



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال هفتم / شماره بیست و ششم / تابستان ۱۳۹۷

## بررسی شیوه‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی در روش‌های بهینه‌سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران

رومینا عطرچی

دانشجوی دکترا رشته مالی گرایش مهندسی مالی دانشگاه تهران. (نویسنده مسئول).  
Romina.Atrchi@ut.ac.ir

شاهین رامتین‌نیا

دانشجوی دکترا رشته مالی گرایش مهندسی مالی دانشگاه تهران.  
Shahin.Ramtinnia@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۱/۱۶ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۲/۱۷

### چکیده

در استراتژی‌های معاملاتی با فرکانس معاملات بالا، هزینه‌های معاملاتی، اعم از هزینه‌های کارگزاری و مالیات، تاثیر بسیار زیادی روی ثروت نهایی حاصل از سرمایه‌گذاری داشته و قسمت بزرگی از آن را از بین می‌برند. در پژوهشی که توسط چا در سال ۲۰۰۷ انجام گرفت، ۳۷ روش برای کاهش هزینه‌های معاملاتی در این استراتژی‌ها معرفی گردید. در این مقاله تلاش می‌شود، تا این ۳۷ روش کاهش هزینه‌های معاملاتی، برای سه روش تشکیل سبد سهام، به‌صورت عملی پیاده‌سازی شده و نتایج بررسی و مقایسه گردند. در این پژوهش علی‌رغم معرفی روش‌های بهتر در کاهش هزینه‌های معاملاتی، چارچوبی مناسب نیز برای چگونگی مقایسه این روش‌ها معرفی می‌گردد.

داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، قیمت‌های تعدیل شده ۱۰ شرکت فعال تر بورس اوراق بهادار تهران، طی سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ می‌باشد. با استفاده از سه روش بهینه‌سازی سبد سهام میانگین-واریانس، میانگین-ارزش در معرض ریسک مشروط و پرتفوی مشابه بازار، سه سبد فرضی تشکیل شده و روش‌های کاهش هزینه‌های معاملات، روی هر یک از سبدها پیاده‌سازی می‌گردند. سپس با توجه به نتایج به‌دست آمده، بهترین روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی معرفی می‌گردند.

**واژه‌های کلیدی:** هزینه‌های معاملاتی، عملکرد سبد سهام، بهینه‌سازی، ارزش در معرض ریسک مشروط، فاصله بدون معامله.

## ۱- مقدمه

امروزه، بازارهای سرمایه در هر کشوری، یکی از راه‌های سرمایه‌گذاری و یکی از گزینه‌های جذاب برای افراد دارای پس‌انداز و سرمایه‌گذاران خرد و نهادی است. سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار و به‌خصوص بازار سهام در سال‌های اخیر رونق فراوانی گرفته است و بسیاری از افراد و شرکت‌ها به دنبال کسب سود حداکثری از این بازارها هستند. از این‌رو، استراتژی‌های معاملاتی بسیار زیادی توسط افراد مختلف جهت سرمایه‌گذاری در این بازار مطرح شد و خیلی از این استراتژی‌ها مورد استقبال و استفاده سرمایه‌گذاران در سراسر دنیا قرار گرفت.

دسته‌ای از استراتژی‌های معرفی شده، استراتژی‌های معاملاتی بودند که در آن‌ها تعداد معاملات زیاد و فاصله بین آن‌ها بسیار کم است و اصطلاحاً فرکانس این استراتژی‌ها بالا است<sup>۱</sup>. این استراتژی‌ها بر پایه مدل‌های ریاضیاتی بنا شده‌اند که با توجه به اطلاعات موجود از روند قیمت و بازدهی‌های گذشته یک سهم در بازار، وزن بهینه سرمایه‌گذاری در هر سهم از یک سبد سرمایه‌گذاری را مشخص و ترکیب بهینه حاصل از اوزان به دست آمده را به سرمایه‌گذار، پیشنهاد می‌دهند (آوراموف و همکاران، ۲۰۱۳).

طی دهه‌های اخیر، استفاده از این روش‌های معاملاتی با فرکانس زیاد، میان فعالان بازارهای سرمایه دنیا گسترش یافته است. یکی از موضوعاتی که می‌تواند مورد توجه سرمایه‌گذارانی که این دسته از استراتژی‌ها را به کار می‌گیرند قرار گیرد، زیاد بودن هزینه‌های معاملاتی<sup>۲</sup> در این استراتژی‌ها است. چرا که به دلیل بالا بودن تعداد معاملات در این استراتژی‌ها، هزینه‌های معاملاتی که به صورت درصدی از ارزش معامله از سرمایه‌گذار اخذ می‌گردد، مبلغی شایان توجه می‌باشد. (مورمن، ۲۰۱۴).

هر چند این هزینه‌ها ظاهراً درصد بسیار کمی از ارزش معاملات را تشکیل می‌دهد، اما تحقیقات نشان می‌دهد که در استراتژی‌های تشکیل سبدی که تعداد معاملات در آن‌ها نسبتاً بالا است، مقدار زیادی از ثروت به دست آمده حاصل از سرمایه‌گذاری را از بین می‌برد. به عنوان مثال، با اعمال یک استراتژی معاملاتی مبتنی بر بهینه‌سازی سبد سهام<sup>۳</sup> و سرمایه‌گذاری مبلغ ۱ دلار در بازار بورس نیویورک<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۰، این سرمایه تا سال ۲۰۱۲، بدون در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی، تبدیل به ۴۴۵۶۳ دلار می‌شد. در حالی که این سود نسبتاً قابل توجه، با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی و پرداخت آن، در سال ۲۰۱۲، تنها به ۶۰ دلار تبدیل می‌گشت. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقدار بسیار زیاد و قابل توجهی از ثروت و سود حاصل از سرمایه‌گذاری، در استراتژی‌های سرمایه‌گذاری با فرکانس بالا، از بین می‌رود. اما می‌توان قسمت زیادی از این هزینه از دست رفته را با اعمال روش‌هایی به ثروت سرمایه‌گذار برگرداند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که، با اعمال بهترین روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی مطرح شده در این مقاله، سرمایه‌گذاری ۱ دلاری در سال ۱۹۷۰، در سال ۲۰۱۲ به مقدار ۲۰۲۸۱ دلار تبدیل شده و مقدار قابل توجهی از ثروت از دست رفته در حالت قبلی به ثروت شخص سرمایه‌گذار بازمی‌گردد (هزبروک، ۲۰۰۹).

