

(الف) ۱

0 1 2 ...

0 0,0 0,1 0,2 -

1 1,0 1,1 1,2 -

2 2,0 2,1 2,2 -

...

...

...

این گزاره را به صورت یک DNF

که دارای $\text{clause}(\wedge) = 2^{\wedge} = 2^4$ استمی نویسیم به طوری که هر clause دقیقاً دارای ۲ متغیر x_i به صورت درست و $\wedge = 4$ متغیر باقی مانده به صورت مثبتنادرست $(\sim x_i)$ باشند. متغیرهای این clause منفی $x_{00}, x_{01}, x_{02}, x_{10}, x_{12}, x_{20}, x_{21}, x_{22}$ $\wedge \sim x_{22}$ گزاره مطلوب $= (x_{00} \wedge x_{01} \wedge \sim x_{02} \wedge \sim x_{10} \wedge \sim x_{12} \wedge \sim x_{20} \wedge \sim x_{21} \wedge \sim x_{22})$ $\vee (x_{00} \wedge \sim x_{01} \wedge x_{02} \wedge \sim x_{10} \wedge \sim x_{12} \wedge \sim x_{20} \wedge \sim x_{21} \wedge \sim x_{22})$ $\vee (x_{00} \wedge \sim x_{01} \wedge \sim x_{02} \wedge x_{10} \wedge \sim x_{12} \wedge \sim x_{20} \wedge \sim x_{21} \wedge \sim x_{22})$ $\vee \dots \vee \dots \vee \dots \vee \dots \vee \dots$ $\vee \dots \vee \dots \vee \dots \vee \dots \vee \dots$ $\vee (\sim x_{00} \wedge \sim x_{01} \wedge \sim x_{02} \wedge \sim x_{10} \wedge \sim x_{12} \wedge \sim x_{20} \wedge x_{21} \wedge x_{22})$

ب. ابتدا مانند بخش الف گزاره‌ای به شکل DNF ک دارای

$$\text{clause } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

است به طوری که دارای k متغیر به شکل

درست (ز) و $n-k$ متغیر به شکل نادرست (ز) می نویسیم
مثبت منفی

ز) های این عبارت n همسایه فام و نظر هستند پس

disribution ← صقم ۱۵ اسلاید AI-12

با استفاده از قوانین توزیع پذیری و روش هایی که در اسلایدها

گفته شده است DNF را تبدیل به CNF می کنیم. با استفاده از

توزیع پذیری \vee نسبت به \wedge از DNF به CNF می رسم.

گزاره حاصل دارای $\binom{n}{k}$ clause در کل می باشد که لزوماً

متناظر نیستند. همیشه دارای تعداد زیادی clause غیر ضروری

به شکل $\sim x_i \vee x_j$ می شود.

به طور مثال برای $n=2$ و $k=1$ به شکل زیر می باشد.

مثال

$$n = 2$$

$$k = 1$$

$$\binom{n}{k} = \binom{2}{1} = 2$$

$$n \binom{n}{k} = 2 \cdot 2 = 4$$

1,1	
2,1	2,2

در مسایلی خانه 2,1 دقیقاً
1 بایست وجود دارد.

$$DNF = (x_{11} \wedge \overline{x_{22}}) \vee (\overline{x_{11}} \wedge x_{22})$$

$$((x_{11} \wedge \overline{x_{22}}) \vee \overline{x_{11}}) \wedge ((x_{11} \wedge \overline{x_{22}}) \vee x_{22})$$

$$((x_{11} \vee \overline{x_{11}}) \wedge (\overline{x_{11}} \vee \overline{x_{22}})) \wedge ((x_{22} \vee \overline{x_{22}}) \wedge (x_{22} \vee x_{11}))$$

~~$$(x_{11} \vee \overline{x_{11}}) \wedge (x_{22} \vee \overline{x_{22}})$$~~

$$(x_{11} \vee \overline{x_{11}}) \wedge (\overline{x_{11}} \vee \overline{x_{22}}) \wedge (x_{22} \vee \overline{x_{22}}) \wedge (x_{22} \vee x_{11}) = CNF$$

← غیر ضروری →

$$\hookrightarrow (\overline{x_{11}} \vee \overline{x_{22}}) \wedge (x_{22} \vee x_{11})$$

(۲) ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم
(بولین)

h درست است اگر رطوبت هوا بالا باشد.

c درست است اگر هوا ابری باشد.

r درست است اگر باران بیارد.

w درست است اگر هوا گرم باشد.

