



فصل ۶۹: مقدمات سیگنال

ابوالفضل دیانت

آخرین ویرایش: ۱۴ فروردین ۱۴۰۲ در ساعت ۱۶ و ۸ دقیقه - نسخه 2.0.11

فهرست مطالب

۲	معرفی سیگنال
۱۹	تبدیل فوریه
۴۴	نمونه برداری
۵۲	انرژی و توان سیگنال
۷۱	پاسخ ضربه کانال
۸۹	مراجع
۹۰	فهرست اختصارات

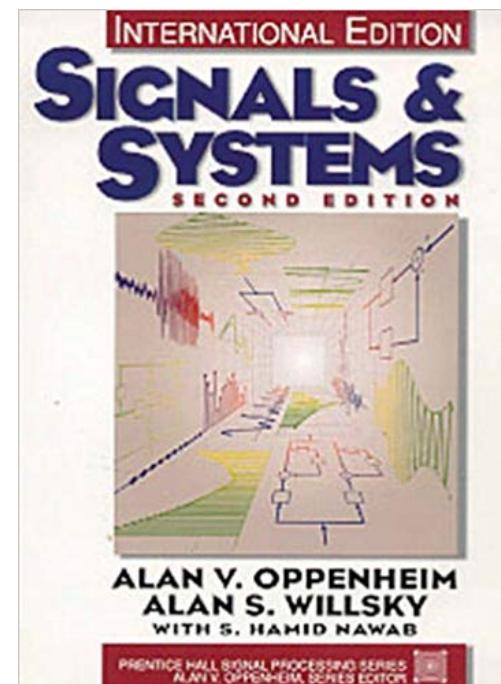
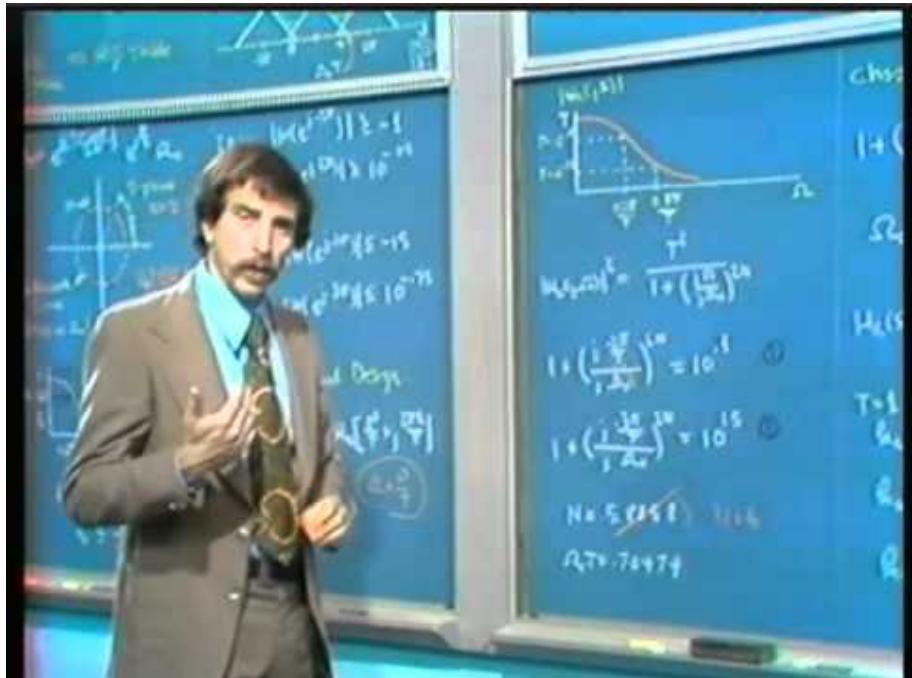
واژه نامه انگلیسی به فارسی

۹۴

واژه نامه فارسی به انگلیسی

۹۸

[1] A. V Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Signals and systems*. Prentice Hall, 1997.



مختصر سیگنال

به هر تابع ریاضی، اصطلاحا سیگنال گفته می‌شود. هر تابع ریاضیاتی (سیگنال)، یک سری

متغیرهای وابسته (Independent Variable) و متغیرهای مستقل (Dependent Variable) دارد.

$$y = f(x_1, x_2)$$

صوت یک سیگنال زمانی یک بعدی است، که متغیر مستقل آن زمان و متغیر وابسته آن سطح صدا



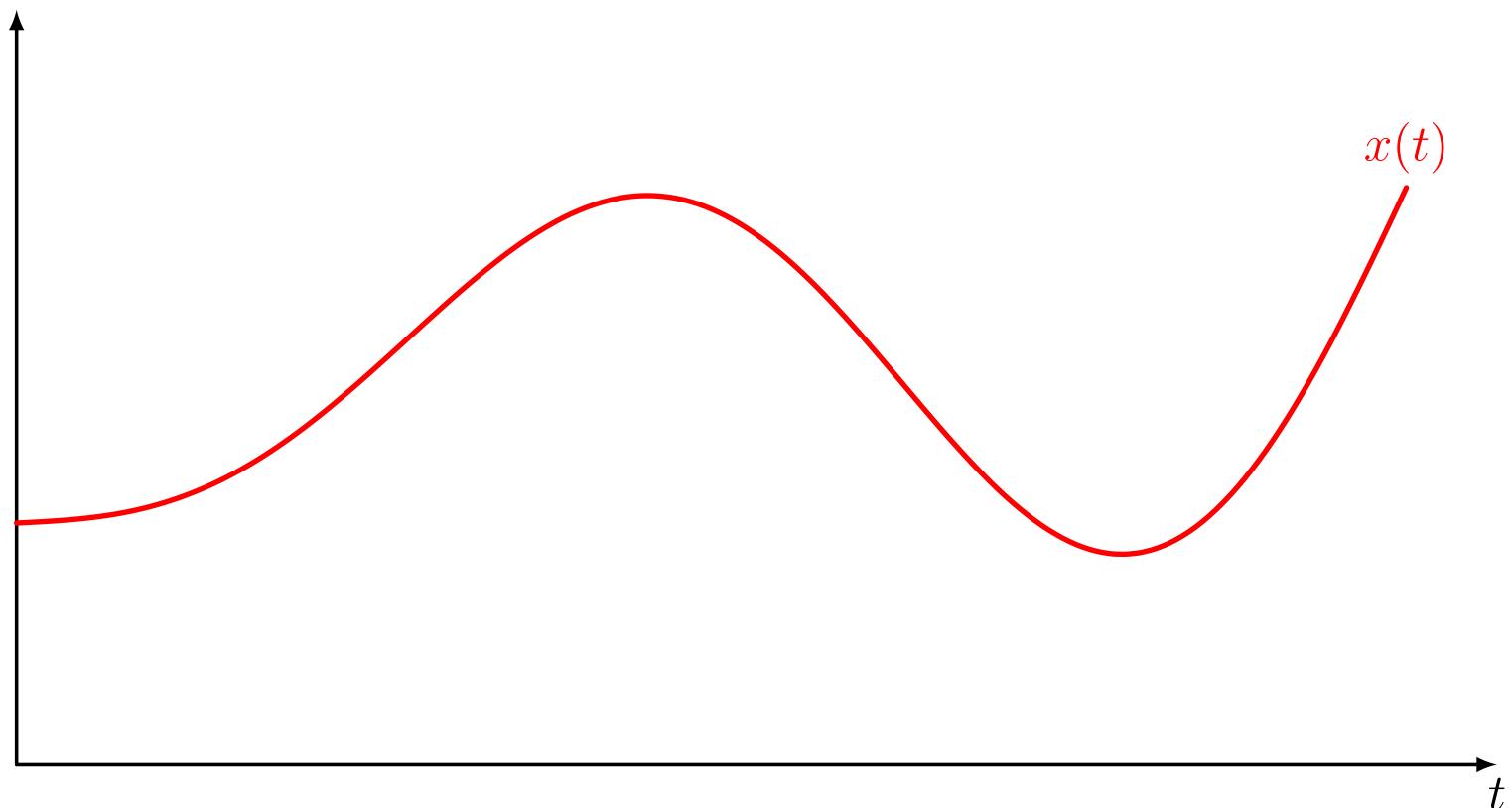
تصویر یک سیگنال دوبعدی است. هر پیکسل متغیر مستقل و رنگ متغیر وابسته (y , x)



ویدئو یک سیگنال سه بعدی است، که دو بعد آن را مکان و بعد سوم آن نیز زمان است. یعنی (t , y , x)

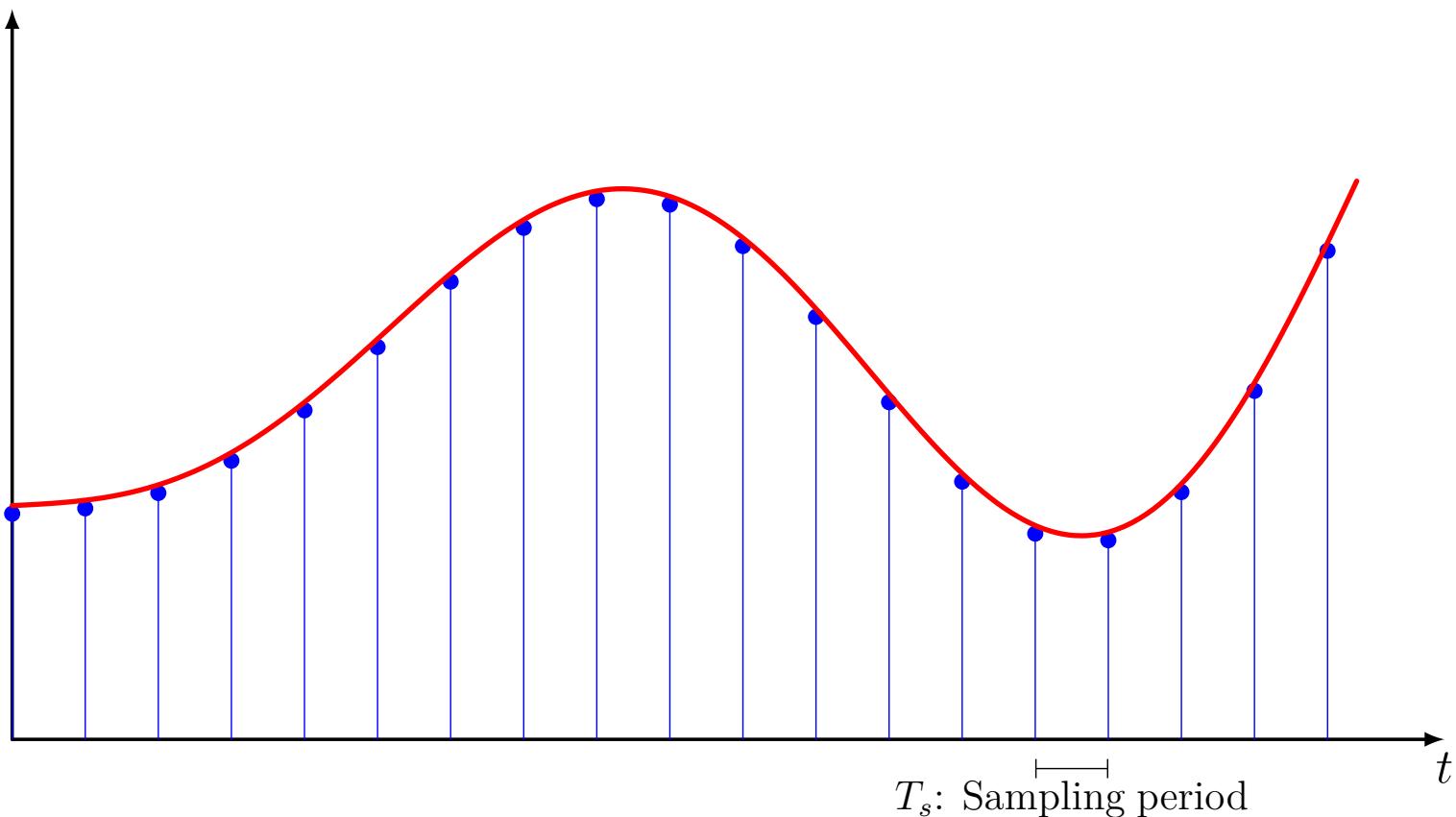


☞ **سیگنال پیوسته ($x(t)$)**: این سیگنال‌ها، در مقدار و زمان پیوسته هستند. سیگنال‌هایی که در طبیعت وجود دارند، همگی از نوع پیوسته هستند: به طور مثال سرعت ماشین، صدای انسان و لرزش‌های زمین.