هزینه معاملات، به عنوان یکی از محدودیت‌های مهم در دانش مالی و مسایل مربوط به بهینه‌سازی و مدیریت سبد سهام می‌باشد. از این رو، پیدا کردن روشی برای کاهش این هزینه‌ها و یافتن کارآمدترین روش در این راستا، مهم و ضروری به نظر می‌رسد. چا، در سال ۲۰۰۷ در پژوهشی، معیارهای فاصله‌ای<sup>۵</sup> را معرفی کرد و

نشان داد که می‌توان برای کاهش هزینه‌های معاملاتی در تشکیل و نگهداری سبد سهام، از این معیارهای فاصله‌ای، استفاده نمود (چا، ۲۰۰۷).

در این مقاله، سعی شده است تا میان این ۳۷ معیار فاصله‌ای مطرح شده در تحقیقات چا، مقایسه‌ای جامع صورت بگیرد و با بررسی تأثیرات این معیارهای فاصله‌ای بر کاهش هزینه‌های معاملاتی استراتژی‌های مختلف سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران، معیارهای کارا تر در این زمینه معرفی گردند.

جهت توانایی تعمیم این پژوهش به تمامی استراتژی‌های معاملاتی، این بررسی‌ها بر روی ۳ استراتژی مختلف معاملاتی صورت می‌گیرد. اولین استراتژی، بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از اطلاعات قیمتی و بازدهی دوره‌های قبلی با استفاده از روش میانگین-واریانس<sup>۶</sup> می‌باشد، دومین استراتژی، بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش میانگین-ارزش در معرض ریسک مشروط<sup>۷</sup> و سومین استراتژی، تشکیل پورتفوی با اوزان متناسب با ارزش بازاری هر سهم در بازار سرمایه می‌باشد. جهت اجرای این استراتژی‌های معاملاتی، از داده‌های ۱۰ شرکت فعال تر بورس اوراق بهادار تهران در سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ استفاده شده می‌شود.

از آنجایی که تا کنون در زمینه مقایسه معیارهای فاصله‌ای، تحقیقی با عنوان روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، صورت نگرفته است، روش مقایسه مطرح شده در این مقاله، می‌تواند به عنوان چارچوبی کلی، برای تحقیقات آتی و مقایسه معیارهای فاصله‌ای جدید به کار گرفته شود.

در ادامه، ابتدا مبانی نظری روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی مطرح می‌شود و سپس پیشینه‌ای از پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه مرور می‌گردد. پس از آن روش‌شناسی پژوهش توضیح داده شده و در نهایت نتایج حاصل از به کارگیری روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی تشریح می‌گردند.

## ۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

تا کنون پژوهش‌های زیادی با موضوع مقایسه روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، یا به بیانی دقیق‌تر، انتخاب مناسب‌ترین و کارا ترین معیار فاصله‌ای برای کاهش هزینه‌های معاملاتی، صورت نگرفته است.

به طور معمول، پژوهشگران یکی از معیارهای فاصله‌ای یا روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی را بر روی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری پیاده‌سازی نموده‌اند و توجهی به کارایی آن روش در مقایسه با سایر معیارها و روش‌ها نداشته‌اند.

### ۲-۱ مرور پیشینه پژوهش

در ادبیات پژوهشی این موضوع، توجه کمتری به کاهش هزینه‌های معاملاتی از طریق تعیین نرخ متعادل‌سازی مجدد شده است و کنستانتینیدس (۱۹۸۶)، بالدوزی و لینچ (۱۹۹۹)، لاند (۱۹۹۹)، لیو و لونسیتین (۲۰۰۲) و لیو (۲۰۰۴) در تحقیقاتشان تنها مساله‌هایی را با قرار دادن هزینه‌های معاملات در تابع هدف و کمینه‌سازی آن حل کردند.

کنستانتینیدس (۱۹۸۶)، سعی کرد تا نظریه تعادل بازار سرمایه را با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی مدل سازی کند.

بالدوژی و لینچ (۱۹۹۹)، در پژوهشی با عنوان "هزینه های معاملاتی و پیش بینی: محاسباتی برای هزینه مطلوبیت"، مطلوبیت از دست رفته برای افرادی که فرض هزینه های معاملاتی را در مدل سازی ها و پیش بینی هایشان در نظر نمی گیرند را اندازه گیری نمودند.

براندت و همکاران (۲۰۰۹)، در پژوهشی تحت عنوان "سیاست های پارامتریک پرتفولیو: استخراج مشخصه ها در نمونه های بازدهی حقوق صاحبان سهام"، از معیار فاصله ای اقلیدسی، جهت کاهش هزینه های معاملاتی و استخراج سیاست های بهینه تشکیل پرتفولیو استفاده نمودند.

کیربی و اوستدیک (۲۰۱۲)، در پژوهشی به بهینه سازی سبد سهام با روش میانگین-واریانس پرداختند که در این مساله برای هزینه های معاملاتی، یک حد بالا به عنوان یکی از محدودیت های مساله در نظر گرفتند و این محدودیت را با به کارگیری معیار فاصله ای اقلیدسی استاندارد شده، ارضا نمودند.

