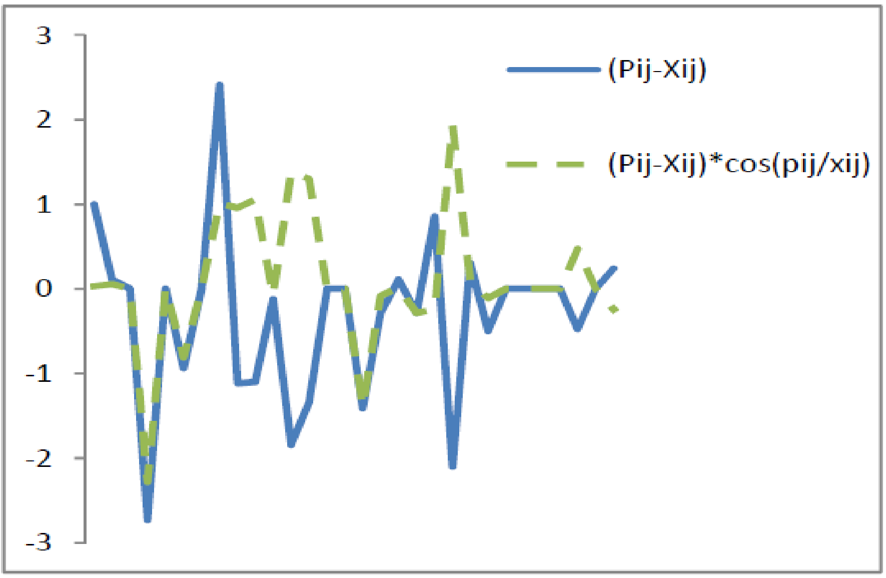
[1] Modified Particle Swarm Optimization

۳-۶- الگوریتم ازدحام ذرات مثلثاتی

همان‌طور که می‌دانیم الگوریتم PSO یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر جمعیت است که در آن برخی از افراد به‌نام ذرات، به جست‌وجوی نقطه بهینه در فضای تصادفی می‌پردازند و حرکت این ذرات به‌سمت هدف توسط دو پارامتر سرعت و موقعیت اداره می‌شود. در ابتدا سرعت هر ذره با اضافه شدن مقدار اختلاف بین موقعیت فعلی ذرات و و بهترین موقعیت قبلی خود و همچنین با اضافه کردن تفاوت بین موقعیت ذرات و بهترین موقعیت جهانی، به‌روز می‌شود و سپس در مرحله بعد، موقعیت ذرات با اضافه شدن این سرعت جدید به موقعیت فعلی به‌روز می‌شود. با مطالعه رفتار الگوریتم PSO استاندارد و نسخه‌های بهبودیافته آن و همچنین بررسی رفتار تابع کسینوسی، می‌خواهیم معادله به‌روز شدن پارامتر سرعت را بهبود دهیم. در معادله سرعت، با اضافه کردن ترم $\cos(x_j^{i.best}[t]/x_j^i[t])$ قبل از $(x_j^{i.best}[t]-x_j^i[t])$ و همچنین ترم $\cos(x_j^{g.best}[t]/x_j^i[t])$ قبل از $(x_j^{g.best}[t]-x_j^i[t])$ معادله به‌صورت زیر تغییر می‌یابد[۳۹]:

$$v_j^i[t+1] = wv_j^i[t] + c_1r_1\cos\left(\frac{x_j^{i.best}[t]}{x_j^i[t]}\right).\left(x_j^{i.best}[t]-x_j^i[t]\right) + c_2r_2\cos\left(\frac{x_j^{g.best}[t]}{x_j^i[t]}\right).\left(x_j^{g.best}[t]-x_j^i[t]\right) \quad (۱۳-۳)$$

شکل ۳-۳ اثر تابع کسینوسی را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۳: اثر تابع کسینوسی بر سرعت [۳۹]

با توجه به شکل مشاهده می‌شود که تابع کسینوسی، اثر پرش‌های بزرگی را که به‌دلیل اختلاف بین $x_j^i[t]$ و $x_j^{i.best}[t]$ ایجاد شده است، کاهش می‌دهد. چون مقدار تابع کسینوس بین $[-1,1]$ متغیر است

و در نتیجه سرعت ذره کنترل می‌شود. این کنترل باعث می‌شود که فرآیند جست‌وجو نرم‌تر[1] شود و ذرات با دقت بیش‌تری در فضای جست‌وجو به بهترین موقعیت که توسط کل جمع تجربه شده است، دست یابند.

ترکیب الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات و الگوریتم فوق را با نام الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی (Tri MPSO)[2] معرفی می‌کنیم که به‌صورت زیر خلاصه می‌شود و از آن در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام استفاده می‌کنیم.

- n ذره بساز.
- برای تمام ذرات، سرعت و موقعیتی تصادفی ایجاد کن.
- تا زمانی که شرایط خاتمه محقق نشده‌اند:
  - یک واحد به t اضافه کن.
  - مقدار تابع هدف را به ازای هر ذره محاسبه کن.
  - به ازای i از یک تا n :
    - $x^{i.best}[t]$ را محاسبه کن.
  - مقدار بعدی i .
  - $x^{g.best}[t]$ را محاسبه کن.
  - به ازای i از یک تا n :
    - به ازای j از یک تا d :

$$w = w_o(1 - \frac{dist_i}{max\_dist})$$

$$v_j^i[t+1] = wv_j^i[t] + c_1 r_1 \cos\left(\frac{x_j^{i.best}[t]}{x_j^i[t]}\right).\left(x_j^{i.best}[t] - x_j^i[t]\right) + c_2 r_2 \cos\left(\frac{x_j^{g.best}[t]}{x_j^i[t]}\right).\left(x_j^{g.best}[t] - x_j^i[t]\right)$$

$$x_j^i[t+1] = (1-\rho).x_j^i[t] + v_j^i[t+1]$$

    - مقدار بعدی j.
  - مقدار بعدی i.

شکل ۳-۴: مراحل الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی

[1] Smother
[2] Triangular Modified Particle Swarm Optimization

۳-۷- نتیجه‌گیری

مسئله اصلی در بهینه‌سازی سبد سهام، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد. برای رسیدن به این هدف، ابتدا باید مدل سبد سهام را مشخص کرد و سپس به کمک روش‌های حل مسئله بهینه‌سازی به بهترین جواب ممکن دست یافت. مدل سبد سهام مورد نظر با اعمال چند قید کاربردی و عملی به‌صورت زیر است.

$$\begin{aligned} & minimize \quad \lambda[\mathcal{R}(x)] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{n} z_i R_i x_i\right] \\ & subject\ to \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} z_i = K \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ \varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \\ z_i = [0,1] \quad i = 1, \dots, n \\ x_i \ge 0 \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \qquad (۱۴\text{-}۳)$$

در مدل ریاضی فوق که مدل اصلی مورد بررسی در این تحقیق می‌باشد، معیار ریسک $\mathcal{R}(x)$، CVaR می‌باشد و λ پارامتری است که مقدار آن با قرار گرفتن در فاصله بین صفر و یک، سبدهایی با درنظر گرفتن هر دو عامل ریسک و بازده را بهینه می‌کند. پارامتر z_i متغیر تصمیم در مورد سرمایه‌گذاری در هر سهم است و محدودیتی مربوط به تعداد دارایی منتخب است که در سبد خواهند بود و بنا به قید سوم مسئله برابر K تا خواهد بود و ε_i و δ_i به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر i ام هستند. برای حل دقیق این مدل، الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارند. بنابراین با هدف تشکیل پرتفوی بهینه، تکنیک‌های الگوریتم‌های فراابتکاری را به‌کار می‌گیریم که در این پژوهش، با معرفی الگوریتم PSO و اعمال تغییراتی در این الگوریتم، از نسخه بهبودیافته آن استفاده می‌کنیم.

فصل ۴- مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت سهام

۴-۱- مقدمه

اصولاً پیش‌بینی عنصری کلیدی برای تصمیم‌گیری‌های مدیریتی است و هدف از آن، کاهش ریسک در یک تصمیم‌گیری است. ویژگی اصلی بازار سهام، عدم اطمینان است. پیش‌بینی بازار سهام می‌تواند ابزاری قدرتمند برای کاهش این عدم اطمینان باشد. عدم شناخت عوامل مؤثر بر تغییرات قیمت سهام، باعث روی آوردن به سمت پیش‌بینی تغییرات قیمت سهام است که با استفاده از الگوهای رفتاری خاصی امکان پذیر است. در واقع فرآیند مولد قیمت سهام را می‌توان به‌عنوان یک الگوی پویا بررسی کرد. این فرآیند ممکن است به صورت مدل‌های خطی[۱]، مدل‌های غیرخطی[۲] و یا مدل‌های تصادفی[۳] به‌دست آیند. پیش‌بینی‌ها معمولاً صحیح نبوده و با کمی خطا همراه هستند که این میزان با داشتن اطلاعات بیش‌تر در مورد سیستم کاهش می‌یابد. از طرفی با افزایش هزینه پیش‌بینی، می‌توان ریسک ناشی از عدم اطمینان را کاهش داد و در اکثر مواقع باید ارتباط بین این دو را تنظیم نمود. چون پیش‌بینی همیشه با مقداری خطا همراه است در نتیجه فرآیند تصمیم‌گیری مستلزم مقداری عدم اطمینان ناشی از پیش‌بینی خواهد بود. رابطه بین تصمیم‌گیری و پیش‌بینی را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد.

خطای معقولی برای پیش‌بینی + تصمیم‌گیری بر اساس صحت پیش‌بینی = تصمیم صحیح

امروزه یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد علاقه اقتصاددانان و تحلیل‌گران مالی، تبیین چگونگی روند نوسان قیمت‌هاست که راه‌های متفاوت و دیدگاه‌های گوناگونی را در این‌باره پدید آورده است. در این میان با توجه به در دسترس نبودن اطلاعات دقیق درباره عوامل مؤثر بر نوسان‌های بازار، پیش‌بینی این تغییرات به‌سادگی میسر نیست و بر این اساس، فرضیه بازار کارآمد (EMH)[۴] مطرح شد، بدین معنا که نوسان‌های قیمت سهام با استفاده از اطلاعات در دسترس و عمومی غیرقابل پیش‌بینی است. در واقع این فرضیه مبتنی بر گام‌های تصادفی[۵] است، بیان مخالف فرضیه فوق به معنای پیش‌بینی‌پذیری[۶] قیمت‌هاست. از اواسط دهه‌ی ۷۰ و به‌ویژه از سال ۱۹۸۰، کوشش‌های جدید و گسترده‌ای در زمینه پیش‌بینی‌پذیری قیمت‌های سهام با استفاده از روش‌های ریاضی جدید، سری‌های زمانی طولانی و

---

[1] Linear Model
[2] Nonlinear Model
[3] Stochastic Model
[4] Efficient Market Hypothesis
[5] Random Walk
[6] Forecastability

ابزارهای پیشرفته‌تر آغاز شد. آزمون‌های بسیاری بر روی اطلاعات قیمت و شاخص سهام در کشورهایی مانند انگلستان، آمریکا، کانادا، آلمان و ژاپن صورت گرفت تا وجود ساختاری معین در اطلاعات قیمت سهام نشان داده شود. از سال ۱۹۹۷ در ایران و در بازار بورس تهران، نیز مطالعاتی در این زمینه آغاز شد، با استفاده از نظریه آشوب که به‌عنوان ابزاری قدرتمند برای تحلیل و پردازش اطلاعات قیمت سهام است، فرآیند سری زمانی مربوطه را از یک فرآیند تصادفی و اتفاقی متمایز می‌کند و بر پایه تحلیل (R/S) یا تغییر مبنای حوزه تغییرات سری زمانی قیمت، ماهیت غیرتصادفی قیمت سهام نشان داده شده است[۷]. مدل‌های ریاضی ممکن است پیوسته یا گسسته با زمان، معین و تصادفی، خطی و غیرخطی باشند. مدل‌های ریاضی در تمام شاخه‌های علوم مانند اقتصاد، زیست‌شناسی، پزشکی و مهندسی کاربرد دارد. همچنین از این مدل‌ها می‌توان به‌عنوان ابزاری برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی استفاده کرد. بنابراین جهت پیش‌بینی قیمت سهام در بازار، از روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی برای سری زمانی قیمت دارایی‌ها استفاده می‌کنیم[۸].

در این فصل به بررسی مدل‌های گرافیکی پویا[۱] برای پیش‌بینی چندمتغیره سری‌های زمانی مالی می‌پردازیم. این کار براساس پیش‌بینی یک گام رو به جلو[۲] روی متغیرهای سری زمانی بازده دارایی‌ها انجام می‌شود. ابتدا مدل خود رگرسیونی[۳] را بررسی می‌کنیم و سپس با مدل کردن فرم فضای حالت سری زمانی دارایی‌ها به پیش‌بینی برای یک مرحله بعد می‌پردازیم. این روش که به‌صورت بازگشتی[۴] عمل می‌کند، با دادن یک مقدار اولیه برای متغیر حالت و میانگین مربعات خطای[۵] متناظر با آن آغاز می‌شود و با استفاده از معادلات فیلتر کالمن[۶]، در هر گام مقدار متغیر حالت را محاسبه و از این مقدار در تخمین مقادیر بعدی استفاده می‌کند. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که متغیر حالت در تمامی دوره‌ها محاسبه شده و مقدار خطا به حداقل می‌رسد. در نتیجه قیمت دارایی در گام بعدی، با استفاده از مدل به‌دست‌آمده از فضای حالت تخمین زده می‌شوند که پارامترهای آن با توجه به روش حداکثر درست‌نمایی (EM)[۷] و مقادیر متغیر حالت آن به کمک روش فیلتر کالمن به‌دست‌آمده است.

---

[1] Dynamic graphical models
[2] One-step ahead
[3] Autoregressive Model
[4] Recursive
[5] Mean Square Error
[6] Kalman Filter
[7] Expectation Maximization

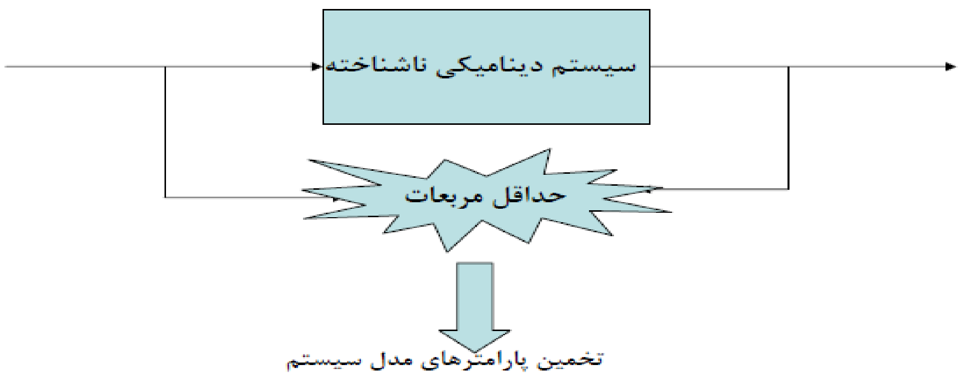
۴-۲- مدل خود رگرسیون برداری

یکی از ابزارهای مهم در تحلیل سری‌های زمانی، تحلیل رگرسیون می‌باشد. چنانچه در تحلیل رگرسیون در رابطه با سری‌های زمانی، متغیرهای وابسته با تأخیر در سمت راست مدل رگرسیون خطی ظاهر شوند، در این صورت مدل مورد تحلیل، مدل خود رگرسیونی نام دارد. این‌گونه مدل‌ها از نوع مدل‌های دینامیک یا پویا می‌باشند. زیرا به‌وسیله آن‌ها می‌توان ارتباط بین متغیر وابسته با مقادیر گذشته را در طی زمان نشان داد. یکی از انواع مدل‌های خود رگرسیونی، مدل خود رگرسیون برداری (VAR)[۱] می‌باشد. این مدل نخستین بار توسط کریستوفر سیمز[۲] در سال ۱۹۸۰ میلادی در مقاله‌ای تحت عنوان "اقتصاد کلان و واقعیت" برای پیش‌بینی داده‌های سری زمانی کلان اقتصادی مطرح گردید[۴۰].

مدل خود رگرسیون برداری، روشی ساده اما مؤثر برای پیش‌بینی مقادیر آتی سری‌های زمانی و همچنین برای مدل‌سازی سری‌های چندمتغیره شبکه‌های بیزین پویاست[۴۱]. مدلی با سری زمانی با بُعد n و اطلاعات $D_{T-1} = y_t\big|_{t=1}^{T-1}$ موجود است. در نتیجه شبکه بیزین $T-1$ لایه دارد که هر لایه t شامل n گره مربوط به بازده دارایی nاُم در زمان t است. درنتیجه مدل VAR مرتبه p به‌صورت زیر است:

$$AR(p) \quad y_t = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_i \qquad (۱-۴)$$

که ω و α_i پارامترهای مدل می‌باشد. در این مدل، رگرسیون y_t بر روی مقادیر گذشته خودش می‌باشد. ضرایب α_i نشان‌گر ضرایب خود رگرسیونی در این مدل‌ها است. اگر رگرسیون بر روی داده‌های یک دوره قبل باشد، به آن AR مرتبه اول گویند و اگر بر روی داده‌های p دوره قبل باشد، به آن AR مرتبه p گویند. این مدل را می‌توان به صورت فرم استاندارد مدل رگرسیون خطی نوشت و پارامترها را از طریق روش حداقل مربعات (LS)[۳] تخمین زد که شمای کلی آن به‌صورت زیر است:



شکل ۴-۱: شناسایی سیستم به روش حداقل مربعات

---
[1] Vector Autoregressive
[2] Sims
[3] Least Squares

در این مدل بردار θ شامل پارامترهای ضرایب هستند که مجهول است و معلومات مسئله شامل متغیرهای ϕ'_t و خروجی‌های واقعی سیستم می‌باشند.

$$\hat{y}_t = \phi'_t \theta$$
$$e_t = y_t - \hat{y}_t \qquad (۲-۴)$$
$$\hat{\theta} = (\phi'\phi)^{-1}\phi' y$$

همچنین می‌توان تخمین پارامترهای مدل از طریق روش حداقل مربعات را به‌صورت بازگشتی نوشت، به‌گونه‌ای که در زمان t بتوان از نتایج $t-1$ برای به‌دست آوردن تخمین استفاده کرد. به این روش اصطلاحاً روش RLS[1] گویند که روابط آن به‌صورت زیر است:

$$\left|\phi'\phi\right| \neq 0 \quad \forall\, t \neq 0 \quad \hat{\theta}_{(t_0)}\,, and\ P_{(t_0)}\ given:$$
$$\hat{\theta}_{(t)} = \hat{\theta}_{(t-1)} + K_{(t)}[y_{(t)} - \phi'_{(t)}\hat{\theta}_{(t-1)}]$$
$$K_{(t)} = P_{(t-1)}\phi_{(t)}[I + \phi'_{(t)}P_{(t-1)}\phi_{(t)}]^{-1} \qquad (۳-۴)$$
$$P_{(t)} = [I - K_{(t)}\phi'_{(t)}]P_{(t-1)}$$

باید توجه داشت که انتخاب مقادیر اولیه بسیار مهم است، به‌ویژه ماتریس اولیه کواریانس که مقدار آن را در ابتدا بزرگ درنظر می‌گیرند. از ویژگی‌های این روش می‌توان به ساده بودن و آسانی روش تخمین آن اشاره نمود. پیش‌بینی‌هایی که از این روش به‌دست می‌آید در بسیاری از موارد، بهتر از نتایج مدل‌هایی با معادلات پیچیده است.

۴–۳– مدل فضای حالت

این مدل به‌صورت جبری از دو بخش معادلات مشاهده[2] و معادلات حالت[3] تشکیل شده است که به مجموعه آن‌ها فضای حالت اطلاق می‌گردد. تقریبی از یک مدل تصادفی نمایی، می‌تواند به‌صورت یک مدل فضای حالت خطی نوشته شود که به‌صورت زیر است[۴۲]:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w_t \quad , \quad w_t \sim N(0,Q)$$
$$y_t = Cx_t + v_t \quad , \quad v_t \sim f(0,R) \qquad (۴-۴)$$

نماد کوچک به‌عنوان بردار و نماد بزرگ به‌عنوان ماتریس درنظر گرفته شده است. اولین معادله، معادله انتقال نام دارد و x_t بردار حالت $k \times 1$ شامل اطلاعاتی در مورد سیستم در زمان t است. A ماتریس

---
[1] Recursive Least Square
[2] Observation Equation
[3] State Equation

انتقال حالت $k \times k$ است و احتمال جابه‌جایی از حالت t تا حالت $t+1$ را توصیف می‌کند و همچنین B ماتریس ورودی نامیده می‌شود که ارتباط‌دهنده بین ورودی‌ها و حالت‌های داخلی سیستم است. معادله دوم ارتباط بین خروجی و حالت‌های داخلی سیستم می‌باشد که در آن C به‌عنوان ماتریس مشاهدات، یک ماتریس $n \times k$ است (n تعداد خروجی می‌باشد). در معادلات بالا w_{t} و v_{t} به‌ترتیب نویز فرآیند[1] و نویز اندازه‌گیری[2] نام دارند. این اغتشاشات ناهمبسته[3] در زمان هستند، w_{t} یک توزیع نرمال با میانگین صفر و کواریانس Q است و v_{t} نیز یک توزیع با میانگین صفر و کواریانس R درنظر گرفته شده است.

داده‌های ما، مشاهدات‌مان تا زمان t است که با نماد O_{t} نمایش داده می‌شود. در حالت کلی فرض بر این است که y_{t} یک سری زمانی است که از اندازه‌گیری با ابزارهای مختلف به‌دست آمده، در نتیجه مدل همیشه به‌صورت ماتریسی نوشته می‌شود. ولی در این‌جا از y_{t} که از یک اندازه‌گیری به‌دست آمده، استفاده شده است که می‌تواند به‌صورت اسکالر نوشته شود. بنابراین در مدل فضای حالت بالا، ماتریس A اسکالر می‌باشد و $C=1$ و $u_{\mathrm{t}}=1$ است و B میانگین نرخ رشد جمعیت نامیده می‌شود. مدل ساده شده به‌صورت زیر است که در آن $y_{\mathrm{t}}=\log O_{\mathrm{t}}$ برابر با لگاریتم مشاهدات است:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + B + w_t \quad , \quad w_t \sim N(0,Q) \\ y_t &= x_t + v_t \qquad\quad , \quad v_t \sim f(0,R) \end{aligned} \tag{۵-۴}$$

پارامترهای R و Q و A و B و حالت‌های سیستم نامشخص هستند. اگر فرض کنیم v_{t} یک توزیع نرمال است، درنتیجه مدل، به یک مدل فضای حالت گاوسی خطی[4] تبدیل می‌شود و ما می‌توانیم با داشتن داده‌های y_{t}، از الگوریتم EM برای تخمین پارامترهای مدل فضای حالت استفاده کنیم[۴۳].

باتوجه به معادلات فضای حالت سیستم، می‌توان احتمال شرطی برای متغیر حالت و خروجی نوشت:

$$\begin{aligned} P(y_t|x_t) &= exp\left\{-\frac{(y_t-x_t)^2}{2R}\right\}(2\pi|R|)^{-1/2} \\ P(x_t|x_{t-1}) &= exp\left\{-\frac{(x_t-(Ax_{t-1}+B))^2}{2Q}\right\}(2\pi|Q|)^{-1/2} \end{aligned} \tag{۶-۴}$$

با استفاده از خاصیت ضمنی مدل مارکوف، احتمال توأم سری زمانی مشاهده شده و حالت‌های سیستم که به‌ترتیب با نماد $\{x\}_1^T=\{x_1,x_2,\dots,x_T\}$ و $\{y\}_1^T=\{y_1,y_2,\dots,y_T\}$ نمایش داده می‌شود برابر است با:

---
1 Process noise
2 Measurement noise
3 Uncorrelated
4 Linear Gaussian State-space Model

$$P(\{y\}_1^T|\{x\}_1^T) = P(x_1)\prod_{t=2}^{T} P(x_t|x_{t-1})\prod_{t=1}^{T} P(y_t|x_t) \qquad (۷-۴)$$

$P(x_1)$ تابع چگالی حالت اولیه سیستم است. باتوجه به رابطه (۱-۲) مشاهده می‌کنیم که یک فرآیند تصادفی درحال انجام است که از $t = 1$ شروع می‌شود. در نتیجه x_1 به‌خودی‌خود یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال است که میانگین آن برابر π_1 و واریانس آن برابر V_1 است.

$$x_1 \sim N(\pi_1, V_1)$$
$$P(x_1) = exp\left\{-\frac{(x_1-\pi_1)^2}{2V_1}\right\}(2\pi|V_1|)^{-1/2} \qquad (۸-۴)$$

حال می‌توان لگاریتم درست‌نمایی توأم را به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} log\ P(\{y\}_1^T|\{x\}_1^T) \\ = -\sum_{t=1}^{T}\frac{(y_t-x_t)^2}{2R} - \frac{T}{2}log|R| - \sum_{t=2}^{T}\frac{(x_t-(Ax_{t-1}+B))^2}{2Q} \\ -\frac{T-1}{2}log|Q| - \sum_{t=2}^{T}\frac{(x_t-(Ax_{t-1}+B))^2}{2Q} - \frac{T-1}{2}log|Q| \end{aligned} \qquad (۹-۴)$$

هدف یافتن تخمینی از x ، R ، Q ، A ، B ، π_1 و V_1 و همچنین به حداکثر رساندن تابع $log\,P(\{x\}_1^T|\{y\}_1^T)$ است که با استفاده از الگوریتم EM این عمل انجام می‌پذیرد.

