



## تحلیل هوشمند تصاویر زیست پزشکی

نیم سال اول ۰۳-۰۴

مدرس: محمدحسین رهبان

پاسخنامه‌ی بخش نظری تمرین اول

### سوال اول (۵ نمره) به سوالات زیر پاسخ دهید:

(آ) برای حذف نویزهای زیر از تصویر، فیلتر مناسب پیشنهاد داده و دلیل انتخاب خود را بیان کنید:

• نویز نمک-فلغلی

• نویز متناوب

(ب) مهم‌ترین مزیت فضای رنگی HSV به RGB چیست و چه کاربردهایی می‌تواند داشته باشد؟

(پ) در مورد فیلتر Homomorphic تحقیق کرده و پس از آشنایی با آن، بگویید استفاده از آن در چه مواردی می‌تواند کارا باشد؟

(ت) اثر False Countoring چیست و چه موقع رخ می‌دهد؟

پاسخ:

(آ) **نویز نمک-فلغلی:** برای حذف این نویز از فیلتر Median استفاده می‌شود؛ چون نویز مذکور بصورت ضربه‌هایی واقع در شدت روشنایی صفر یا ۲۵۵ ظاهر می‌شود و با اعمال این فیلتر، مقدار میانه شدت روشنایی در هر همسایگی انتخاب شده و بدین طریق نویز حذف می‌شود.

**نویز متناوب:** فرض کنید نویز مذکور بصورت  $\sin(\omega x)$  باشد؛ این نویز در حوزه فرکانس، الگویی دایروی در فرکانس  $\omega$  و فازهای مختلف تشکیل می‌دهد که با اعمال فیلتری میان‌نگذر می‌توان آن را حذف کرد.

(ب) مهم‌ترین مزیت فضای رنگی HSV به RGB جداسازی اطلاعات مربوط به شدت روشنایی و رنگ است که در موارد مختلفی از جمله رنگی کردن تصاویر سیاه و سفید می‌تواند کاربرد داشته باشد.

(پ) بطور کلی اگر عامل مزاحم که تغییرات سریع دارد (مانند نویز) بصورت ضرب‌شونده به یک عنصر مطلوب که تغییرات آهسته دارد (شدت روشنایی تصویر) اضافه شود، می‌توان با استفاده از این فیلتر اثر عامل نامطلوب را تضعیف کرده و تا حد ممکن عنصر مطلوب را حفظ کرد.

(ت) اگر از تعداد ناکافی سطوح شدت روشنایی برای نمایش یک تصویر دیجیتال استفاده شود، این اثر ظاهر می‌شود و بیشتر در آن نواحی که تغییرات شدت روشنایی به نرمی صورت می‌گیرد، محسوس است. در عمل اگر از تعداد ۱۶ سطح روشنایی یا کمتر، برای نمایش تصویر استفاده شود نمود آن بیشتر مشهود است.

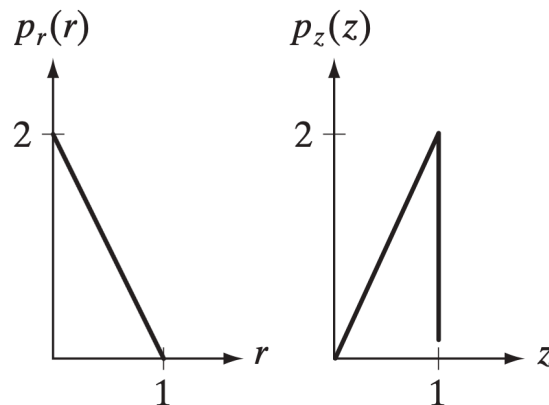
### سوال دوم (۶ نمره) به سوالات زیر پاسخ دهید:

(آ) از جمله پردازش‌های ساده و پرکاربرد برای بهبود کیفیت تصویر یکسان‌سازی هیستوگرام<sup>۱</sup> است؛ آن را شرح دهید.

(ب) یک تصویر با شدت روشنایی در محدوده  $[0, 1]$  دارای تابع چگالی احتمال  $p_r(r)$  است که در شکل ۱ نمایش داده شده است. با فرض کمیت‌های پیوسته، تبدیلی از شدت روشنایی را بیابید که  $p_r(r)$  را به  $p_z(z)$  تبدیل کند.

<sup>1</sup>Histogram Equalization

**توضیح:** برای بدست آوردن دامنه شدت روشنایی‌ها در هیستوگرام تصویر به نحوی نرمالیزه شده تا سطح زیر نمودار آن برابر یک باشد.



شکل ۱

**راهنمایی:** از تابع توزیع تجمعی (CDF) برای محاسبه تبدیل استفاده کنید. همچنین به یاد داشته باشید که عبور هر متغیر تصادفی از CDF خود، منجر به توزیع یکنواخت می‌شود.