گارلیانو و پدرسن (۲۰۱۳)، در مقاله ای به بررسی معاملات پویا در حالت قابل پیش بینی بودن بازدهی ها و هزینه های معاملاتی پرداختند.

دمیگیل (۲۰۱۳)، در تحقیقی با عنوان "عدم قطعیت پارامترها در سبد سهام چند دوره ای با هزینه های معاملاتی"، به بررسی تاثیر عدم قطعیت در پارامترها در بهینه سازی سبد سهامی با محدودیت هزینه های معاملاتی به صورت کوادراتیک پرداخت.

علی رغم وجود پژوهش های معرفی شده در بالا، تلاش چندانانی در راستای تعیین معیار فاصله ای مناسب تر و کارا تر، جهت کاهش هزینه های معاملاتی، صورت نگرفته است.

## ۲-۲ مساله کاهش هزینه های معاملاتی

همان طور که مطرح شد، در این مقاله، ۳۷ معیار فاصله ای مستخرج از مقاله مروری چا (۲۰۰۷)، جهت بررسی کاهش هزینه های معاملاتی مورد بررسی قرار گرفته شده اند. در این مقاله سعی می شود تا علاوه بر معرفی معیارهای فاصله ای دارای کارایی بیشتر و بهینه تر در کاهش هزینه های معاملات در بورس اوراق بهادار تهران، چارچوبی مناسب نیز برای ارزیابی معیارهای فاصله ای دیگر و معیارهای که ممکن است در آینده معرفی گردند، تشریح گردد.

### ۲-۲-۱ روش های بهینه سازی پرتفولیو

در این مقاله، جهت فراگیر بودن و داشتن قابلیت بسط نتایج به استراتژی های معاملاتی مختلف، روش های کاهش هزینه های معاملاتی بر روی ۳ سبد متفاوت پیاده سازی می گردد. این ۳ سبد به روش های مختلفی تشکیل شده اند. برای تشکیل اولین سبد، مرز کارای دارایی های مورد بررسی در مقاله، به وسیله روش میانگین-

واریانس از مدل مارکوویتز<sup>۸</sup>، تشکیل شده و سبدي که دارای حداکثر مقدار شاخص شارپ می‌باشد، به‌عنوان سبد پیشنهادی و اوزان بهینه دوره بعدی، انتخاب می‌گردد.  
رابطه (۱)

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

S.T.

$$\bar{r}_p = \sum_{j=1}^M x_j \bar{r}_j$$

$$\sum_{j=1}^M x_j = 1$$

$$x_j \geq 0$$

مدل مطرح شده در رابطه (۱)، رویکرد میانگین-واریانس را به مدل مارکوویتز نشان می‌دهد، که در آن  $x_i$  وزن سرمایه‌گذاری در دارایی  $i$ ،  $\sigma_{ij}$  کوواریانس میان دو دارایی  $i$  و  $j$ ، و  $\bar{r}_j$  میانگین بازدهی دارایی  $j$  را نشان می‌دهند.

سبد دوم نیز همانند سبد اول از حل مدل معرفی شده توسط مارکوویتز، پیدا کردن مرز کارا و انتخاب سبد دارای بیشترین مقدار شاخص شارپ به‌دست می‌آید. با این تفاوت که در این سبد، معیار سنجش ریسک جهت حل مدل مارکوویتز، ارزش در معرض ریسک مشروط در نظر گرفته می‌شود.  
رابطه (۲)

$$\text{Min } Z = \frac{e^{-\frac{z_p^2}{2}}}{\alpha \sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p$$

S.T.

$$\bar{r}_p = \sum_{j=1}^M x_j \bar{r}_j$$

$$\sum_{j=1}^M x_j = 1$$

$$x_j \geq 0$$

مدل نمایش داده شده در رابطه (۲) نیز، نشان دهنده رویکرد ارزش در معرض ریسک مشروط به مدل مارکوویتز می‌باشد.

سومین سبد نیز با اندازه‌گیری ارزش بازاری شرکت‌ها در ابتدای هر دوره و تشکیل سبدي با اوزان متناسب با این ارزش‌ها تشکیل می‌گردد.

## ۲-۲-۲- تعیین تابع هدف

جهت تعیین مقدار بهینه نرخ متعادل‌سازی، نیاز به یک تابع هدف با مضمون مطلوبیت به‌کار گرفته شده است. در این مقاله از تابع مطلوبیت ریسک‌گریزی نسبی<sup>۹</sup> ( $CRRR$ )، استفاده می‌شود که اغلب در پژوهش‌های علمی، با جایگزینی عدد ۳ به‌عنوان نرخ ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

همچنین در کنار حل مساله با تابع هدف تابع مطلوبیت ریسک‌گریزی نسبی، این مساله یک مرتبه دیگر با در نظر گرفتن شاخص شارپ به‌عنوان تابع هدف، حل شده است.

### ۲-۳-۲- مدل‌سازی هزینه‌های معاملاتی

در این مقاله، مشابه اکثر بازارهای سرمایه دنیا، هزینه‌های معاملاتی به‌صورت درصد کوچکی از ارزش هر یک از معاملات در نظر گرفته شده است. هزینه‌های معاملاتی در هر معامله، به‌صورت نسبی و به مقدار ۰.۵ درصد از ارزش هر معامله در نظر گرفته می‌شود.

### ۲-۴-۲- روش حل مساله کاهش هزینه‌های معاملاتی

بدیهی است که برای حل مساله کاهش هزینه‌های معاملاتی راه‌های زیادی وجود داشته باشد؛ یک روش متداول و معمول، تعیین بازه زمانی بدون معامله است که توسط کنستانتینیدس (۱۹۸۶) و لاند (۱۹۹۹) مطرح شده است. در این روش یک نرخ متعادل‌سازی توسط روش‌های بهینه‌سازی تعیین می‌شود که توسط این نرخ، اوزان سرمایه‌گذاری دوره جدید متعادل‌سازی می‌گردد. در این مقاله نیز از روش مذکور جهت کاهش هزینه‌های معاملاتی استفاده می‌گردد.