۴-۴- الگوریتم حداکثر انتظار یا EM

این الگوریتم توسط دمپستر، لارد، رابین[1] در سال ۱۹۷۷ ارائه شد که روشی قدرتمند برای به‌دست آوردن حداکثر احتمال پارامترهایی است که داده‌های از دست رفته را تخمین می‌زند[۴۴]. ثابت شده است که این روش یک روش محاسباتی بسیار کارا است. ایده‌ی این الگوریتم بر اساس دو مرحله است که به طور متناوب و گام به گام محاسبه می‌شود. در مرحله اول احتمال انتظار مشروط روی پارامترهای قبلی محاسبه می‌شود و در مرحله بعدی انتظار به‌دست آمده با توجه به پارامترهای مطلوب ماکزیمم می‌شود تا تخمینی درست برای پارامترها در بازگشت[2] بعدی به‌دست آید. به‌عبارت دیگر در E مرحله حالت‌های سیستم $x_t|_{t=1}^{T-1}$ و در M مرحله پارامترهای مدل تخمین زده می‌شوند[۴۵]. این مراحل تکرار می‌شود تا دو تکرار متوالی یکسان در مراحل پیدا شود. انتخاب نام EM نیز به همین علت است که در هر تکرار

[1] Dempster,Laird and Rubin
[2] Recursion

الگوریتم، یک مرحله امید ریاضی و بعد از آن یک ماکزیمم‌سازی انجام می‌گیرد. درنتیجه بر اساس دو مرحله پایه‌گذاری شده است، اگر مقادیر گمشده را بدانیم می‌توانیم پارامترها را تخمین بزنیم و اگر پارامترها را بدانیم، می‌توانیم مقادیر گمشده را با مقادیر مورد انتظار جایگذاری کنیم.

الگوریتم EM که در این بخش استفاده شده است، برگرفته از الگوریتم شاموی و استوفر[1] است[۴۶] که شامل چهار مرحله اساسی است:

۱) محاسبه تخمینی از مقدار اولیه‌ی پارامترهای $\hat{R}$ ، $\hat{Q}$ ، $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{\pi}_1$ و $\hat{V}_1$ برای شروع الگوریتم.

۲) به‌دست آوردن یک تخمین از x_t با استفاده از تخمین $E(x_t|\{y_t\}_1^T)$. برای این‌کار از روابط بازگشتی کالمن-راخ[2] استفاده شده که با داشتن داده‌های معلوم $\hat{R}$ ، $\hat{Q}$ ، $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{\pi}_1$ و $\hat{V}_1$ و همچنین y_t، تخمینی از $E(x_t|\{y_t\}_1^T)$ با حداکثر درست‌نمایی را می‌دهد. برآورد حداکثر احتمال $E(x_t|\{y_t\}_1^T)$ با نماد $\hat{x}_t$ نشان داده شده است.

۳) به‌روز رسانی مقادیر $\hat{R}$ ، $\hat{Q}$ ، $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{\pi}_1$ و $\hat{V}_1$ باتوجه به مقدار جدید $\hat{x}_t$. باید توجه داشت که برای این‌کار باید تخمینی پیدا شود که ماکزیمم لگاریتم درست‌نمایی مورد انتظار[3] را بدهد و به‌روز رسانی شود: $\varphi = E[\ logP(\{x\}_1^T|\{y\}_1^T)\ \ |\{y\}_1^T]$

۴) بررسی همگرایی φ تا مقدار آن، از حد آستانه بیش‌تر نشود. اگر همگرایی در این مرحله حاصل نشده است به مرحله اول باز می‌گردیم.

۴-۴-۱- محاسبه تخمینی از مقدار اولیه‌ی پارامترها

برای محاسبه تخمین نهایی درست، الگوریتم نیازمند شروع با یک مقدار اولیه‌ی معقول از پارامترهاست. تشخیص مقدار اولیه صحیح از مقادیر پارامترها، نقش بسیار مهمی در ادامه روند الگوریتم و رسیدن به همگرایی صحیح خواهد داشت. بنابراین در این روش از تخمین اولیه‌ای که توسط هولمز و فیگن[4] ارائه شده، استفاده می‌شود که به‌صورت زیر است[۴۷].

---

[1] Shumway and Stoffer
[2] Kalman-Rauch Recursion
[3] Expected Log Likelihood
[4] Holmes and Fagan

$$
\begin{aligned}
&\tilde{y}_t = \sum_{i=t}^{t+3} y_i \\
&\hat{B} = \frac{(\tilde{y}_{T-3} - \tilde{y}_1)}{T-4} \\
&\hat{A} = Var(\tilde{y}_{t+1} - \tilde{y}_t) \\
&\hat{Q} = \frac{1}{3}(Var(\tilde{y}_{t+4} - \tilde{y}_t) - Var(\tilde{y}_{t+1} - \tilde{y}_t)) \\
&\hat{R} = \frac{1}{2}(Var(\tilde{y}_{t+1} - \tilde{y}_t) - \hat{Q})
\end{aligned} \tag{۱۰-۴}
$$

همچنین به مقادیر اولیه π_1 و V_1 نیازمندیم که این مقادیر به‌ترتیب برابر y_1 و 0.1 فرض شده است.

۴-۴-۲- روابط بازگشتی کالمن-راخ

در مرحله بعدی، در ابتدا از روابط کالمن برای تخمین $E(x_t|\{y_t\}_1^t)$ استفاده شده که این روابط، روابط بازگشتی یک گام رو به‌جلو هستند. سپس از روابط راخ استفاده شده تا به‌صورت پس‌رو، حاصل مقدار $E(x_t|\{y_t\}_1^T)$ که از $E(x_t|\{y_t\}_1^t)$ به‌دست می‌آید، محاسبه شود. در ابتدا با بعضی از نمادها آشنا می‌شویم.

$$
\begin{aligned}
&\{y_t\}_1^\tau = \{y_1, y_2, \dots, y_\tau\} \\
&\hat{x}_t = E(x_t|\{y_t\}_1^T) \\
&x_t^\tau = E(x_t|\{y_t\}_1^\tau) \\
&V_t^\tau = Var(x_t|\{y_t\}_1^\tau) \\
&V_{t,t-1}^\tau = Cov(x_t, x_{t-1}|\{y_t\}_1^\tau) \\
&P_t = E(x_t, x_t|\{y_t\}_1^T) \\
&P_{t,t-1} = E\left(x_t, x_{t,t-1}\middle|\{y_t\}_1^T\right)
\end{aligned} \tag{۱۱-۴}
$$

هدف نهایی این روابط محاسبه $\hat{x}_t$، P_t و $P_{t,t-1}$ است که درمرحله سوم به این مقادیر نیاز داریم.

۴-۲-۴-۱- کالمن بازگشتی

فیلتر کالمن یکی از محبوب‌ترین مدل‌های گرافیکی مورد استفاده و از موفق‌ترین روش‌های تخمین در عمل می‌باشد. فیلتر کالمن در سال ۱۹۹۴ به‌عنوان موفق‌ترین و کارآمدترین تئوری در میان تئوری‌های متنوع کنترل در انجمن علمی IEEE برگزیده شد[۴۸]. دلایل این موفقیت در دو اصل نهفته است:

۱. عدم نیاز به مدل دقیق و مقاوم بودن

۲. عدم محدودیت در اجرا

این تئوری کاربردهای مختلفی در زمینه پیش‌بینی، هموارسازی[1] و فیلتر کردن دارد و ما در این بخش بیش‌تر علاقمند به پیش‌بینی هستیم. فیلتر کالمن یک تخمین‌گر بازگشتی است، چون تخمین حالت x_t از تخمین حالت x_{t-1} و داده‌های y_t به‌دست می‌آید. بر اساس روابط فیلتر کالمن، برای محاسبه x_t^t و V_t^t از $t = 1$ شروع می‌کنیم و گام‌به‌گام تا $t = T$ پیش می‌رویم. در هر گام باید مقادیر زیر محاسبه شود:

$$
\begin{aligned}
x_t^{t-1} &= \begin{cases} \hat{\pi}_1 & for\ t = 1 \\ \hat{A}x_{t-1}^{t-1} + \hat{B} & for\ t > 1 \end{cases} \\
V_t^{t-1} &= \begin{cases} \hat{V}_1 & for\ t = 1 \\ \hat{A}V_{t-1}^{t-1}\hat{A} + \hat{Q} & for\ t > 1 \end{cases} \\
K_t &= \frac{V_t^{t-1}}{(V_t^{t-1} + \hat{R})} \\
x_t^t &= x_t^{t-1} + K_t(y_t - x_t^{t-1}) \\
V_t^t &= V_t^{t-1} - K_t V_t^{t-1}
\end{aligned} \tag{۱۲-۴}
$$

۴-۲-۲- بازگشت رو به‌عقب

این مرحله از الگوریتم، با گام‌های رو به‌عقب از $t = T$ شروع می‌شود و تا $t = 2$ ادامه می‌یابد تا بتوان مقادیر x_t^T و V_t^T را محاسبه کرد. برای این منظور در روابط بازگشتی، به مقادیر x_t^t، V_t^t و V_t^{t-1} نیاز داریم که این مقادیر در مرحله قبلی توسط معادلات کالمن محاسبه شده است.

$$
\begin{aligned}
J_{t-1} &= V_{t-1}^{t-1}\, A(V_t^{t-1})^{-1} \\
x_{t-1}^T &= x_{t-1}^{t-1} + J_{t-1}(x_t^T - (Ax_{t-1}^{t-1} + B)) \\
V_{t-1}^T &= V_{t-1}^{t-1} + J_{t-1}(V_t^T - V_t^{t-1})J_{t-1}
\end{aligned} \tag{۱۳-۴}
$$

۴-۲-۳- یک بازگشت دیگر

با استفاده از J_t که از روابط راخ برگشتی به‌دست آمده و همچنین K_t و V_t^t که از روابط کالمن به‌دست می‌آید، می‌توان یک رابطه بازگشتی رو به‌عقب برای محاسبه $V_{t,t-1}^T$ نوشت. برای این منظور از $t = T$ شروع می‌کنیم و با گام‌های رو به‌عقب تا $t = 2$ پیش می‌رویم که در هر مرحله این مقدار محاسبه می‌شود.

$$
V_{t,t-1}^T = \begin{cases} (1 - K_T)AV_{T-1}^{T-1} & for\ t = T \\ V_{t-1}^{t-1}\, J'_{t-2} + J_{t-1}(V_{t,t-1}^T - AV_{t-1}^{t-1})J_{t-2} & for\ t < T \end{cases} \tag{۱۴-۴}
$$

[1] Smoothing

۴-۴-۲-۴- جمع‌آوری روابط

با استفاده از سه مرحله از روابط بازگشتی گفته شده در بخش‌های قبلی، می‌توان آنچه را که برای گام سوم مورد نیاز است، نوشت:

$$\hat{x}_t = x_t^T$$
$$P_t = V_t^T + x_t^T x_t^T \qquad (۱۵-۴)$$
$$P_{t,t-1} = V_{t,t-1}^T + x_t^T x_{t,t-1}^T$$

۳-۴-۴- تخمین جدید پارامترها

تابع لگاریتم درست‌نمایی مورد انتظارکه از معادله (۴-۹) به‌دست می‌آید با استفاده از تخمین جدیدی از x_t به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\varphi = E[\,log\,P(\{x\}_1^T|\{y\}_1^T)|\{y\}_1^T] \quad using\ new\ \hat{x}_t \qquad (۱۶-۴)$$

به‌منظور محاسبه‌ی تخمین جدیدی از پارامترها، مقدار پارامترهای $\hat{R}$ ، $\hat{Q}$ ، $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{\pi}_1$ و $\hat{V}_1$ با ماکزیمم کردن φ جدید به‌دست می‌آید. برای این‌کار باید مشتق جزئی φ نسبت به هر پارامتر محاسبه شود، سپس آن را برابر صفر قرار داده تا مقدار پارامتر موردنظر به‌دست آید. مقادیر محاسبه شده به‌صورت زیر است.

- کواریانس نویز خروجی

$$\frac{\partial\varphi}{\partial R^{-1}} = \frac{T}{2}R - \sum_{t=1}^{T}\left(\frac{1}{2}y_t y_t - \hat{x}_t y_t + \frac{1}{2}P_t\right) = 0$$
$$\hat{R}_{new} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t y_t - \hat{x}_t y_t) \qquad (۱۷-۴)$$

- میانگین نرخ رشد جمعیت

$$\frac{\partial\varphi}{\partial B} = -\sum_{t=2}^{T}Q^{-1}\hat{x}_t + \sum_{t=2}^{T}AQ^{-1}\hat{x}_{t-1} + Q^{-1}B = 0$$
$$\hat{B}_{new} = \sum_{t=2}^{T}(\hat{x}_t - A\hat{x}_{t-1}) = \frac{\hat{x}_T - A\hat{x}_1}{T-1} \qquad (۴)$$

- ماتریس حالت

$$\frac{\partial \varphi}{\partial A} = -\sum_{t=2}^{T} Q^{-1} P_{t,t-1} + \sum_{t=2}^{T} Q^{-1} A P_{t-1} = 0$$

$$\hat{A}_{new} = \left(\sum_{t=2}^{T} P_{t,t-1}\right)\left(\sum_{t=2}^{T} P_{t-1}\right)^{-1} \quad (۱۸\text{-}۴)$$

- کواریانس نویز حالت

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q^{-1}} = \frac{T-1}{2} Q - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{T}\left(\hat{x}_t^2 - 2\hat{x}_t\,(A\hat{x}_{t-1} + B) + (A\hat{x}_{t-1} + B)^2\right) = 0$$

$$= \frac{T-1}{2} Q - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{T}(\hat{x}_t^2 - 2A\hat{x}_t\,\hat{x}_{t-1} - 2\hat{x}_t B + A\hat{x}_{t-1}^2 A + 2AB\hat{x}_{t-1} + B^2)$$

$$= \frac{T-1}{2} Q - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{T}(\hat{x}_t^2 - 2A\hat{x}_t\,\hat{x}_{t-1} + A\hat{x}_{t-1}^2 A - 2B(\hat{x}_t - A\hat{x}_{t-1}) + B^2) \quad (۱۹\text{-}۴)$$

$$given\ that \quad \hat{B} = \sum_{t=1}^{T}(\hat{x}_t - A\hat{x}_{t-1})$$

$$\hat{Q}_{new} = \frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\left(P_t - 2AP_{t,t-1} + AP_{t-1}A - \hat{B}_{new}^2\right)$$

- میانگین حالت اولیه

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \pi_1} = \frac{\hat{x}_1 - \pi_1}{V_1} = 0 \quad \rightarrow \quad \hat{\pi}_{1,new} = \hat{x}_1 \quad (۲۰\text{-}۴)$$

- کواریانس اولیه حالت

$$\frac{\partial \varphi}{\partial V_1^{-1}} = \frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2}(\hat{x}_1^2 + 2\hat{x}_1\pi_1 + \pi_1^2)$$

$$\hat{V}_{1,new} = P_1 - \pi_{1,new}^2 \quad (۲۱\text{-}۴)$$

۴-۴-۴- بررسی همگرایی

یک راه ساده برای انجام این‌کار مقایسه φ جدید با φ که قبلا تخمین زده شده است، می‌باشد. اگر اختلاف این دو مقدار از یک حد آستانه‌ای کم‌تر شد، در نتیجه همگرایی احتمال حاصل شده است و پارامترها به مقدار صحیح خود همگرا شده‌اند. اگر اختلاف این دو مقدار از حد آستانه موردنظر کم‌تر نشد، اجرای الگوریتم با پیغامی که نشان‌دهنده عدم همگرایی صحیح است، متوقف خواهد شد.

۴-۵- نتیجه‌گیری

پیش‌بینی بازار سهام و فرآیند مولد قیمت سهام را می‌توان به‌عنوان یک الگوی پویا بررسی کرد. این کار براساس پیش‌بینی یک گام به جلو روی متغیرهای سری زمانی دارایی‌ها انجام می‌شود. در این فصل، مدل خود رگرسیونی برداری و فرم فضای حالت برای سری زمانی دارایی‌ها به‌منظور پیش‌بینی برای یک مرحله بعد استفاده شده است. این روش که به‌صورت بازگشتی عمل می‌کند، با دادن یک مقدار اولیه برای متغیر حالت و میانگین مربعات خطای متناظر با آن آغاز می‌شود و با استفاده از معادلات فیلتر کالمن، در هر گام یکی از مقادیر حالت را محاسبه و از این مقدار در تخمین مقادیر بعدی استفاده می‌کند. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که متغیر حالت در تمامی دوره‌ها محاسبه شده و مقدار خطا به حداقل می‌رسد. در نتیجه قیمت دارایی در گام بعدی، با استفاده از مدل به‌دست‌آمده از فضای حالت تخمین زده می‌شوند که پارامترهای آن با توجه به روش حداکثر درست‌نمایی و مقادیر متغیر حالت آن به روش فیلتر کالمن به‌دست آمده است. در نهایت با استفاده از قیمت روز آتی که از الگوریتم‌های فوق به‌دست آمده، می‌توانیم مسئله سبد سهام بهینه را برای روز آینده حل کنیم و بهترین ترکیب دارایی مالی را به‌دست آوریم، به‌نحوی که باعث شود تا حد ممکن، بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک آن حداقل شود.

فصل ۵– انتخاب سبد سهام بهینه در بازار بورس تهران

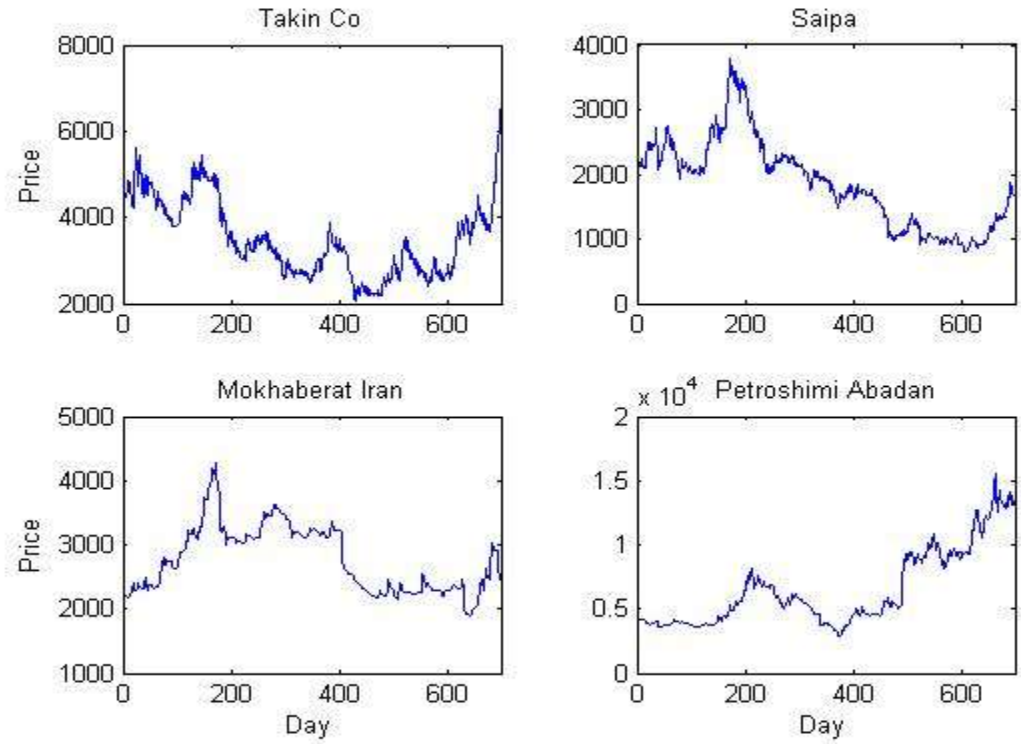
۵–۱– مقدمه

در این فصل نتایج شبیه‌سازی مربوط به بهینه‌سازی سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران با انتخاب ۲۰ شرکت ارائه شده است. جامعه آماری این پژوهش، انتخاب یک شرکت از هر صنعت از میان کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است. بازه مورد بررسی از تاریخ ۸۷/۵/۲۸ تا ۹۲/۶/۱۳ می‌باشد و جهت انتخاب نمونه از روش نمونه‌گیری غربال‌گری استفاد شده است. بر اساس این روش با اعمال فیلتر یا محدودیت‌هایی بر جامعه آماری، غربال صورت می‌گیرد، به این ترتیب که شرکت‌های لازم جهت بررسی و آزمون فرضیات در طی چند مرحله، با توجه به ویژگی‌های مشترک که می‌بایست داشته باشند، از جامعه آماری انتخاب می‌شوند. این ویژگی‌ها عبارتند از:

۱. انتخاب ۲۰ شرکت از میان شرکت‌های پذیرفته شده در بورس تهران.
۲. انتخاب یک شرکت از هر صنعت، از میان ۳۰ صنعت فعال‌تر.
۳. انتخاب یک شرکت از میان ۵۰ شرکت فعال‌تر هر صنعت.
۴. شرکت‌هایی که حداقل ۵۰ درصد روزهای معاملاتی در هر سال، معامله شده باشد.

نتایج حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم ازدحام ذرات و نسخه‌های بهبود یافته آن و با درنظر گرفتن معیار CVaR به‌عنوان سنجه ریسک، در سه بخش عمده دسته‌بندی شده است. در بخش اول با فرض در دست داشتن قیمت‌های مربوط به شرکت‌های موجود، سبد سهام بهینه در حالت نامقید محاسبه شده و در بخش دوم برای مسئله مقید سبد سهام بررسی شده است. در انتهای این دو بخش برای اطمینان از صحت مدل اجرا شده روش‌هایی برای اعتبارسنجی به‌کار می‌رود. در بخش سوم، ابتدا قیمت‌های مربوط به روز آینده به کمک روش‌های گفته‌شده، پیش‌بینی شده و سپس ریسک و ارزش بهینه سبد سهام برای قیمت‌های پیش‌بینی شده، محاسبه شده است. جهت اطمینان از نتایج به‌دست آمده این روند را برای ۵۰ روز تکرار کرده و مقدار ارزش سبد سهام و ریسک حاصل از داده‌های جدید با مقادیر واقعی آن مقایسه شده است.

در شکل ۵-۱ سری زمانی قیمت‌های مربوط به چهار شرکت انتخاب‌شده در تشکیل سبد سهام، به‌عنوان نمونه رسم شده است.



شکل ۵-۱: سری زمانی چهار شرکت نمونه: تکین‌کو، سایپا، مخابرات ایران، پتروشیمی آبادان

۵-۲- بهینه‌سازی نامقید

در این بخش، حل مسئله نامقید سبد سهام انجام می‌شود. به‌عبارت دیگر محدودیتی برای تعداد شرکت‌های انتخابی در سرمایه‌گذاری و محدوده حد بالا و پایین برای وزن دارایی‌ها وجود ندارد ولی باید توجه کرد که همچنان مجموع ضرایب وزن دارایی‌ها برابر با یک است. در این مسئله معیار اندازه‌گیری ریسک CVaR می‌باشد و P_i ارزش هر سهم است. تابع هزینه به‌دنبال بیشینه نمودن اختلاف بین ارزش سبد سهام و ریسک (و یا کمینه نمودن قرینه آن) است که این تابع با افزایش هرچه بیش‌تر ارزش سبد سرمایه و کاهش ریسک آن، حاصل می‌شود. درنتیجه هدف می‌نیمم کردن تابع زیر است که سعی در افزایش اختلاف بین این دو مقدار دارد.

$$\begin{aligned} &minimize \qquad CVaR - \sum_{i=1}^{n} P_i x_i \\ &subject\ to \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad , x_i \geq 0 \quad , i = 1, \dots, n \end{aligned} \qquad (۵-۱)$$

برای یافتن پاسخ بهینه، از الگوریتم‌های معرفی‌شده ازدحام ذرات، الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات و ترکیب الگوریتم بهبودیافته و الگوریتم ازدحام ذرات مثلثاتی استفاده شده است و به مقایسه نتایج پرداخته می‌شود.