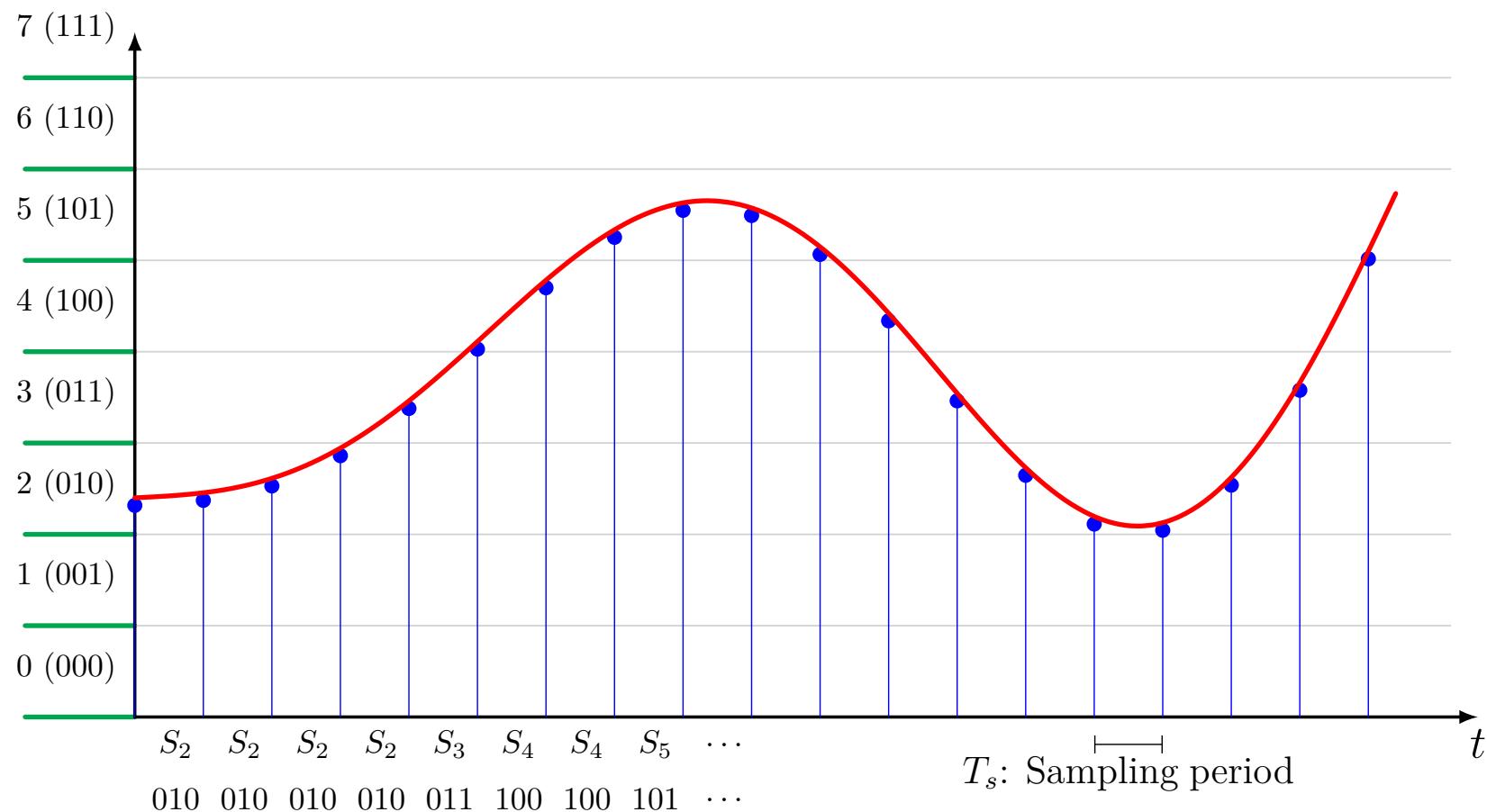
انواع سیگنال (ادامه)

سیگنال گستته $x[n]$: سیگنال‌های گستته از نظر مقدار پیوسته هستند، ولی از جهت زمانی گستته، یعنی فقط در زمان‌های خاصی، مقدار سیگنال تعریف شده است (فرکانس نمونهبرداری $f_s = \frac{1}{T_s}$).

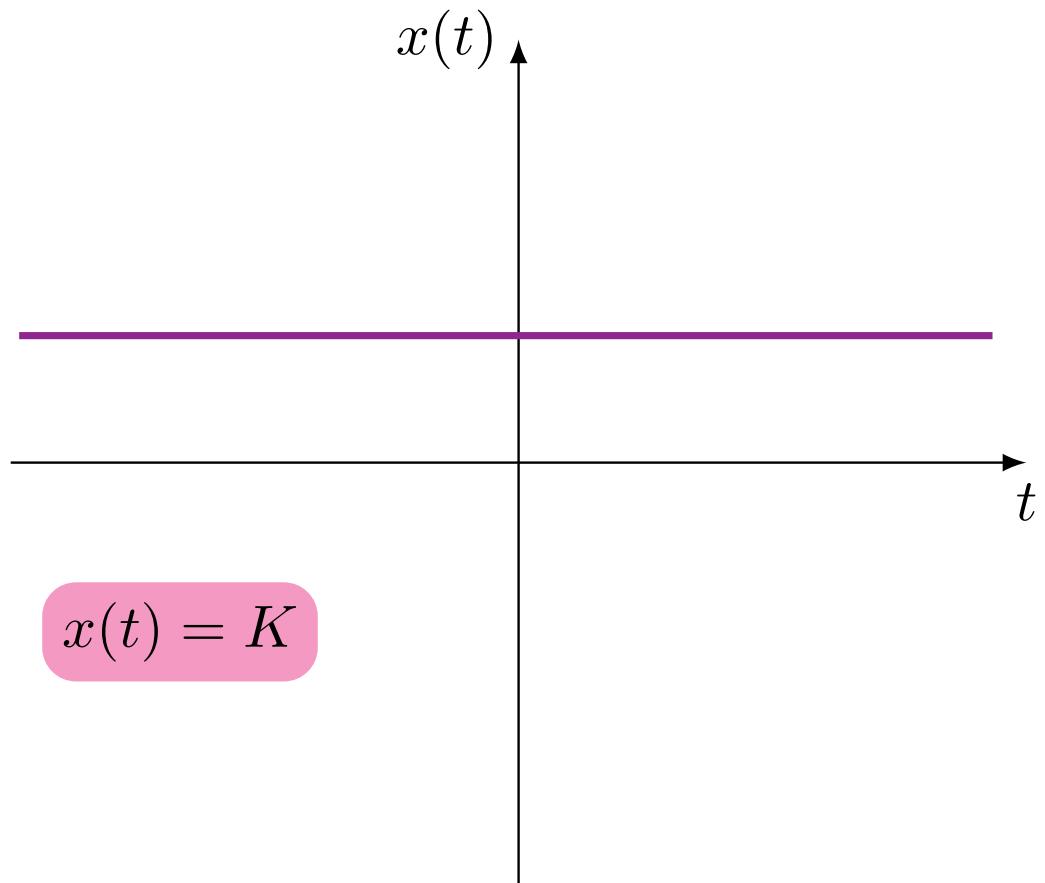


انواع سیگنال (ادامه)

سیگنال رقمه‌ای $x[n]$: سیگنال‌های رقمه‌ای از نظر مقدار و زمان، گسته هستند. بسیاری از سیگنال‌هایی که در پردازش‌های رایانه‌ای با آن مواجه هستیم، از این دست سیگنال‌ها هستند.

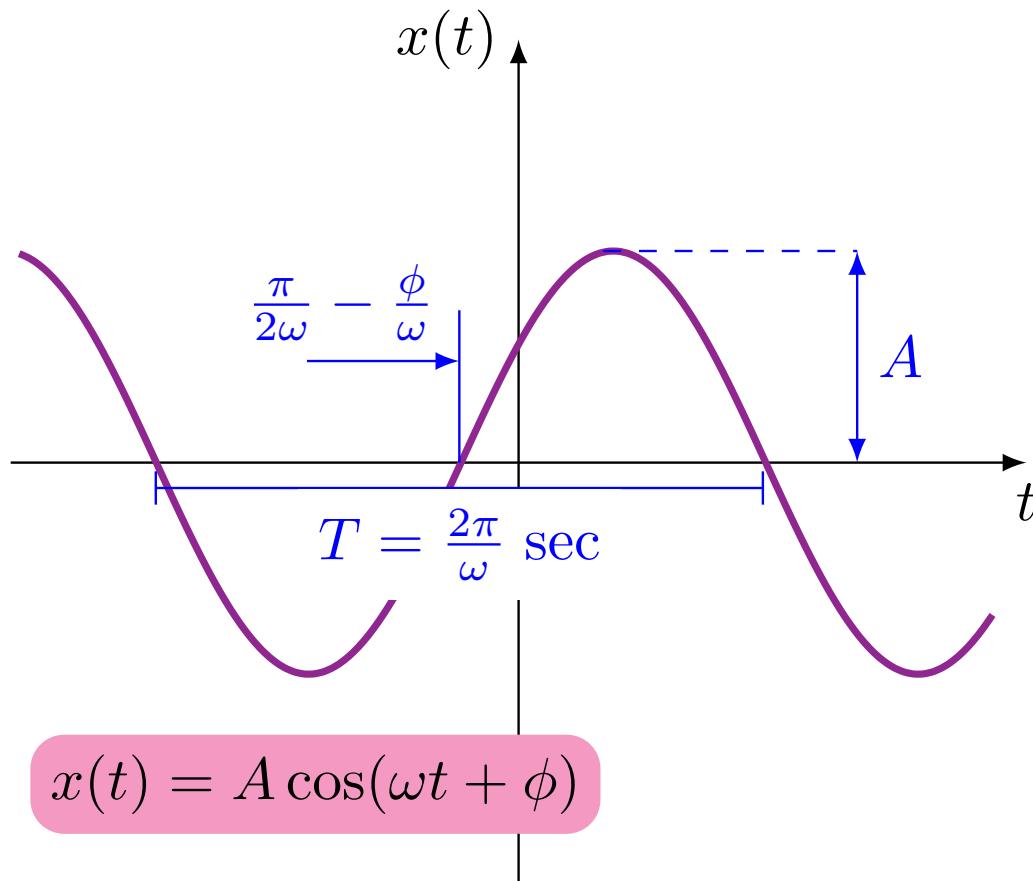


سیگنال - مقدار ثابت



مقدار ثابت، ساده‌ترین سیگنال است. 

سیگنال‌ها - سینوسی



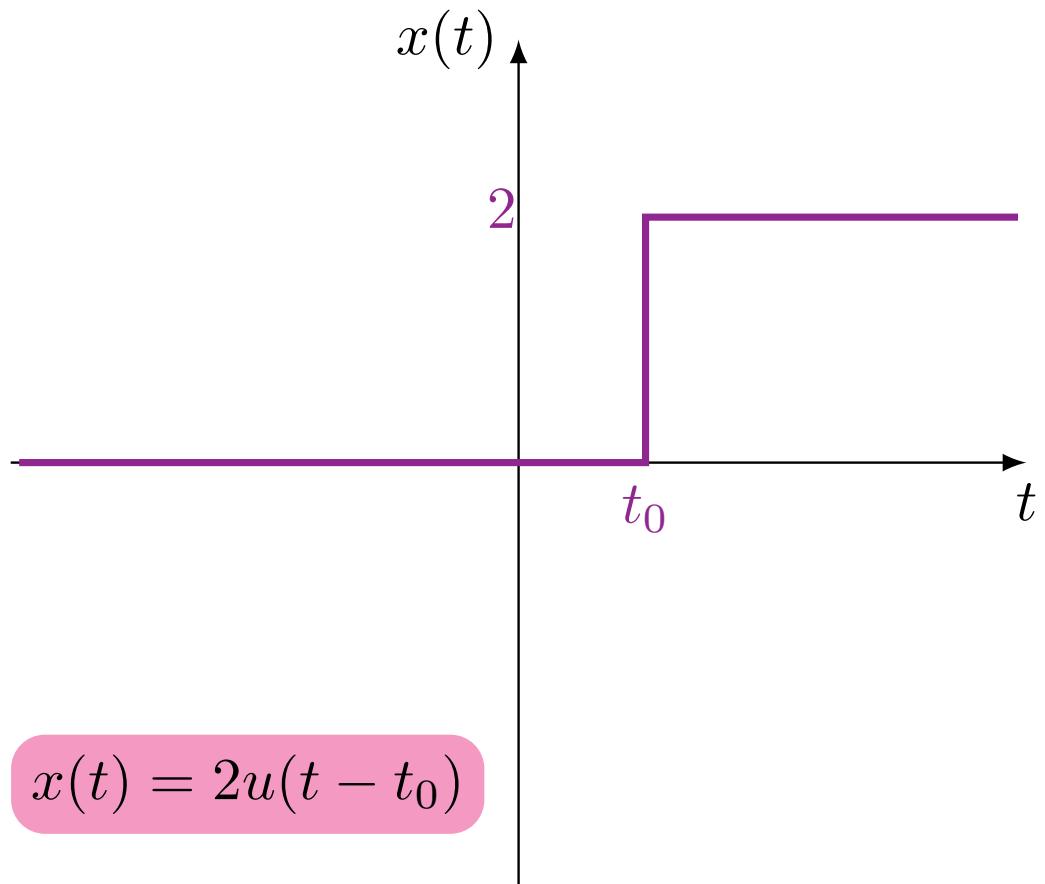
ویژگی‌های سیگنال سینوسی:

- دامنه (Amplitude): A
- فرکانس زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه $(2\pi f)$.

• ثابت فاز سیگنال.

برق AC یک موج سینوسی با فرکانس 50Hz.

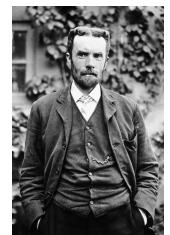
سیگنال‌ها - تابع پله واحد



تابع پله واحد (Unit Step Function)

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

در $t = 0$ ، مقدار تابع را می‌توان 0 ، $\frac{1}{2}$ و 1 در نظر گرفت. ولی بهتر است $u(0) = \frac{1}{2}$ را در نظر بگیریم.



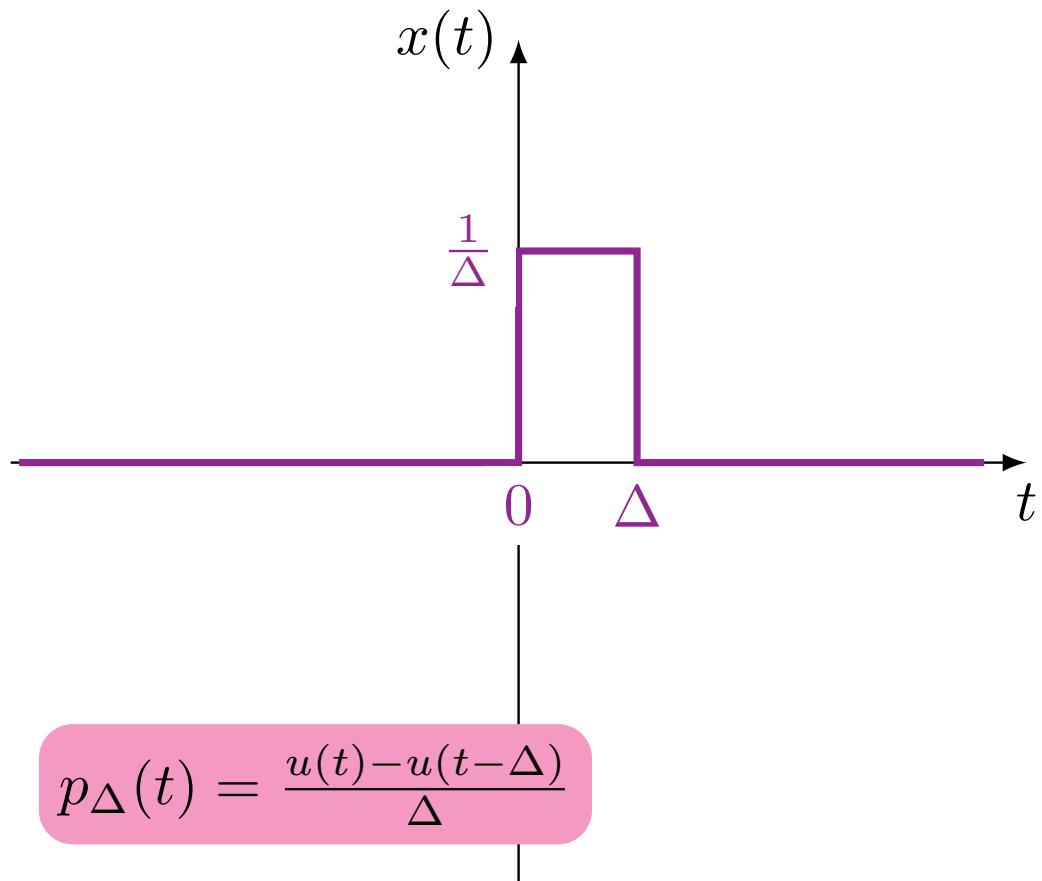
به این تابع گاه Heaviside نیز گفته می‌شود به یاد بود مبدع $1(t)$.