در این مقاله، کاهش هزینه‌های معاملاتی بدین ترتیب صورت انجام می‌گیرد که در هر دوره، پس از تعیین اوزان بهینه سرمایه‌گذاری دارایی‌ها در سید سرمایه‌گذاری، تغییر اوزان دوره قبل به اوزان بهینه دوره بعد به‌صورت کامل صورت نمی‌گیرد و اوزان سرمایه‌گذاری دوره بعد، وزنی میان آن‌ها تعیین می‌گردد که مطلوبیت سرمایه‌گذاری را بهینه کند.

نرخ‌های که وزن سرمایه‌گذاری را تعیین می‌کند نرخ متعادل‌سازی مجدد نامیده می‌شود که در این مقاله با نماد  $\alpha$  نشان داده می‌شود. (مورمن، ۲۰۱۴)

طبیعتاً، روش پیشنهادی این مقاله، به‌دلیل کاهش میزان تغییر در اوزان سرمایه‌گذاری، منجر به کاهش هزینه‌های معاملاتی خواهد شد؛ اما از طرفی، به‌علت عدم رعایت اوزان بهینه سرمایه‌گذاری حاصل از روش‌های بهینه‌سازی، ممکن است منجر به کاهش سود حاصل از سرمایه‌گذاری نیز شود. بنابراین، تعیین میزان بهینه تغییر در نرخ متعادل‌سازی اوزان، به‌منظور حداکثرسازی مطلوبیت نهایی سرمایه‌گذاری مساله اصلی این مقاله می‌باشد.

در اکثر استراتژی‌های نگهداری پورتفوی، در ابتدای هر دوره، اوزان جدیدی به‌عنوان اوزان هدف تعیین شده و بنابراین، لازم است تا سرمایه‌گذار، اوزان باقیمانده از دوره قبلی را به‌روزرسانی کند. در این پژوهش، پیشنهاد می‌شود تا تغییر اوزان ابتدای هر دوره، به اوزان معرفی شده برای دوره بعدی توسط استراتژی معاملاتی، به‌طور کامل صورت نگیرد.

به عبارت دیگر، با توجه به اوزان ابتدایی هر دوره و اوزان پیشنهادی استراتژی، نقطه‌ای میان آن‌ها انتخاب شده و اوزان جدید، نقطه‌ای روی ترکیب خطی اوزان فعلی و پیشنهادی استراتژی در نظر گرفته شود. رابطه (۳) نشان دهنده این رابطه می‌باشد.

رابطه (۳)

$$w_{i,t}^{rebal} = \alpha_t w_{i,t}^{unbal} + (1 - \alpha_t) w_{i,t}^{target}$$

در رابطه (۳)،  $w_{i,t}^{unbal}$  اوزان اولیه هر دوره،  $w_{i,t}^{target}$  اوزان هدف تعیین شده توسط استراتژی معاملاتی برای هر دوره،  $w_{i,t}^{rebal}$  اوزان تعدیل شده و  $\alpha_t$  ضریب تعدیل می‌باشند. طبیعی است که برای انتخاب اوزان تعدیل شده روی ترکیب خطی اوزان اولیه و هدف، باید  $0 \leq \alpha_t \leq 1$  باشد. اگر  $\alpha_t$  مقدار صفر داشته باشد، وزن دوره جدید با وزن هدف تعیین شده از سوی استراتژی یکسان می‌شود. بنابراین، هیچ تغییری در اوزان پیشنهادی استراتژی برای دوره بعد صورت نگرفته و کاهشی در هزینه معاملاتی نیز صورت نمی‌گیرد.

اگر  $\alpha_t$  مقدار ۱ داشته باشد، وزن دوره جدید با وزن دوره قبل یکسان شده و همانند این است که هیچ معامله جدیدی انجام نشود و اوزان سرمایه‌گذاری در دوره جدید تغییر داده نشود. در ادبیات پژوهش، کنستانتینیدس (۱۹۸۶) و لالاند (۱۹۹۹) به جای تعیین  $\alpha_t$  به صورت مستقیم،  $\alpha_t$  به صورت زیر تعیین شده است.

همان‌طور که در رابطه (۴) مشاهده می‌شود، به جای تعیین مستقیم  $\alpha_t$ ، می‌توان آن را بوسیله یک معیار فاصله‌ای ( $d$ ) و یک فاصله بدون معامله<sup>۱۱</sup> ( $\delta$ ) تعیین کرد و از طریق بهینه‌سازی این دو متغیر، مقدار بهینه آلفا را پیدا کرد.

$$\alpha_t = \max(0, \frac{\delta}{d_t}) \quad \text{رابطه (۴)}$$

البته باید توجه داشت که در این بهینه‌سازی، محدودیتی وجود دارد و آن این است که حد بالای  $\alpha$ ، ۱ می‌باشد. بنابراین اگر  $d > \delta$  تعیین گردد،  $\alpha = 0.99$  در نظر گرفته می‌شود.

در رابطه (۴)،  $d$  یا معیار فاصله‌ای، فاصله بین دو نقطه را تعریف می‌کند. فاصله بین دو نقطه، که در این مساله اوزان هدف دوره جدید و اوزان دوره قبلی هستند، را می‌توان به چندین نوع تعریف نمود. به عنوان مثال، اگر معیار فاصله‌ای اقلیدسی<sup>۱۱</sup> برای فاصله بین دو نقطه در نظر گرفته شود، داریم.