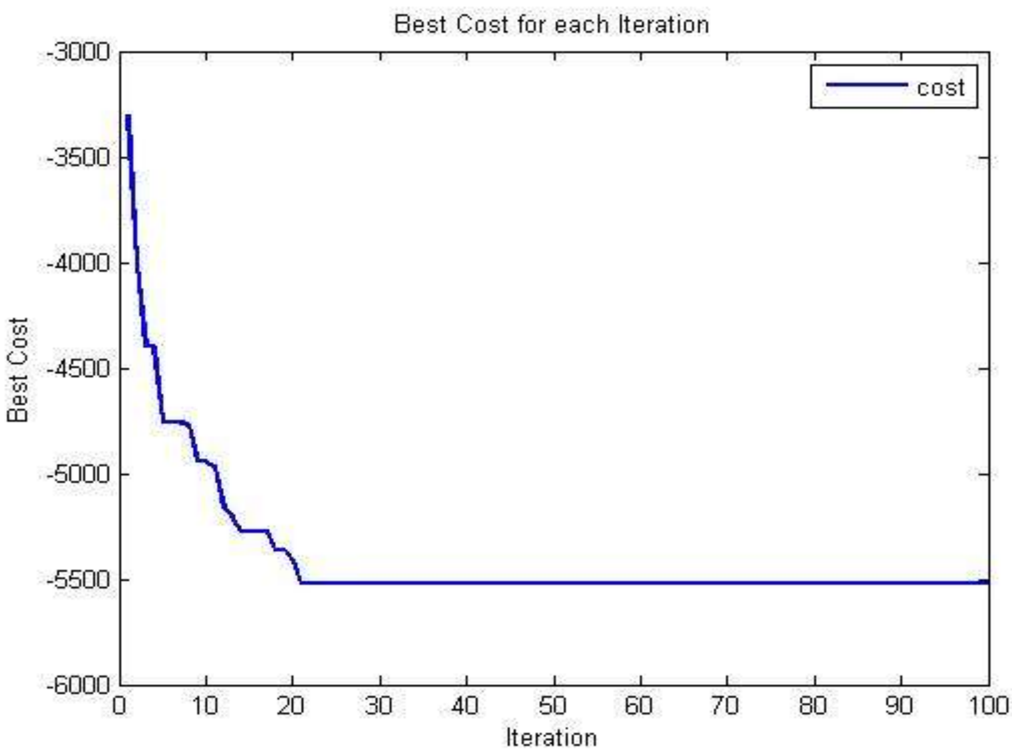
۵-۲-۱- بهینه‌سازی براساس الگوریتم ازدحام ذرات

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک الگوریتم PSO انجام شده است. از تخمین کرنل برای محاسبه تابع چگالی احتمال و مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ٪۹۵ می‌باشد. جدول زیر مقدار پارامترهای مختلف را برای این الگوریتم نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱: پارامترهای الگوریتم PSO سازگار با مسئله نامقید سبد سهام

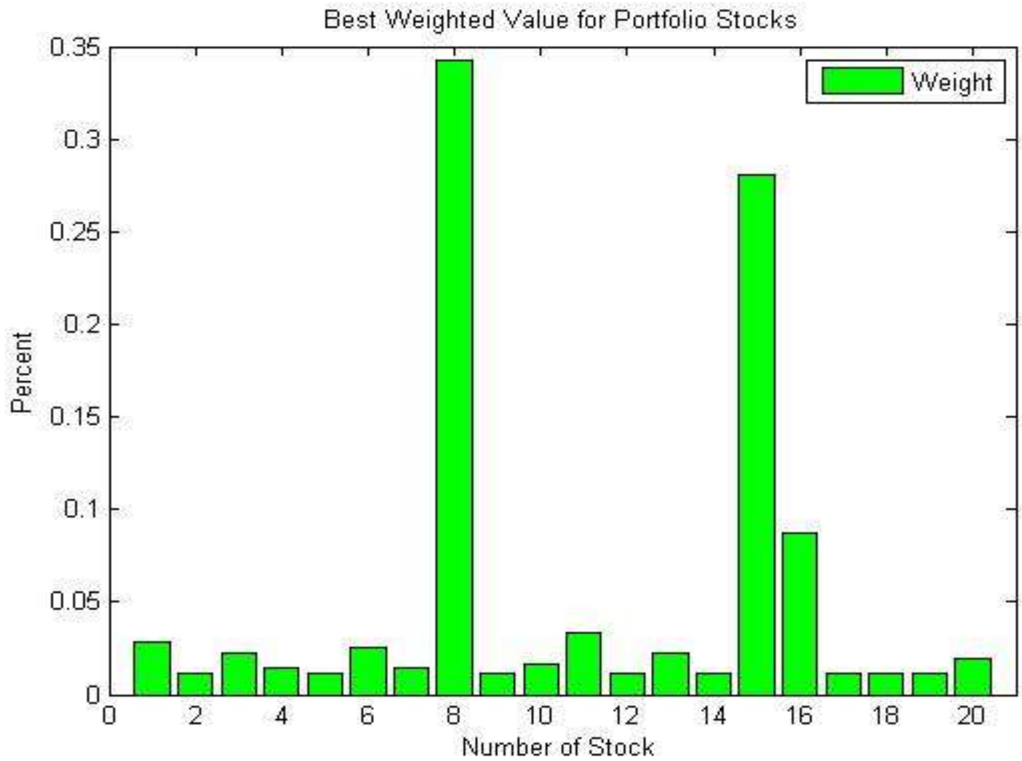
تعداد متغیرها (تعداد سهام)	۲۰	تابع چگالی	تخمین کرنل
سرعت بیشینه ذرات	۰/۰۵۸	ضرایب یادگیری c_1 و c_2	۱/۴۹۶۲
سرعت کمینه ذرات	-۰/۰۵۸	تعداد ذره	۱۰۰
سطح اطمینان $CVaR$	٪۹۵	تعداد تکرار	۱۰۰

همان‌طور که از مدل توضیح داده شده برمی‌آید، تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن می‌نیمم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



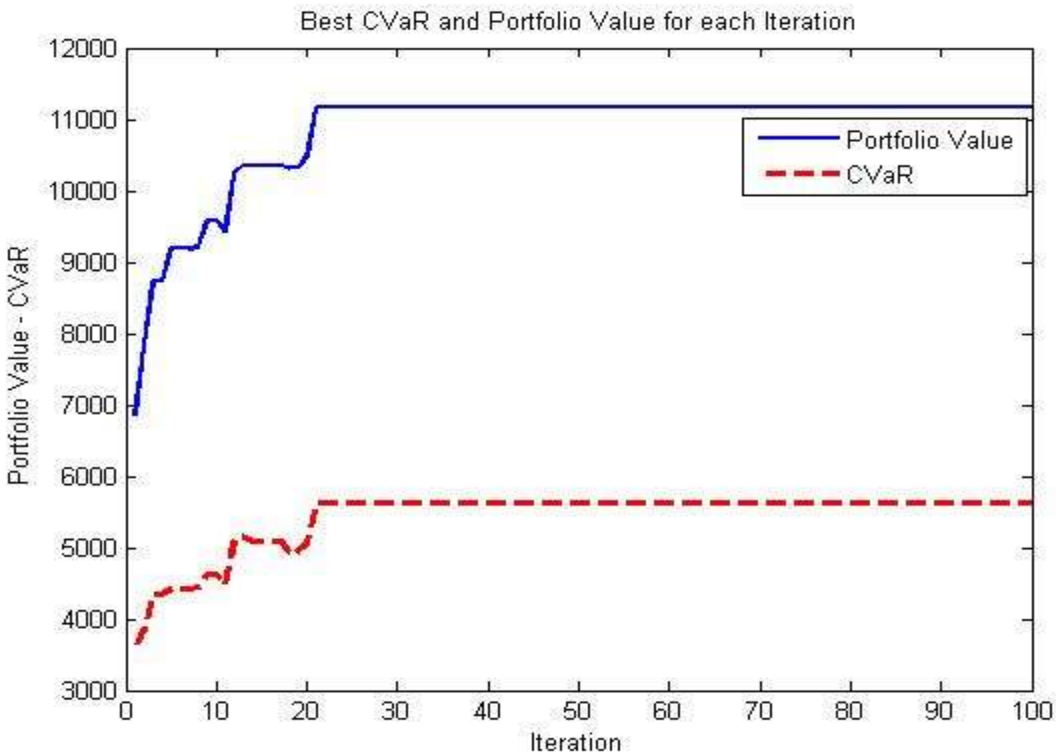
شکل ۵-۲: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم PSO در مسئله نامقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۳: درصد وزن‌های سهام بهینه توسط الگوریتم PSO در مسئله نامقید سبد سهام

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و مقدار ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۴: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم PSO در مسئله نامقید سبد سهام

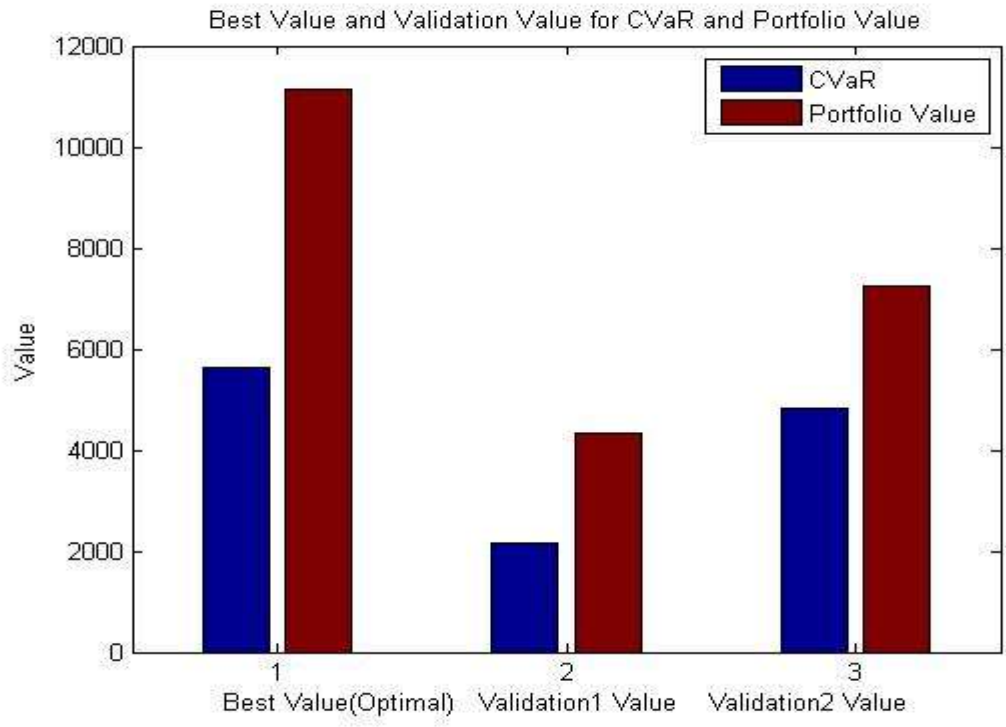
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله نامقید سبد سهام توسط الگویتم PSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۲: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم PSO در مسئله نامقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله نامقید سبد سهام به روش PSO	-۵۵۲۵/۶۷۷۷	۱۱۱۵۴/۷۵۱	۵۶۲۹/۰۳۷۳

۵-۲-۱-۱- اعتبارسنجی مدل PSO

به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. درنتیجه برای این سری از وزن‌های جدید نیز، مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام به‌دست می‌آید. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل PSO دارد.



شکل ۵-۵: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام نامقید برای مدل بهینه الگوریتم PSO و مدل‌های اعتبارسنجی

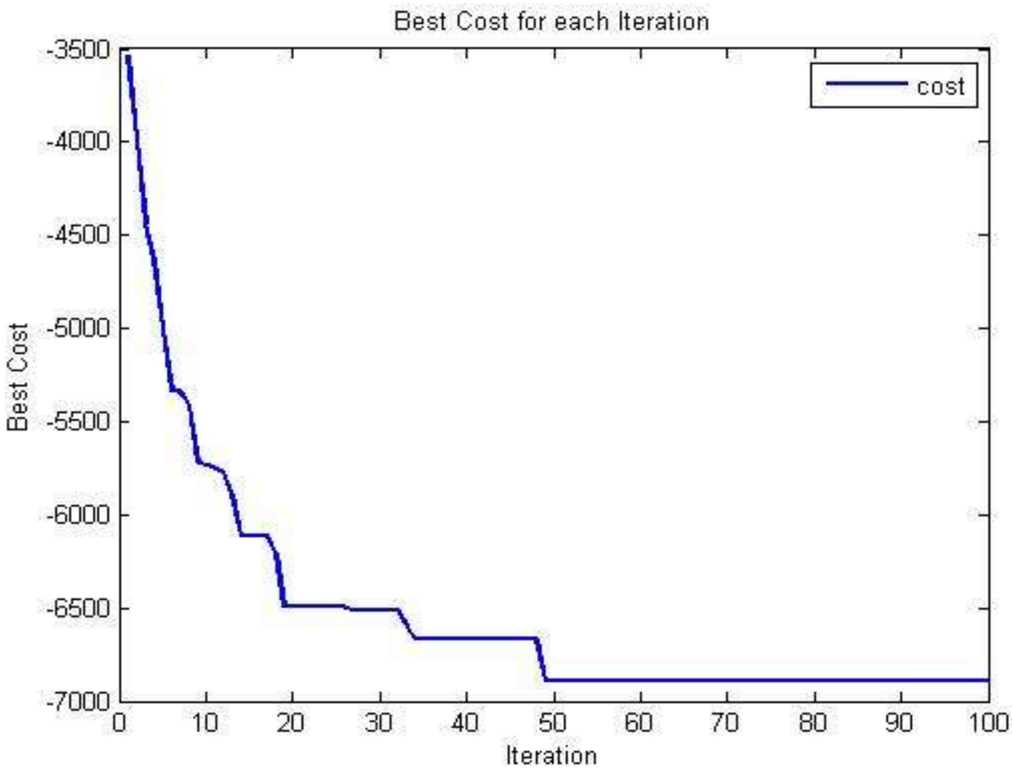
جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۳: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل PSO در مسئله نامقید سبد سهام

PSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۱۱۵۵	۴۳۱۸	۷۲۴۱
ریسک	۵۶۲۹	۲۱۵۵	۴۸۱۶

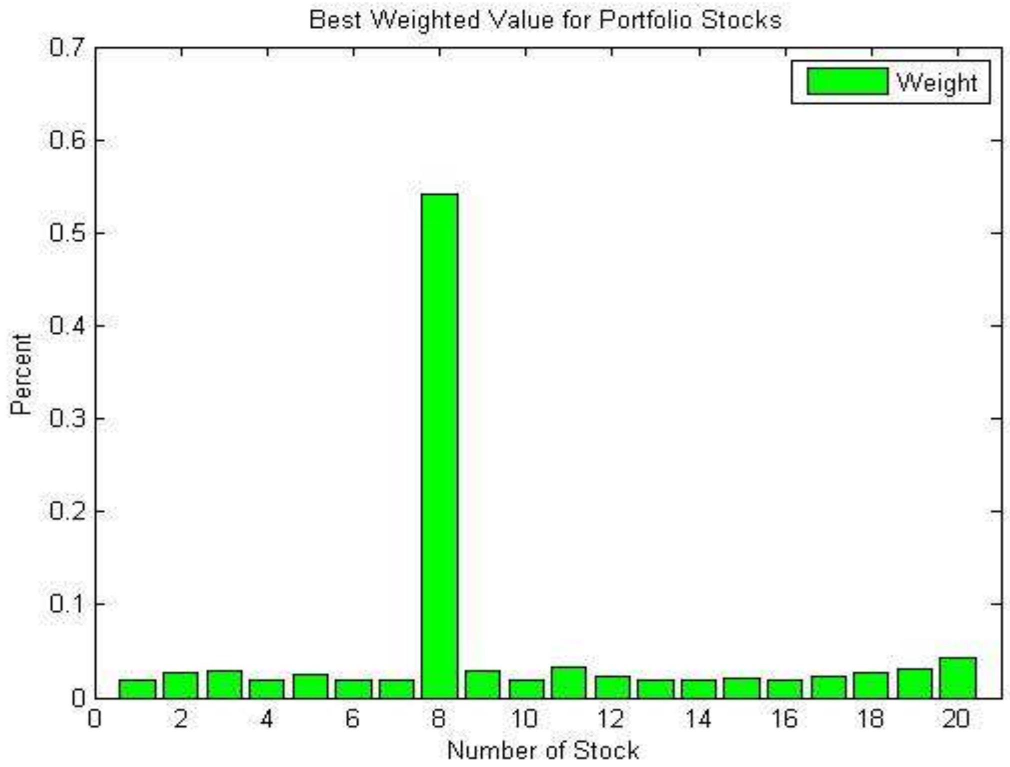
۵-۲-۲- بهینه‌سازی براساس الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک یک نسخه بهبودیافته از الگوریتم PSO انجام شده است که به MPSO خطاب شده است. مقدار پارامترها و متغیرها در این حالت کاملاً مشابه حالت قبل، یعنی حل مسئله نامقید توسط PSO می‌باشد. همچنین از تخمین کرنل برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ۹۵٪ می‌باشد. همان‌طور که از مدل توضیح داده شده برمی‌آید، تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن می‌نیمم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



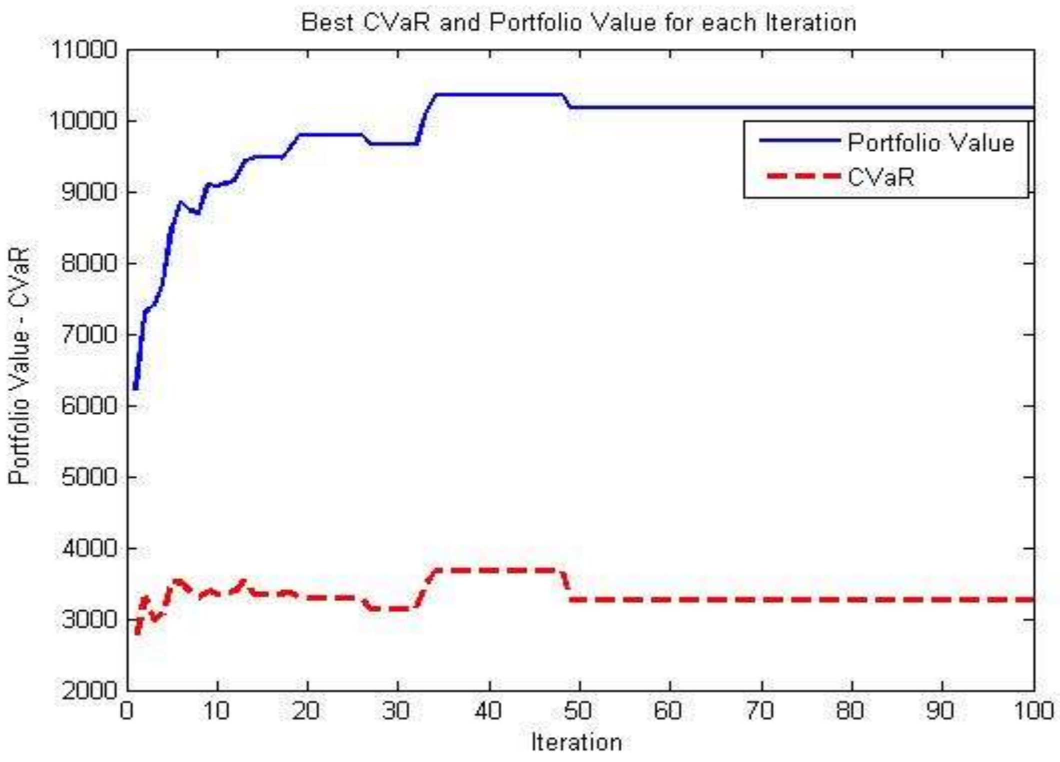
شکل ۵-۶: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۷: درصد وزن‌های سهام بهینه الگوریتمMPSO در مسئله نامقید سبد سهام

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۸: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

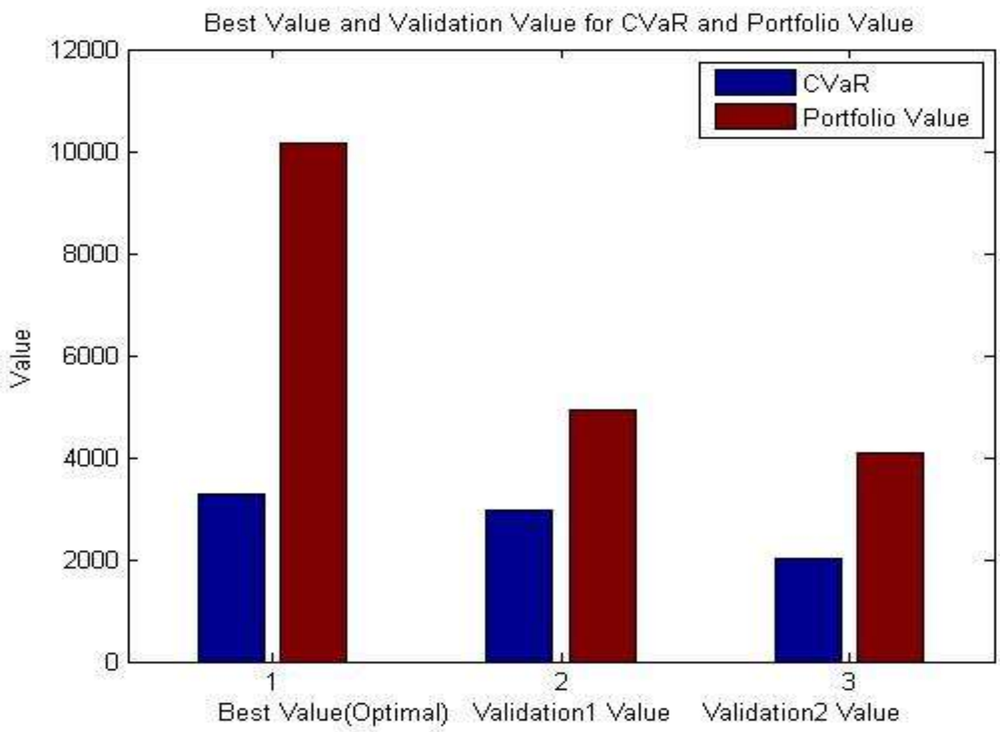
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله نامقید سبد سهام توسط الگویتم MPSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۴: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله نامقید سبد سهام به روش MPSO	-۶۸۸۷/۵۹۷۳	۱۰۱۶۳/۰۴۱	۳۲۷۵/۴۴۳۷

۵-۲-۲-۱- اعتبارسنجی مدل MPSO

به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل MPSO دارد.