حال فرضیات سؤال را باز نویسی می‌کنیم و KB را به صورت CNF می‌نویسیم.

$$R_1: h \vee c \quad R_2: c \Rightarrow r \quad R_3: h \Rightarrow w$$

$$R_4: \sim w$$

III
 $\sim c \vee r$

III
 $\text{contraposition} \rightarrow \sim w \Rightarrow \sim h$

III
 $w \vee \sim h$

$$KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4$$

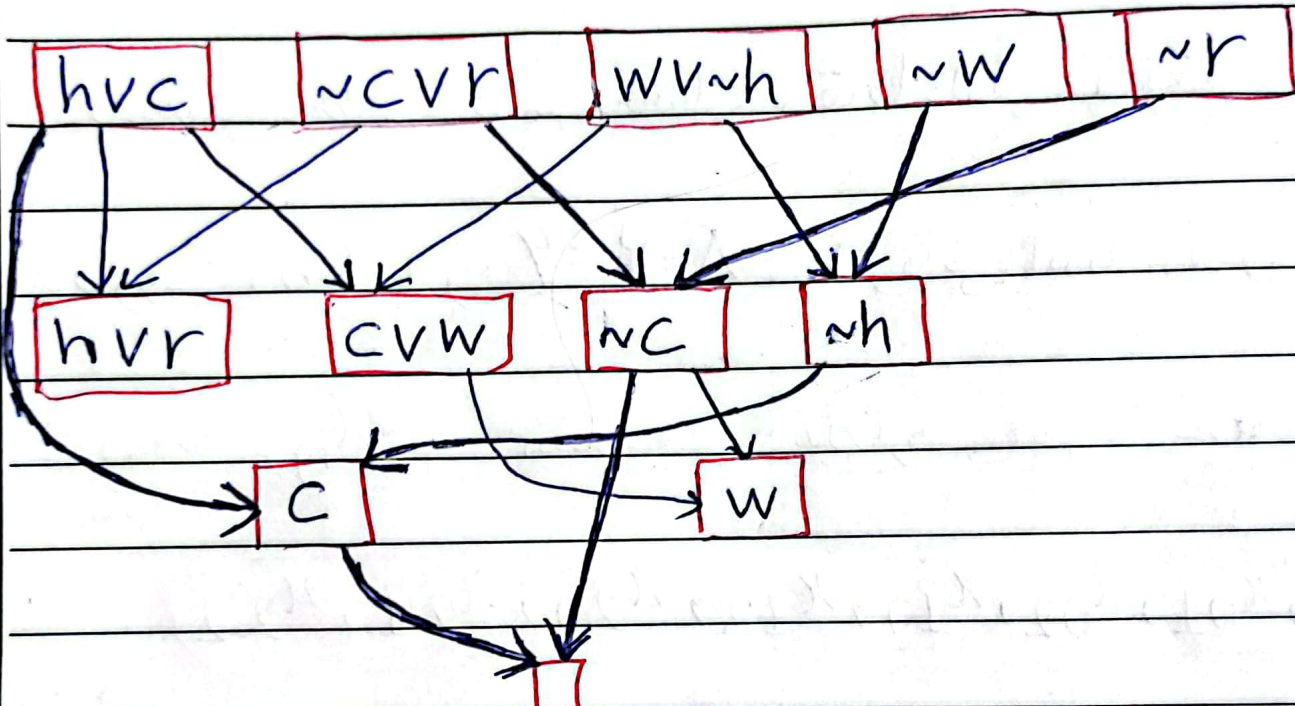
$$KB = (h \vee c) \wedge (\sim c \vee r) \wedge (w \vee \sim h) \wedge (\sim w)$$

$$\text{هدف} = \alpha = r \rightarrow \sim \alpha = \sim r$$

حال برای اینکه ثابت کنیم $|KB| = \alpha$ نشان می دهیم

که $(KB \wedge \neg \alpha)$ عبارتی unsatisfiable است.