تفاوت بین Discrete و Discontinuous

تابع پیوسته f در نقطه t تابعی است که در نقطه t تعریف شده، و هم چنین حد تابع در آن نقطه موجود و برابر f باشد. در تعریف هندسی می‌گوییم، تابعی پیوسته است که بتوان نمودار آن را بدون برداشتن قلم از روی کاغذ رسم کرد. موضوع پیوستگی و ناپیوستگی یک مفهوم در بحث توابع ریاضیاتی است و نباید با مفهوم سیگنال پیوسته و سیگنال گسسته اشتباه گرفته شود.

لازم به ذکر است که در اینجا نباید دو مفهوم پیوسته و ناپیوسته بودن یک تابع ریاضیاتی را با سه نوع سیگنالی که در اینجا از آن یاد شد، اشتباه گرفت. در تعریف تابع پیوسته داریم که حد چپ و راست آن با مقدار خود تابع در یک نقطه برابر و متناهی باشد. در همینجا دقیق کنید که به عنوان مثال یک سیگنال پالسی شکل، یک سیگنال پیوسته است ولی تابع پالسی شکل عملاً یک تابع گسسته (ناپیوسته) است.

سیگنال‌ها - پالس

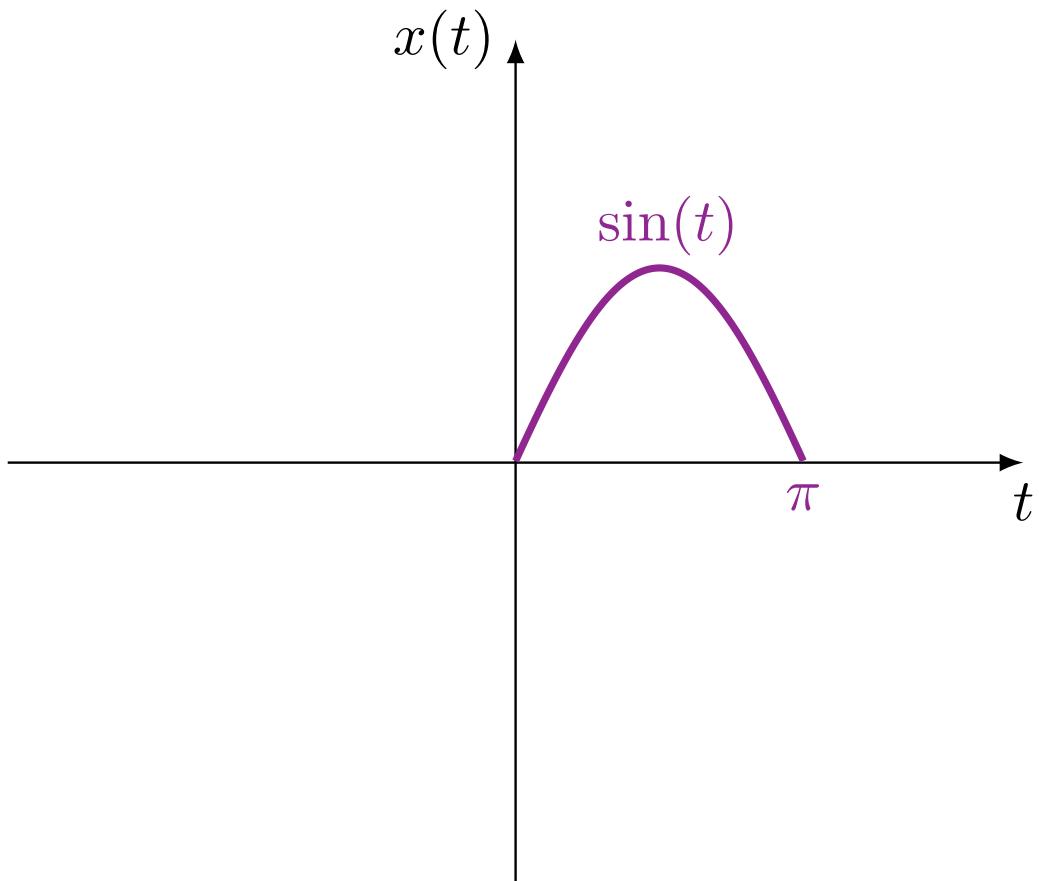


تابع پالس تابع پالس واحد (Unit Pulse Function)

$$p_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{\Delta} & 0 < t < \Delta \\ 0 & t > \Delta \end{cases}$$

به ازای تمام مقادیر t سطح زیر نمودار برابر با یک است.

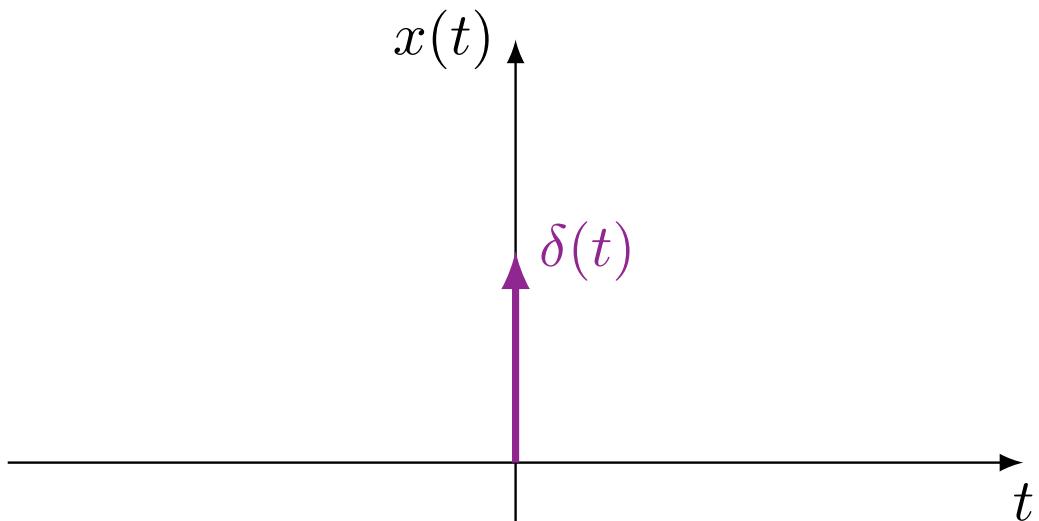
سیگنال‌ها - تابع پله واحد - مثال



به مانند یک سیگنال سینوسی که در یک سیگنال دیگر ضرب شده:

$$f(t) = \sin(t) \times (u(t) - u(t - \pi))$$

سیگنال‌ها - ضربه واحد



$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \text{Special} & t = 0 \end{cases}$$

تابع ضربه واحد (Unit Impulse Function) یا (Dirac Delta Function) همان تابع دلتا دیراک است که در آن $\Delta \rightarrow 0$ میل کرده.

$$\int_{-\xi}^{+\xi} \delta(t) dt = 1$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t') dt' \quad \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

$$x(0) = \int_{-\xi}^{+\xi} x(t) \delta(t) dt$$

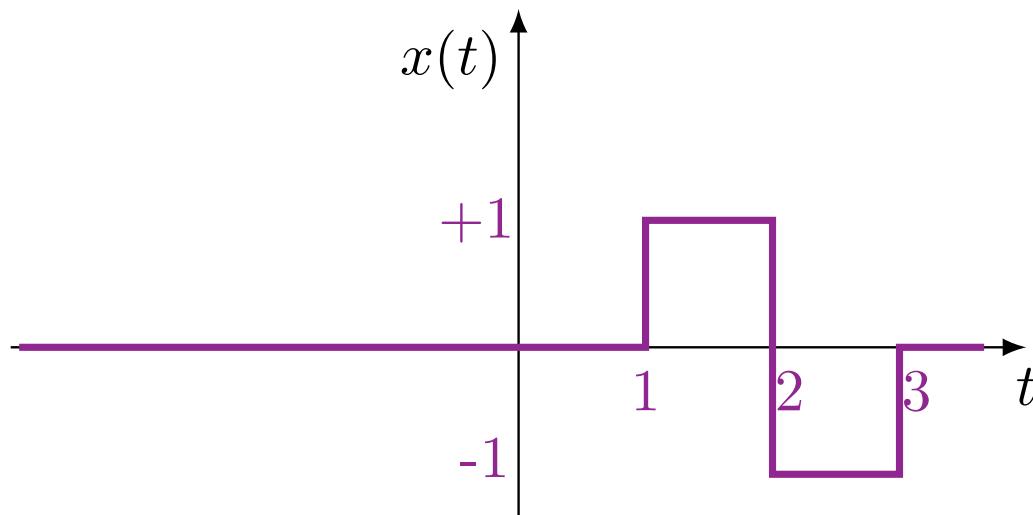
ویژگی‌ها:

به ویرگی

$$x(0) = \int_{-\xi}^{+\xi} x(t)\delta(t)dt$$

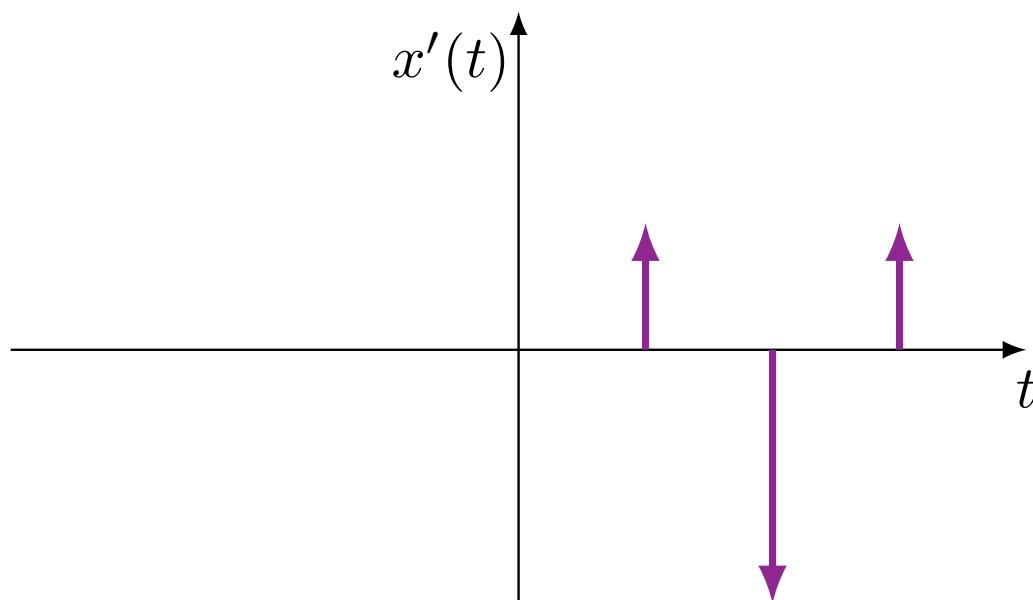
اصطلاحا خاصیت غربالی (Sifting Property) گفته می‌شود.

سیگنال‌ها - ضربه واحد - مثال



تابع سمت چپ:

$$x(t) = u(t - 1) - 2u(t - 2) + u(t - 3)$$

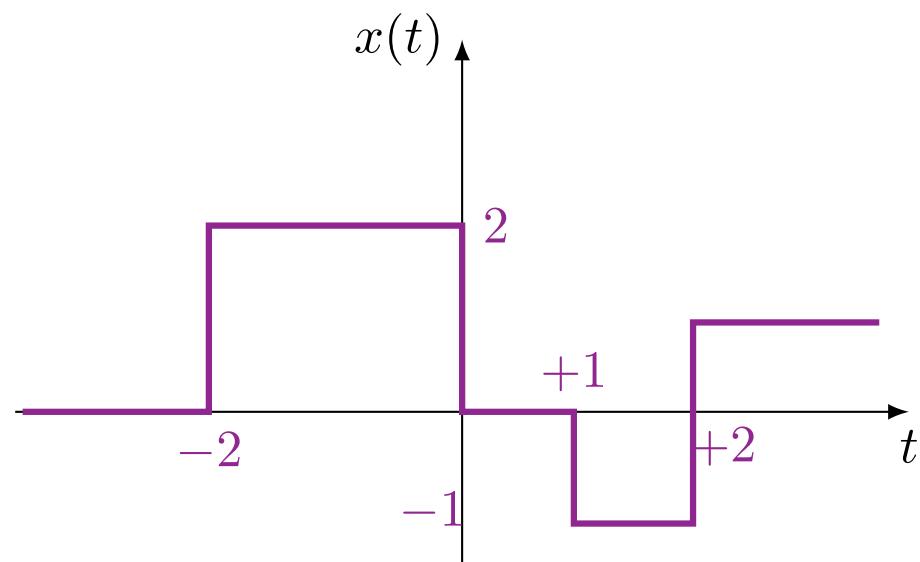


$x(t)$ مشتق:

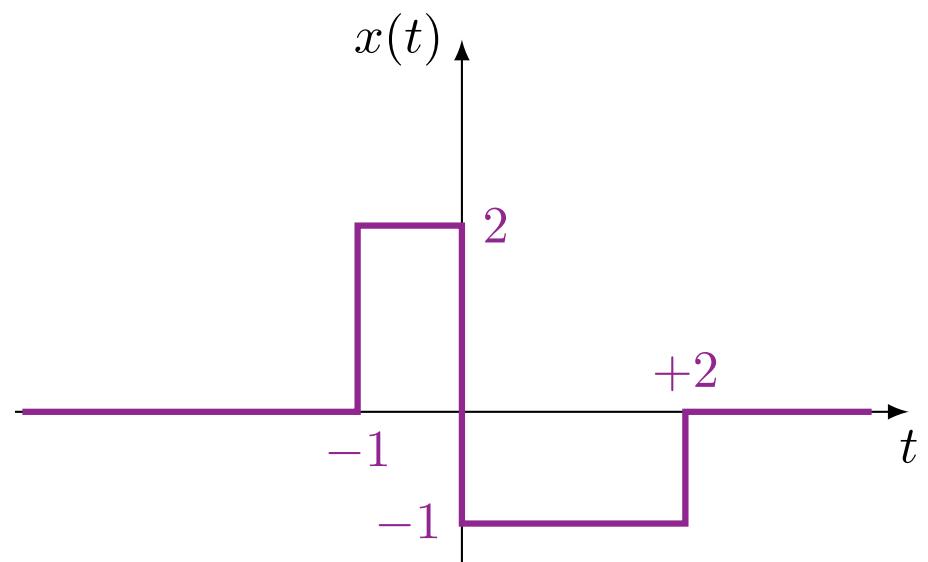
$$\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t - 1) - 2\delta(t - 2) + \delta(t - 3)$$

تمرین در خانه

☞ توابع زیر را به صورت مجموعه‌ای از تابع $u(t)$ بنویسید؟ مشتق آن را حساب کنید؟

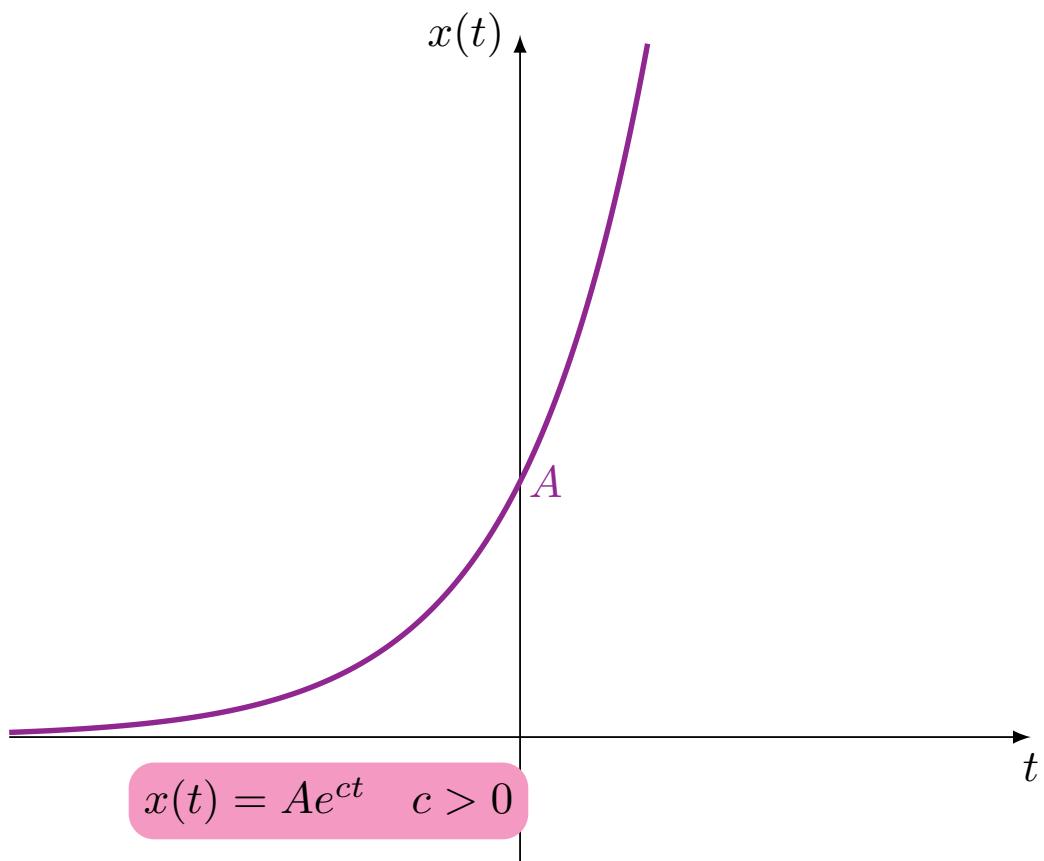


$$x(t) = 2u(t+2) - 2u(t) - u(t-1) + 2u(t-2)$$



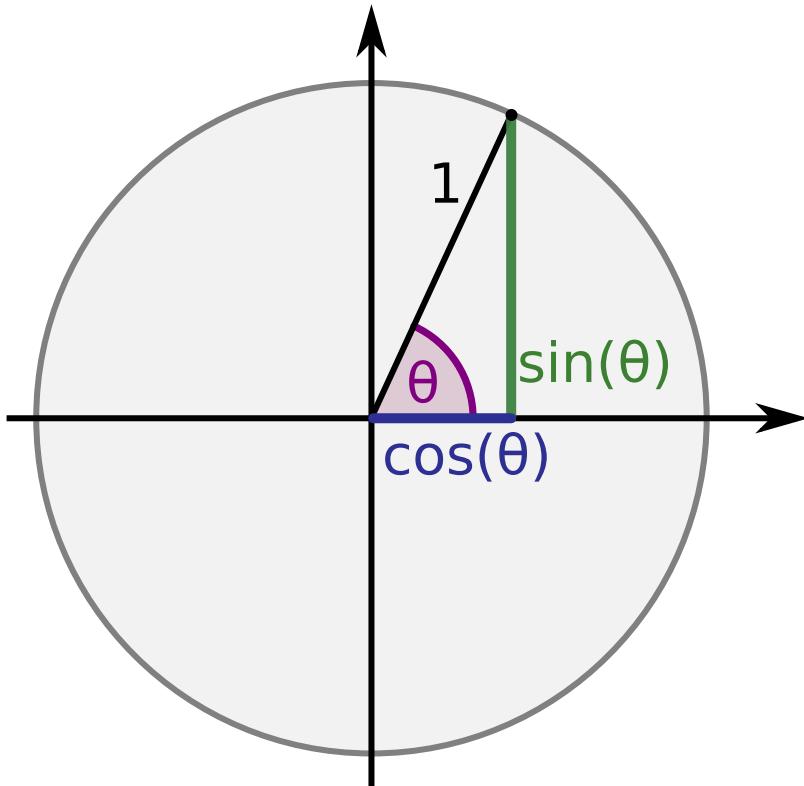
$$x(t) = 2u(t+1) - 3u(t) + u(t-2)$$

سیگنال‌ها - نمایی



- ☞ سیگنال نمایی به دو صورت حقیقی و مختلط می‌تواند باشد.
- ☞ در سیگنال نمایی حقیقی c یک عدد حقیقی خواهد بود و در نمایی مختلط یک عدد مختلط.
- ☞ می‌دانیم که در نمایی حقیقی اگر $c > 0$ باشد، سیگنال یک سیگنال اکیدا صعودی (Strictly Increasing) و اگر $c < 0$ باشد، اکیدا نزولی (Strictly Decreasing) خواهد بود.

$$e^{jt} = \cos t + j \sin t$$



سینوس و کسینوس از مجموع دو تابع نمایی مختلط تشکیل شده‌اند.

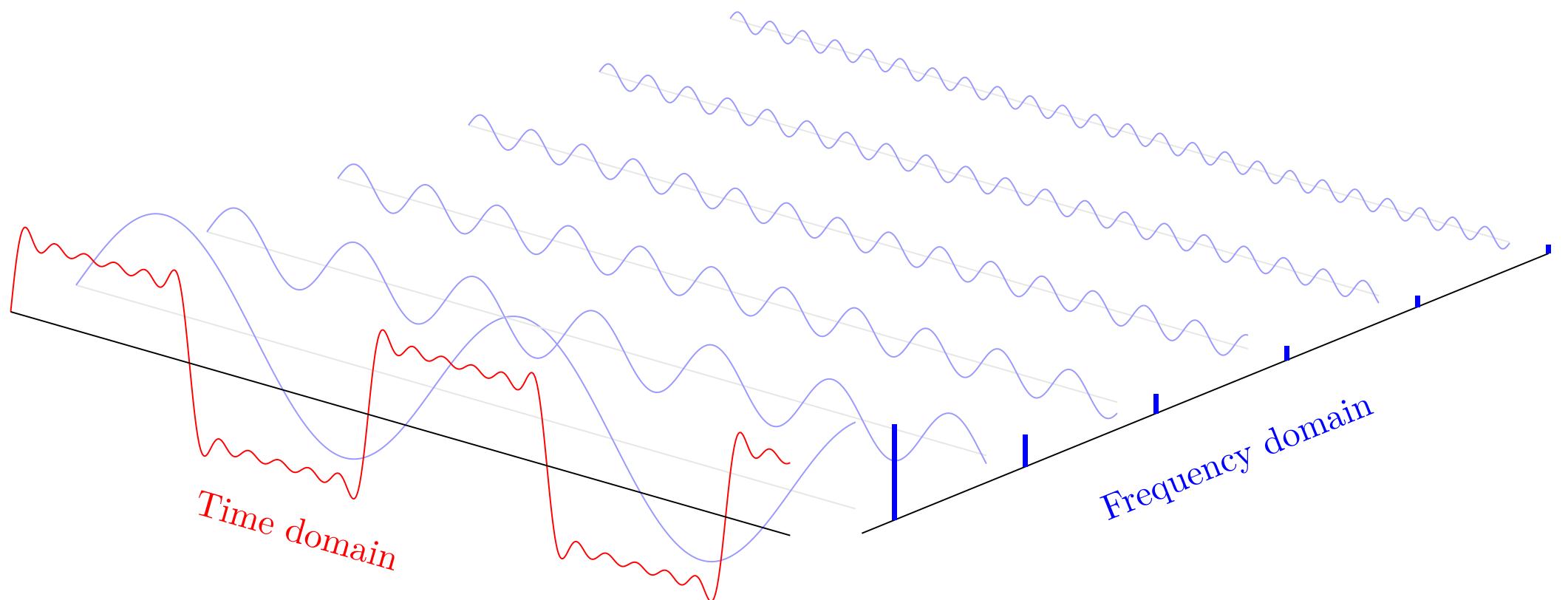
$$\sin(t) = \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2j}$$

$$\cos(t) = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2}$$

تپر پل فوریہ

تبديل فورييه

Joseph Fourier ریاضیدان و فیزیکدان فرانسوی متولد ۱۷۶۸م. پدرش در ۸ سالگی، از دنیا رفت. در مدرسه نظامی زادگاه اش تحصیل کرد. او در زمینه فیزیک بر روی انتقال گرما تحقیق و کاربردهای سری فوریه در این زمینه و نیز ارتعاشات را معرفی کرد.



یکی از مهم‌ترین کارهای فوریه، مبحث سری‌های فوریه بود. فوریه معتقد بود که یک تابع پیچیده در حوزه زمان را می‌توان با برهم‌نہی بی‌نهایت تابع سینوسی و کسینوسی ساده با ضرایب مختلف به صورت کامل ایجاد کرد. ضرایب تولیدکننده تشکیل حوزه فرکانس یک تابع را می‌دهند. بدیهی است که انتظار داریم با داشتن اطلاعات در حوزه فرکانس به صورت یکتا به تابع در حوزه زمان دست پیدا نماییم.

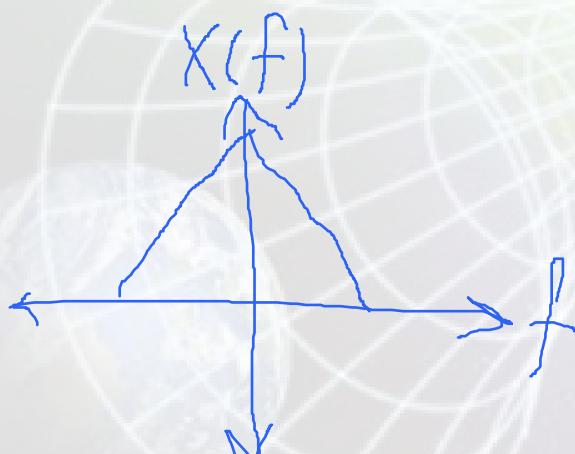
تبديل فوريه (ادامه)



تبدل فوريه به صورت زير تعریف می شود:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+2\pi f t j} df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2\pi f t j} dt$$



• سيگنال در حوزه زمان $x(t)$

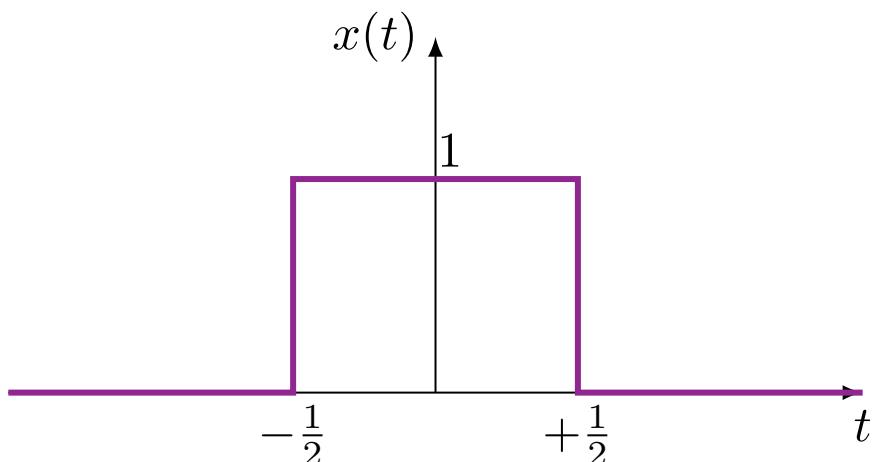
• سيگنال در حوزه فرکانس $X(f)$

تبديل فوريه - مثال

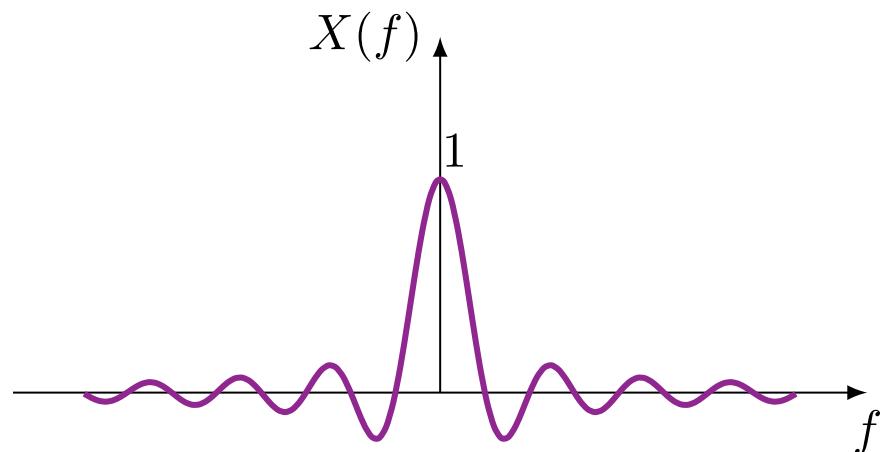
مثال ١

تبديل فوريه سينال

$$\begin{aligned}
 X(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi ftj} dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} e^{-2\pi ftj} dt \\
 &= \frac{1}{2\pi f j} \left(e^{2\pi f j \frac{1}{2}} - e^{-2\pi f j \frac{1}{2}} \right) = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} = \text{sinc}(f)
 \end{aligned}$$



$$x(t) = \text{rect}(t) = u(t + \frac{1}{2}) - u(t - \frac{1}{2})$$



$$X(f) = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} = \text{sinc}(f)$$