شکل ۵-۹: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام نامقید برای مدل بهینه الگوریتم MPSO و مدل‌های اعتبارسنجی

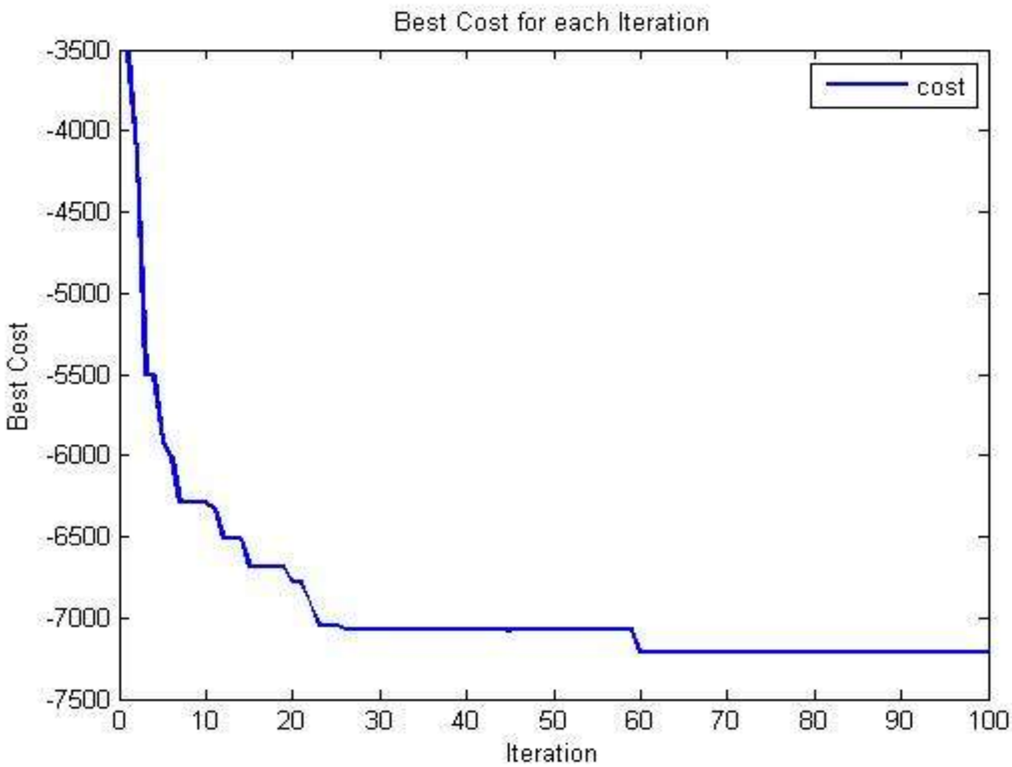
جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۵: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

MPSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۰۱۶۳	۴۹۴۴	۴۰۹۵
ریسک	۳۲۷۵	۲۹۶۹	۲۰۱۵

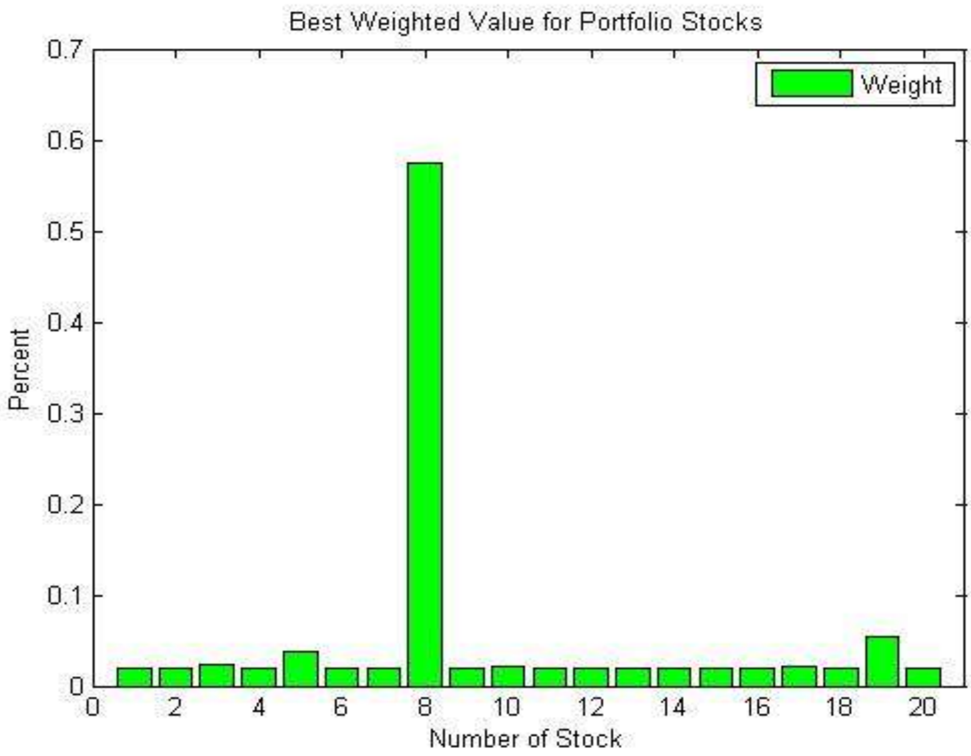
۵-۲-۳- بهینه‌سازی براساس الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک ترکیب الگوریتم MPSO و Triangular PSO انجام شده است که به نام Tri MPSO خطاب شده است. مقدار پارامترها و متغیرها در این حالت کاملاً مشابه دو بخش قبلی است. همچنین از تخمین کرنل برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ۹۵٪ می‌باشد. تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن می‌نیمم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



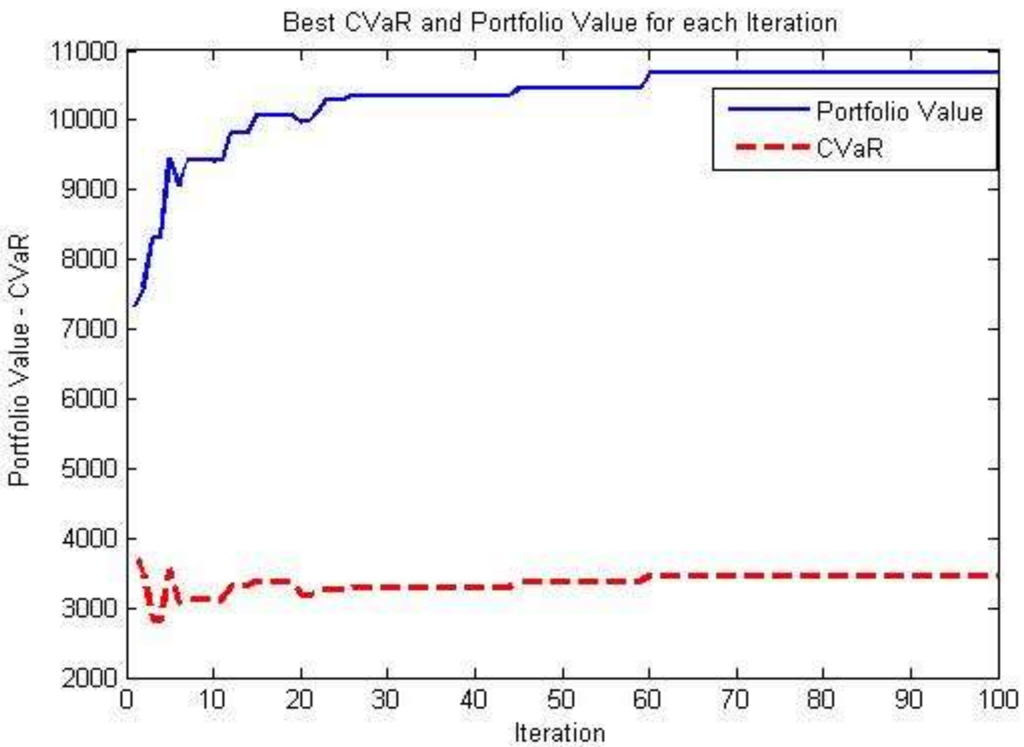
شکل ۵-۱۰: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم Tri MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱۱: درصد وزن‌های سهام بهینه الگوریتم Tri MPSO در مسئله نامقید

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۱۲: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم Tri MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

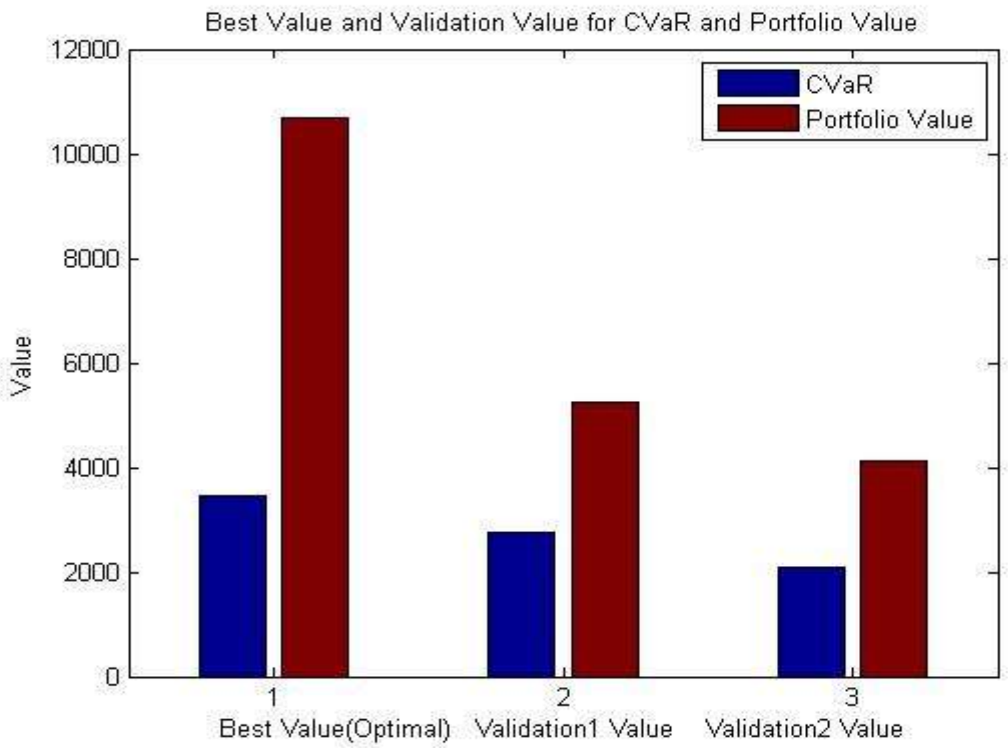
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله نامقید سبد سهام توسط الگویتم Tri MPSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۶: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم Tri MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله نامقید سبد سهام به روش Tri MPSO	-۷۲۰۷/۸۴۶۳	۱۰۶۶۸/۷۲۵	۳۴۶۰/۸۷۸۷

۵-۲-۳-۱- اعتبارسنجی مدل Triangular MPSO

به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را به طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل Tri MPSO دارد.



شکل ۵-۱۳: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام نامقید برای مدل بهینه الگوریتم Tri MPSO و مدل‌های اعتبارسنجی

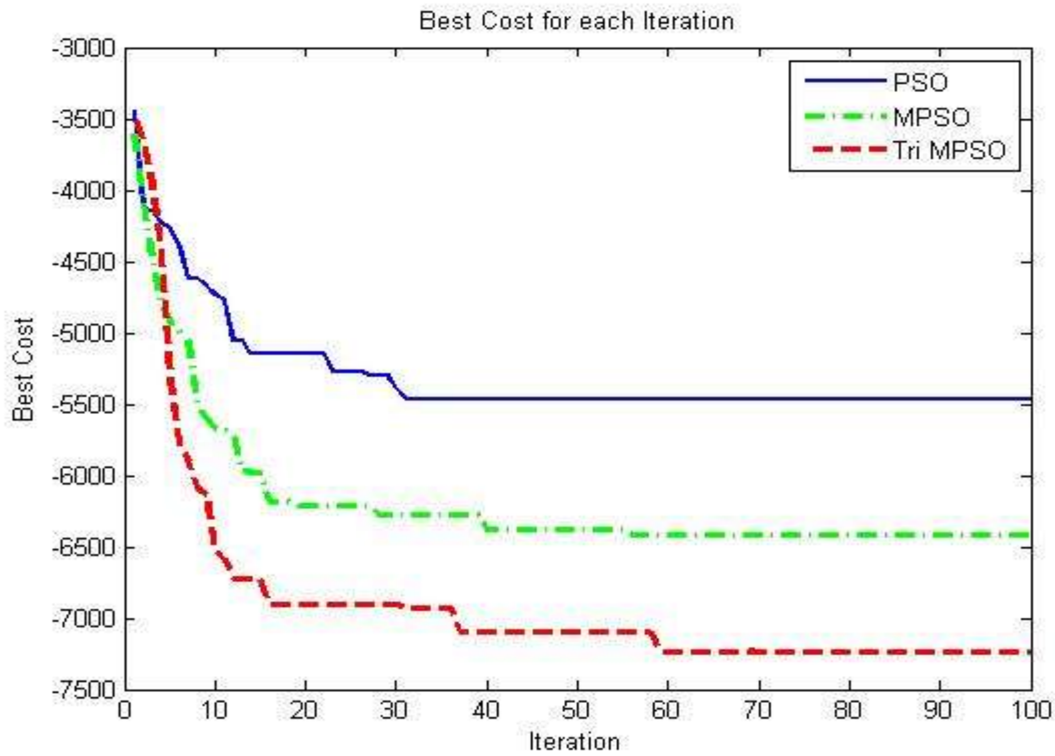
جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۷: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل Tri MPSO در مسئله نامقید سبد سهام

Tri MPSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۰۶۶۹	۵۲۶۱	۴۱۱۸
ریسک	۳۴۶۱	۲۷۶۹	۲۱۰۰

۵-۲-۴- مقایسه سه الگوریتم در حالت نامقید

یک روش برای مقایسه بین الگوریتم‌های معرفی‌شده، نمایش نمودار تابع هزینه در هر تکرار می‌باشد. برای این منظور، با تولید یک جمعیت اولیه یکسان و به‌صورت هم‌زمان این سه الگوریتم اجرا شده است. شکل زیر روند تابع هزینه را نشان می‌دهد که نشان از کمینه‌شدن بهتر تابع هزینه در الگوریتم Triangular MPSO می‌باشد.



شکل ۵-۱۴: نمایش تابع هزینه در هر تکرار از الگوریتم‌های PSO, MPSO, TriMPSO در مسئله نامقید سبد سهام

مشاهده می‌شود که در اجرای هم‌زمان سه الگوریتم، مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم ترکیبی Triangular MPSO از همه پایین‌تر است، درنتیجه اختلاف بین ریسک و مقدار ارزش سبد سهام در این الگوریتم بیش‌تر به‌دست می‌آید و عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد. جدول زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را در هر سه روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات نشان می‌دهد.

جدول ۵-۸: مقادیر بهینه روش‌های بهینه‌سازی مسئله نامقید سبد سهام

روش بهینه‌سازی	PSO	MPSO	Tri MPSO
ارزش سبد سهام	۹۷۲۰/۳۸۵۹	۹۷۵۶/۱۹۱۴	۱۰۴۶۱/۷۸۵۶
ریسک	۴۲۵۷/۰۸۱۳	۳۳۳۳/۳۳۳۲	۳۲۱۹/۷۳۳۹
هزینه	-۵۴۶۳/۳۰۴۶	-۶۴۲۲/۸۵۸۲	-۷۲۴۲/۰۵۱۸

جدول زیر مقادیر درصد وزن‌های اختصاص یافته به شرکت‌های تشکیل‌دهنده سبد سهام را در حالت نامقید برای سه الگوریتم نشان می‌دهد.

جدول ۵-۹: درصد وزن‌های اختصاص یافته به شرکت‌های تشکیل‌دهنده سبد سهام نامقید

	نام شرکت	درصد وزنی PSO	درصد وزنی MPSO	درصد وزنی Tri MPSO
۱	تکین کو	۰/۰۳۰۵	۰/۰۱۶۵	۰/۰۱۹۵
۲	سرمایه‌گذاری بوعلی	۰/۰۳۱۶	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۳	ایران ترانسفو	۰/۰۱۱۷	۰/۰۵۲	۰/۰۱۹۵
۴	دارو جابرابن حیان	۰/۰۴۹۲	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۵	فولاد مبارکه اصفهان	۰/۰۱۱۷	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۶	سیمان فارس و خوزستان	۰/۰۳۸۹	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۷	سایپا	۰/۰۱۱۷	۰/۰۱۷۷	۰/۰۱۹۵
۸	خدمات انفورماتیک	۰/۳۵۰۹	۰/۴۷۲۹	۰/۵۸۳۸
۹	توسعه صنایع بهشهر	۰/۰۱۱۷	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۱۰	بانک سینا	۰/۰۱۱۷	۰/۰۲۱۶	۰/۰۲۵۲
۱۱	سرمایه‌گذاری غدیر	۰/۰۸۵۹	۰/۱۱۹۲	۰/۰۱۹۵
۱۲	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۰/۰۱۷۸	۰/۰۲۰۳	۰/۰۱۹۵
۱۳	معادن روی ایران	۰/۰۱۴۷	۰/۰۲۷۳	۰/۰۱۹۵
۱۴	اما	۰/۰۴۴۹	۰/۰۱۷۲	۰/۰۴۳
۱۵	ایران یاسا	۰/۱۱۵۶	۰/۰۵۰۷	۰/۰۱۹۵
۱۶	تراکتورسازی	۰/۰۱۹۷	۰/۰۱۵۸	۰/۰۳۴۵
۱۷	چینی ایران	۰/۰۱۶۵	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
۱۸	مخابرات ایران	۰/۰۲۷۷	۰/۰۳۳	۰/۰۲۱۷
۱۹	پتروشیمی آبادان	۰/۰۶۲۷	۰/۰۲۵۵	۰/۰۱۹۵
۲۰	حفاری شمال	۰/۰۳۴۸	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۹۵
	مجموع ضرایب	۱	۱	۱

۵-۳- بهینه‌سازی مقید

در این بخش، حل مسئله سبد سهام با اعمال قیدهایی انجام می‌شود. برای این منظور، ابتدا قیدهای مورد نظر بر روی اعضای جمعیت اعمال می‌شود و سپس تابع هزینه محاسبه می‌گردد. در این مسئله نیز معیار اندازه‌گیری ریسک CVaR می‌باشد و P_i ارزش هر سهم است. پارامتر z_i متغیر تصمیم در مورد سرمایه‌گذاری در هر سهم است. اگر z_i برابر یک باشد، یعنی سهم i در سبد قرار خواهد گرفت. مجموع تعداد سهامی که در سبد خواهند بود، بنا به قید سوم مسئله برابر K تا خواهد بود و ε_i و δ_i به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر iاُم هستند. تابع هزینه به‌دنبال بیشینه نمودن اختلاف بین ارزش سبد سهام و ریسک (و یا کمینه نمودن قرینه آن) است که این تابع با افزایش هرچه بیش‌تر ارزش سبد سرمایه و کاهش ریسک آن، حاصل می‌شود. درنتیجه هدف می‌نیمم کردن تابع است که سعی در افزایش اختلاف بین این دو مقدار دارد.

$$
\begin{aligned}
&\mathit{minimize} \qquad CVaR - \sum_{i=1}^{n} z_i P_i x_i \\
&\mathit{subject\ to} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} z_i = K \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ \varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \\ z_i = [0,1] \quad i = 1, \dots, n \\ x_i \ge 0 \qquad i = 1, \dots, n \end{cases}
\end{aligned}
\tag{۵-۲}
$$

برای یافتن پاسخ بهینه، از الگوریتم‌های معرفی‌شده ازدحام ذرات، الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات و ترکیب الگوریتم بهبودیافته و الگوریتم ازدحام ذرات مثلثاتی استفاده شده است و به مقایسه نتایج پرداخته می‌شود.

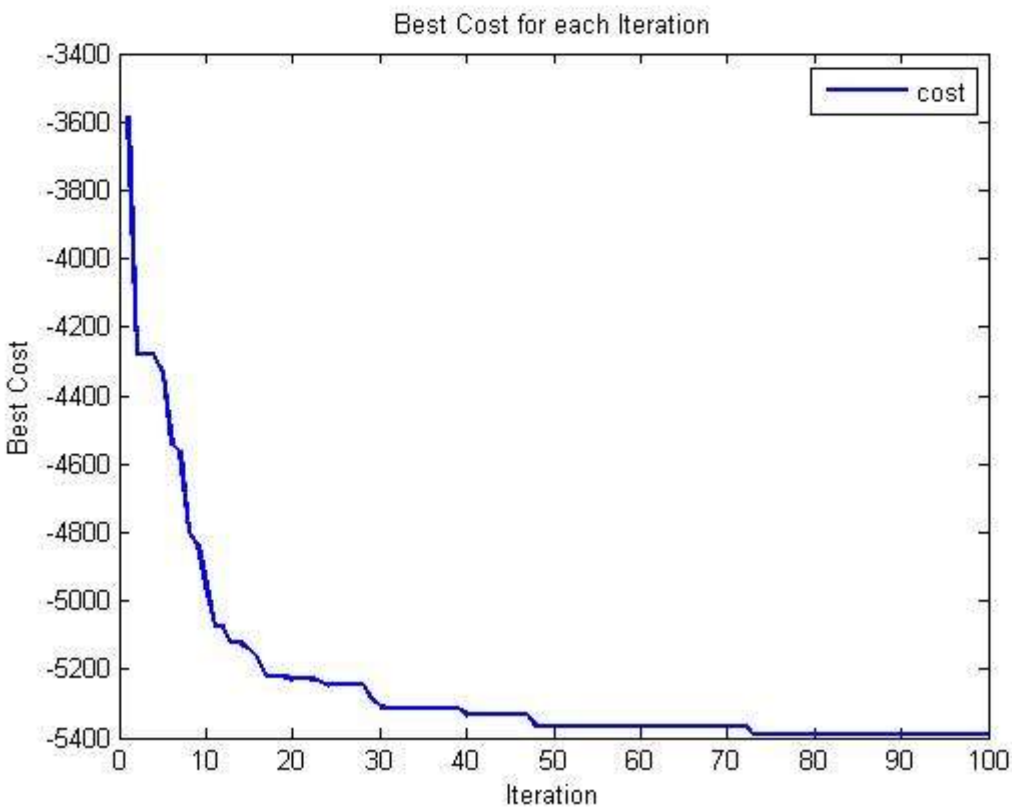
۵-۳-۱- بهینه‌سازی براساس الگوریتم ازدحام ذرات

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک الگوریتم PSO انجام شده است. از تخمین کرنل برای محاسبه تابع چگالی احتمال و مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ۹۵٪ می‌باشد. حد پایین وزن‌ها برابر با ۰/۰۱ و حد بالای آن برابر ۰/۳ است. همچنین محدودیت سرمایه‌گذاری در ۱۵ دارایی از ۲۰ دارایی موجود نیز، بر الگوریتم‌ها اعمال شده است. به این معنا که ۵ دارایی باید دارای وزن صفر باشند و سایر دارایی‌ها یعنی ۱۵ دارایی دیگر، محدوده وزنی بین ۰/۰۱ و ۰/۳ را برآورده سازند. جدول زیر مقدار پارامترهای مختلف را برای این الگوریتم نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۰: پارامترهای الگوریتم PSO سازگار با مسئله مقید سبد سهام

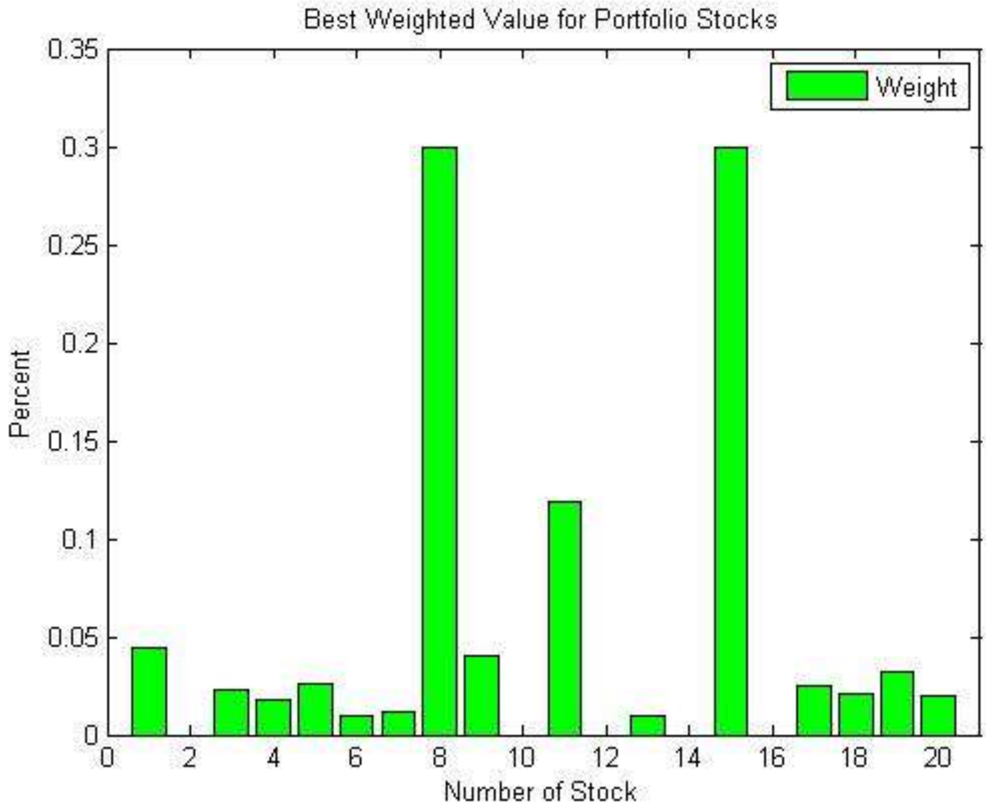
تعداد متغیرها (تعداد سهام)	۲۰	سطح اطمینان $\boldsymbol{CVaR}$	٪۹۵
مقدار بیشینه متغیرها	۰/۳	ضرایب یادگیری c_1 و c_2	۱/۴۹۶۲
مقدار کمینه متغیرها	۰	تعداد ذره	۱۰۰
سرعت بیشینه	۰/۰۵۸	تعداد تکرار	۱۰۰
سرعت کمینه	-۰/۰۵۸	تابع چگالی	تخمین کرنل

همان‌طور که از مدل توضیح داده شده برمی‌آید، تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن می‌نیمم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



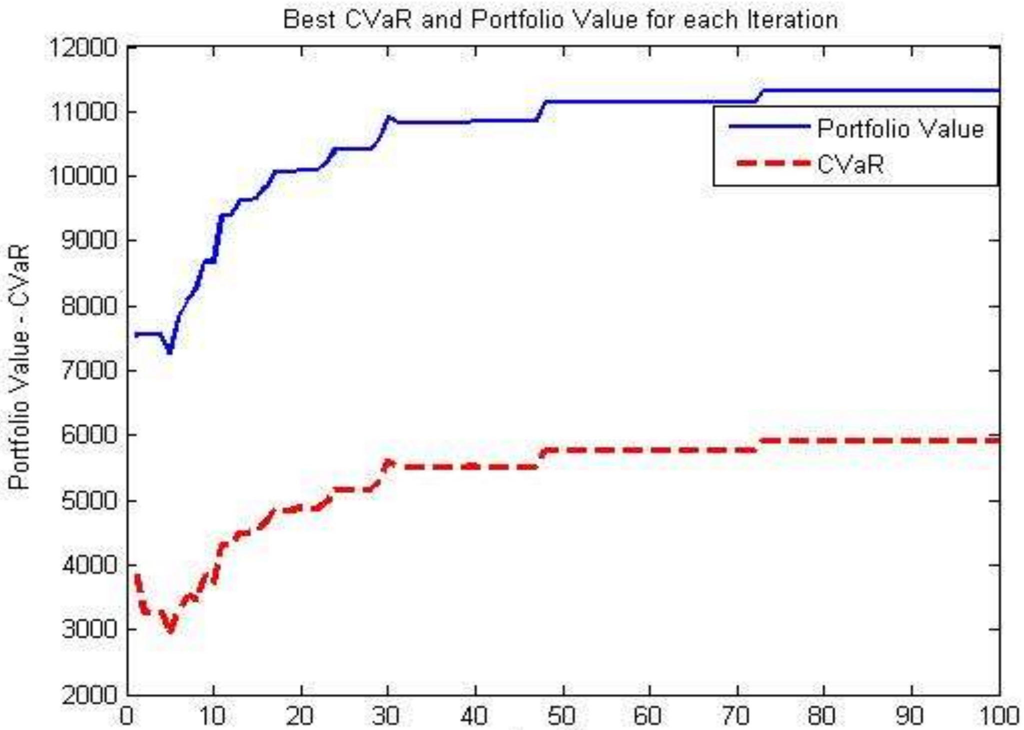
شکل ۵-۱۵: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم PSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که قیدهای اعمال شده، به‌طور کامل رعایت شده است.



