

① الف) برای حل این سؤال از الگوریتم D-Separation استفاده می‌کنیم.

- $2 \rightarrow 8$ active
- $2 \rightarrow 3 \rightarrow 8$ active
- $2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 8$ inactive
inactive triple

$$X_2 \perp X_8 | (X_3, X_4, X_5)$$

نا درست است.
چون مسیر active بین این دو
رأس وجود دارد لذا
independence not guaranteed

- $8 \rightarrow 3 \rightarrow 9$ inactive
inactive triple
- $8 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9$ inactive
inactive triple
- $8 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9$ active

$$X_8 \perp X_9 | (X_3, X_4, X_5)$$

نا درست است.
چون مسیر active بین آنها وجود
دارد پس
independence not guaranteed

- $7 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 1$ inactive
inactive triple
- $7 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 1$ inactive
inactive triple
- $7 \rightarrow 9 \rightarrow 1$ active

$$X_7 \perp X_{10} | (X_3, X_4, X_5)$$

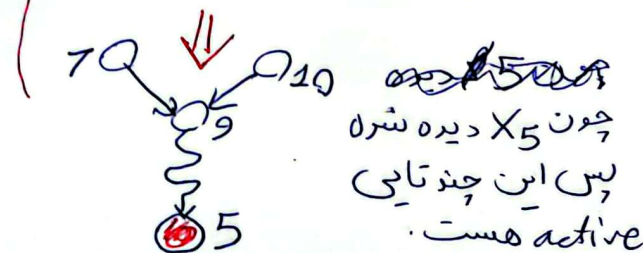
نا درست است.

چون مسیر active بین آنها

و جود دارد پس

independence not guaranteed

و به طور قطعی نمی‌توان گفت مستقل اند.



- $X_1: \begin{cases} 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \end{cases}$

$$A_2 = \{X_1, X_5, X_6\} \text{ (ب)}$$

- $X_2: \begin{cases} 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ active} \rightarrow \text{not guaranteed} \\ \dots \end{cases}$

$$X_4: \begin{cases} 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ active} \\ \dots \end{cases}$$

$$X_5: \begin{cases} 5 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \end{cases}$$

$$X_3: \begin{cases} 3 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \text{ active} \rightarrow \text{not guaranteed} \\ \dots \end{cases}$$

$$X_5 \perp X_{10} | (X_2, X_9)$$

$$X_6: \begin{cases} 4 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \end{cases} \Rightarrow X_6 \perp X_{20} | (X_2, X_9)$$

$$X_7: \begin{cases} 7 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ active} \\ \text{---} \end{cases} \quad \text{independence not guaranteed}$$

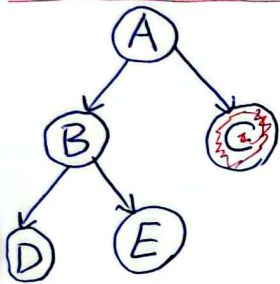
$$X_9: \begin{cases} 9 \rightarrow 1. \text{ active} \end{cases} \quad \text{استقلال گارانتی نمی شود}$$

$$X_8: \begin{cases} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ inactive} \\ \text{inactive triple} \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 1. \text{ active} \end{cases} \rightarrow \text{استقلال گارانتی نمی شود}$$

$$A = \{X_1, X_5, X_6\}$$

(الف) در ابتدا فاکتورهای زیر را داریم:

$$P(A), P(+c|A), P(B|A), P(D|B), P(E|B)$$



Choose B: $P(B|A)$
 $P(D|B)$
 $P(E|B)$

pointwise product of factors \times summing out a variable from a factor Σ

variable elimination $\Rightarrow P(D, E | A)$
 (فاکتور جوید)

برای حذف متغیر B ابتدا ضرب factorهایی که در آنها B وجود دارد استفاده می کنیم. (pairwise product)

(summing out a variable) $\sum_b P(b|A) P(D|b) P(E|b)$

معادله مربوط به محاسبه مقدار فاکتور

$$P(A) P(+c|A) P(D, E | A)$$

(ج) فاکتورهای جدید:

حالت های مختلف

$$\begin{cases} B \rightarrow D \rightarrow E \\ B \rightarrow E \rightarrow D \\ D \rightarrow E \rightarrow B \\ D \rightarrow B \rightarrow E \\ E \rightarrow B \rightarrow D \\ E \rightarrow D \rightarrow B \end{cases}$$

چون با استفاده از این ترتیب تعاد محاسبات (ضرب و جمع) کمتری را انجام می دهیم و طول بزرگترین عامل کوچک تر می شود و در نتیجه سریع تر است

$$\begin{matrix} D \rightarrow E \rightarrow B \\ \text{یا} \\ E \rightarrow D \rightarrow B \end{matrix} \quad (\Delta)$$

Move summations as far as possible. Do the calculation from the inside out.

$$P(A|-C) \propto \sum_{b,d,e} P(A) P(-c|A) P(b|A) P(d|b) P(e|b)$$

$$= \alpha P(A) P(-c|A) \sum_b P(b|A) \sum_d P(d|b) \sum_e P(e|b) \boxed{e \rightarrow d \rightarrow b}$$

بهترین ها

$$= \alpha P(A) P(-c|A) \sum_b P(b|A) \sum_e P(e|b) \sum_d P(d|b) \boxed{d \rightarrow e \rightarrow b}$$