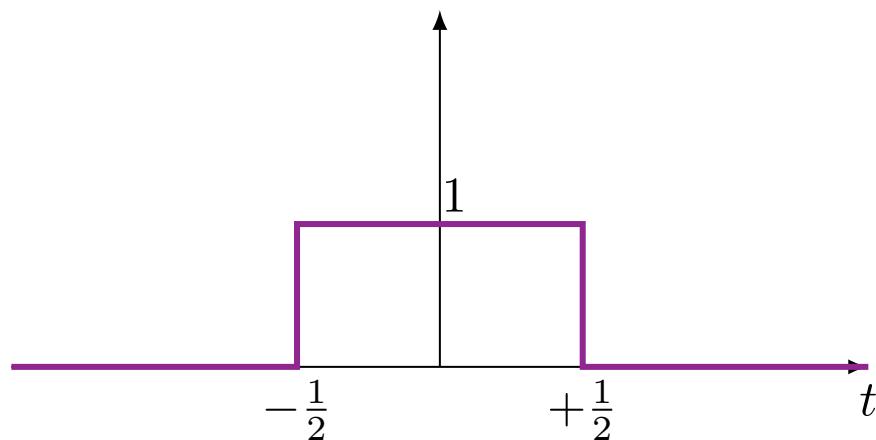
تبديل فوريه - مثال (ادامه)

مثال ۲

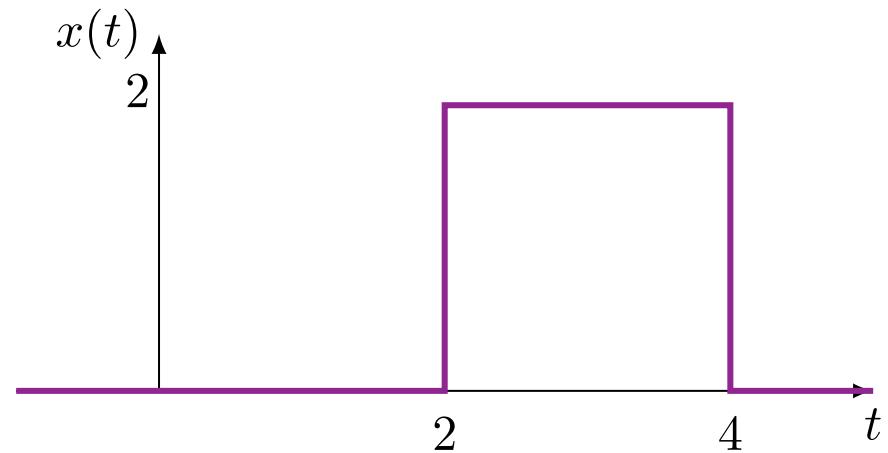
تبديل فوريه سينال $x(t) = 2 \text{rect}\left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)$ را بدست آوريد؟



اول Shift و يا اول Scale کنيم؟

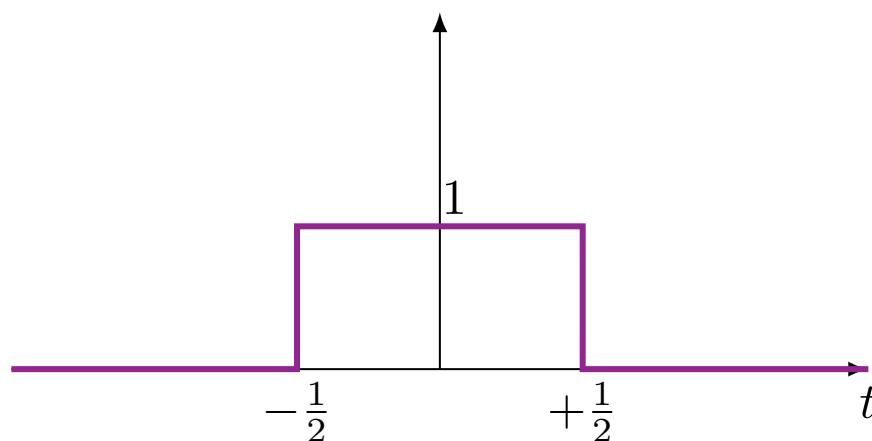


$$\text{rect}(t)$$

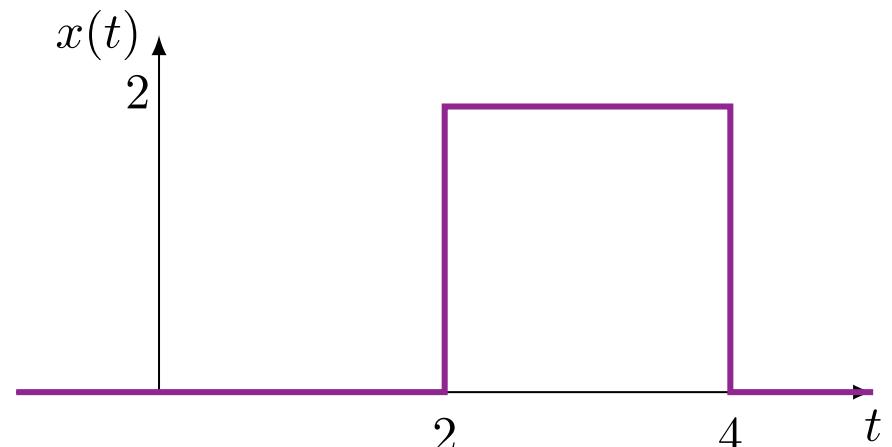


$$x(t) = 2\text{rect}\left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)$$

تبدیل فوریه - مثال (ادامه)



$$\text{rect}(t)$$



$$x(t) = 2\text{rect}\left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)$$

برای محاسبه تبدیل فوریه این تابع می‌توانید از ویژگی‌های تبدیل فوریه استفاده کرد:

$$\mathcal{F}\{kx(at+b)\} = k \frac{e^{2\pi j f \frac{b}{a}}}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right) \implies \mathcal{F}\left\{2\text{rect}\left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)\right\} = 4e^{-6\pi j f} X(2f)$$



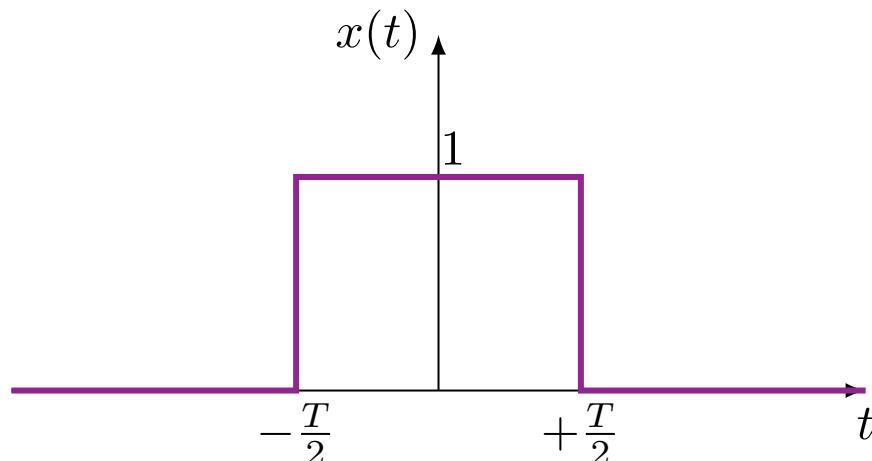
اگر یک سیگنال به مانند $x(t)$ در اختیار داشته باشیم و بخواهیم سیگنال $x(at + b)$ را رسم کنیم، می‌بایست نخست سیگنال $x(t)$ را به اندازه b شیفت دهیم و سپس به اندازه a scale کنیم.

مثال ۳

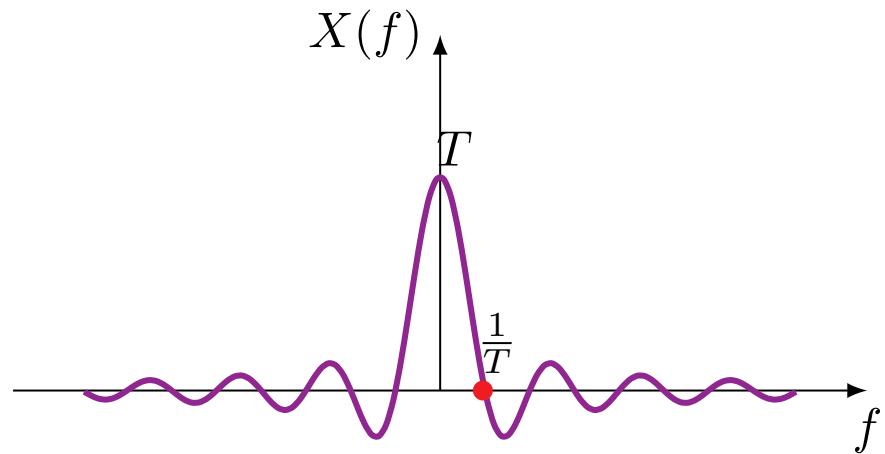
تبدیل فوریه سیگنال ثابت ۱

این تبدیل فوریه را می‌توان از حد تبدیل فوریه $x(t) = \text{rect}(\frac{t}{T})$ بدست آورد:

$$x(t) = 1 \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad X(f) = \delta(f)$$



$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right), \quad T > 0$$



$$X(f) = T \text{sinc}(Tf)$$

تبديل فوريه - ويزگي ها

- خاصيت خطى بودن در تبدل فوريه:

$$\text{If } x_1(t), x_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X_1(f), X_2(f)$$

$$\text{Then } \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$$

- تبديل فوريه سينال های حقیقی، همواره نسبت به محور عمودی متقارن است.
- تبديل فوريه يك سينال زوج همواره سينالي زوج و تبدل فوريه يك سينال فرد همواره فرد خواهد بود.

$x(t)$	$X(f)$
Even & Real	Even & Real
Odd & Real	Odd & Imaginary
Even & Imaginary	Even & Imaginary
Odd & Imaginary	Odd & Real

تبديل فوريه - ويزگي ها (ادامه)

• خاصيت دوگانی در تبدل فوريه:

$$\text{If } x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$\text{Then } X(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} x(-f)$$

• خاصيت Shift در تبدل فوريه:

$$\text{If } x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$\text{Then } x(t - t_0) \xrightarrow{\mathcal{F}} e^{-2\pi j f t_0} X(f)$$

• خاصيت Scale در تبدل فوريه:

$$\text{If } x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$\text{Then } x(at) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right)$$

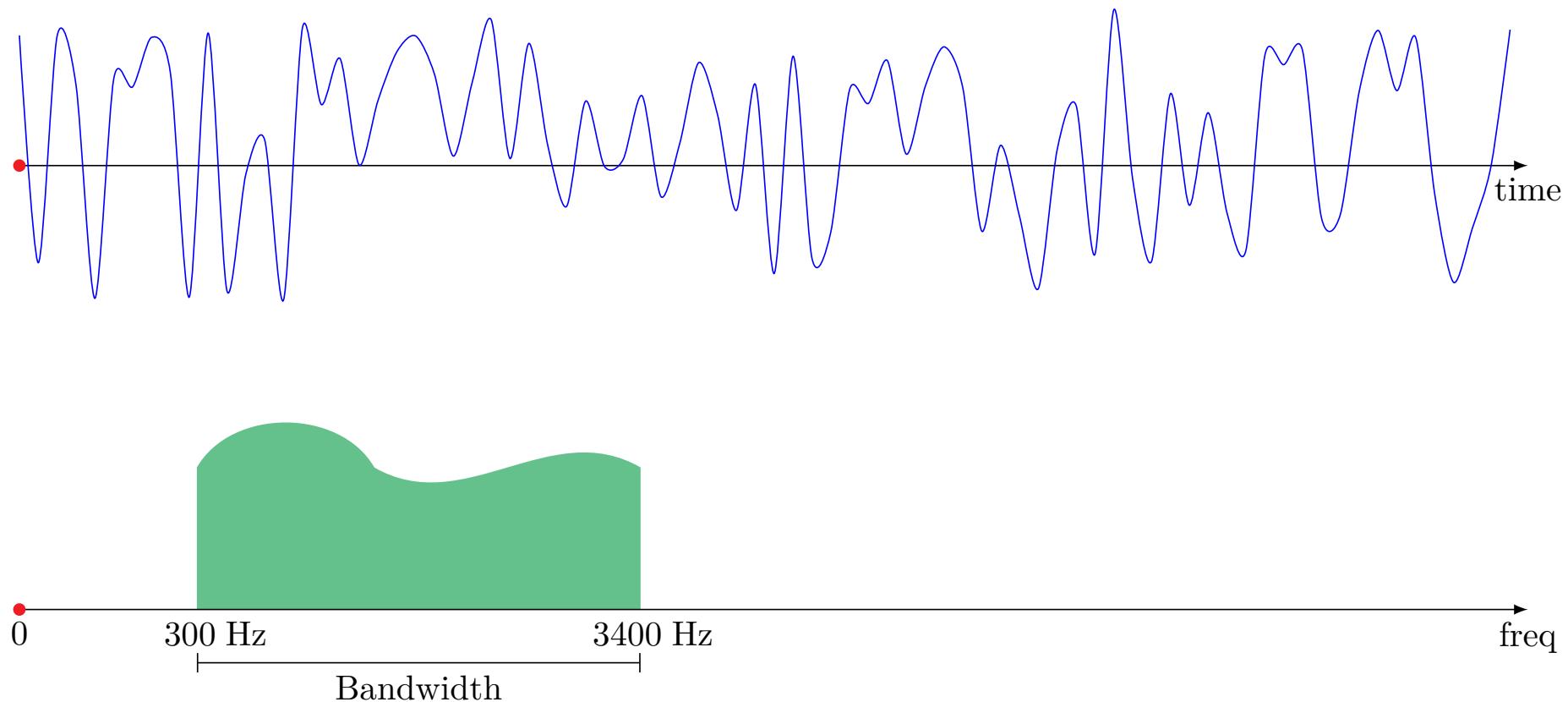
• خاصيت مشتق در تبدل فوريه:

$$\text{If } x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$\text{Then } \frac{d^n x(t)}{dt^n} \xrightarrow{\mathcal{F}} (j2\pi f)^n X(f)$$

تبديل فوريه - ويزگي ها (ادامه)

شرط لازم برای این که تبدیل فوریه یک سیگنال محدود شود این است که سیگنال در حوزه زمان نامحدود باشد. یعنی تبدیل فوریه یک سیگنال محدود در زمان، حتماً نامحدود در فرکانس خواهد شد.