$$KB \wedge \neg \alpha = (hvc) \wedge (\neg cvr) \wedge (wv \neg h) \wedge (\neg w) \wedge (\neg r)$$



چون به empty clause رسیدیم پس این عبارت =

unsatisfiable است و در نتیجه $|KB| = \alpha$

Coin = {1, 2, 3}

flip = {head, tail} (۳)

خط شیر و سکه انداختن

$$P(\text{Coin} = 3 \mid \text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail})) =$$

$$= \frac{P(\text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail}) \mid \text{Coin} = 3) P(\text{Coin} = 3)}{P(\text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail}))}$$

$$P(\text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail}))$$

$$\sum_{k=1}^3 P(\text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail}) \mid \text{Coin} = k) P(\text{Coin} = k)$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$P(\text{Coin} = 3 \mid \text{flips} = (\text{head}, \text{head}, \text{tail})) = \frac{1}{3}$$

چون که متغیرهای تصادفی از هم مستقل هستند.

$$P(X, Y) = P(X)P(Y)$$

X \ Y	1	2	3	
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	1

$$P(X=1, Y=1) = P(X=1)P(Y=1) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=2, Y=1) = P(X=2)P(Y=1) = \frac{1}{4}$$

تقسیم $\rightarrow \frac{P(X=1)}{P(X=2)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$

$$\rightarrow P(X=1) = \frac{3}{2}P(X=2) \quad P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

چون $P(S) = 1$

$$\frac{3}{2}P(X=2) + P(X=2) + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{5}{2}P(X=2) = \frac{3}{4} \rightarrow P(X=2) = \frac{1}{4} \rightarrow P(X=1) = \frac{1}{2}$$

$$P(X) = \sum_Y P(X, Y) \rightarrow P(X=1) = P(X=1, Y=1) + P(X=1, Y=2) + P(X=1, Y=3)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + P(X=1, Y=3) \rightarrow P(X=1, Y=3) = \frac{3}{14}$$

$$P(X=2) = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + P(X=2, Y=3) \rightarrow P(X=2, Y=3) = \frac{3}{14}$$

$$P(X=2, Y=3) = \frac{1}{14}$$

$$P(X=1, Y=1) = P(X=1)P(Y=1) = \frac{1}{K} \quad \text{تقسیم} \quad \frac{P(Y=1)}{P(Y=1)} = K$$

$$P(X=1, Y=2) = P(X=1)P(Y=2) = \frac{1}{14}$$

$$P(X=1, Y=3) = P(X=1)P(Y=3) = \frac{1}{14} \quad \text{تقسیم} \quad \frac{P(Y=2)}{P(Y=3)} = \frac{1}{14}$$

$$P(Y=1) = K P(Y=2)$$

$$P(S) = P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) = 1$$

$$P(Y=3) = 14 P(Y=2)$$

$$K P(Y=2) + P(Y=2) + 14 P(Y=2) = 1$$

$$14 P(Y=2) = 1 \rightarrow \boxed{P(Y=2) = \frac{1}{14}} \quad \boxed{P(Y=1) = \frac{K}{14}} \quad \boxed{P(Y=3) = \frac{14}{14}}$$

$$P(Y) = \sum_X P(X, Y)$$

$$P(Y=1) = P(X=1, Y=1) + P(X=2, Y=1) + P(X=3, Y=1)$$

$$\frac{K}{14} = \frac{1}{K} + \frac{1}{14} + P(X=3, Y=1) \rightarrow \boxed{P(X=3, Y=1) = \frac{1}{14}}$$

$$P(Y=2) = \frac{1}{14} + \frac{1}{14K} + P(X=3, Y=2) = \frac{1}{14}$$

$$\boxed{P(X=3, Y=2) = \frac{1}{14K}}$$

$$P(Y=3) = \frac{14}{14} + \frac{14}{14K} + P(X=3, Y=3) = \frac{14}{14}$$

$$\boxed{P(X=3, Y=3) = \frac{14}{14K} = \frac{1}{K}}$$