**پاسخ:**

(آ) یکسان‌سازی هیستوگرام از جمله تبدیلات شدت روشنایی محسوب شده و معمولاً به منظور افزایش کانتراست و محدوده‌ی پویایی (Dynamic Range) تصویر، به آن دسته از تصاویر اعمال می‌شود که بطور یکنواخت از تمام محدوده‌ی شدت روشنایی استفاده نمی‌کنند و هیستوگرام آن‌ها در یک محدوده‌ی خاص متمرکز است. این تبدیل، توزیع شدت روشنایی‌ها را به توزیع یکنواخت نزدیک کرده و از این طریق باعث می‌شود جزئیات موجود در محدوده خیلی تیره و خیلی روشن وضوح بیشتری یابند. در عمل خروجی این تبدیل، تخمینی از توزیع یکنواخت است.

(ب) معادلات توزیع‌های فوق بصورت  $p_r(r) = -2r + 1$ ,  $p_z(z) = 2z$  است. میدانیم اگر هر متغیر تصادفی دارای توزیع  $f_X(x)$  باشد و آن را از CDF خود عبور دهیم، خروجی توزیع یکنواخت خواهد داشت. بنابراین:

$$T(r) = \int_0^r p_r(w)dw = \int_0^r (-2w + 1)dw = -r^2 + r$$

$$G(z) = \int_0^z p_z(w)dw = \int_0^z 2w dw = z^2$$

$G(z)$  تبدیلی است که توزیع  $p_z(z)$  را به توزیع یکنواخت تبدیل می‌کند. بنابراین کافیت معکوس آن را بدست آورده و  $T(r)$  را به عنوان ورودی به آن بدهیم:

$$m = G(z) \Rightarrow z = G^{-1}(m) = \pm\sqrt{m}$$

چون شدت روشنایی فقط مقادیر مثبت اختیار می‌کند، جواب  $\sqrt{m}$  مورد قبول است. پس:

$$z = G^{-1}(T(r)) = \sqrt{-r^2 + r}$$

عبارت بالا شدت روشنایی  $r$  را به عنوان ورودی دریافت کرده و شدت روشنایی  $z$  را خروجی می‌دهد.

سوال سوم (۱۲ نمره) در نظر بگیرید که  $y(t) = (x * h)(t)$  عبارات زیر را نشان دهید.

- (a)  $y(t-1) = x(t-2) * h(t+1)$   
 (a)  $y(-t) = x(-t) * h(-t)$   
 (c)  $\frac{d}{dt}y(t) = (x * h')(t)$   
 (d)  $y(t) = (x_I * h')(t)$ , where  $x_I = \int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$

پاسخ:

(a)  $y(t-1) = x(t-2) * h(t+1)$

$$x(t-2) * h(t+1) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau-2)h(t-\tau+1)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau')h(t-\tau'-2+1)d\tau' = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau')h(t-\tau'-1)d\tau' = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau')h((t-1)-\tau')d\tau' = y(t-1)$$

(b)  $y(-t) = x(-t) * h(-t)$

$$x(-t) * h(-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(-\tau)h(\tau-t)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(-t-\tau')h(\tau'+t-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(-t-\tau')h(\tau')d\tau' = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau')x((-t)-\tau')d\tau' = y(-t)$$

(c)  $\frac{d}{dt}y(t) = (x * h')(t)$

$$\frac{d}{dt}y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d}{dt}(x(\tau)h(t-\tau))d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\frac{d}{dt}h(t-\tau)d\tau = x * h'$$

(The time-derivative operator is time-invariant)

(d)  $y(t) = (x_I * h')(t)$ , where  $x_I = \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau$

getting derivation of both sides:

$$\frac{d}{dt}y(t) = (x'_I * h')(t), \quad x'_I = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau = x(t) \text{ so:}$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = (x * h')(t) \text{ (that is proven in part c)}$$

سوال چهارم (۸ نمره) سیستم  $S$  LTI به گونه ای است که:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 2^n u[-n-1] \xrightarrow{S} y[n] = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 6\left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$$

(a) تابع تبدیل سیستم  $S$ ،  $H(z)$  را بیابید. نمودار صفر و قطب  $S$  را بیابید و  $ROC$  را مشخص کنید.

(b) پاسخ ضربه سیستم،  $h[n]$  را بیابید.

