



تحليل هوشمند تصاویر زیست پزشکی

پاییز ۱۴۰۳ - استاد: محمد حسین رهبان

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

میانترم - ۱۵۰ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

سوال اول (۲۰ نمره)

با فرض داشتن یک ماسک 3×3 چطور می‌توان Unsharp Masking را در یک pass انجام داد؟ فرض کنید تصویر نرم شده با فیلتر زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

پاسخ:

می‌دانیم Unsharp Masking طبق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$g(x, y) = f(x, y) + \alpha(f(x, y) - \bar{f}(x, y))$$

که در آن $\bar{f}(x, y)$ نسخه‌ی تار (Blur) شده‌ی تصویر اصلی است. با در نظر گرفتن $\alpha = 1$ داریم:

$$g(x, y) = 2f(x, y) - \bar{f}(x, y)$$

از طرفی، $f(x, y)$ و $\bar{f}(x, y)$ را میتوان بصورت زیر بیان کرد:

$$f(x, y) = f(x, y) * M_1$$

$$\bar{f}(x, y) = f(x, y) * M_2$$

که در آن

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_2 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

طبق خاصیت توزیع‌پذیری کانولوشن داریم:

$$g(x, y) = f(x, y) * \underbrace{[2M_1 - M_2]}_{M'}$$

$$M' = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 17 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

سوال دوم (۱۵ نمره) تبدیل فوریه‌ی سیگنال زیر را محاسبه کنید:

$$f[x] = \sin[2\pi an] + \cos[2\pi bn]$$

پاسخ:

سیگنال داده شده:

$$f(x) = \sin(2\pi an) + \cos(2\pi bn)$$

با نوشتن سینوس و کسینوس به فرم نمایی خواهیم داشت:

$$\sin(2\pi an) = \frac{1}{2j}(e^{2\pi an} - e^{-2\pi an})$$

و

$$\cos(2\pi bn) = \frac{1}{2}(e^{2\pi bn} + e^{-2\pi bn})$$

تبدیل فوری $e^{j\omega_0 n}$ برابر است با:

$$\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} 2\pi\delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k)$$

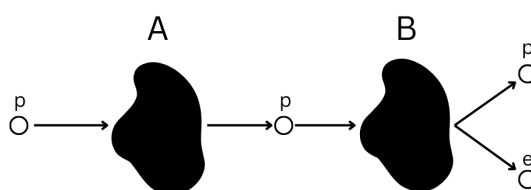
طبق خواص برای تبدیل فوری سینوس و کسینوس خواهیم داشت:

$$\mathcal{F}\{\sin(2\pi an)\} = \frac{1}{j} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \pi\delta(\omega - 2\pi a + 2\pi k) - \pi\delta(\omega + 2\pi a + 2\pi k)$$

$$\mathcal{F}\{\cos(2\pi bn)\} = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \pi\delta(\omega - 2\pi b + 2\pi k) + \pi\delta(\omega + 2\pi b + 2\pi k)$$

سوال سوم (۱۰ نمره)

با توجه به تصویر زیر چه مواردی می‌تواند باعث برهم‌کنش پرتو ایکس با بافت B باشد. p نمایانگر فوتون و e نمایانگر الکترون است.



پاسخ:

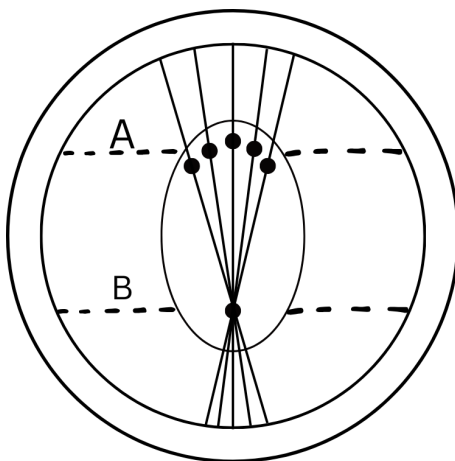
دو مورد می‌تواند در برهم‌کنش فوتون با بافت دوم نقش داشته باشد.

۱. بافت B جذب بیشتری نسبت به بافت A دارد.

۲. فوتون پس از برخورد با بافت A انرژی خود را از دست داده که باعث می‌شود فوتون با انرژی کمتر این نوع برهم‌کنش را با بافت B داشته باشد.

سوال چهارم (۱۹ نمره)

شکل زیر تصویر برداری PET از سرب یک فرد را نشان می‌دهد که خطوط در آن نشان دهنده تابش جفت فوتون (photon pair) است و در حسگری که دور آن قرار دارد خوانده می‌شود. حال اگر نقاط در ناحیه A علت تابش جفت فوتون‌ها باشند و صرفاً بر حسب تصادف نقطه در ناحیه B محل تلاقی این تابش‌ها باشد، می‌خواهیم بدون استفاده از الگوریتم بازسازی و فقط بر اساس خوانش‌ها مشخص کنیم که کدام نقاط عامل تابش فوتون‌ها هستند. با استفاده از شکل و خوانش‌ها استدلال کنید چگونه می‌توان تشخیص داد نقطه در ناحیه B عامل تابش نیست.