شکل ۵-۱۶: درصد وزن‌های سهام بهینه الگوریت PSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و مقدار ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۱۷: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم PSO در مسئله مقید سبد سهام

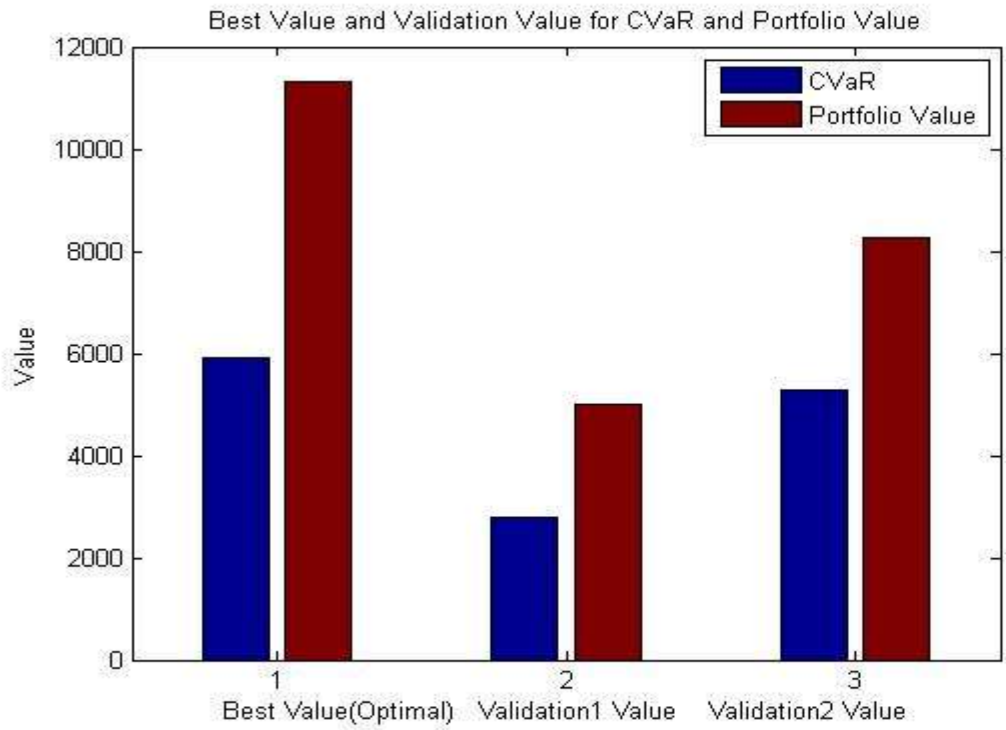
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله مقید سبد سهام توسط الگوریتم PSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۱۱: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم PSO در مسئله مقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله مقید سبد سهام به روش PSO	-۵۳۹۲/۳۷۴	۱۱۳۱۴/۷۱۴۹	۵۹۲۲/۳۴۰۴

۵-۳-۱-۱- اعتبارسنجی مدل PSO

به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. درنتیجه برای این سری از وزن‌های جدید نیز، مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را به‌دست می‌آوریم. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل PSO دارد.



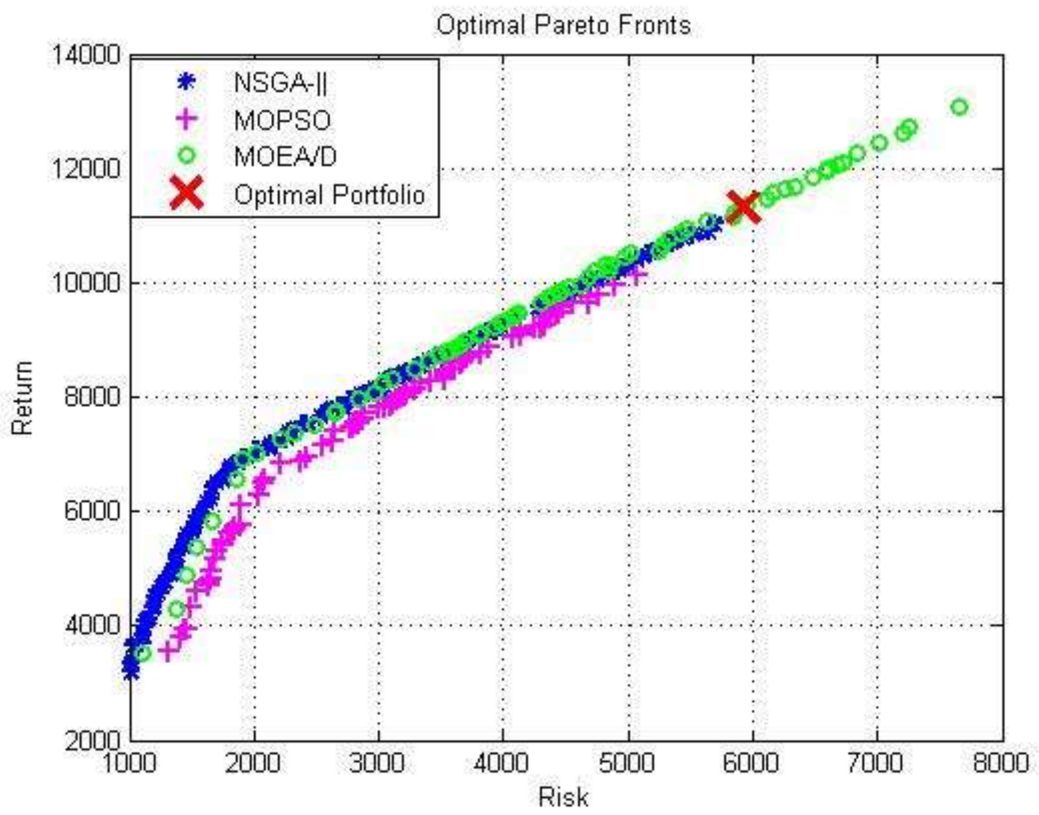
شکل ۵-۱۸: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام مقید برای مدل بهینه الگوریتم PSO و مدل‌های اعتبارسنجی

جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۲: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل PSO در مسئله مقید سبد سهام

PSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۱۳۱۵	۴۹۸۵	۸۲۶۱
ریسک	۵۹۲۲	۲۷۷۴	۵۲۸۸

به منظور اعتبارسنجی مقادیر بهینه به‌دست آمده، در شکل ۵-۱۹ مجموعه جواب‌های بهینه‌ای نشان داده شده است که از حل مسئله بهینه‌سازی چندهدفه سبد سهام مقید با استفاده از روش‌های MOEA/D و NSGA-II و MOPSO به‌دست آمده است[۴۹]. به این مجموعه جواب‌های بهینه، جبهه پارتو (PF)[۱] گویند. مقدار پرتفوی بهینه به‌دست آمده از حل مسئله تک‌هدفه به روش PSO نیز در شکل زیر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار نشان داده شده، روی این جبهه بهینه پارتو قرار گرفته است.

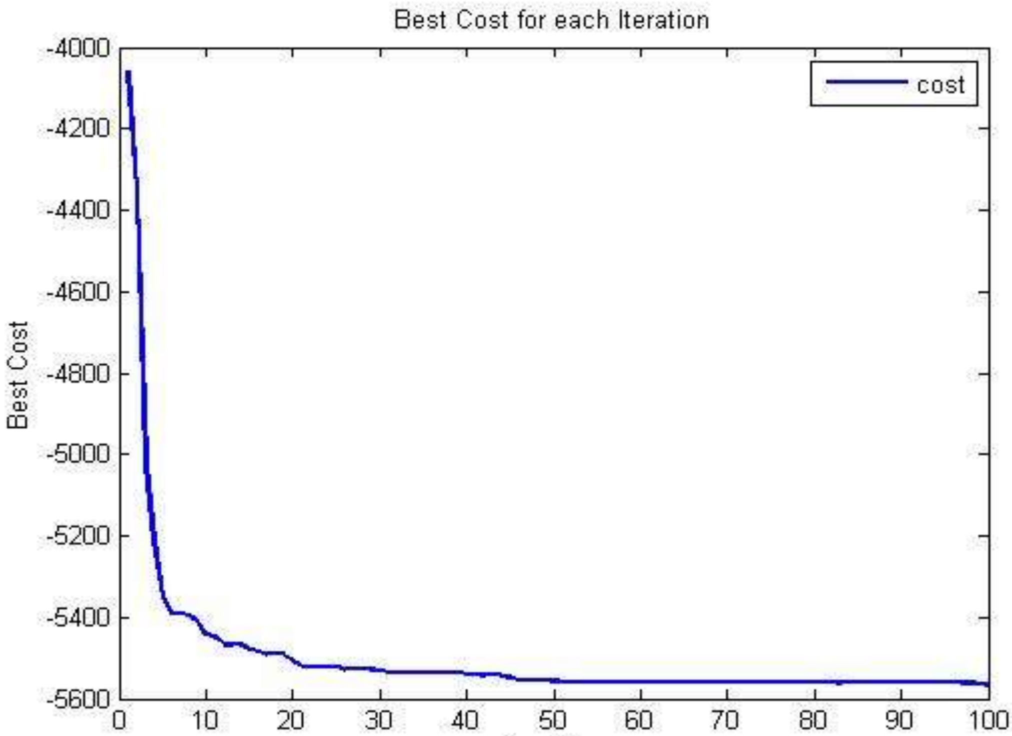


شکل ۵-۱۹: نمودار جبهه بهینه پارتو برای مسئله CCPS چندهدفه و مقدار بهینه روش PSO

[1] Pareto Front

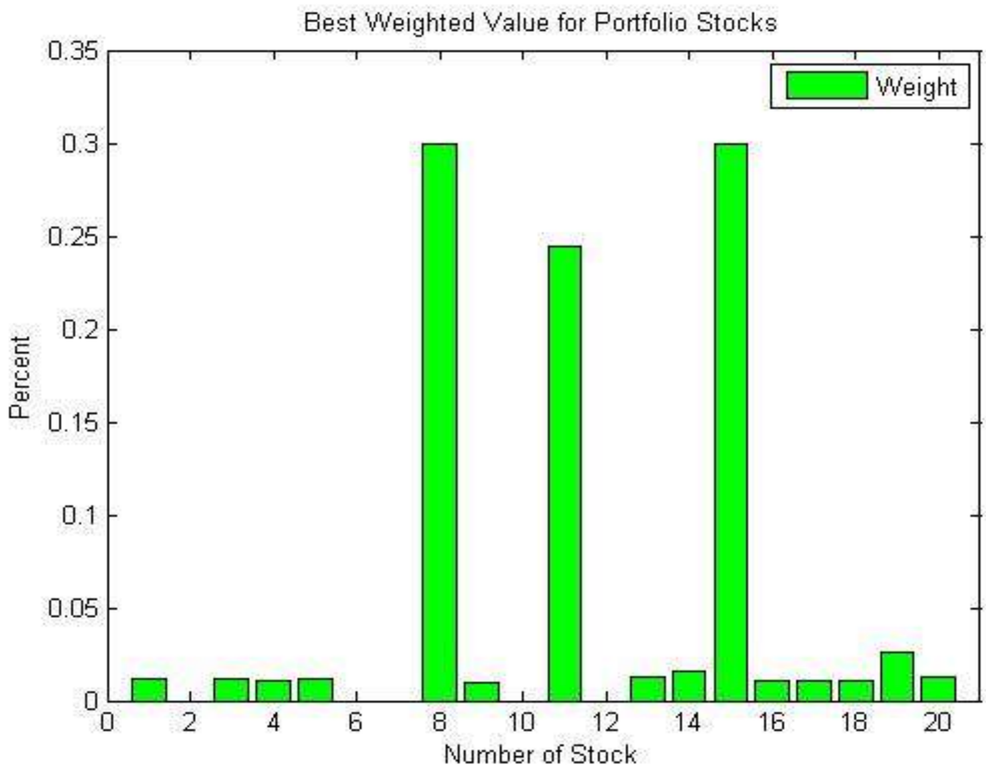
۵-۳-۲- بهینه‌سازی براساس الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک یک نسخه بهبودیافته از الگوریتم PSO انجام شده است که به MPSO خطاب شده است. مقدار پارامترها و متغیرها در این حالت کاملاً مشابه حالت قبل می‌باشد. همچنین از تخمین کرنل برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ۹۵٪ می‌باشد. همان‌طور که از مدل توضیح داده شده برمی‌آید، تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن کم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



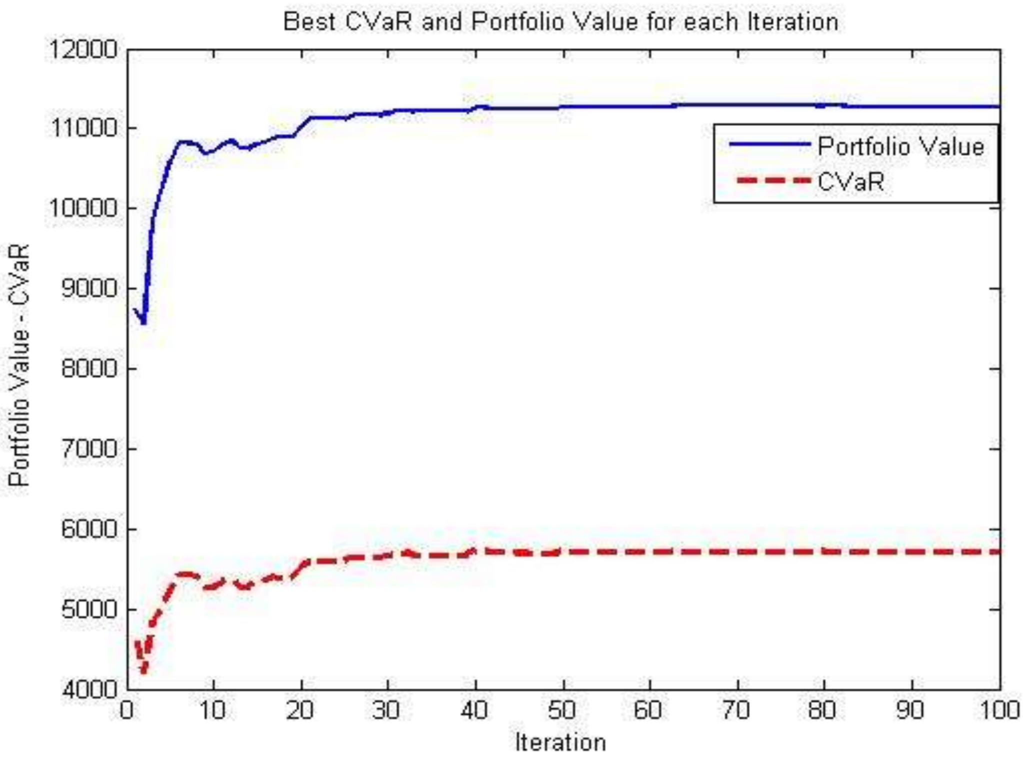
شکل ۵-۲۰: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم MPSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۲۱: درصد وزن‌های سهام بهینه الگوریتم MPSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۲۲: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم MPSO در مسئله مقید سبد سهام

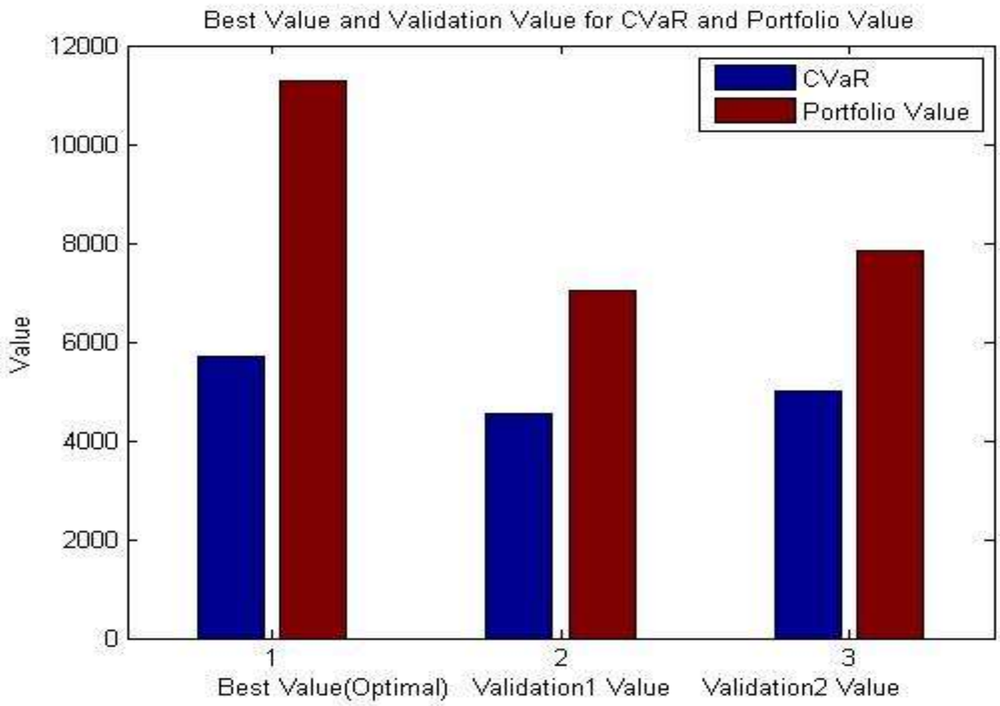
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله مقید سبد سهام توسط الگویتم MPSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۱۳: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم MPSO در مسئله مقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله مقید سبد سهام به روش MPSO	-۵۵۶۵/۴۵۳۵	۱۱۲۷۴/۸۹۳۸	۵۷۰۹/۴۴۰۴

۵-۳-۲-۱- اعتبارسنجی مدل MPSO

در ابتدا به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را به طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل MPSO دارد.



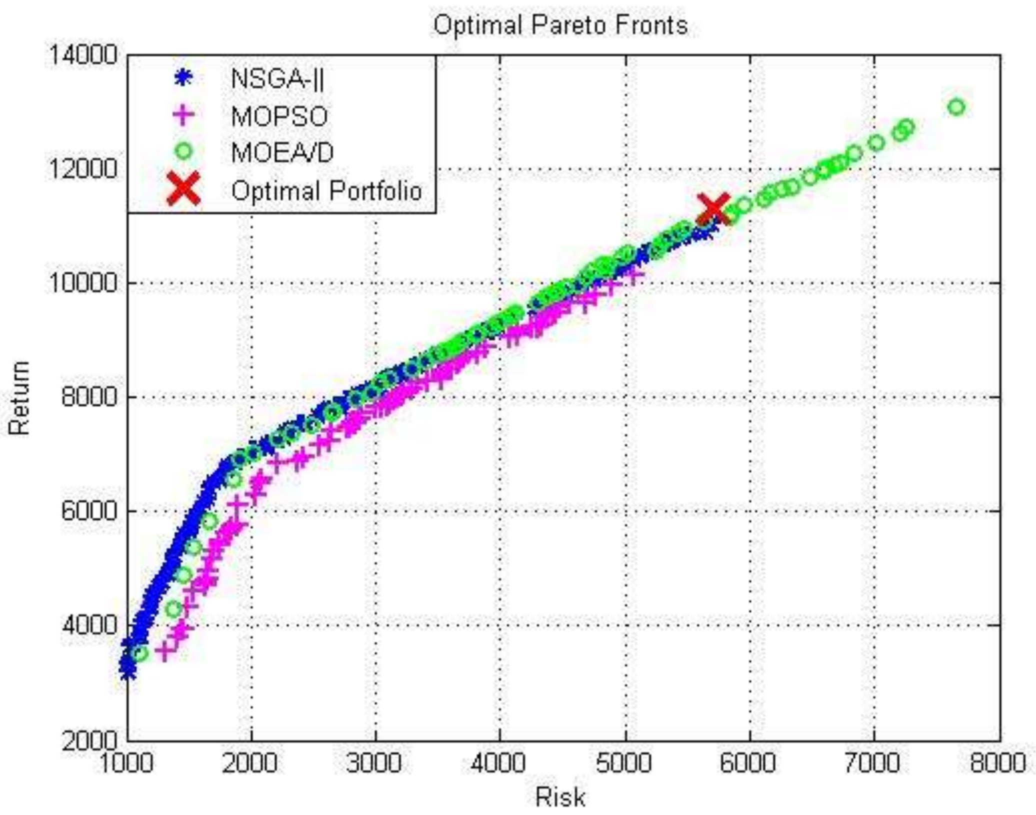
شکل ۵-۲۳: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام مقید برای مدل بهینه الگوریتم MPSO و مدل‌های اعتبارسنجی

جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۴: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل MPSO در مسئله مقید سبد سهام

MPSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۱۲۷۵	۷۰۲۶	۷۸۵۰
ریسک	۵۷۰۹	۴۵۵۰	۴۹۹۸

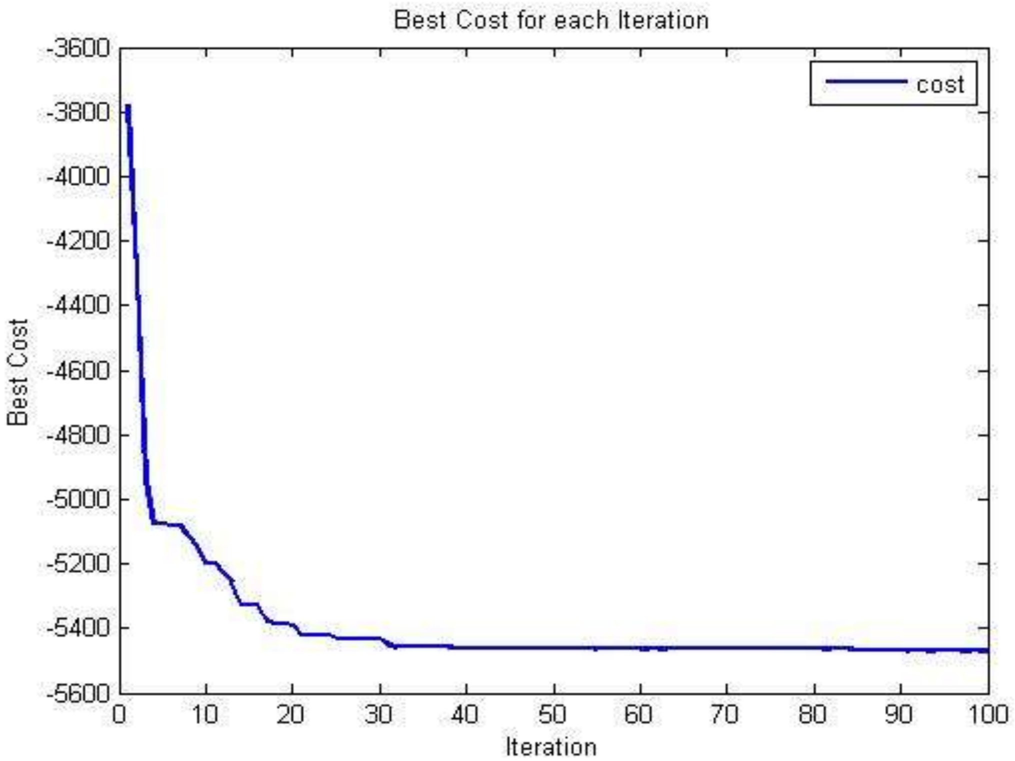
به منظور اعتبارسنجی مقادیر بهینه به‌دست آمده، در شکل ۵-۲۴ مجموعه جواب‌های بهینه‌ای نشان داده شده است که از حل مسئله بهینه‌سازی چندهدفه سبد سهام مقید با استفاده از روش‌های MOEA/D و NSGA-II و MOPSO به‌دست آمده است[۴۹]. به این مجموعه جواب‌های بهینه، جبهه پارتو (PF) گویند. مقدار پرتفوی بهینه به‌دست آمده از حل مسئله تک‌هدفه به روش MPSO نیز در شکل زیر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که ریسک این پرتفوی نسبت به روش PSO، کاهش یافته و کمی بالاتر از مرز نمودار جبهه بهینه پارتو قرار گرفته است.