تبديل فوريه - مثال

مثال ۴ اگر a یک عدد حقیقی مثبت باشد، آن‌گاه تبدیل فوریه سیگنال $x(t) = e^{-at}u(t)$ به صورت زیر خواهد شد.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi ftj} dt = \int_0^{+\infty} e^{-at}e^{-2\pi ftj} dt = \frac{1}{a + 2\pi f j} = \frac{a - 2\pi f j}{a^2 + (2\pi f)^2}$$

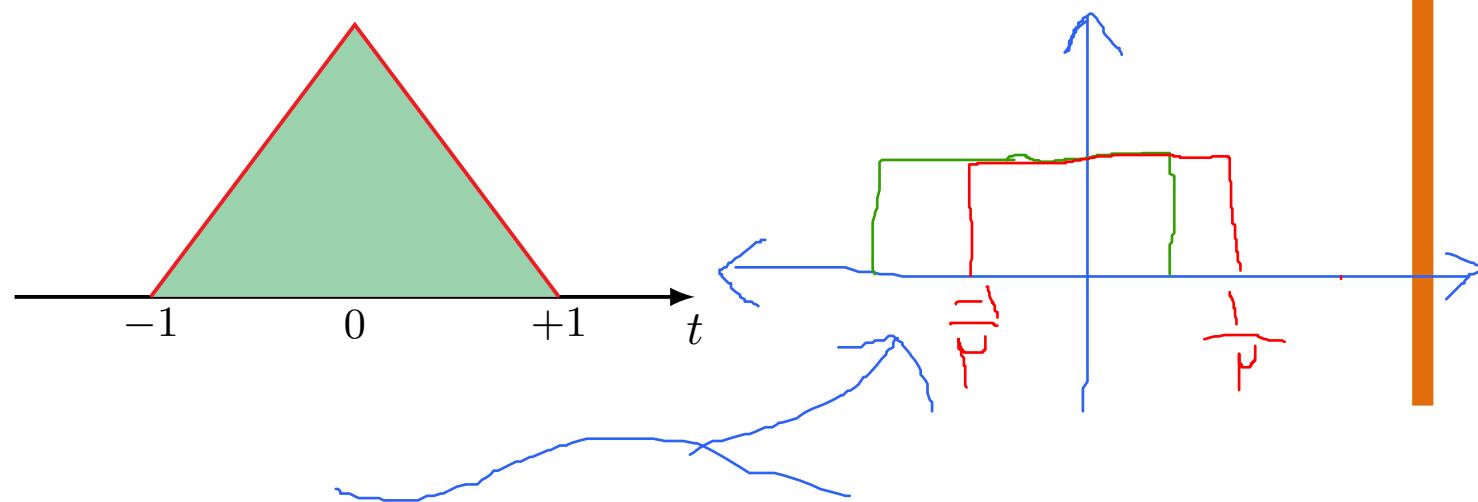
در حالت کلی $X(f)$ یک تابع مختلط است. پس دارای اندازه $|X(f)|$ و فاز $\angle X(f)$ خواهد بود.

$$|X(f)| = \left| \frac{1}{a + 2\pi f j} \right| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + (2\pi f)^2}}$$

$$\angle X(f) = \text{atan}\left(\frac{-2\pi f}{a}\right)$$

مثال ۵

تبدیل فوریه تابع مثلثی $\text{tri}(t) = \Lambda(t) \stackrel{\text{def}}{=} \max(1 - |t|, 0)$ را بدست آورید؟



پاسخ: می‌دانیم که $\text{tri}(t)$ حاصل کانولوشن دو $\text{rect}(t)$ است، پس در نهایت تبدیل فوریه برابر با $\text{sinc}^2(f)$ خواهد شد. چراکه می‌دانیم که یکی از ویژگی‌های مهم تبدیل فوریه این است که ضرب در حوزه زمان می‌شود کانولوشن در حوزه فرکانس و دوگان آن نیز معتبر است.

$$\Lambda(t) = \text{rect}(t) * \text{rect}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f) = \text{sinc}^2(f)$$

مثال ۶

تبدیل فوریه $x(t) = \cos(2\pi f_c t)$ را بدست آورید؟

پاسخ: همان طور که می‌دانید، می‌توانیم این سیگنال را به صورت زیر بنویسیم:

$$x(t) = \cos(2\pi f_c t) = \frac{e^{2\pi f_c t} + e^{-2\pi f_c t}}{2}$$

از سوی دیگر، پیشتر مثالی داشتیم که در آن گفته شد که تبدیل فوریه یک سیگنال ثابت برابر با

$$x(t) = 1 \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad X(f) = \delta(f)$$

اگر خاصیت دوگانی و خاصیت شیفت را ترکیب کنیم به ویژگی زیر خواهیم رسید:

$$\text{If } x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$\text{Then } e^{-2\pi t f_0} X(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} x(-f - f_0)$$

باتوجه به مطلب فوق و زوج بودن تابع دلتا دیراک، خواهیم داشت:

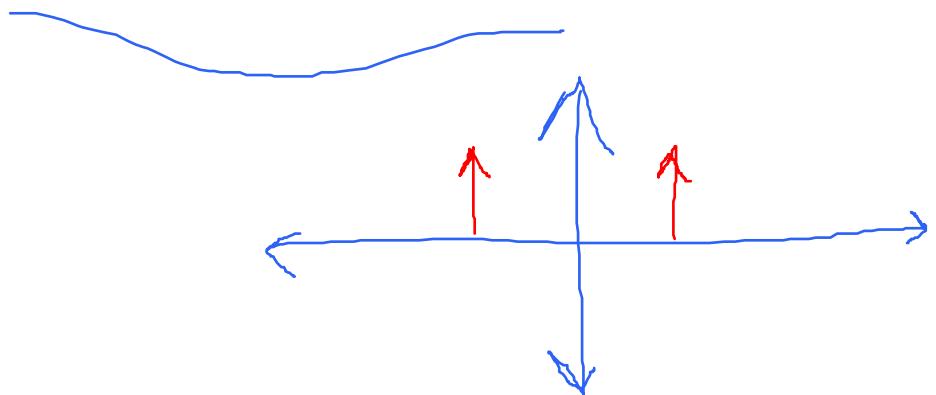
$$x(t) = e^{2\pi f_c t} \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad X(f) = \delta(-f - f_c) = \delta(f + f_c),$$

$$x(t) = e^{-2\pi f_c t} \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad X(f) = \delta(-f + f_c) = \delta(f - f_c).$$

پس در نهایت باید گفت که تبدیل فوریه به صورت زیر حاصل می‌شود:

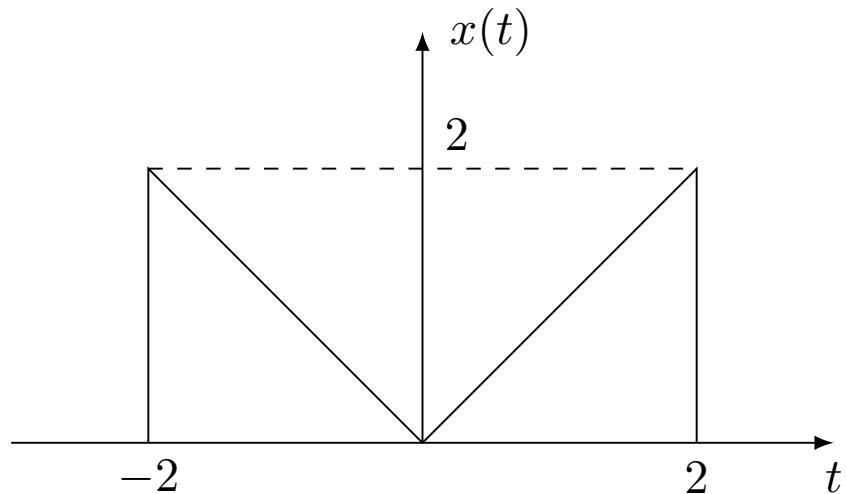
$$x(t) = \cos(2\pi f_c t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f) = \frac{\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)}{2}.$$

سیگنال حقیقی و زوج بود پس فوریه آن هم حقیقی و زوج خواهد بود

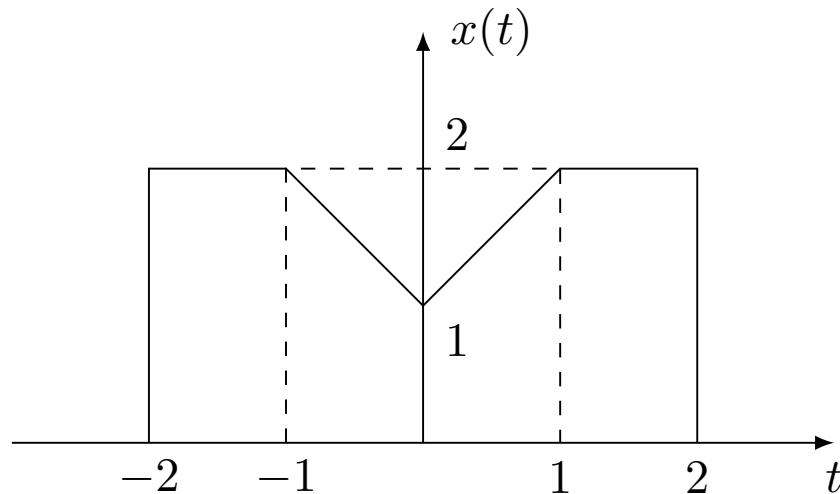


مثال ۷

تبديل فوريه دو تابع زير را بدست آوريد؟



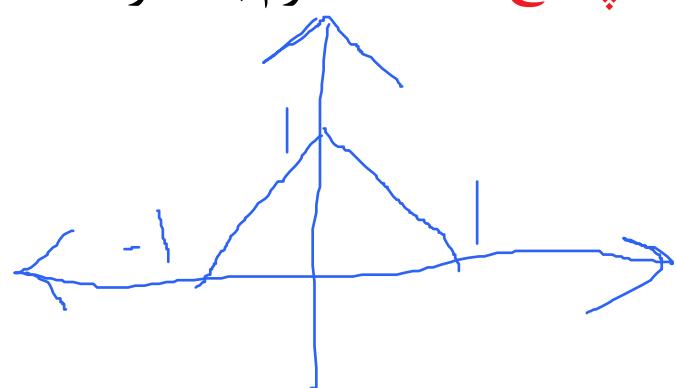
(a)



(b)

پاسخ: نخست لازم به ذكر است که تابع $x(t) = \Lambda(t)$ به صورت زير تعریف می شود:

$$x(t) = \Lambda(t) = \begin{cases} 1 - |x| & |x| < 1 \\ 0 & \text{ow} \end{cases}$$



تبدیل فوریه این تابع براحتی با استفاده از ویژگی‌های تبدیل فوریه قابل حصول است، چراکه می‌دانیم در حقیقت این تابع از کانولوشن دو تابع $\text{rect}(t)$ بدست آمده است.

$$x(t) = \Lambda(t) = \text{rect}(t) * \text{rect}(t)$$

از سوی دیگر بطبق ویژگی‌های تبدیل فوریه می‌دانیم که کانولوشن در حوزه زمان معادل ضرب در حوزه فرکانس است، پس خواهیم داشت:

$$\mathcal{F}\{\Lambda(t)\} = \{\text{rect}(t) * \text{rect}(t)\} = \text{sinc}(f) \times \text{sinc}(f) = \text{sinc}^2(f)$$

با دانستن این نکته به سراغ مثال یاد شده می‌رویم، برای شکل (a) داریم:

$$x(t) = 2\Pi\left(\frac{t}{4}\right) - 2\Lambda\left(\frac{t}{2}\right) = 2(4\text{sinc}(4f) - 2\text{sinc}^2(2f))$$

برای شکل (b) داریم:

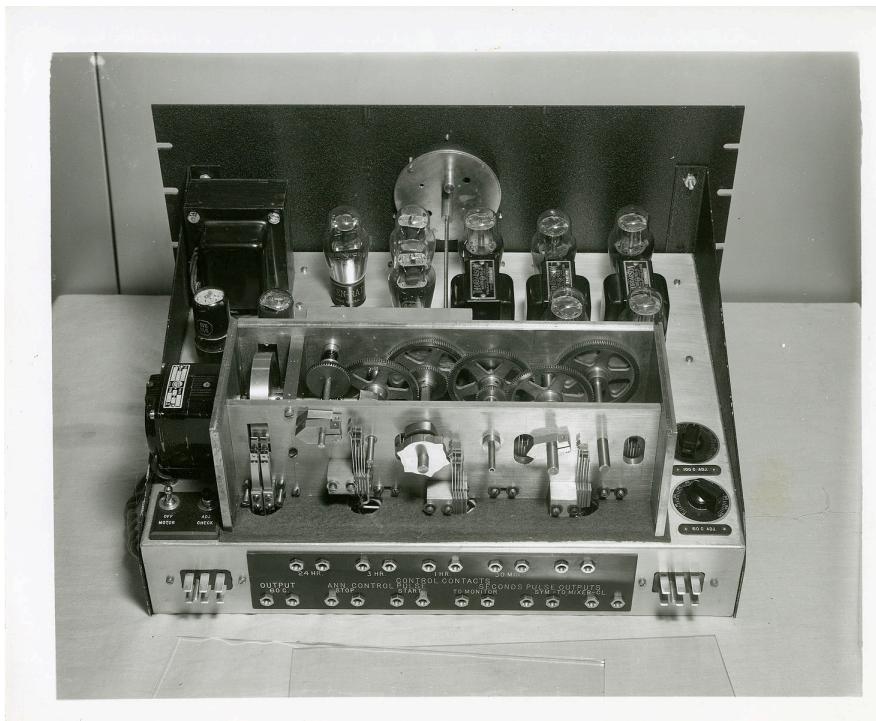
$$x(t) = 2\Pi\left(\frac{t}{4}\right) - \Lambda(t) = 8\text{sinc}(4f) - \text{sinc}^2(f)$$

رادیو AM

رادیو (Radio) جزو اولین سامانه‌های همه پخشی (Broadcasting). (Amplitude Modulation)

نقطه تولد آن به دهه ۱۹۰۰ باز می‌گردد، گرچه گستردگی آن تا زمان اختراع Vacuum tube در دهه

۱۹۲۰ به تعویق افتاد.