رابطه (۵)

$$d_E = (\sum_{i=1}^{N_t} (w_{i,t}^{target} - w_{i,t}^{unbal})^2)^{0.5}$$

یا برای معیار فاصله‌ای کانبرا<sup>۱۲</sup>،

رابطه (۶)

$$d_C = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{|w_{i,t}^{target} - w_{i,t}^{unbal}|}{|w_{i,t}^{target}| + |w_{i,t}^{unbal}|}$$

سایر معیارهای فاصله‌ای بررسی شده در این مقاله به قرار زیر می‌باشد.

جدول ۱- معیارهای فاصله‌ای مورد بررسی

|                       |                  |                         |                       |
|-----------------------|------------------|-------------------------|-----------------------|
| Optimal Rebalancing   | Bray-Curtis      | Tanimoto                | Average LL            |
| Naïve Rebalancing     | Sorensen         | Jaccard                 | Vicis-wave hedges     |
| Normalized Euclidean  | Gower            | Dice                    | Vicis-Symmetric A     |
| Euclidean             | Soergel          | Pearson                 | Vicis-Symmetric B     |
| Squared Euclidean     | Kulczynski       | Neyman                  | Vicis-Symmetric C     |
| one-minus-correlation | Lorentzian       | Chi-Squared             | Max-Symmetric         |
| Chebyshev             | Non-intersection | Probabilistic Symmetric | Min-Symmetric         |
| Canberra              | Wave-Hedges      | Divergence              | manhattan(city block) |
| one-minus-cosine      | Czekanowski      | Clark                   | Motyka                |
| Additive Symmetric    |                  |                         |                       |

همان‌طور که ذکر شد، در این مقاله، مساله دو مرتبه و با دو تابع هدف مختلف حل شده است. بهینه‌سازی، یک مرتبه با در نظر گرفتن شاخص شارپ سبد سهام به عنوان تابع هدف، و یک مرتبه با در نظر گرفتن تابع مطلوبیت  $CRRA$  به عنوان تابع هدف، انجام شده است. ساختار تابع مطلوبیت  $CRRA$  به صورتی که در رابطه زیر آمده است، در نظر گرفته شده است که در اکثر پژوهش‌های مربوطه از آن استفاده می‌گردد.

رابطه (۷)

$$\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \frac{(1+r_{p,t-1})^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

که در رابطه (۷)،  $\gamma$  ضریب ریسک‌پذیری فرد سرمایه‌گذار می‌باشد و در این مقاله مقدار ۳ برای آن لحاظ شده است.

با توجه به مطالب ذکر شده، مدل‌های کلی مساله را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

رابطه (۸)

$$Max Z = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \frac{(1+r_{p,t+1})^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad \text{یا} \quad Max Z = SharpeRatio$$

S.T.

$$0 \leq \alpha_t \leq 0.99$$

که در آن‌ها داریم،

$$r_{p,t} = \sum w_{i,t}^{rebal} r_{i,t} - c_{i,t} |w_{i,t}^{rebal} - w_{i,t}^{unbal}|$$

$$w_{i,t}^{rebal} = \alpha_t w_{i,t}^{unbal} + (1 - \alpha_t) w_{i,t}^{target}$$

$$\alpha_t = f(\delta, d_t)$$



در نهایت، برای حل مدل بالا در هر مرحله، از جستجوی شبکه‌ای با دقت ۰,۰۱ استفاده می‌گردد.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

این مقاله از منظر هدف، در دسته تحقیقات کاربردی قرار می‌گیرد. انتظار می‌رود تا با به‌کارگرفته شدن روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی معرفی شده در این مقاله، توسط سرمایه‌گذارانی که بر مبنای استراتژی‌های معاملاتی با فرکانس بالا معامله می‌کنند، قسمت بزرگی از سرمایه از دست رفته آن‌ها برگردد و این مقاله منجر به توسعه دانش کاربردی در این زمینه گردد.

داده‌های مورد استفاده در این مقاله، دربرگیرنده قیمت‌های تعدیل شده ۵۰ شرکت برتر بورسی در بین سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۴ است که به‌صورت ماهانه مورد استفاده قرار گرفته است. سپس از بین ۵۰ شرکت مذکور، ۱۰ شرکتی که بیشترین دوره حضور را در این مدت بین ۵۰ شرکت برتر بوده‌اند، انتخاب شده‌اند.

برای محاسبه بازدهی این قیمت‌های تعدیل شده، از بازدهی لگاریتمی به صورت  $r_t = (P_t - P_{t-1}) \times 100$  استفاده شده است، که در آن  $P_t$  برابر  $\ln(p_t)$  در نظر گرفته شده است.

محاسبه بازدهی قیمتی، کمک خواهد کرد که در صورت عدم همگن بودن داده‌های مورد استفاده آن‌ها را همگن و هم‌نوع کرده و محاسبات آماری و احتمالاتی آن‌ها را ساده کنیم.

جدول ۲- آمار توصیفی داده‌های ۱۰ گانه نهایی

| Index   | tse1     | tse2     | tse3     | tse4     | tse5     | tse6     | tse7     | tse8     | tse9    | tse10    |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|
| Min.    | 0.1237   | 0.0543   | 0.0836   | 0.1922   | 0.0587   | 0.0886   | 0.0867   | 0.0313   | 0.0675  | 0.0544   |
| 1st Qu. | 0.000925 | -0.0115  | -0.00018 | 0.0114   | 0.0024   | 0.000025 | 0.002275 | 0.0036   | 0.0037  | 0.001775 |
| Median  | 0.0092   | 0.00525  | 0.0097   | 0.01365  | 0.0063   | 0.01015  | 0.006    | 0.0062   | 0.01015 | 0.0077   |
| Mean    | 0.006409 | 0.006489 | 0.007953 | 0.008246 | 0.006003 | 0.007622 | 0.004231 | 0.007672 | 0.00776 | 0.006785 |
| 3rd Qu. | 0.0146   | 0.022675 | 0.018225 | 0.028875 | 0.010125 | 0.01865  | 0.00995  | 0.01645  | 0.02145 | 0.013725 |
| Max.    | 0.0611   | 0.0691   | 0.0504   | 0.123    | 53A0.0   | 0.0442   | 0.0365   | 0.0738   | 0.0745  | 0.0272   |

جهت گردآوری داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، از پایگاه اطلاعاتی سازمان بورس اوراق بهادار تهران<sup>۱۳</sup> استفاده شده است.