شکل ۵-۲۴: نمودار جبهه بهینه پارتو برای مسئله CCPS چندهدفه و مقدار بهینه روش MPSO

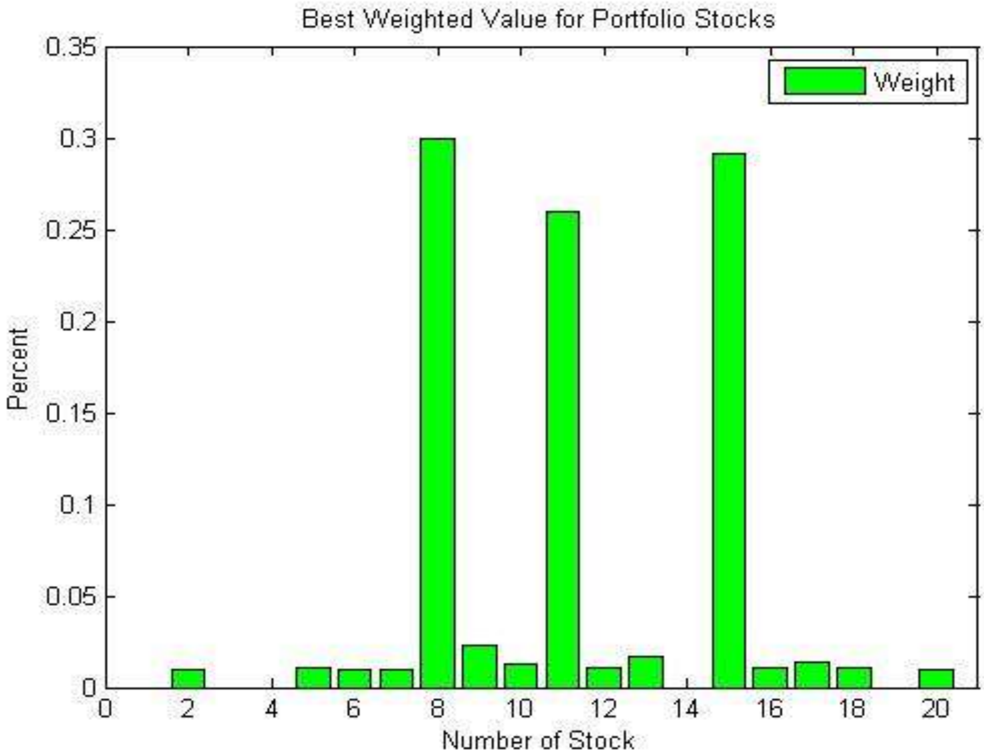
۵-۳-۳- بهینه‌سازی براساس الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی

در این بخش، شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی سبد سهام با ۲۰ دارایی، به کمک ترکیب الگوریتم MPSO و Triangular PSO انجام شده است که به نام Tri MPSO خطاب شده است. مقدار پارامترها و متغیرها در این حالت کاملاً مشابه دو بخش قبلی است. همچنین از تخمین کرنل برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده و سطح اطمینان برابر با ۹۵٪ می‌باشد. تابع هدف مقدار تفاضل میان CVaR و ارزش سبد سهام درنظر گرفته شده است که هرچه مقدار آن کم‌تر باشد، بهینه‌تر خواهد بود. شکل زیر مسیر پیموده شده توسط تابع هدف و ارزیابی برای رسیدن به نقطه بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نشان می‌دهد. شکل زیر کم‌ترین مقدار تابع هزینه را در تکرارهای موردنظر که ۱۰۰ تکرار می‌باشد، نمایش داده و مشاهده می‌شود که در تکرارهای آخر به مقدار ثابتی رسیده است.



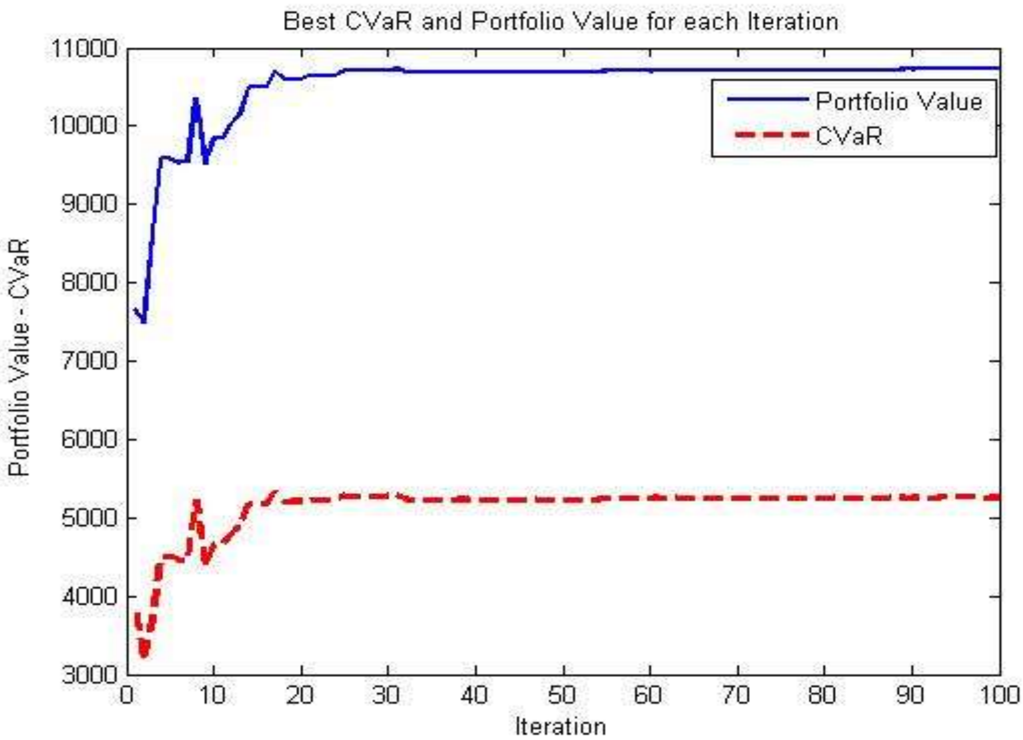
شکل ۵-۲۵: مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم Tri MPSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر درصد وزن‌های هر سهم در بهینه‌ترین حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۲۶: درصد وزن‌های سهام بهینه الگوریتم Tri MPSO در مسئله مقید سبد سهام

شکل زیر نمایش‌دهنده ریسک و ارزش پرتفوی در هر تکرار از اجرای الگوریتم می‌باشد. در تکرارهای آخر مقدار ریسک و ارزش سبد سهام ثابت شده است و به مقدار بهینه خود رسیده است.



شکل ۵-۲۷: نمایش CVaR و ارزش پرتفوی در هر تکرار از الگوریتم Tri MPSO در مسئله مقید سبد سهام

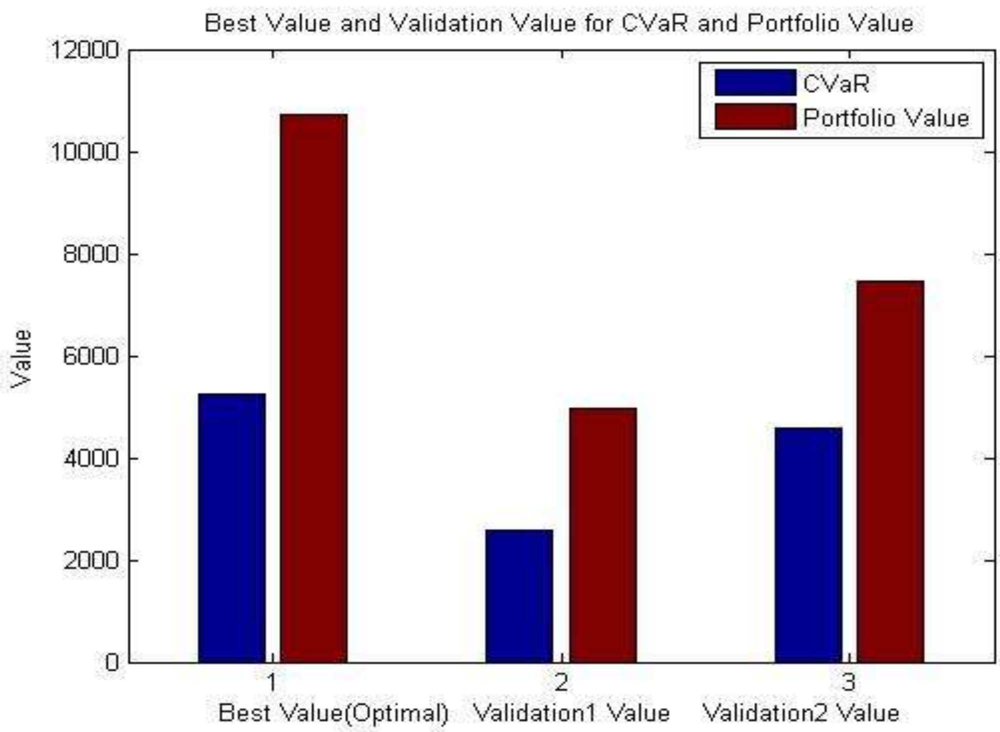
مقادیر بهینه به‌دست آمده از حل مسئله مقید سبد سهام توسط الگویتم Tri MPSO در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول ۵-۱۵: نمایش مقادیر بهینه به‌دست آمده از الگوریتم Tri MPSO در مسئله مقید سبد سهام

	هزینه	ارزش سبد سهام	ریسک
حل مسئله مقید سبد سهام به روش Tri MPSO	-۵۴۷۰/۹۱۲۹	۱۰۷۳۳/۲۰۹۷	۵۲۶۲/۲۹۶۸

۵-۳-۳-۱- اعتبارسنجی مدل Triangular MPSO

در ابتدا به‌منظور اعتبارسنجی مدل و اطمینان از صحت مدل اجرا شده، دو روش را به‌کار گرفته شده است. در روش اول مقدار وزن‌های سبد سهام که خروجی مسئله است به صورت دستی و تصادفی انتخاب شده، طوری‌که مجموع ضرایب وزن‌ها برابر با یک باشد و مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام با مقادیر بهینه مقایسه می‌شود. روش دوم نیز همانند روش اول است با این تفاوت که دو وزن از مقادیر وزن‌های بهینه به‌دست آمده، جابه‌جا شده است و یا می‌توان مقادیر چند وزن از وزن‌های بهینه را طوری تغییر داد که همچنان مجموع ضرایب برابر با یک باشد که در این بخش، وزن سهم هشتم و نهم جابه‌جا شده است. شکل زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را برای مدل بهینه و مدل‌های اعتبارسنجی به‌صورت نمودار میله‌ای نشان می‌دهد که به‌صورت کاملاً مشهودی، نشان از بهینه بودن مدل Tri MPSO دارد.



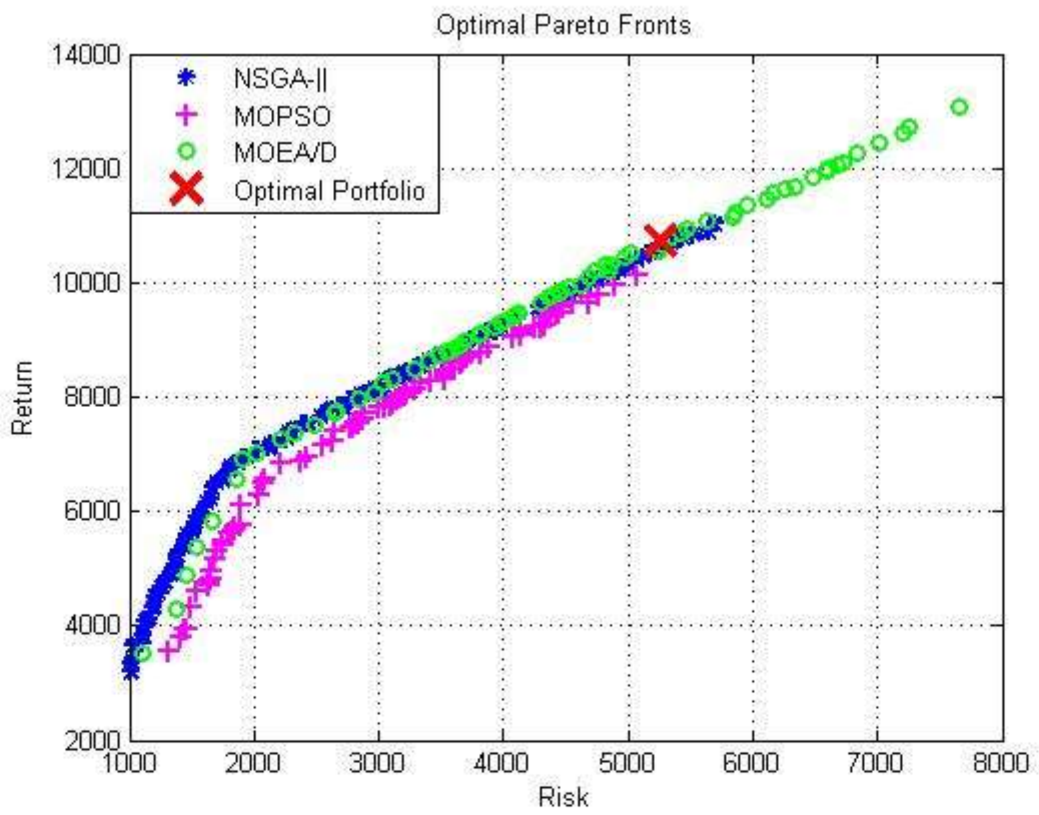
شکل ۵-۲۸: مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام مقید برای مدل بهینه الگوریتم Tri MPSO و مدل‌های اعتبارسنجی

جدول زیر نتایج حاصل از اعتبارسنجی مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۶: مقایسه مقادیر بهینه و اعتبارسنجی مدل Tri MPSO در مسئله مقید سبد سهام

Tri MPSO	مدل بهینه	اعتبارسنجی اول	اعتبارسنجی دوم
ارزش سبد سهام	۱۰۷۳۳	۴۹۷۳	۷۴۶۲
ریسک	۵۲۶۲	۲۵۹۳	۴۵۸۳

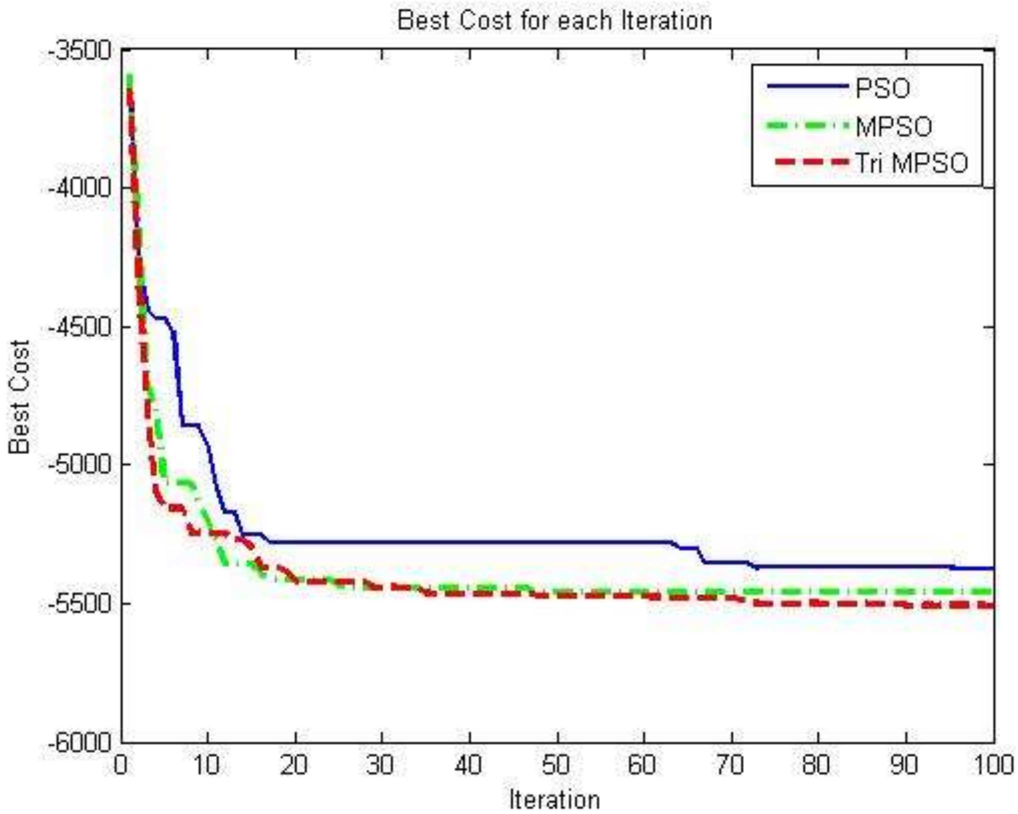
به منظور اعتبارسنجی مقادیر بهینه به‌دست آمده، در شکل ۵-۲۹ مجموعه جواب‌های بهینه‌ای نشان داده شده است که از حل مسئله بهینه‌سازی چندهدفه سبد سهام مقید با استفاده از روش‌های MOEA/D و NSGA-II و MOPSO به‌دست آمده است[۴۹]. به این مجموعه جواب‌های بهینه، جبهه پارتو (PF) گویند. مقدار پرتفوی بهینه به‌دست آمده از حل مسئله تک‌هدفه به روش Tri MPSO نیز در شکل زیر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار نشان داده شده، روی مرز مقادیر بهینه جبهه پارتو قرار دارد و دارای مقدار ریسک کم‌تری است که در مقابل ارزش پرتفوی نیز، کمی کم‌تر می‌باشد.



شکل ۵-۲۹: نمودار جبهه بهینه پارتو برای مسئله CCPS چندهدفه و مقدار بهینه روش Tri MPSO

۵-۳-۴- مقایسه سه الگوریتم در حالت مقید

یک روش برای مقایسه بین الگوریتم‌های معرفی‌شده، نمایش نمودار تابع هزینه در هر تکرار می‌باشد. برای این منظور، با تولید یک جمعیت اولیه یکسان و به‌صورت هم‌زمان این سه الگوریتم اجرا شده است. شکل زیر روند تابع هزینه را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۳۰: نمایش تابع هزینه در هر تکرار از الگوریتم‌های PSO, MPSO, TriMPSO در مسئله مقید

مشاهده می‌شود که در اجرای هم‌زمان سه الگوریتم، مقدار تابع هزینه ایجاد شده توسط الگوریتم ترکیبی MPSO و Triangular MPSO نزدیک هم هستند و کمی از الگوریتم PSO پایین‌تر است. بنابراین در مسئله سبد سهام مقید، نسخه‌های بهبود یافته الگوریتم ازدحام ذرات به‌دلیل وجود محدودیت‌ها، به‌اندازه حالت نامقید اثرگذار نیستند و اثر کم‌تری در بهبود عملکرد تابع هزینه و اختلاف مقدار ارزش سبد سهام و ریسک دارند. جدول زیر مقادیر ریسک و ارزش سبد سهام را در هر سه روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۷: مقادیر بهینه روش‌های بهینه‌سازی مسئله مقید سبد سهام

روش بهینه‌سازی	PSO	MPSO	Tri MPSO
ارزش سبد سهام	۱۱۶۰۰/۲۰۳۶	۱۱۸۵۳/۲۹۵۶	۱۱۵۱۲/۲۴۸۵
ریسک	۶۲۲۵/۹۴۱۴	۶۳۹۴/۹۳۵۷	۶۰۰۴/۴۵۸۲
هزینه	-۵۳۷۴/۲۶۲۱	-۵۴۵۸/۳۵۹۹	-۵۵۰۷/۷۹۰۲

جدول زیر مقادیر درصد وزن‌های اختصاص یافته به شرکت‌های تشکیل‌دهنده سبد سهام را در حالت نامقید برای سه الگوریتم نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱۸: درصد وزن‌های اختصاص یافته به شرکت‌های تشکیل‌دهنده سبد سهام مقید

	نام شرکت	درصد وزنی PSO	درصد وزنی MPSO	درصد وزنی Tri MPSO
۱	تکین کو	۰/۰۵۶۱	۰/۰۲۱۱	۰
۲	سرمایه‌گذاری بوعلی	۰	۰	۰/۰۱۱۳
۳	ایران ترانسفو	۰/۰۱۴۳	۰	۰
۴	دارو جابرابن حیان	۰/۰۳۶۹	۰/۰۳۴۴	۰
۵	فولاد مبارکه اصفهان	۰/۰۲۸۴	۰/۰۲۱۸	۰/۰۱۱۴
۶	سیمان فارس و خوزستان	۰	۰	۰/۰۱۲۵
۷	سایپا	۰/۰۱۸۸	۰/۰۱۴	۰/۰۱۰۱
۸	خدمات انفورماتیک	۰/۳	۰/۳	۰/۳
۹	توسعه صنایع بهشهر	۰	۰/۰۱۲۴	۰/۰۱۱۵
۱۰	بانک سینا	۰	۰	۰/۰۱۱۸
۱۱	سرمایه‌گذاری غدیر	۰/۰۴۱۸	۰/۰۷۸۴	۰/۱۹۱۶
۱۲	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۰	۰/۰۱۳۷	۰/۰۱۲۱
۱۳	معادن روی ایران	۰/۰۲۲۲	۰/۰۲۹۸	۰/۰۱۱۹
۱۴	اما	۰/۰۲۱۲	۰/۰۱۵۴	۰
۱۵	ایران یاسا	۰/۲۱۹۸	۰/۲۹۶۲	۰/۲۹۴۹
۱۶	تراکتورسازی	۰/۰۱۸۱	۰	۰/۰۱۱۹
۱۷	چینی ایران	۰/۰۳۰۵	۰/۰۱۵۸	۰/۰۱۴۲
۱۸	مخابرات ایران	۰/۰۱۷۳	۰/۰۲۳۲	۰/۰۱۴۸
۱۹	پتروشیمی آبادان	۰/۱۵۸۲	۰/۱۰۰۳	۰/۰۸
۲۰	حفاری شمال	۰/۰۱۶۲	۰/۰۲۳۵	۰
	مجموع ضرایب	۱	۱	۱

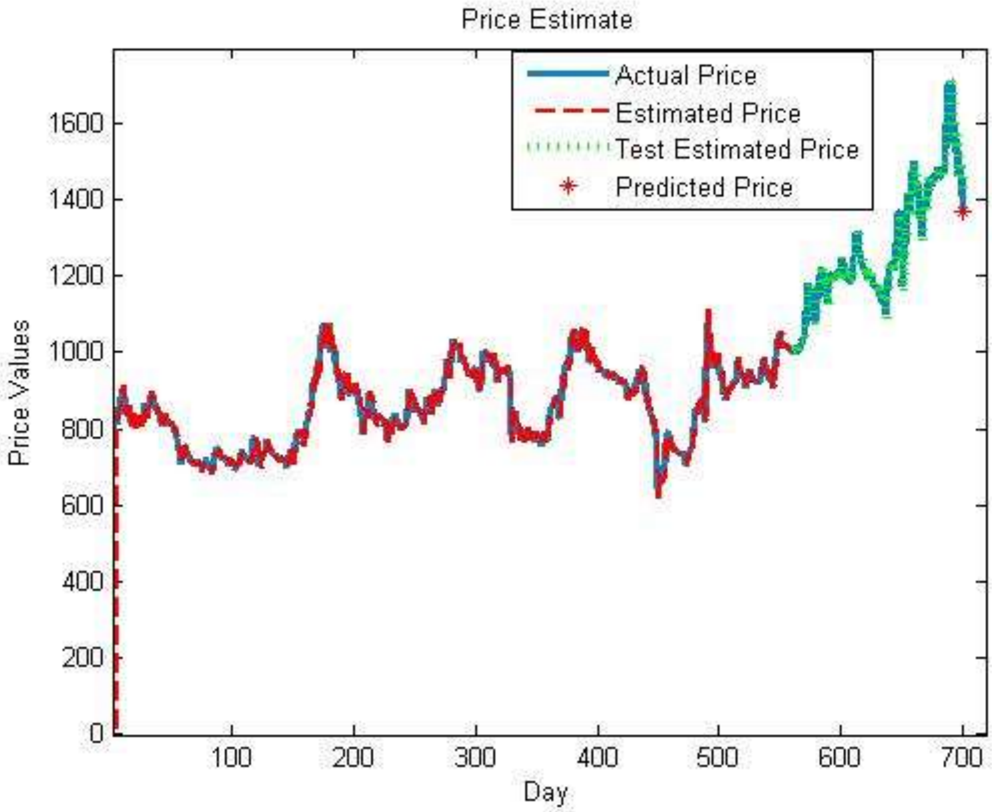
بامشاهده نتایجی که از شبیه‌سازی‌های حل مسئله نامقید سبد سهام و مسئله مقید آن به‌دست آمده است، می‌توان دریافت که چون در حالت مقید، با اعمال قیدها، محدوده‌ی تحرک و فضای جست‌وجوی ذرات برای رسیدن به نقطه بهینه کوچک‌تر شده، مقدار کمینه شدن تابع هزینه نسبت به حالت نامقید کم‌تر خواهد بود و این همان جریمه‌ای است که به‌ازای اعمال قیود کاربردی باید پرداخت. همچنین مشاهده می‌شود که در حالت نامقید، الگوریتم ترکیبی Triangular MPSO عملکرد بسیار بالایی از خود نشان می‌دهد و مقدار ارزش سبد سهام بالا در برابر ریسک مناسب تولید می‌کند ولی در حالت مسئله مقید، این الگوریتم، از الگوریتم PSO عملکرد بهتری دارد ولی عملکرد آن تفاوت چندانی با الگوریتم MPSO ندارد و تابع هزینه تقریباً برابری ایجاد می‌کنند. این نتیجه به‌دلیل وجود قید در صورت مسئله است که تابع کسینوسی اعمال شده در الگوریتم، به‌آسانی حالت قبلی آزادی عمل ندارد.