PIONEERS OF RADIO

If success has many fathers, then radio is one of the world's greatest successes. Perhaps one simple way to sort out this multiple parentage is to place those who have been given credit for "fathering" radio into groups.

The Scientists:

- Heinrich Hertz—this German physicist, who died of blood poisoning at age 37, was the first to prove that you could transmit and receive electric waves wirelessly. Although Hertz originally thought his work had no practical use, today it is recognized as the fundamental building block of radio and every frequency measurement is named after him (the Hertz).
- Nikola Tesla—was a Serbian-American inventor who discovered the basis for most alternating-current machinery. In 1884, a year after coming to the United States he sold the patent rights for his system of alternating-current dynamos, transformers, and motors to George Westinghouse. He then established his own lab where he invented, among other things, the Tesla coil, an induction



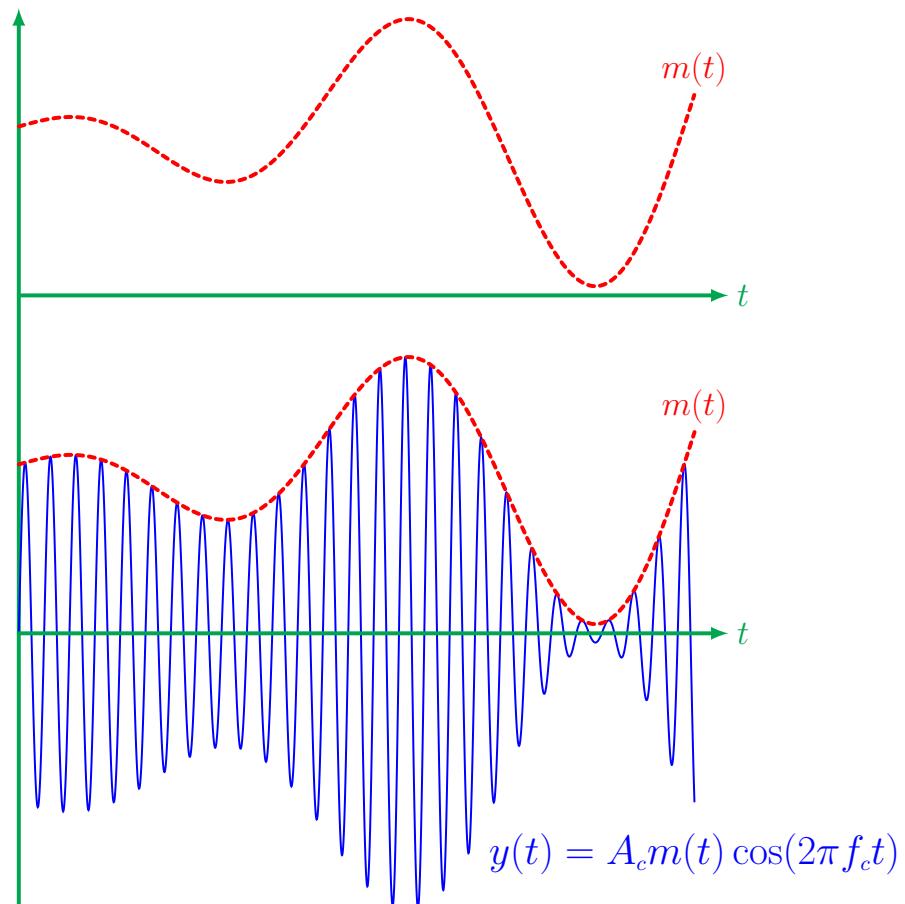
- Edwin Armstrong—this WWI Army officer, Columbia University engineering professor, and creator of FM radio invented the regenerative circuit, the first amplifying receiver and reliable continuous-wave transmitter; and the superheterodyne circuit, a means of receiving, converting and amplifying weak, high-frequency electromagnetic waves. His inventions are considered by many to provide the foundation for cellular phones.

Clockwise from bottom-Ernst Alexanderson (1878-1975), Reginald Fessenden (1866-1932), Heinrich Hertz (1857-1894), Edwin Armstrong (1890-1954), Lee DeForest (1873-1961), and Nikola Tesla (1856-1943). Center color photo is Guglielmo Marconi (1874-1937).

The Businessmen:

- Guglielmo Marconi—this Italian creator spent most of his working life in England where he introduced many of

ایده کار ساده است. سیگنال $m(t)$ به عنوان پیام در یک سیگنال سینوسی با فرکانس f_c ضرب می‌شود.



وقتی $m(t)$ در سیگنال $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ ضرب می‌شود در حوزه فرکانس چه اتفاقی می‌افتد؟

$$y(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t), \quad Y(f) = ?$$

- اول باید بفهمیم که تبدیل فوریه سیگنال حامل $C(f)$ چیست؟

$$C(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_c \cos(2\pi f_c t) e^{-2\pi j f t} dt = \frac{A_c}{2} \delta(f - f_c) + \frac{A_c}{2} \delta(f + f_c)$$

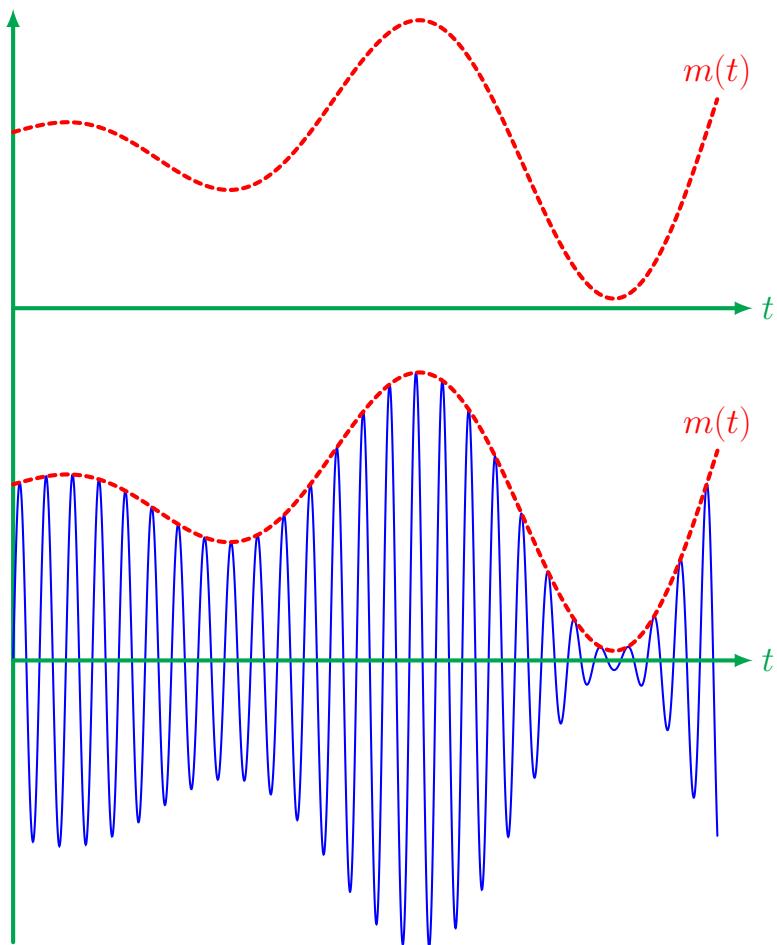
- استفاده از خاصیت ضرب در تبدیل فوریه

$$\text{If } x_1(t), x_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X_1(f), X_2(f) \quad \text{Then } x_1(t)x_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X_1(f) * X_2(f)$$

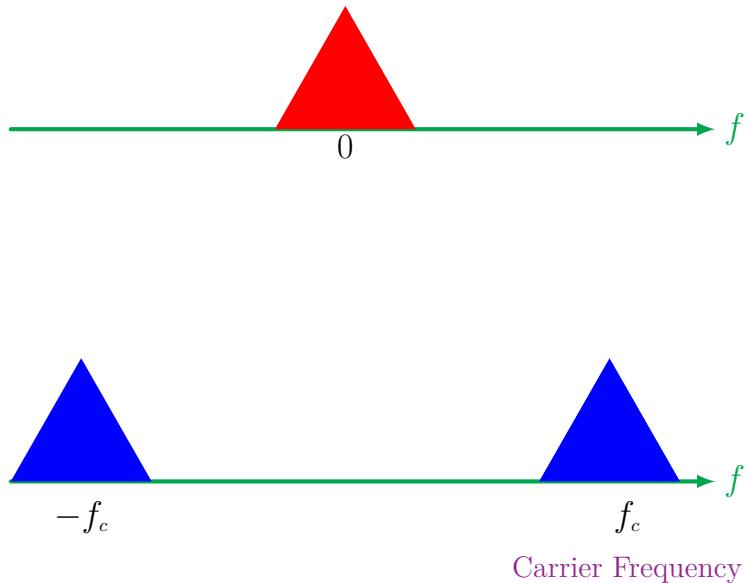
- در نهایت:

$$Y(f) = M(f) * C(f) = M(f) * \left(\frac{A_c}{2} \delta(f - f_c) + \frac{A_c}{2} \delta(f + f_c) \right) = \frac{A_c}{2} M(f - f_c) + \frac{A_c}{2} M(f + f_c)$$

سیگنال $m(t)$ به عنوان پیام و $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ به عنوان سیگنال حامل.

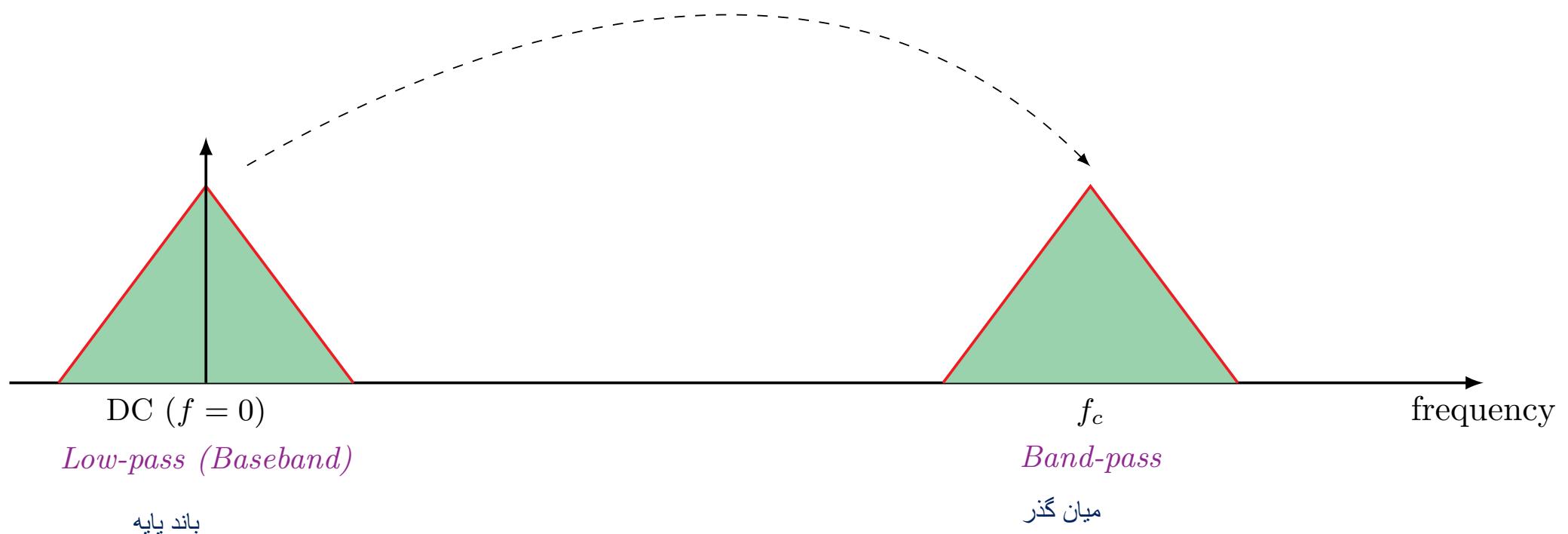


$$y(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$



$$Y(f) = \frac{A_c}{2} M(f - f_c) + \frac{A_c}{2} M(f + f_c)$$

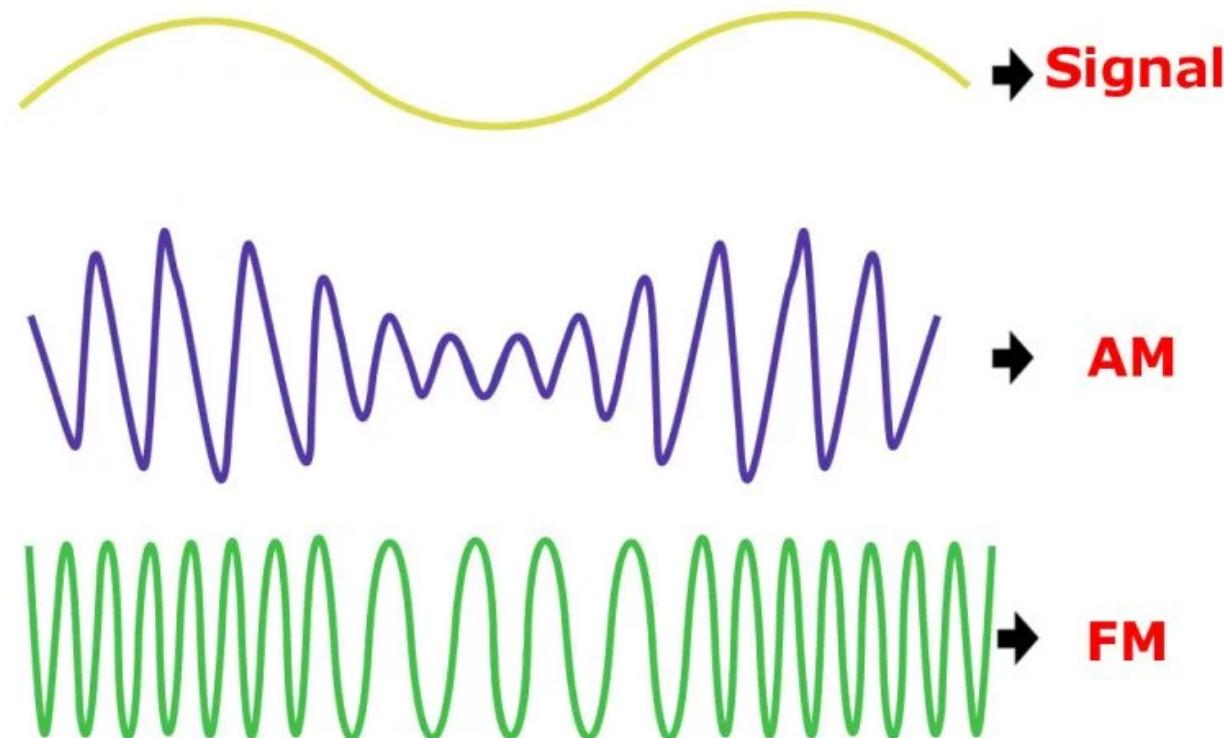
مفاهیم Bandpass و Baseband



transfer method in which a signal is transferred directly
in digital form with no modulation
(suitable for only short-term transmissions)