### ۴- نتایج پژوهش

#### ۴-۱- نتایج مربوط به استراتژی‌های تشکیل سبد سهام

برای مقایسه توانایی کاهش هزینه‌های معاملاتی معیارهای فاصله‌ای در بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۴ ساله ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۴، ابتدا با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی سبد سهام، اوزان بهینه سبد سرمایه‌گذاری در هر

دوره تعیین گشت. جدول (۳)، نشان دهنده آمار توصیفی اوزان بهینه به‌دست آمده از طریق روش‌های بهینه‌سازی است.

جدول ۳- آمار توصیفی داده‌های ۱۰ گانه نهایی

| tse10     | tse9      | tse8      | tse7      | tse6      | tse5      | tse4      | tse3      | tse2      | tse1      |              |                     |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------------|---------------------|
| 0,0164054 | 0,2572099 | 0,2502983 | 0,0339671 | 0,0544245 | 0,1690088 | 0,1283088 | 0,0725448 | 0,0029804 | 0,014912  | میانگین      | روش میانگین-واریانس |
| 0,0451119 | 0,3190416 | 0,342374  | 0,0630835 | 0,1763888 | 0,2905504 | 0,1847257 | 0,1158972 | 0,0119538 | 0,0468813 | انحراف معیار |                     |
| 0,000167  | 0,115167  | 0,2536738 | 0,0104892 | 0,0686128 | 0,1885178 | 0,1610932 | 0,1271591 | 0,0101973 | 0,0682229 | میانگین      | روش میانگین-CVaR    |
| 0,0011405 | 0,2651986 | 0,3749448 | 0,038857  | 0,1871198 | 0,2423742 | 0,2676894 | 0,1978001 | 0,0399607 | 0,1524362 | انحراف معیار |                     |
| 0,1162305 | 0,0663924 | 0,0793512 | 0,1229913 | 0,0256091 | 0,0454052 | 0,0740745 | 0,1085358 | 0,1526427 | 0,2086674 | میانگین      | سبد متشابه بازار    |
| 0,0399879 | 0,0233337 | 0,0163651 | 0,0332913 | 0,0120518 | 0,0274976 | 0,0314193 | 0,0223605 | 0,0272352 | 0,0409999 | انحراف معیار |                     |

#### ۲-۴- نتایج مقایسه روش‌های کاهش هزینه معاملاتی

پس از تعیین اوزان بهینه در هر دوره، مقدار بهینه نرخ متعادل‌سازی برای دوره‌های یک ماهه و با استفاده از معیارهای فاصله‌ای تعیین می‌شود. سپس اوزان سرمایه‌گذاری دوره بعدی، با معیار فاصله‌ای که تابع هدف را بیشتر بهینه کرده است، متعادل‌سازی می‌گردد.

در نهایت، با بررسی ۴۸ دوره یک ماهه، معیارهای فاصله‌ای که دفعات بیشتری توانسته‌اند تابع هدف را بیشینه کنند، به‌عنوان معیارهای فاصله‌ای بهتر معرفی می‌گردند. جدول (۴) نتایج حاصل را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، اعداد درون جدول، نشان دهنده تعداد دوره‌هایی هستند که یک معیار فاصله‌ای، بهترین و کاراترین عملکرد را در کاهش هزینه‌های معاملاتی و حداکثرسازی تابع هدف داشته است.

سایر معیارهای فاصله‌ای که در جدول ۴ ذکر نشده‌اند، در هیچ حالتی نتوانسته‌اند تابع هدف را بیشینه کنند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، برای زمانی که از استراتژی‌های بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس یک معیار ریسک استفاده می‌گردد، به‌ترتیب استفاده از معیارهای فاصله‌ای متقارن احتمالی<sup>۱۴</sup> و خی-دو<sup>۱۵</sup>، می‌تواند منجر به کاهش بیشتر هزینه‌های معاملاتی و بهینه‌سازی بهتر نرخ متعادل‌سازی اوزان گردد.

همچنین در حالتی که اوزان سبد سرمایه‌گذاری، متناسب با ارزش بازاری هر یک از دارایی‌ها تعیین گردد، معیار فاصله‌ای تانیموتو<sup>۱۶</sup>، می‌تواند مطلوبیت بیشتری داشته باشد.