۵–۴– پیش‌بینی قیمت

آن‌چه تاکنون مورد بررسی قرار گرفت، حل مسئله سبد سهام بهینه با فرض داشتن قیمت‌های هر روز از سهام‌های مختلف است و با توجه به داده‌های موجود و در دسترس، مقدار ارزش سبد سهام و ریسک حاصل را به‌کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌دست آوردیم. داده‌های موجود، قیمت‌های سهام هر یک از شرکت‌ها در طی ۷۰۰ روز است. در این بخش، به منظور کاربردی نمودن مسئله سبد سرمایه، قیمت‌های مربوط به روز آینده را توسط دو روش پیش‌بینی نموده و سپس برای قیمت‌های به‌دست آمده، به‌کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی، مقدار ارزش سبد سهام و ریسک حاصل از آن را پیش‌بینی می‌کنیم. برای این منظور در ابتدا با توجه با روش‌های معرفی‌شده در فصل چهارم، قیمت‌های روز آتی را بر اساس پیش‌بینی یک گام رو به جلو، محاسبه می‌کنیم. این نکته قابل ذکر است که پیش‌بینی برای گام بعدی صورت می‌گیرد که این گام می‌تواند یک روز، چند روز، یک هفته و یا حتی یک سال باشد.

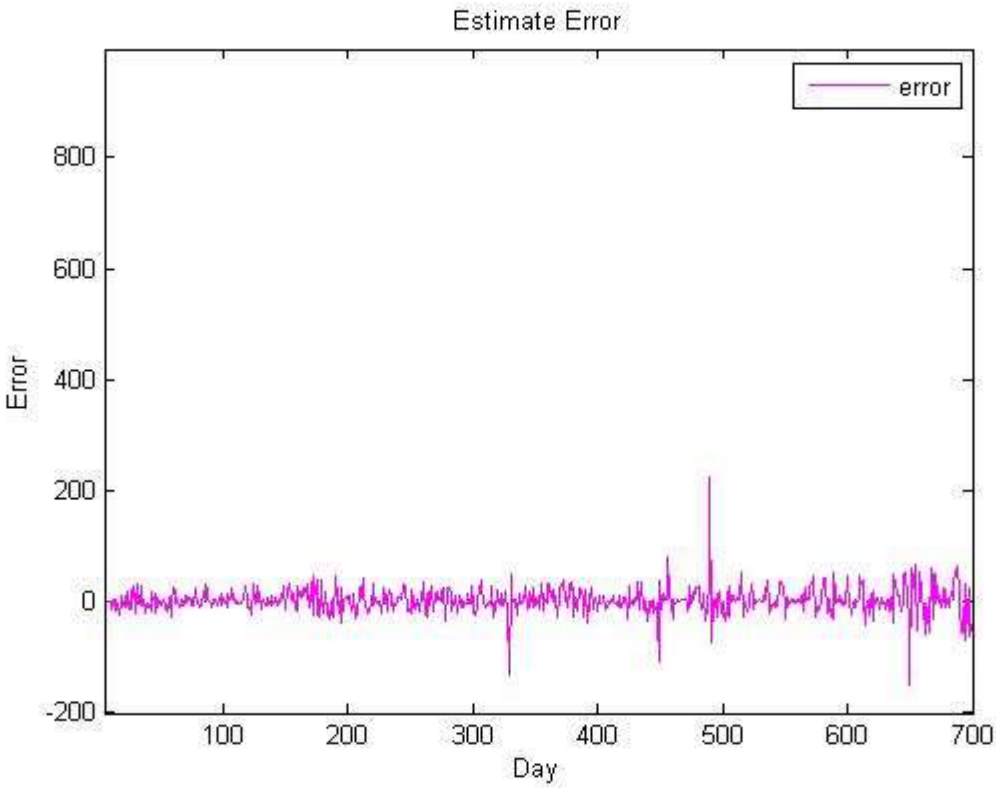
۵–۴–۱– پیش‌بینی قیمت توسط مدل‌های خود رگرسیونی

در این روش به‌منظور پیش‌بینی قیمت از مدل بردار AR از مرتبه دهم استفاده شده و پارامترهای این مدل توسط روش RLS تخمین زده شده است. پیش‌بینی بر طبق این مدل به‌صورت پیش‌بینی بر اساس یک گام رو به جلو است. در این روش ۸۰٪ از داده‌ها به‌عنوان داده‌های آموزش و ۲۰٪ دیگر را به‌عنوان داده تست درنظر گرفته شده است. تخمین قیمت روز ۷۰۱ ام با داشتن داده‌های ۷۰۰ روز یک شرکت، به‌عنوان نمونه در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۵-۳۱: تخمین قیمت برای روز آینده توسط مدل بردار خودرگرسیونی

خطای پیش‌بینی در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۵-۳۲: خطای تخمین با استفاده از روش RLS

به‌منظور اطمینان حاصل نمودن از صحت روش تخمین، بر همین اساس قیمت‌های ۵۰ روز متوالی (۶۵۰ تا ۷۰۰) تمام شرکت‌های موجود در سبد سهام را با توجه به سری زمانی قیمت‌های هر یک از شرکت‌ها، پیش‌بینی نموده، درنتیجه می‌توان این قیمت‌های تخمین زده شده را با قیمت‌های اصلی مقایسه کرد. به‌منظور نشان دادن خطای پیش‌بینی برای تمام شرکت‌ها از انحراف معیار استفاده شده است. همان‌طور که می‌دانیم، خطای تخمین برابر است با تفاضل قیمت‌های تخمین زده شده و قیمت‌های واقعی. درنتیجه برای نشان دادن صحت عملکرد روش، میزان قدر مطلق انحراف معیار خطای تخمین برای هر یک از شرکت‌ها در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۵-۱۹: میزان قدر مطلق انحراف معیار خطای تخمین قیمت ۵۰ روز توسط روش RLS

نام شرکت	قدر مطلق انحراف معیار	نام شرکت	قدر مطلق انحراف معیار
تکین کو	۱۲۶	سرمایه‌گذاری غدیر	۱۰۰
سرمایه‌گذاری بوعلی	۱۹	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۹۹
ایران ترانسفو	۱۱۱	معادن روی ایران	۷۳
دارو جابرابن حیان	۱۵۸	اما	۴۹۹
فولاد مبارکه اصفهان	۲۲۲	ایران یاسا	۶۱۷
سیمان فارس و خوزستان	۹۶	تراکتورسازی	۸۹
سایپا	۴۶	چینی ایران	۱۹۴
خدمات انفورماتیک	۱۳۲	مخابرات ایران	۶۷
توسعه صنایع بهشهر	۱۰۹	پتروشیمی آبادان	۳۴۲
بانک سینا	۵۳	حفاری شمال	۱۳۲

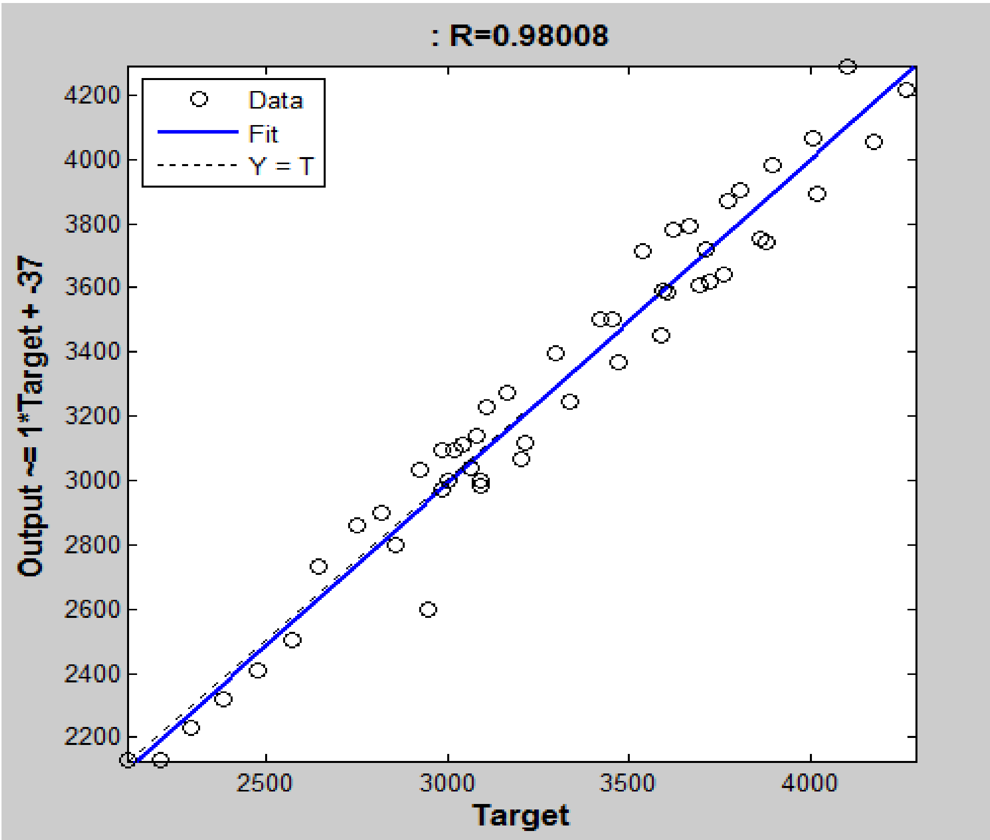
۵-۴-۲- پیش‌بینی قیمت با الگوریتم EM

در این روش با استفاده از مدل کردن سری زمانی دارایی‌ها به فرم فضای حالت، به پیش‌بینی قیمت پرداخته شده است. این روش که به‌صورت بازگشتی عمل می‌کند، با دادن یک مقدار اولیه برای متغیر حالت و میانگین مربعات خطای متناظر با آن آغاز می‌شود و با استفاده از معادلات فیلتر کالمن، در هر گام یکی از مقادیر حالت را محاسبه و از این مقدار در تخمین مقادیر بعدی استفاده می‌کند. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که متغیر حالت در تمامی دوره‌ها محاسبه شده و مقدار خطا به حداقل می‌رسد. در نتیجه قیمت دارایی در گام بعدی، با استفاده از مدل به‌دست‌آمده از فضای حالت تخمین زده می‌شوند که پارامترهای آن با توجه به روش حداکثر درست‌نمایی و مقادیر متغیر حالت آن، به روش فیلتر کالمن به‌دست‌آمده است. داده‌های ورودی برای این الگوریتم بازده روزانه دارایی برای هر شرکت در طی دوره زمانی است که از رابطه $R_t = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ به‌دست می‌آید. به‌عنوان نمونه مدل فضای حالت

بازده‌ای که توسط این الگوریتم برای شرکت حفاری شمال به‌دست آمده، به صورت زیر است که مقادیر پارامترهای تخمین زده شده در مدل جاگذاری شده است:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= 0.0455\ \ x_t + 2.34 \times 10^{-5} + w_t \quad , \quad w_t \sim N(0, 6.4 \times 10^{-4}) \\ y_t &= x_t + v_t \qquad\qquad , \quad v_t \sim f(0, 4.5 \times 10^{-4}) \end{aligned} \qquad (۳-۵)$$

با داشتن مدل فضای حالت برای بازده روزانه دارایی‌ها و استفاده از رابطه بین قیمت و بازده، می‌توان قیمت روز آتی را پیش‌بینی نمود. به‌منظور اطمینان حاصل نمودن از صحت روش تخمین، بر همین اساس قیمت‌های ۵۰ روز متوالی (۶۵۰ تا ۷۰۰) تمام شرکت‌های موجود در سبد سهام را با توجه به سری زمانی قیمت‌های هر یک از شرکت‌ها، پیش‌بینی نموده، درنتیجه می‌توان این قیمت‌های تخمین زده شده را با قیمت‌های اصلی مقایسه کرد. به‌عنوان نمونه برای شرکت توسعه صنایع بهشهر، نمودار شیب خط رگرسیونی برای داده‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده در ۵۰ روز، نشان داده شده است.



شکل ۵-۳۳: نمودار شیب خط رگرسیونی برای داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده ۵۰ روز توسط الگوریتم EM

با توجه به میزان پراکندگی داده‌ها حول خط رگرسیون، می‌توان نشان داد که مقدار خطای پیش‌بینی کم و مناسب است. همان‌طور که می‌دانیم، خطای تخمین برابر است با تفاضل قیمت‌های تخمین زده

شده و قیمت‌های واقعی. به‌منظور نشان دادن صحت عملکرد روش، میزان قدر مطلق انحراف معیار خطای تخمین برای هر یک از شرکت‌ها در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۵-۲۰: میزان قدر مطلق انحراف معیار خطای تخمین قیمت ۵۰ روز توسط الگوریتم EM

نام شرکت	قدر مطلق انحراف معیار	نام شرکت	قدر مطلق انحراف معیار
تکین کو	۱۱۹	سرمایه‌گذاری غدیر	۹۷
سرمایه‌گذاری بوعلی	۱۷	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۹۹
ایران ترانسفو	۱۱۱	معادن روی ایران	۷۱
دارو جابرابن حیان	۱۵۴	اما	۴۹۱
فولاد مبارکه اصفهان	۲۲۰	ایران یاسا	۶۰۷
سیمان فارس و خوزستان	۹۳	تراکتورسازی	۸۹
سایپا	۴۶	چینی ایران	۱۹۱
خدمات انفورماتیک	۱۲۴	مخابرات ایران	۶۵
توسعه صنایع بهشهر	۱۰۷	پتروشیمی آبادان	۳۴۲
بانک سینا	۵۲	حفاری شمال	۱۳۰

با مقایسه جدول انحراف معیار به‌دست آمده از دو روش، می‌توان مشاهده نمود میزان خطای تخمین تقریبا در دو روش برابر است ولی کم‌تر بودن میزان انحراف در روش دوم نیز مشاهده می‌شود. باید به این نکته نیز توجه کرد که نتایج حاصل از روش فوق که یک مدل فضای حالت ساده و از مرتبه اول است، با مدل AR مرتبه دهم مقایسه شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت مدل کردن سری زمانی دارایی‌ها و تخمین پارامترهای آن توسط الگوریتم EM روش مناسبی برای تخمین قیمت‌هاست.

۵-۵- پیش‌بینی مقدار ارزش سبد سهام و ریسک آن

در این قسمت با استفاده از قیمت‌های تخمین زده شده در بخش قبلی، مراحل الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای مسئله مقید سبد سهام انجام شده است. با این‌کار مقدار ارزش سبد سهام به همراه ریسک حاصل از آن، برای روز آینده تخمین زده می‌شود. برای محاسبه تابع چگالی احتمال، از تخمین کرنل استفاده می‌شود که با استفاده از قیمت‌های جدید مقدار ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌گردد. مقدار پارامترها و متغیرها در این حالت کاملاً مشابه حالت مقید سبد سهام می‌باشد. برای نشان دادن کاربردی بودن پیش‌بینی ارزش سبد سهام و ریسک آن با استفاده از قیمت‌های تخمین زده شده، از ۷۰۰ نمونه قیمت در دسترس، ۵۰ نمونه‌ی آخر تخمین زده شده است و سپس الگوریتم‌های بهینه‌سازی، برای این دسته از داده‌های جدید که ۵۰ نمونه آخر آن پیش‌بینی شده است و نیز ۷۰۰ نمونه‌ی دقیق، اجرا

شده است. به‌عنوان مثال، با فرض داشتن قیمت‌های تا روز ۶۵۰ اُم، قیمت مربوط به روز ۶۵۱ پیش‌بینی شده و الگوریتم بهینه‌سازی بر آن اعمال می‌شود. سپس با نتایج بهینه‌سازی حاصل از داده‌های واقعی تا روز ۶۵۱ مقایسه شده است. برای تست نتایج الگوریتم بهینه‌سازی برای دو سری از داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده، ۵۰ آزمایش انجام شده است که در هر مرحله نتایج دو داده به‌صورت هم‌زمان محاسبه می‌گردد. این مراحل برای سه الگوریتم معرفی شده تکرار خواهد شد.

۵–۵–۱– الگوریتم ازدحام ذرات

در جدول زیر مقایسه‌ای بین نتایج بهینه‌سازی توسط الگوریتم ازدحام ذرات، به‌ازای داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده آمده است. لازم به ذکر است که این مقایسه میان میانگین جواب‌های حاصل از ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم برای ۵۰ نمونه‌ی تخمینی انجام شده است.

جدول ۵-۲۱: مقایسه نتایج نهایی به‌دست آمده از الگوریتم PSO اعمال شده بر دو داده برای مسئله CCPS

مورد مقایسه / نوع داده	هزینه	ارزش سبد سهام	CVaR
میانگین مقادیر دقیق	-۵۳۵۳/۹۱۹	۱۰۹۹۷/۶۹۹	۵۶۴۳/۷۸۱
میانگین مقادیر تخمینی	-۵۳۶۰/۷۲۵	۱۱۰۸۳/۱۸۸	۵۷۲۲/۴۶۳
انحراف معیار خطا	۴۸/۸	۵۸۰/۳	۵۳۷/۴

با مشاهده میانگین نمونه‌ها و مقایسه آن‌ها با مقادیر واقعی‌شان می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف بین مقادیر کم است. همچنین مقدار انحراف معیار خطای حاصل از تخمین نیز نشان داده شده است. درنتیجه روند تخمین ارزش سبد سهام و ریسک حاصل از آن توسط این الگوریتم، مناسب و قابل پیاده‌سازی است.

۵–۵–۲– الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات

در جدول زیر مقایسه‌ای بین نتایج بهینه‌سازی توسط الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات، به‌ازای داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده آمده است. لازم به ذکر است که این مقایسه میان میانگین جواب‌های حاصل از ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم برای ۵۰ نمونه‌ی تخمینی انجام شده است.

جدول ۵-۲۲: مقایسه نتایج نهایی به‌دست آمده از الگوریتم MPSO اعمال شده بر دو داده برای مسئله CCPS

مورد مقایسه / نوع داده	هزینه	ارزش سبد سهام	CVaR
میانگین مقادیر دقیق	-۵۶۱۰/۲۱۵	۱۲۹۰۳/۸۰۳	۷۲۹۳/۵۸۷
میانگین مقادیر تخمینی	-۵۶۲۰/۸۲۱	۱۲۸۸۱/۳۴۱	۷۲۶۰/۵۱۸
انحراف معیار خطا	۲۱/۷	۲۳۴/۴	۲۱۷/۵

با مشاهده میانگین نمونه‌ها و مقایسه آن‌ها با مقادیر واقعی‌شان می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف بین مقادیر کم است و حتی این اختلاف به‌مراتب کم‌تر از حالت قبل است. همچنین با مشاهده مقدار انحراف معیار خطای حاصل از تخمین نیز این نتیجه حاصل می‌شود. درنتیجه روند تخمین ارزش سبد سهام و ریسک حاصل از آن توسط الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات، مناسب و قابل پیاده‌سازی است.

۵-۵-۳- الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی

در جدول زیر مقایسه‌ای بین نتایج بهینه‌سازی توسط الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی، به‌ازای داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده آمده است. لازم به ذکر است که این مقایسه میان میانگین جواب‌های حاصل از ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم برای ۵۰ نمونه‌ی تخمینی انجام شده است.

جدول ۵-۲۳: مقایسه نتایج نهایی به‌دست آمده از الگوریتم Tri MPSO اعمال شده بر دو داده برای مسئله CCPS

مورد مقایسه / نوع داده	هزینه	ارزش سبد سهام	CVaR
میانگین مقادیر دقیق	-۵۵۵۲/۵۳۰	۱۱۳۶۷/۷۶۲	۵۸۱۴/۴۷۱
میانگین مقادیر تخمینی	-۵۵۴۸/۶۷۹	۱۱۴۳۲/۵۲۵	۵۸۸۳/۸۴۶
انحراف معیار خطا	۲۰/۳	۲۲۹/۷	۲۱۵/۶

با مشاهده میانگین نمونه‌ها و مقایسه آن‌ها با مقادیر واقعی‌شان می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف بین مقادیر کم است.. همچنین مقدار انحراف معیار خطای حاصل از تخمین نیز نشان داده شده است. بنابراین روند تخمین ارزش سبد سهام و ریسک حاصل از آن توسط الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی نیز، مناسب و قابل پیاده‌سازی است.

با مقایسه مقادیر به‌دست آمده از الگوریتم PSO و نسخه‌های بهبود یافته این الگوریتم، می‌توان نتیجه گرفت هر سه روش فوق پیش‌بینی مناسبی از سبد سرمایه انجام می‌دهند. البته می‌توان گفت در مسئله سبد سهام مقید، میانگین مقدار تابع هزینه به‌دست آمده در روش MPSO نسبت به دو روش دیگر، بیش‌تر است و این نشان‌دهنده عملکرد مناسب این الگوریتم نه‌تنها طی یک آزمایش، بلکه در طی ۵۰ آزمایش است. البته مقدار تابع هزینه الگوریتم Tri MPSO نیز در طی این آزمایش بالاتر از الگوریتم پایه ازدحام ذرات به‌دست آمده است. چنان‌چه عملکرد مناسب این الگوریتم را در حالت سبد سهام نامقید نشان دادیم، ولی می‌توان گفت به‌دلیل وجود و اعمال قیود مسئله و محدودیت فضای جست‌وجوی ذرات، از میزان آزادی عمل این الگوریتم کاسته شده است. با توجه به مطالب فوق می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از داده‌های پیش‌بینی نیز می‌توان سبد سهام بهینه را به‌دست آورد.

