

به نام خدا



نظریه و الگوریتم های گراف

تمرین سری پنجم

دکتر غیور باغبانی

بهار ۱۴۰۳

طراحان : نگین حقیقی، دنیز احمدی، عطرا نیک پایان راد، محمد علی آژینی، امیر حسینی

جبلۛ-سایین اعلا

سوالات:

Q1) تئوری

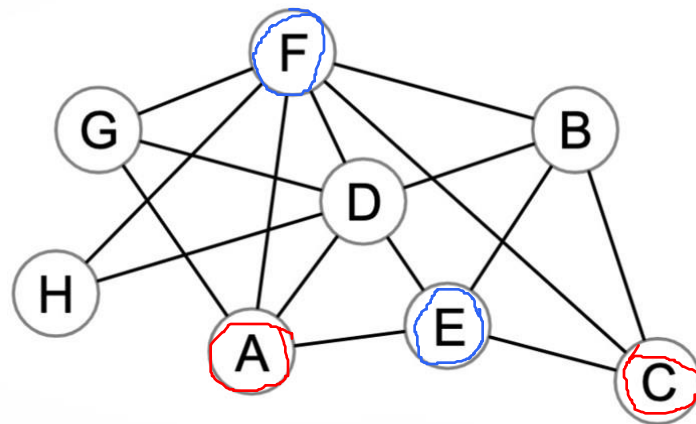
در نظر بگیرید گرافی با استفاده از ماتریس مجاورت A زیر توصیف شده است:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

بردار ویژه مربوط به بزرگترین مقدار ویژه ماتریس A را محاسبه کنید.

Q2) ✓

در گراف زیر مقادیر Betweenness centrality راس های E و F و همچنین مقادیر Closeness centrality راس های A و C را محاسبه کنید.



Q3)

الف) ماتریس مجاورت این گراف را بنویسید

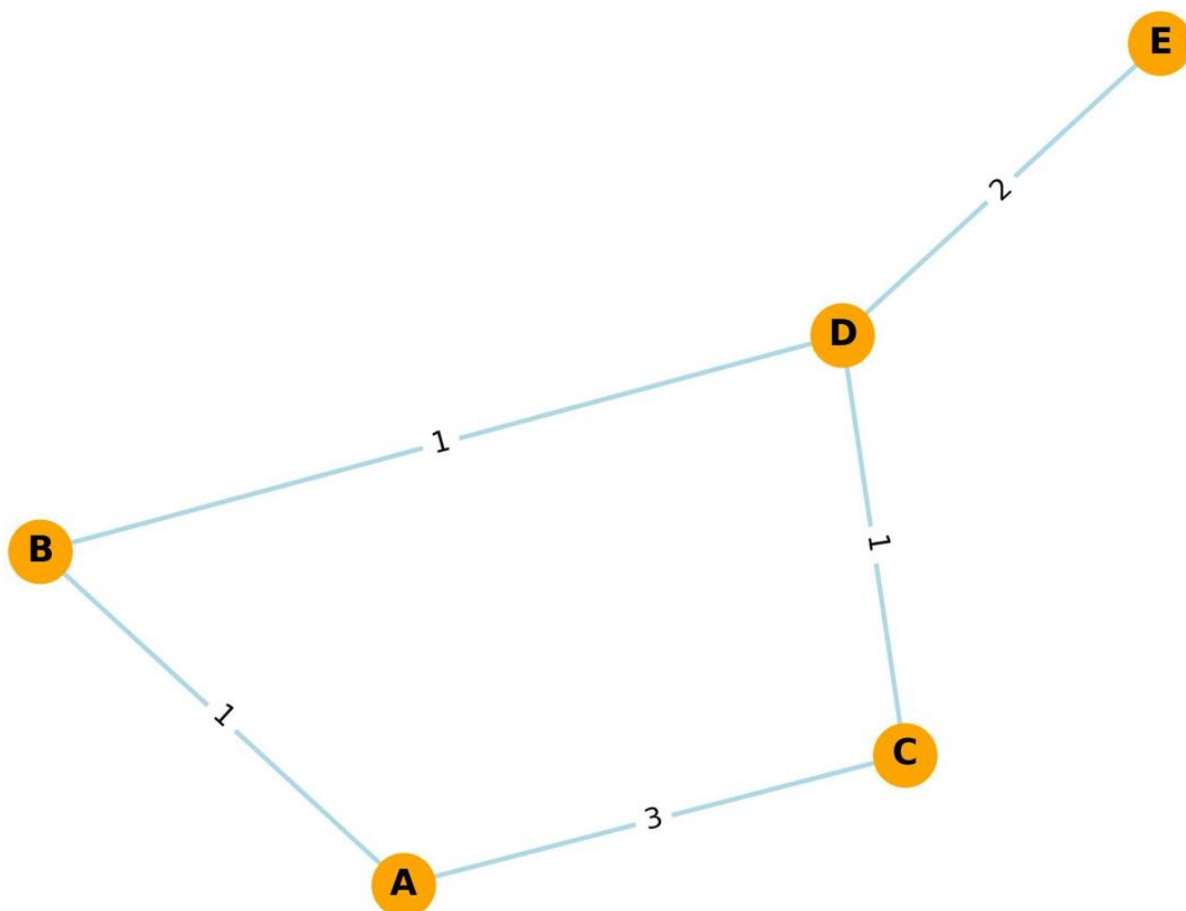
ب) الگوریتم فلوئید وارshall را برای یافتن کوتاهترین مسیر بین تمام جفت راس ها اجرا کنید و ماتریس فاصله را بدست آورید

پ Farness مرکزی هر راس را محاسبه کنید.

ت Closeness مرکزی هر راس را محاسبه کنید

ث) کدام راس یا راس ها بالاترین Closeness مرکزی را دارند و چرا؟

ج) برای راس هایی که پایین ترین Closeness مرکزی را دارند، پیشنهاداتی برای افزودن یال به گراف ارائه دهید تا Closeness مرکزی آنها بهبود یابد



Q4)

در مدل Erdős–Rényi، گراف $G(n, p)$ با $n=100$ رأس را در نظر بگیرید که در آن هر یال ممکن بین هر دو رأس با احتمال $p=0.05$ وجود دارد.

الف) تعداد مورد انتظار یالها در گراف G را محاسبه کنید.

ب) درجه مورد انتظار یک رأس را محاسبه کنید.

ج) احتمال اینکه یک رأس داده شده درجه k داشته باشد را برای $k=5$ تعیین کنید.

(نیاز به محاسبات نیست و قراردعی در فرمول کافی است.)

Q5)

یک گراف تصادفی $G(n, p)$ که با استفاده از Erdős–Rényi-Gilbert ایجاد شده است داریم. در این نمودار 100 نود داریم و احتمال وجود یک یال بین هر دو node برابر است با $p = 30$.

1. درجه مورد انتظار هر node را در این نمودار محاسبه کنید.

2. تعداد کل یال های مورد انتظار را در این نمودار محاسبه کنید.

3. با استفاده از توزیع دو جمله ای، احتمال اینکه گره معین v دقیقاً 2 یال داشته باشد را تعیین کنید.

و اشتباه نوشتن p مقدار

سوال و حل کنید $p = 0.02$ یا $p = 1/50$ با