جدول ۴- تعداد دفعات بهینه کردن تابع هدف توسط هر معیار فاصله‌ای

| نام معیار فاصله‌ای      | بهینه سازی Mean-Variance |                   | بهینه سازی Mean-CVaR |                   | سبد بر مبنای ارزش بازار شرکت‌ها |                   |
|-------------------------|--------------------------|-------------------|----------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------|
|                         | معیار شارپ               | تابع مطلوبیت CRRA | معیار شارپ           | تابع مطلوبیت CRRA | معیار شارپ                      | تابع مطلوبیت CRRA |
| Optimal Rebalancing     | 0                        | 1                 | 0                    | 0                 | 2                               | 1                 |
| Euclidean               | 0                        | 0                 | 0                    | 0                 | 2                               | 1                 |
| Chebyshev               | 0                        | 0                 | 0                    | 2                 | 0                               | 3                 |
| one-minus-cosine        | 0                        | 0                 | 0                    | 0                 | 2                               | 0                 |
| Bray-Curtis             | 0                        | 0                 | 0                    | 0                 | 4                               | 2                 |
| Motyka                  | 0                        | 0                 | 6                    | 2                 | 0                               | 4                 |
| Tanimoto                | 0                        | 0                 | 1                    | 2                 | 20                              | 25                |
| Pearson                 | 4                        | 5                 | 4                    | 5                 | 5                               | 1                 |
| Neyman                  | 0                        | 0                 | 0                    | 0                 | 2                               | 1                 |
| Chi-Squared             | 17                       | 10                | 12                   | 10                | 0                               | 0                 |
| Probabilistic Symmetric | 9                        | 18                | 19                   | 10                | 2                               | 1                 |
| Additive Symmetric      | 1                        | 4                 | 0                    | 5                 | 6                               | 5                 |
| Average LL              | 0                        | 0                 | 0                    | 0                 | 1                               | 0                 |
| Vicis Symmetric A       | 1                        | 0                 | 0                    | 1                 | 0                               | 0                 |
| Vicis Symmetric B       | 3                        | 0                 | 0                    | 0                 | 1                               | 1                 |
| Max Symmetric           | 1                        | 6                 | 5                    | 8                 | 1                               | 3                 |
| Min Symmetric           | 12                       | 4                 | 1                    | 3                 | 0                               | 0                 |

### ۳-۴- میانگین نرخ متعادل سازی مجدد

جدول (۵)، میانگین نرخ متعادل‌سازی ( $\alpha$ ) بهینه شده را، در همه دوره‌های مختلف هر روش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، در استراتژی تشکیل سبد متناسب با ارزش بازار، میانگین نرخ متعادل‌سازی نزدیک به مقدار ۱ می‌باشد که با توجه به این که در این استراتژی تغییرات اساسی در اوزان پیشنهادی در ابتدای هر دوره صورت نمی‌گیرد. این رویداد کاملاً طبیعی بوده و به معنی تأثیرگذاری کمتر روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی روی این استراتژی معاملاتی است. چراکه اصولاً این روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، تأثیر کمتری روی استراتژی‌هایی دارند که فرکانس معاملات در آن‌ها پایین است. استراتژی تشکیل سبد متشابه بازار نیز، از جمله استراتژی‌هایی است که اوزان هدف آن طی دوره‌های مختلف تعیین چندانی ندارند و اوزان آن تقریباً ثابت می‌باشند. بنابراین، تأثیرگذاری کمتر روش‌های کاهش هزینه معاملات روی این استراتژی تشکیل سبد، کاملاً توجیه‌پذیر و قابل پیش‌بینی است.

اما در دو روش دیگر، یعنی روش‌های بهینه‌سازی سبد سهام، میانگین نرخ‌های متعادل‌سازی نشان از اعمال بیشتر روش مطرح شده در این مقاله برای کاهش هزینه‌های معاملاتی است.

جدول ۵- میانگین نرخ متعادل‌سازی در هر روش

| تابع هدف     | بهینه سازی Mean-Variance | بهینه سازی Mean-CVaR | سبد بر مبنای ارزش بازار شرکت‌ها |
|--------------|--------------------------|----------------------|---------------------------------|
| مطلوبیت CRRA | 0.74                     | 0.78                 | 0.95                            |
| نسبت شارپ    | 0.79                     | 0.85                 | 0.92                            |

## ۴-۴- تغییر حجم معاملات پرتفولیو

تغییر حجم معاملات، به معنای مجموع کلیه تغییرات صورت گرفته در اوزان، در کل دوره‌ها می‌باشد. با اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، انتظار می‌رود تا این مقدار کمتر گردد. چراکه این روش‌ها، از تغییرات اوزان اولیه به اوزان بهینه دوره بعدی به‌صورت کامل، جلوگیری نموده و باعث می‌شوند کاهش چشم‌گیری در حجم معاملات هر دوره رخ دهد.

جدول (۶)، نشان دهنده کل حجم معاملات در هر سه استراتژی معاملاتی مد نظر در دو حالت اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی و عدم اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی می‌باشد.

جدول ۶- کل حجم معاملات در سبدهای مختلف، در دو حالت اعمال و عدم اعمال روش‌ها

| تابع هدف     | اعمال روش‌های کاهش هزینه معاملاتی | روش میانگین واریانس | روش میانگین CVaR | پرتفوی مشابه بازار |
|--------------|-----------------------------------|---------------------|------------------|--------------------|
| مطلوبیت CRRA | خیر                               | 1,26                | 0,74             | 0,14               |
|              | بلی                               | 0,41                | 0,43             | 0,03               |
| شاخص شارپ    | خیر                               | 1,12                | 0,74             | 0,14               |
|              | بلی                               | 0,32                | 0,64             | 0,02               |

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در هر سه سبد تشکیل شده، اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، منجر به کاهش حجم معاملات در کل دوره‌ها شده است. مشاهده می‌شود که این کاهش حجم، در پرتفوی مشابه بازار، منجر به رسیدن مقدار حجم معاملات به نزدیک صفر گشته است، که این موضوع در جدول (۵) نیز مشاهده شده بود.

## ۴-۵- معیارهای ارزیابی عملکرد

با بررسی معیارها و سنجه‌های ارزیابی عملکرد پرتفولیو، و مقایسه این مقادیر در حالت‌های اعمال روش‌های هزینه‌های معاملاتی و عدم اعمال هزینه‌های معاملاتی، انتظار می‌رفت که این سنجه‌ها مقادیر بهتری را در زمان اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی نشان دهند. جدول (۷) نشان دهنده شاخص شارپ برای هر دو تابع هدف و هر دو حالت اعمال و عدم اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، می‌باشد.