فصل ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۶-۱- نتایج

تخمین پارامترهای ریسک و بازده اهمیت فراوانی در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام دارد. یک مدل تخصیص دارایی، بر پایه بهینه‌سازی میانگین-ریسک است که سعی در یافتن سبد سهامی با ماکزیمم سود برای یک سطح مشخص ریسک و یا سبد سهامی با می‌نیمم ریسک برای یک سطح داده شده سود است. پژوهش حاضر بر آن بوده است که با توجه به عدم اطمینان حاکم بر بازار سرمایه و بورس اوراق بهادار، روشی برای انتخاب مجموعه مناسب از اوراق بهادار به‌کار گیرد تا بر این نااطمینانی و ترجیحات گوناگون فائق آید. به زبان ساده‌تر، هدف کمک به سرمایه‌گذاران برای انتخاب هرچه بهتر و عملی‌تر سهام‌های مختلف و در نتیجه سرمایه‌گذاری مؤثر است.

در این پژوهش، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران و به دو صورت مقید و نامقید، مورد بررسی قرار گرفت. به منظور حل مسئله بهینه‌سازی از روش الگوریتم ازدحام ذرات و دو نسخه بهبودیافته از آن با نام‌های MPSO و Tri MPSO استفاده شده است. ارزش سبد سرمایه و ریسک آن، به‌عنوان اهداف بهینه‌سازی و معیار ارزش در معرض ریسک مشروط، به‌عنوان سنجه ریسک به‌کار رفته است. مهم‌ترین مزیت انتخاب این معیار، همدیس و کوژ بودن آن است که هر جواب بهینه محلی آن گلوبال است.

در هر دو حالت مسئله سبد سهام، تابع هدف به‌دنبال بیشینه نمودن اختلاف بین ارزش سبد سهام و ریسک(و یا کمینه نمودن قرینه آن) است که این تابع با افزایش هرچه بیش‌تر ارزش سبد سرمایه و کاهش ریسک آن، حاصل می‌شود. در حالت نامقید میزان تابع هزینه بیش‌تر توسط الگوریتم Tri MPSO حاصل شد ولی در حالت مقید، با اعمال قیدهای کاربردی معرفی شده، میزان آزادی عمل در این الگوریتم کاسته شد و مقدار تابع هزینه به‌دست آمده از آن مشابه مقدار حاصل شده از الگوریتم MPSO است که این میزان نسبت به عملکرد الگوریتم پایه‌ای PSO بالاتر و بهتر است.

یک روش برای دستیابی به بازده و ریسک سبد سهام، پیش‌بینی مقدار این پارامترها در بازه‌ی معین زمانی است. در نتیجه به پیش‌بینی پارامترهای سبد سهام پرداخته شد که برای رسیدن به این منظور لازم است قیمت‌های شرکت‌های انتخاب‌شده در سبد سهام را برای روز آتی، پیش‌بینی نمود. این کار براساس پیش‌بینی یک گام رو به جلو، روی متغیرهای سری زمانی بازده دارایی‌ها انجام می‌شود. دو روش برای پیش‌بینی قیمت معرفی شد و نشان داده شد که مدل کردن سری زمانی روشی مناسب برای تخمین قیمت‌هاست که در آن پارامترهای سیستم توسط الگوریتم EM و حالت‌های آن توسط روش

فیلتر کالمن تخمین زده می‌شود. برای قیمت‌های به‌دست آمده، مراحل الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای مسئله مقید سبد سهام که یک مسئله کاربردی و عملی است، انجام شده است. با این‌کار مقدار ارزش سبد سهام به همراه ریسک حاصل از آن، برای روز آینده تخمین زده می‌شود. جهت اطمینان از درستی روند پیشنهاد شده، مسئله برای ۵۰ روز متوالی تکرار شده است. با مقایسه نتایج به‌دست آمده از الگوریتم PSO و نسخه‌های بهبود یافته این الگوریتم، می‌توان نتیجه گرفت هر سه روش فوق پیش‌بینی مناسبی از سبد سرمایه انجام می‌دهند البته می‌توان گفت در مسئله سبد سهام مقید، میانگین مقدار تابع هزینه به‌دست آمده در روش MPSO نسبت به دو روش دیگر، بیش‌تر است و این نشان‌دهنده عملکرد مناسب این الگوریتم نه‌تنها طی یک آزمایش، بلکه در طی ۵۰ آزمایش است. البته مقدار تابع هزینه الگوریتم Tri MPSO نیز در طی این آزمایش بالاتر از الگوریتم پایه ازدحام ذرات به‌دست آمده است. چنان‌چه عملکرد مناسب این الگوریتم را در حالت سبد سهام نامقید نشان دادیم. ولی می‌توان گفت به‌دلیل وجود و اعمال قیود مسئله و محدودیت فضای جست‌وجوی ذرات، از میزان آزادی عمل الگوریتم مثلثاتی کاسته شده است. با توجه به مطالب فوق می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از داده‌های پیش‌بینی نیز می‌توان سبد سهام بهینه را به‌دست آورد.

۶–۲– پیشنهادات

- ❖ حل مسئله بهینه‌سازی مقید سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های بهبود یافته ازدحام ذرات به صورت چندهدفه.
- ❖ تمرکز بر روی الگوریتم EM، به‌منظور بالا بردن دقت تخمین پارامترها و پیش‌بینی قیمت و همچنین کاهش خطای تخمین.
- ❖ افزایش گام پیش‌بینی به کمک روش‌هایی چون شبکه‌های عصبی.
- ❖ به‌کار بردن روش‌های ارائه شده در بازارهای رو به رشد بومی مانند بازار برق.

فهرست مراجع

[۱] م. رادپور، ع. رسول‌زاده، ا. رفیعی و ع. لهراسبی، " ریسک بازار: رویکرد ارزش در معرض خطر" ، تهران، انتشارات آتی‌نگر، ۱۳۸۸.

[2] H. M. Markowitz, "Portfolio Selection", Journal of Finance, pp. 77-91, Vol. 7, No. 1, March. 1952.

[۳] ر. تهرانی، ع. سیری، "کاربرد مدل سرمایه‌گذاری کارا با استفاده از تجزیه و تحلیل مدل مارکویتز"، تهران، فصل‌نامه بورس اوراق بهادار، شماره۶، ص. ۱۳۷-۱۵۵، تابستان ۱۳۸۸.

[4] Group of Thirty, "Practices and Principle", Washington, D. C. 1994.

[5] P. Artzener, F. Delbaen, J. M. Eber and D. Health, "Coherent Measures of Risk", Mathematical Finance, Vol. 9, pp. 203-228, 1992.

[6] S. S. Zhu, M. Fukushima, "Worst Case Conditional Value at Risk with Application to robast Portfolio Management", Operation Research, Vol. 57, pp. 1151-1168, 2005.

[۷] ح. خالوزاده، ع. خاکی صدیق، ک. لوکس، "آیا قیمت سهام در بازار بورس تهران قابل پیش‌بینی است؟"، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره. ۵۳، ص. ۸۷-۱۰۲، بهمن. ۱۳۷۷.

[۸] ح. خالوزاده، ع. خاکی صدیق، "مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی"، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره. ۶۹، ص. ۱-۲۶، تابستان ۱۳۸۴.

[9] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle Swarm Optimization" peresented at the in Proceeding of the 4th IEEE International Conference on Neural Networks,1995.

[10] M. Clerc and J. Kennedy, "The Particle Swarm: Explosion, Stability and Convergence in multi-dimensional complex space" IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 20, pp. 58-73, 2002.

[11] Y. Peng-Yeng, J. Y. Wang, "A Partical Swarm Optimization approach to the nonlinear resource allocation", Applied Mathematics Computation, pp. 232-242, 2006.

[12] Y. Wei, R. Miao, Sh. Li, "Multi-period Semi-variance Portfolio Selection" Applied Mathematics and Computation", pp. 128-134, 2007.

[۱۳] ر. راعی، ه. علی بیگی، "بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات"، مجله تحقیقات مالی، شماره ۲۹، ص. ۲۱-۴۰، تابستان ۱۳۸۹.

[۱۴] ح. خالوزاده، ن. امیری، "تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک"، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره. ۷۳، ص. ۲۱۱-۲۳۱، تیر ۱۳۸۵.

[15] R. S. Tsay, "Analysis of Financial Time Series", university of chicago, published by John Wiley and Sons, Inc. hoboken, 2005.

[16] J. Twagilimana, "Mean-Variance Model in Portfolio Analysis", university of Louisville, 2002.

[17] K. Kam, "portfolio selection methods", Ph.D. Dissertation, University of California, Los Angeles, 2006.

[18] J. C. Parker, "Investments: Analysis and Management", Industrial Research and Training Center of Iran, 2001.

[19] B. R. Petreska, D. Kolemisvska-Gugolovska, "A Fuzzy Rate of Return Based Model for Portfolio Selection and Risk Estimation", IEEE International Conference on System Man and Cybernetics (SMC) , Istanbul, pp. 1871 –1877, Oct. 2010.

[۲۰] ش. محمد مرادی ، "انتخاب سبد سهام بهینه با معیارهای ارزش در معرض ریسک و میانگین ارزش در معرض ریسک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۸.

[21] T. J. P. Glasserma, P. Shahabuddin, "Efficient Mont Carlo Methods for Value at Risk", IBMT, J. Watson Research Center, 2002.

[22] R. T. Rockafellar, S. Uryasev, "Optimization of Conditional Value at Risk", Journal of Risk, Vol. 2, pp. 21-41, 2000.

[23] R. T. Rockafellar, S. Uryasev, "Conditional Value at Risk for general loss distribution", Journal of Banking and Finance, Vol. 26, pp. 1443-1471, 2002.

[24] W. Ogryczak, T. Sliwinski, "Efficient Portfolio Optimization with Conditional Value at Risk", IEEE Proceeding of the 2010 International Multiconference Computer Science and Information Technology (IMCSIT) , pp. 901-908, Oct. 2010.

[25] K. Y. Hong, Z. K. Yi, F. Sh. Min, "Research on Risk Measure with Multiple Risk Preference and Portfolio Selection", the 19th IEEE International conference on Management Science and Engineering (ICMSE), pp. 20-22, USA, Sept. 2012.

[26] A. Fernandez, S. Gomez, "Portfolio Selection Using Neural Networks", Computers and Operation Research, pp. 1171-1191, 2007.

[27] M. Mozafari, S. Taffazoli, F. Jolai, "A new IPSO-SA approach for Cardinality Constrained Portfolio Optimization", Interntional Journal Industrial Engineering Computations, pp. 249-262, 2011.

[28] R. T. Xu, J. Zhang, O. Liu, R. Z. Huang, "An Estimation of Distribution Algorithm Based Portfolio Selection Approach", IEEE International Confarence on Technologies and Application of Artifical Intelligence (TAAI), , pp. 18-20, Nov. 2010.

[۲۹] ن، حیدری ارجلو، "تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس تهران براساس نظریه ارزش در معرض ریسک مشروط در بدترین حالت"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، ۱۳۹۱.

[30] N. Nedjah and L. M. Mourelle, "Swarm Intelligent Systems", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.

[31] J. Kennedy and R. Mendes, "population Structure and Particle Swarm Performance" in Proceeding of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 1671-1676, 2002.

[32] Y. Shi and R. C. Eberhart, "A Modified Particle Swarm Optimizer" in Proceeding of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 69-73, 1998.

[33] J. Gao, Zh. Chu, "A Improved Partical Swarm Optimization for the Constrained Portfolio Selection Problem", Computational Intelligence and Natural Computing, Vol. 1, pp. 518-522, 2009.

[34] S. He, J. Wen, Y. Prempain and S. Mann, " An Improved Particle Swarm Optimization for Optimal Power Flow" in Proceeding of IEEE International Conference Power System Technology, vol. 2, pp. 1633-1637 2004.

[35] J. Cao, L. Tao, "Improved Particle Swarm algorithm for Portfolio Optimization", the 2nd IEEE International Conference on Industrial Mechatronic and Automation(ICIMA), Vol. 2, pp. 561-564, 2010.

[36] X. Hu, R. Eberhart, 'Solving Constrained Nonlinear Optimizatin Problem with Particle Swarm Optimization" Proc. The 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, pp. 203-206, 2002.

[37] W. Wang, H. Wang, Zh. Wu, H. Dai, "A Simple and Fast Particle Swarm Optimization and Its Application on Portfolio Selection", International Workshop on Intelligent Systems and Applications, pp. 1-4, ISA, May. 2009.

[38] K. Suresh, S. Ghosh, D. Kundu and A. Sen, "Inertia-Adaptive Particle Swarm Optimizer for Improved Global Search" 8th IEEE International Conference on Intelligent Systems Design and applications, vol. 2, pp. 26-28, Nov, 2008.

[39] M. Qais, Z. Abdulvahid, "A New Method for Improving Particle Swarm Optimization Algorithm (TriPSO)" 5th IEEE International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization, pp. 1-6, Apr, 2013.

[40] C. A. Sims, "Macroeconomics and Reality", Econometrica, Vol. 48, pp. 1-48, 1980.

[41] L. Harisson, W. D. Penny, K. Friston, "multivariate Autoregressive Modeling of FMRI time series", NeuroImage, Vol. 19, Issue. 4, pp. 1477-1491, Aug. 2003.

[42] P. S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation and Control," Academic Press, Volume. 1, 1979.

[43] E. E. Holmes, "An EM algorithm for maximum likelihood estimation given corrupted observation", National Marine Fisheries Service, Sep 9, 2012. (http:// www.doc88.comp-989462104361.html).

[44] A. P. Dempster, N. M. Larid, and D. B. Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm," Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), Vol. 39, No. 1, pp. 1-38, 1977.

[45] C. M. Ting, S. B. Samdin, S. Salleh, M. H. Omar, " An Expectation Maximization algorithm based Kalman Filter approach for single-trial Estimation", the IEEE Annual International Conference of Engineering in Medicine and Biology Society, pp. 6534-6538, Aug. 2012.

[46] R. H. Shumway and D. S. Stoffer, "An approach to time series smoothing and forecasting using the EM algorithm," Jornal of Time Series Analysis, Vol. 3, No. 4. pp. 253-264, 1982.

[47] E. E. Holmes and W. F. Fagan, "Validating population viability analysis for corrupted data sets," Ecology, 83(9), pp. 2379-2386, 2002.

[48] R. E. Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," Transaction of the ASME, Journal of Basic Engineering, pp. 35-45, March 1960.

[۴۹] م. رجبی، "بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه به منظور مدیریت سبد سرمایه با وجود محدودیت‌های واقعی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۲.

واژه نامه فارسی به انگلیسی

ارزش در معرض ریسک	*Value at Risk*
ارزش در معرض ریسک مشروط	*Conditional Value at Risk*
ارزش در معرض ریسک مشروط در بدترین حالت	*Worst Conditional Value at Risk*
الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات	*Modified Particle swarm optimization*
الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی	*Triangular Modified Particle Swarm Optimization*
الگوریتم ژنتیک	*Genetic Algorithm*
الگوریتم‌های تکاملی	*Evolutionary Algorithms*
الگوی بهینه سراسری	*Global Best Model*
الگوی بهینه محلی	*Local Best Model*
انتخاب سبد سهام با مولفه‌های مقید	*Cardinality Constrained Portfolio Selection*
انحراف معیار	*Standard Deviation*
بازده انتظاری	*Expected Return*
بازده نقدی	*Dividend Yields*
بازگشت	*Recursion*
بازگشتی	*Recursive*
بتا	*Beta*
برازندگی	*Fitness*
برنامه‌ریزی خطی درجه دوم	*Quadratic Linear Programming*
بهینه‌سازی ازدحام ذرات	*Particle Swarm Optimization*
بهینه‌سازی تصادفی	*Stochastic Optimization*
بهینه‌سازی سبد سهام	*Portfolio Optimization*
پیش‌بینی‌پذیری	*Forecastability*
تابع هدف	*Objective Function*
تحلیل مبنای حوزه تغییرات	*Rescaled Range Analysis*
توزیع نرمال	*Normal Distribution*
جبهه پارتو	*Pareto Front*
جمع‌پذیری غیرخطی	*Non-linear Additivity*
حداقل مربعات	*Least Squares*
حداقل مربعات بازگشتی	*Recursive Least Square*
حداکثر درست‌نمایی	*Expectation Maximization*
خسارت مورد انتظار	*Expected loss*
خود اندازه‌گیرهای ریسک	*Risk Metrics*
خود رگرسیون برداری	*Vector Autoregressive*
ذره	*Particle*
روابط بازگشتی کالمن-راخ	*Kalman-Rauch Recursion*
روش‌های پارامتری	*Parametric Methods*
روش‌های مبتنی بر گرادیان	*Gradient-based Methods*

روش‌های ناپارامتری	*Nonparametric Methods*
ریسک سیستماتیک	*Systematic Risk*
ریسک غیرسیستماتیک	*Non Systematic Risk*
ریسک نکول	*Default Risk*
ریسک کاهشی	*Downside risk*
سراسری	*Global*
سبد سهام	*Portfolio*
سبد سهام کارا	*Efficient Portfolio*
سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز	*Decentralized Investment Strategies*
سرمایه‌گذاری متمرکز	*Centralized Investment Strategies*
سطح اطمینان	*Confidence Level*
سود سرمایه	*Capital Gain*
شاخص ریسک	*Risk Index*
شبیه‌سازی مونت کارلو	*Monte Carlo Simulation*
شیوه میانگین-واریانس	*Mean-Variance Method*
عدم اطمینان	*Uncertainty*
فرضیه بازار کارامد	*Efficient Market Hypothesis*
فیلتر	*Filter*
فیلتر کالمن	*Kalman Filter*
کاهنده انتقال	*Translation Reduction*
کواریانس	*Covariance*
کوانتایل	*Quantile*
کوژ، محدب	*Convex*
گام‌های تصادفی	*Random Walk*
لگاریتم درست‌نمایی مورد انتظار	*Expected Log Likelihood*
مدل فضای حالت گاوسی خطی	*Linear Gaussian State-space Model*
مدل میانگین-واریانس با مولفه‌های مقید	*Cardinality Constrained Mean-Variance Model*
مدل‌های تصادفی	*Stochastic Model*
خطی مدل‌های	*Linear Model*
مدل خود رگرسیونی	*Autoregressive Model*
مدل‌های غیرخطی	*Nonlinear Model*
مدل‌های گرافیکی پویا	*Dynamic graphical models*
مرز کارا	*Efficiency Frontier*
معادلات حالت	*State Equation*
معادلات مشاهده	*Observation Equation*
معیار کارایی	*Efficiency Criterion*
میانگین مربعات خطا	*Mean Square Error*
نامساوی چبیشف	*Chebyshev's Inequality*
ناهمبسته	*Uncorrelated*
نرم‌تر	*Smother*
نسل	*Generation*
نظریه آشوب	*Chaos Theory*
نظریه پست‌مدرن	*Postmodern Theory*
نظریه مدرن پرتفوی	*Modern Portfolio Theory*
نویز اندازه‌گیری	*Measurement noise*
نویز فرآیند	*Process noise*
همدیس	*Coherent*
هموارسازی	*Smoothing*
یک گام به جلو	*One-step ahead*
یکنواختی	*Monotonicity*

واژه نامه انگلیسی به فارسی

Autoregressive Model	مدل خود رگرسیونی
Beta	بتا
Capital Gain	سود سرمایه
Cardinality Constrained Mean-Variance Model	مدل میانگین-واریانس با مولفه‌های مقید
Cardinality Constrained Portfolio Selection	انتخاب سبد سهام با مولفه‌های مقید
Centralized Investment Strategies	سرمایه‌گذاری متمرکز
Chaos Theory	نظریه آشوب
Chebyshev's Inequality	نامساوی چبیشف
Coherent	همدیس
Conditional Value at Risk	ارزش در معرض ریسک مشروط
Confidence Level	سطح اطمینان
Covariance	کواریانس
Convex	کوژ، محدب
Decentralized Investment Strategies	سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز
Default Risk	ریسک نکول
Dividend Yields	بازده نقدی
Downside risk	ریسک کاهشی
Dynamic graphical models	مدل‌های گرافیکی پویا
Efficiency Criterion	معیار کارایی
Efficiency Frontier	مرز کارا
Efficient Market Hypothesis	فرضیه بازار کارامد
Efficient Portfolio	سبد سهام کارا
Evolutionary Algorithms	الگوریتم‌های تکاملی
Expectation Maximization	حداکثر درست‌نمایی
Expected Log Likelihood	لگاریتم درست‌نمایی مورد انتظار
Expected loss	خسارت مورد انتظار
Expected Return	بازده انتظاری
Filter	فیلتر
Fitness	برازندگی
Forecastability	پیش‌بینی‌پذیری
Generation	نسل
Genetic Algorithm	الگوریتم ژنتیک
Global	سراسری
Global Best Model	الگوی بهینه سراسری
Gradient-based Methods	روش‌های مبتنی بر گرادیان
Kalman Filter	فیلتر کالمن
Kalman-Rauch Recursion	روابط بازگشتی کالمن-راخ
Least Squares	حداقل مربعات
Linear Gaussian State-space Model	مدل فضای حالت گاوسی خطی
Linear Model	مدل‌های خطی
Local Best Model	الگوی بهینه محلی
Mean Square Error	میانگین مربعات خطا

Mean-Variance Method	شیوه میانگین-واریانس
Measurement noise	نویز اندازه‌گیری
Modern Portfolio Theory	نظریه مدرن پرتفوی
Modified Particle swarm optimization	الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات
Monotonicity	یکنواختی
Monte Carlo Simulation	شبیه‌سازی مونت کارلو
Non Systematic Risk	ریسک غیرسیستماتیک
Non-linear Additivity	جمع‌پذیری غیرخطی
Nonlinear Model	مدل‌های غیرخطی
Nonparametric Methods	روش‌های ناپارامتری
Normal Distribution	توزیع نرمال
Objective Function	تابع هدف
Observation Equation	معادلات مشاهده
One-step ahead	یک گام به جلو
Parametric Methods	روش‌های پارامتری
Pareto Front	جبهه پارتو
Particle	ذره
Particle Swarm Optimization	بهینه‌سازی ازدحام ذرات
Portfolio	سبد سهام
Portfolio Optimization	بهینه‌سازی سبد سهام
Postmodern Theory	نظریه پست‌مدرن
Process noise	نویز فرآیند
Quadratic Linear Programming	برنامه‌ریزی خطی درجه دوم
Quantile	کوانتایل
Random Walk	گام‌های تصادفی
Recursion	بازگشت
Recursive	بازگشتی
Recursive Least Square	حداقل مربعات بازگشتی
Rescaled Range Analysis	تحلیل مبنای حوزه تغییرات
Risk Index	شاخص ریسک
Risk Metrics	خود اندازه‌گیرهای ریسک
Smoothing	هموارسازی
Smother	نرم‌تر
Standard Deviation	انحراف معیار
State Equation	معادلات حالت
Stochastic Model	مدل‌های تصادفی
Stochastic Optimization	بهینه‌سازی تصادفی
Systematic Risk	ریسک سیستماتیک
Translation Reduction	کاهنده انتقال
Triangular Modified Particle Swarm Optimization	الگوریتم بهبودیافته ازدحام ذرات مثلثاتی
Uncertainty	عدم اطمینان
Uncorrelated	ناهمبسته
Value at Risk	ارزش در معرض ریسک
Vector Autoregressive	خود رگرسیون برداری
Worst Conditional Value at Risk	ارزش در معرض ریسک مشروط در بدترین حالت

Abstract

The optimal portfolio selection problem has always been the most important issues in the modern economy. Estimation of risk and return in portfolio optimization problem is very important. Portfolio optimization is a procedure for generating the composition that best achieves the portfolio manager's objectives. In this thesis, we show that an investor despite the n risk asset, how to reach certain profit with minimal. Such a portfolio is called an efficient portfolio. To solve the optimization problem of improved versions of Particle Swarm Optimization algorithms is used. Portfolio value and risk, it is considered as optimization objectives and criteria of conditional value at risk as a risk measure is used. Three constraints have been applied to the portfolio. Next, in order to estimate risk parameters and returns the next day and having a series of stock prices in a specified time period, we forecast the price. To do this we use two practical algorithms, Autoregressive methods and time series model in state space form, In the second method, the Expectation Maximization (EM) algorithm for estimating the parameters of linear system and the Kalman Filter to estimate the state variables, is used. Practical results for the portfolio optimization problem in the Tehran Stock Exchange, of the 30 companies active in the industry with the selection of 20 companies, is obtained. Results show the high capability of the algorithms used in solving constrained optimization portfolio. It is also shown that the expected value of the portfolio for the next day is possible and practical.

Keywords: *Portfolio Management, Conditional Value at Risk, Particle Swarm Optimization algorithm, Kalman Filter, Expectation Maximization algorithm.*

K. N. Toosi University of Technology
Faculty of Electrical and Computer Engineering
Department of Systems and Control

Optimal Portfolio Selection based on Risk and Return Parameters Estimation

Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc.)
in Electrical Engineering, Systems and Control.

By:
Esmat jamshidi eini

Supervisor:
Prof .Hamid Khaloozadeh

October 2013