(c) معادله تفاضلی بنویسید که سیستم  $S$  را نمایندگی کند.

$$(a) H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\frac{6}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{6}{1-\frac{3}{4}z^{-1}}}{\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1-2z^{-1}}} = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}}$$

$$\text{ROC: } |z| > \frac{3}{4}$$

$$(b) H(z) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \frac{1}{1-\frac{3}{4}z^{-1}}$$

$$h[n] = \frac{8}{3}\delta[n] - \frac{5}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$$

$$(c) x[n] - 2x[n-1] = y[n] - \frac{3}{4}y[n-1]$$

سوال پنجم (۷ نمره)  $DFT$  هریک از دنباله‌ها با طول محدود زیر را محاسبه کنید. ( $N$  زوج است).

$$(a) x[n] = \delta[n - n_0]$$

$$(b) x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N/2 - 1 \\ 0, & N/2 \leq n \leq N - 1. \end{cases}$$

$$(c) x[n] = \begin{cases} 1, & n \text{ odd} \\ 0, & n \text{ even.} \end{cases}$$

$$(a) x[n] = \delta[n - n_0]$$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \delta[n] e^{-j2\pi kn/N}, \quad 0 \leq k \leq (N-1) = 1$$

$$(b) x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N/2 - 1 \\ 0, & N/2 \leq n \leq N - 1. \end{cases}$$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N} = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} e^{-j2\pi kn/N} = \frac{1-e^{-j\pi k}}{1-e^{-j(2\pi k)/N}}$$

$$(c) x[n] = \begin{cases} 1, & n \text{ odd} \\ 0, & n \text{ even.} \end{cases}$$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N} = \sum_{n=0}^{N/2-3/2} e^{-j2\pi k(2n+1)/N} = \frac{1-e^{-j2\pi k((N-1)/2)/N}}{1-e^{-j(2\pi k)/N}} =$$

$$\frac{1-e^{-j\pi k(N-1)/N}}{1-e^{-j(2\pi k)/N}}$$

## سوال ششم (۱۲ نمره) به سوالات زیر پاسخ دهید:

- (آ) ۳ مورد از مزایای کلیدی که استاندارد ذخیره سازی DICOM دارد، به طور مختصر توضیح دهید.
- (ب) یک فایل DICOM حاوی تصویر اخذ شده توسط اسکنر و فراداده<sup>۲</sup> است. داده‌های مذکور به صورت tag-based ذخیره شده‌اند. از برجسب‌های مربوط به هر یک از اطلاعات مریض و تصویر، ۳ مورد را نام ببرید.
- (پ) تصویر موجود در فایل sample.DCM را با استفاده از کتابخانه pydicom نمایش دهید.
- (ت) Anonymize کردن فایل‌های DICOM به چه منظور انجام می‌شود؟ فایل sample.DCM را Anonymize کنید. موارد (پ) و (ت) را در ژوپیتِر نوک بوک DICOM.ipynb انجام دهید.

### پاسخ:

(a)

- Interoperability: مراکز پزشکی از تجهیزات تصویربرداری تولیدکنندگان مختلفی استفاده می‌کنند، و فقدان استانداردسازی، یکپارچه‌سازی این سیستم‌ها را دشوار می‌کند. DICOM استاندارد جامع برای ذخیره‌سازی و انتقال تصاویر فراهم می‌کند، که به واسطه‌ی آن تجهیزات تولیدکنندگان مختلف و مدالیت‌های مختلف به طور یکپارچه با هم ارتباط برقرار می‌کنند.
- کیفیت تصاویر: تصاویر پزشکی باید از بالاترین کیفیت برخوردار باشند تا متضمن تشخیص‌های دقیق باشند، اما تفاوت در فرمت‌ها و فشرده‌سازی می‌تواند بر کیفیت تصویر تأثیر بگذارد. DICOM کیفیت تصاویر پزشکی را از طریق تعیین فرمت‌های فایل استاندارد، فراداده‌ها و ویژگی‌های استاندارد مانند وضوح (Resolution)، مقیاس خاکستری (Grayscale) و تعادل رنگ (Color balance) حفظ می‌کند.
- نیاز است تا تصاویر پزشکی بزرگ برای مشاوره بین مؤسسات به اشتراک گذاشته شوند، اما انتقال آنها می‌تواند دشوار باشد و یا در معرض مسائل امنیتی قرار گیرد. DICOM نحوه انتقال تصاویر پزشکی را استاندارد می‌کند در حالی که محرمانگی اطلاعات بیمار را از طریق رمزگذاری و روش‌های ارتباطی امن حفظ می‌کند.

(b) سه مورد از برجسب‌های مربوط به اطلاعات مریض:

- Patient's Birth Date و Patient's Sex ، Patient's Name

سه مورد از برجسب‌های مربوط به اطلاعات تصویر:

- Pixel Spacing و Bits Allocated ، Slice Thickness

<sup>2</sup>Metadata