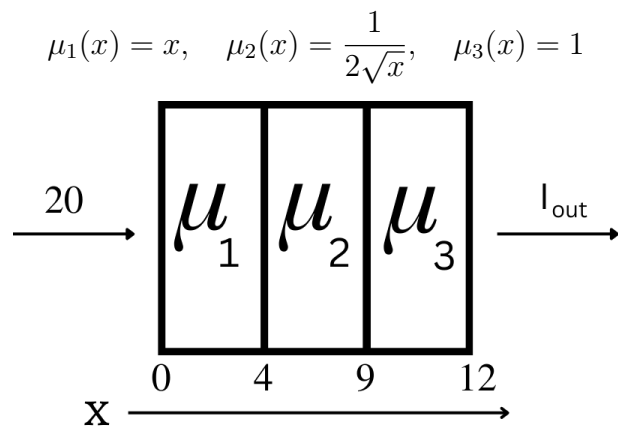


پاسخ:

بدون هیچ‌گونه فرض اضافه‌ای، از آنجایی که نقاط در دو سرب بافت قرار دارند، براساس میرایی بافت خوانش‌هایی که به نقاط تابش کننده نزدیک‌تر هستند شدت بیشتری را دریافت می‌کنند. پس خوانش‌ها در بالای حسگر شدت زیادی و خوانش‌ها در پایین حسگر شدت کمی را دریافت می‌کنند که براساس آن مشخص می‌شود عامل تابش، نقاط در ناحیه A هستند.

سوال پنجم (۱۵ نمره)

با توجه به شکل که در آن سه بافت با میراثی‌های μ_1 و μ_2 و μ_3 قرار دارند، همچنین شدت پرتو ورودی برابر با ۲۰ می‌باشد، I_{out} را حساب کنید.



پاسخ:

$$I_{out} = I_{in} e^{-\int_{x_{in}}^{x_{out}} \mu(x) dx}$$

$$I_{out} = 20 \times e^{-(\int_0^4 x dx + \int_0^5 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx + \int_0^3 1 dx)}$$

$$I_{out} = 20 \times e^{-\left(\frac{x^2}{2}\bigg|_0^4 + \sqrt{x}\bigg|_0^5 + x\bigg|_0^3\right)}$$

$$I_{out} = 20 \times e^{-(8 + \sqrt{5} + 3)} \approx \frac{20}{e^{13.24}}$$

در صورت انتخاب بازه‌های ۰، ۴، ۹ و ۱۲ برای انتگرال‌ها نمره‌ای کسر نخواهد شد.

سوال ششم (۱۵ نمره)

بافت‌هایی که T1 کوچکتری دارند نسبت به بافت‌هایی که T1 بزرگتری دارند در عکس T1-weighted روشن‌تر هستند در حالی که در عکس T2-weighted بافت‌هایی که T2 بزرگتری دارند نسبت به بافت‌هایی که T1 کوچکتری دارند روشن‌تر هستند دلیل این اتفاق را توضیح دهید.
(راهنمایی: هرچه سیگنال نهایی قوی‌تر باشد بافت روشن‌تر دیده می‌شود)

پاسخ:

فرمول سیگنال نهایی به صورت زیر است:

$$S(TR, TE) = (1 - e^{-TR/T_1}) M_0 e^{-TE/T_2}$$

بافتی که T1 کوچکتری دارد با توجه به فرمول سیگنال نهایی مقدار $(1 - e^{-TR/T_1})$ بزرگتری نسبت به بافتی که T1 بزرگتری دارد خواهد داشت و در نتیجه سیگنال نهایی آن قوی‌تر بوده و میدانیم هرچه سیگنال قوی‌تر باشد بافت روشن‌تر دیده می‌شود پس بافت با T1 کوچکتر در تصاویر T1-weighted روشن‌تر از بافت با T1 بزرگتر دیده می‌شود. حال در مورد تصاویر T2-weighted بافتی که T2 بزرگتری دارد با توجه به فرمول سیگنال نهایی مقدار $M_0 e^{-TE/T_2}$ بزرگتری نسبت به بافتی که T2 کوچکتری دارد خواهد داشت و در نتیجه سیگنال نهایی آن قوی‌تر بوده پس بافت با T2 بزرگتر در تصاویر T2-weighted روشن‌تر از بافت با T2 کوچکتر دیده می‌شود.

سوال هفتم (۶ نمره)

درست یا غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید:

الف. در تصویربرداری MRI اگر فرکانس پالس رادیویی با فرکانس هسته‌ها یکسان باشد، پدیده رزونانس اتفاق می‌افتد.

پاسخ:

صحیح

ب. Eco time برای تصویربرداری بین بافت‌های مختلف متفاوت می‌باشد.

پاسخ:

صحیح

ج. در تصویربرداری MRI اگر شدت میدان مغناطیسی خارجی را زیاد کنیم، دامنه جریان القایی در سیم‌پیچ زیاد می‌شود و فرکانس آن تغییری نمی‌کند.

پاسخ:

غلط، با افزایش شدت میدان مغناطیسی MRI هم دامنه جریان القایی در سیم‌پیچ و هم فرکانس آن افزایش می‌یابند