



دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده مهندسی کامپیوتر
انتقال داده

فرزان رحمانی

استاد: ابوالفضل دیانت

نیم سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۱

فهرست مطالب

۳	۱	
۳	۱.۱	(الف)
۳	۲.۱	(ب)
۳	۳.۱	(ج)
۴	۲	
۴	۱.۲	(الف)
۵	۲.۲	(ب)
۵	۳.۲	(ج)
۵	۴.۲	(د)
۵	۵.۲	(ه)
۵	۶.۲	(و)
۵	۷.۲	(ز)
۶	۸.۲	(ح)
۶	۹.۲	(ط)
۶	۱۰.۲	(ی)
۷	۱۱.۲	(ک)
۷	۱۲.۲	(ل)
۷	۳	
۸	۴	
۸	۱.۴	(الف)
۸	۲.۴	(ب)

۱

۱.۱ الف)

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N P_i \cdot \log_2 P_i$$

$$H(x) = -\frac{1}{2} \cdot \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow H(x) = \frac{14}{8}$$

۲.۱ ب)

تغییر نمی کند.

۳.۱ ج)

فقط مقدار احتمال ها مهم هستند.

Y/X	x=١	x=٢	x=٣	x=٤	P(Y)
y=١	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
y=٢	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
y=٣	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
y=٤	$\frac{1}{4}$	•	•	•	$\frac{1}{4}$
P(X)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	١

١.٢ الف

$$H(x, y) = - \sum_{x \subseteq X} \sum_{y \subseteq Y} P(x, y) \cdot \log_2 P(x, y)$$

$$H(x, y) = -2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \log_2 \frac{1}{16} - 4 \cdot \frac{1}{32} \cdot \log_2 \frac{1}{32} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - 3 \cdot 0 \cdot \log_2 0$$

$$\rightarrow H(x, y) = \frac{108}{32}$$

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N P_i \cdot \log_2 P_i$$

$$H(x) = -\frac{1}{2} \cdot \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow H(x) = \frac{14}{8}$$

$$H(y) = -\frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow H(y) = 2$$

$$H(x|y) = H(x, y) - H(y)$$

$$H(x|y) = \frac{108}{32} - 2$$

$$\rightarrow H(x|y) = \frac{44}{32}$$

$$\begin{aligned}
 H(y|x) &= H(x, y) - H(x) \\
 H(y|x) &= \frac{108}{32} - \frac{14}{8} \\
 \rightarrow H(y|x) &= \frac{52}{32}
 \end{aligned}$$

۲.۲ ب)

میزان ابهامی که بر طرف می شود، وقتی که خبر x را میدانیم و خبر y به ما داده میشود بیشتر از بر عکس این حالت میباشد.

۳.۲ ج)

$$H(x, y) = \frac{108}{32}$$

۴.۲ د)

با توجه به نمودار ون مجموع $H(y|x)$ و $H(x)$ رابطه انتروپی مشترک را نشان می دهد.

۵.۲ ه)

$$\begin{aligned}
 H(x, y) &\leq H(x) + H(y) \\
 \frac{108}{32} &\leq \frac{14}{8} + 2 = \frac{120}{32}
 \end{aligned}$$

۶.۲ و)

$$\begin{aligned}
 I(x; y) &= H(x) + H(y) - H(x, y) \\
 I(x; y) &= \frac{14}{8} + 2 - \frac{108}{32} \\
 \rightarrow I(x; y) &= \frac{3}{8}
 \end{aligned}$$

۷.۲ ز)

$$\begin{aligned}
 C &= \max_{P_x}(x) I(X; Y) \\
 \rightarrow C &= \frac{3}{8}
 \end{aligned}$$

۸.۲ ح

برای تحقق این عمل باید مستقل باشند. :

Y/X	x=۱	x=۲	x=۳	x=۴	P(Y)
y=۱	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
y=۲	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
y=۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
y=۴	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
P(X)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	۱

۹.۲ ط

همانند سوال قبل باید اطلاعات متقابل را مینیم کنیم زیرا با توجه به رابطه زیر، از آنجایی که $H(y)$ و $H(x)$ ثابت هستند تنها راه بیشینه کردن $H(x, y)$ ، کمینه کردن $I(x; y)$ است.

$$H(x, y) = H(x) + H(y) - I(x; y)$$

۱۰.۲ ی

برای بیشینه کردن آنتروپی مشترک باید اطلاعات متقابل را مینیم بکنیم، و این اتفاق زمانی رخ می دهد که دو پیشامد مستقل باشند. با توجه به روابط زیر نیز می توان به نتیجه رسید.

$$P(x, y) = P(x) \cdot P(y)$$

$$\sum_{x,y} P(x, y) \log \frac{P(x, y)}{P(x)P(y)} = \sum_{x,y} P(x, y) \log(1) = 0$$

۱۱.۲ (ک)

برای بیشینه کردن انتروپی باید احتمال رخ دادن تمام حالات برابر باشند یعنی برابر $\frac{1}{n}$

Y/X	x=۱	x=۲	x=۳	x=۴	P(Y)
y=۱	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
y=۲	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
y=۳	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
y=۴	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
P(X)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	۱

۱۲.۲ (ل)

$$H(x) = \log_2 4 = 2$$

$$H(y) = \log_2 4 = 2$$

$$H(x, y) = \log_2 16 = 4$$

فقط $H(y)$ ثابت می ماند.

۳

Y/X	x=۱،۲،۳،۴	x=۵،۶	P(Y)
y=•	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$
y=۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
y=۲	•	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
P(X)	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	۱

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N P_i \cdot \log_2 P_i$$

$$H(x) = -\frac{2}{3} \cdot \log_2 \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow H(x) = 0.9$$

$$H(y) = -\frac{5}{12} \cdot \log_2 \frac{5}{12} - \frac{1}{2} \cdot \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{12} \cdot \log_2 \frac{1}{12}$$

$$\rightarrow H(y) = 1.32$$

$$H(x, y) = -\sum_{x \subseteq X} \sum_{y \subseteq Y} P(x, y) \cdot \log_2 P(x, y)$$

$$H(x, y) = -\frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \log_2 \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \cdot \log_2 \frac{1}{12} - \frac{1}{6} \cdot \log_2 \frac{1}{6} - \frac{1}{12} \cdot \log_2 \frac{1}{12}$$

$$\rightarrow H(x, y) = 2.06$$

$$I(x; y) = H(x) + H(y) - H(x, y)$$

$$I(x; y) = 0.9 + 1.32 - 2.06$$

$$\rightarrow I(x; y) = 0.16$$

٤

الف ١.٤

$$SNR_{[db]} = 10 \cdot \log_{10} SNR$$

$$SNR = 10^0.5 \simeq 3.16$$

$$C = 10 \cdot \log_2 (1 + 3.16) = 20.56$$

$$C = B \cdot \log_2 (1 + SNR)$$

ب ٢.٤

$$C = 10 \cdot \log_2 (1 + SNR) = 50$$

$$\rightarrow SNR = 31$$