همان‌گونه که انتظار می‌رود، اعمال روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی، موجب بهبود مقدار معیار سنجش عملکرد شارپ شده است و این موضوع نشان دهنده این است که اعمال این روش‌ها منجر به بهبود عملکرد مدیریت پرتفوی خواهد شد. هرچند میزان تغییرات صورت گرفته در پرتفوی مشابه بازار در مقابل دو پرتفوی دیگر بسیار کم‌رنگ‌تر می‌باشد.

جدول ۷- مقدار شاخص شارپ برای هر سه پرتفویو در هر دو حالت اعمال و عدم اعمال روش‌های کاهش هزینه

| تابع هدف     | اعمال روش های کاهش هزینه معاملاتی | روش میانگین واریانس | روش میانگین CVaR | پرتفوی مشابه بازار |
|--------------|-----------------------------------|---------------------|------------------|--------------------|
| مطلوبیت CRRA | خیر                               | 0,17                | 0,08             | 0,16               |
|              | بلی                               | 0,24                | 0,11             | 0,19               |
| شاخص شارپ    | خیر                               | 0,18                | 0,06             | 0,16               |
|              | بلی                               | 0,26                | 0,07             | 0,18               |

## ۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله، روشی برای کاهش هزینه‌های معاملاتی به کار گرفته شد که با کمک معیارهای فاصله‌ای، یک نرخ متعادل‌سازی اوزان سبدسهم را تعیین می‌کند. با توجه به نتایج به‌دست آمده، به نظر می‌رسد در بورس اوراق بهادار تهران، به هنگام به‌کارگیری استراتژی‌های معاملاتی مبتنی بر بهینه‌سازی سبد سهام چه بر مبنای واریانس و چه بر مبنای ارزش در معرض ریسک شرطی، استفاده از معیارهای فاصله‌ای متقارن احتمالی و خی-دو، می‌تواند منجر به کاهش بیشتر هزینه‌های معاملاتی و بهینه‌سازی بهتر نرخ متعادل‌سازی اوزان گردد. این در حالی است که در استراتژی‌های شاخصی و سرمایه‌گذاری متناسب با ارزش بازاری هر یک از دارایی‌ها، استفاده از معیار فاصله‌ای تانیموتو می‌تواند مطلوبیت بیشتری داشته باشد. هر چند با توجه به رویکرد نسبتاً منفعلانه در این استراتژی و فرکانس کم معاملات در آن، تغییرات چندانی در تعدیل اوزان صورت نمی‌گیرد. همچنین با بررسی و مقایسه معیارهایی چون حجم معاملات صورت گرفته در کل دوره‌ها و معیارهای سنجش عملکرد پرتفویو همچون شاخص شارپ، میان‌حالتی که روش‌های کاهش هزینه‌های معاملاتی اعمال شوند و حالتی که این روش‌ها اعمال نشوند، مشاهده شد که اعمال این روش‌ها، عملکرد مدیریت پرتفوی را بهبود می‌بخشد و منجر به از بین نرفتن بخش بزرگی از ثروت سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی می‌گردند.

## فهرست منابع

- \* اهری، دیار (۱۳۸۸)، پرتفوی بهینه از طریق معیار ارزش در معرض ریسک: به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
- \* بدری احمد، عزآبادی بهاره، ۱۳۹۴. بررسی رفتار معاملاتی و عملکرد معاملاتی انواع سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه تحقیقات مالی، دوره ۱۷، شماره ۱، ۲۱-۳۸
- \* رادپور، میثم، عبده تبریزی، حسین (۱۳۸۸). اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار - چاپ اول - انتشارات آگاه
- \* هاگن، رابرت (۲۰۰۴)، ترجمه غلامرضا اسلامی بیدگلی و سایرین، "نظریه‌های مالی نوین"، انتشارات دانشگاه تهران.
- \* Balduzzi, Pierluigi, Lynch, Anthony W., 1999. Transaction costs and predictability: some utility cost calculations. J. Financ. Econ. 52, 47-78.

- \* Brandt, Michael W., Santa-Clara, Pedro, Valkanov, Rossen, 2009. Parametric portfolio policies: exploiting characteristics in the cross-section of equity returns. *Rev.Finance. Stud.* 22, 3411–3447.
- \* Cha, Sung-hyuk, 2007. Comprehensive survey on distance/similarity measures between probability density functions. *Int. J. Math. Model. Methods Appl. Sci.* 1,300-307.
- \* Constantinides, George M., 1986. Capital market equilibrium with transaction costs. *J. Polit. Econ.* 94, 842–862.
- \* DeMiguel, Victor, Garlappi, Lorenzo, Uppal, Raman, 2009. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Rev. Finance. Stud.* 22, 1953-1915.
- \* Garleanu, Nicolae, Pedersen, Lasse Heje, 2013. Dynamic trading with predictable returns and transaction costs. *J. Financ.* 68, 2309–2340.
- \* Jegadeesh, Narasimhan, Titman, Sheridan, 2001. Profitability of momentum strategies: an evaluation of alternative explanations. *J. Financ.* 56, 699–720.
- \* Korajczyk, Robert A., Sadka, Ronnie, 2004. Are momentum profits robust to trading costs? *J. Financ.* 59, 1039–1082.
- \* Ledoit, Oliver, Wolf, Michael, 2008. Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *J. Empir. Financ.* 15, 850–859.
- \* Liu, Hong, Loewenstein, Mark, 2002. Optimal portfolio selection with transaction costs and finite horizons. *Rev. Finance. Stud.* 15, 805–835

#### یادداشت‌ها

1. High-Frequency Trading Strategies
2. Transaction Costs
3. Portfolio Optimization
4. New York Stock Exchange (NYSE)
5. Distance Measure
6. Mean-Variance
7. Mean-CVaR
8. Harry Markowitz
9. Constant Relative Risk Aversion (CRRA)
10. No-Trade Region
11. Euclidean
12. Canberra
13. TSEClient 2.0
14. Probabilistic Symmetric
15. Chi-Square
16. Tanimoto