رادیو AM

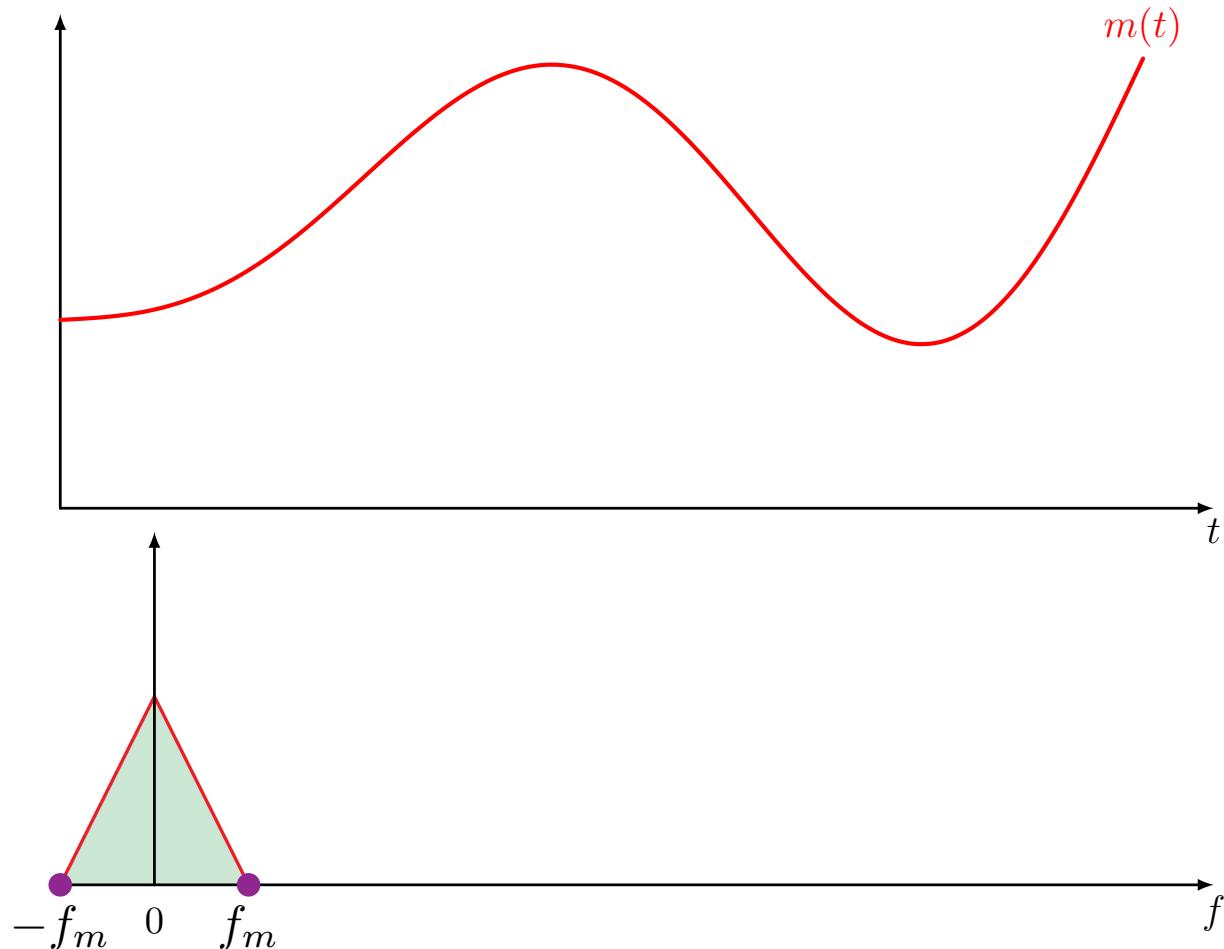
رادیو AM نسبت به FM، به نویز حساس‌تر است. 



نہجۃ
الرُّشْدِ

نمونه‌برداری

در نمونه‌برداری (Sampling) ابتدا سیگнал پیوسته در یک قطعه ضرب خواهد شد.



در بحث نمونه برداری مهم‌ترین نکته‌ای که باید در ابتدا با آن آشنا شویم، تبدیل فوریه یک قطار ضربه (Dirac)

است. ابتدا فرض کنید که یک تابع متناوب (Periodic Function) به نام $x(t)$ داریم. می‌دانیم که برای

یک تابع متناوب، می‌توانیم یک سری فوریه با ضرایب a_n به صورت زیر بنویسیم:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{\frac{j2\pi nt}{T_s}} \quad (1)$$

که پارامتر T_s برابر با دوره تناوب تابع $x(t)$ است. اکنون به دو طرف (1) عملگر تبدیل فوریه را اعمال می‌کنیم.

$$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \mathcal{F}\left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{\frac{j2n\pi t}{T_s}} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \mathcal{F}\left\{ e^{\frac{j2n\pi t}{T_s}} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \delta(f - \frac{n}{T_s})$$

تنها یک گام باقی‌مانده است، و آن این است که بدانیم ضرایب سری فوریه برای قطار ضربه برابر با یک ($a_n = 1$)

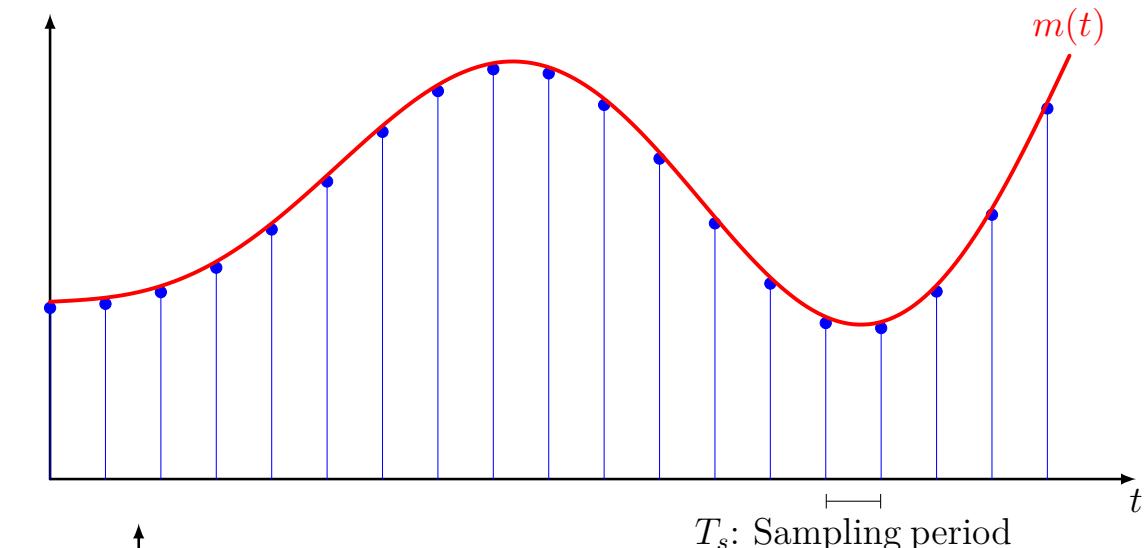
است. پس می‌توان گفت که تبدیل فوریه قطار ضربه برابر با قطار ضربه خواهد شد.

نمونه برداری - نرخ نمونه برداری

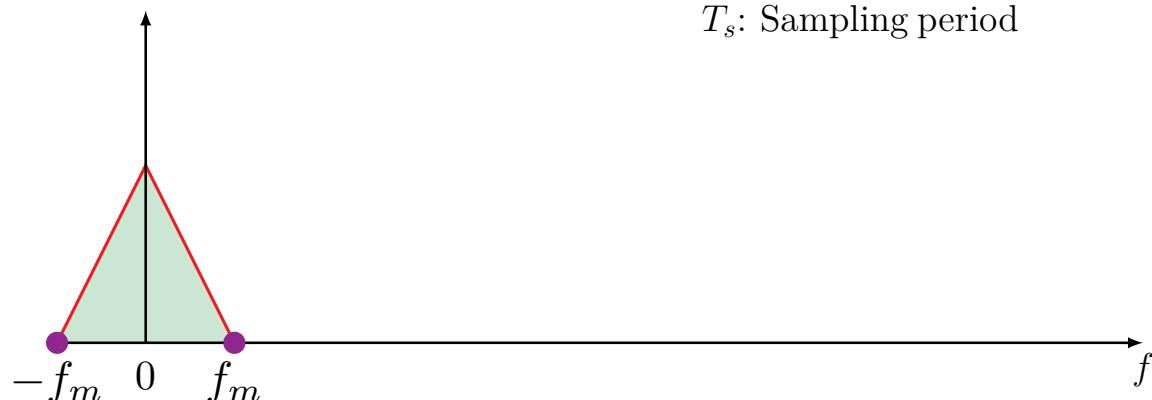
نرخ نمونه برداری باید چقدر باشد؟ اگر از یک سیگنال باند محدود، با دو برابر نرخ نایکویست نمونه برداری



کنیم، می توانیم به طور کامل از روی نمونه ها سیگنال پیوسته را بازیابی کنیم.



Harry Nyquist



$$f_s > 2 \times f_m$$

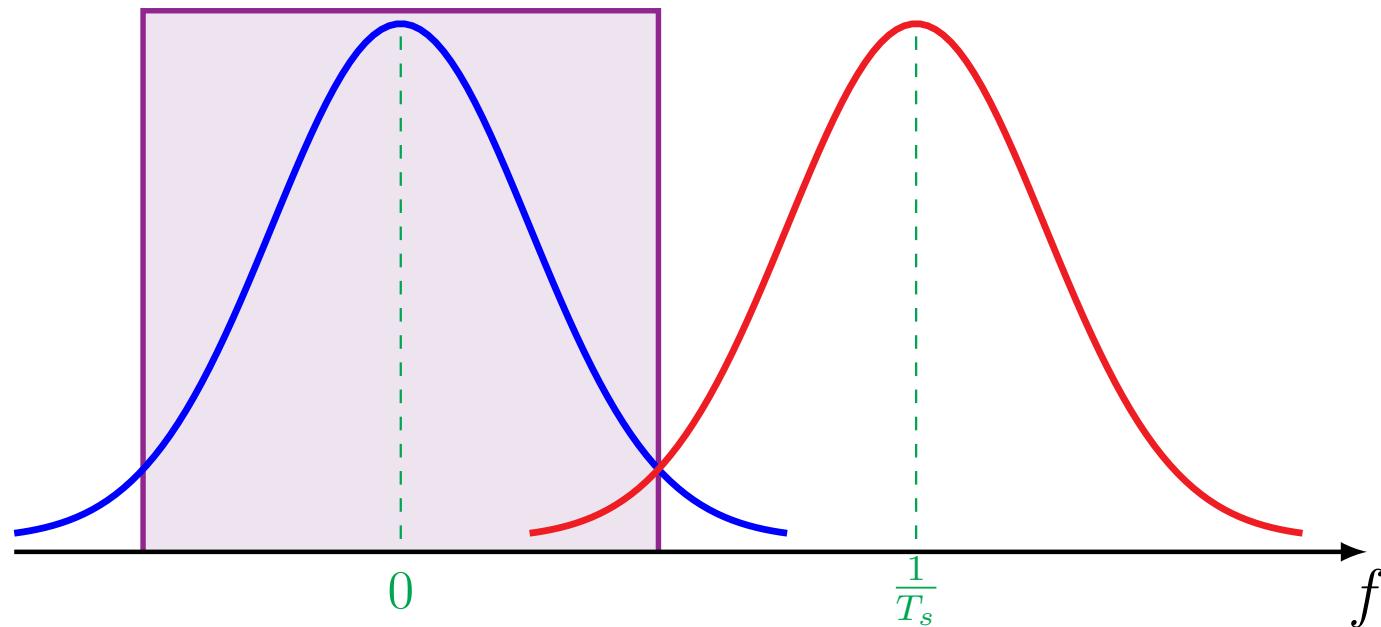
$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

نمونه برداری - Aliasing

پیش شرط قضیه نایکویست، باند محدود بودن (Band limited) سیگنال است؟؟؟!! پس عملا راه فراری از process through which curved lines appear to have a jagged edge due to low-end graphics capabilities; creation of a false frequency when sampling audio data (caused by a low sampling rate) Aliasing نیست.

بدنمانی
شکستگی
هم اثر سازی
راه پله ای شدن

Lowpass filter



نمونه برداری - Aliasing (ادامه)

اثرات بصری نامطلوب تصاویر تولید شده کامپیوترا در نتیجه استفاده از روش های نادرست نمونه برداری



تصویر را بعد از گذر از یک فیلتر پایین گذر (Low Pass Filter)



تصویر با مشکل Aliasing

زنگ تفريح



بِرُوزگار سلامت سُكّنگان دیاب
چو سائل از توبه زاری طلب کند چیزی
که جبر خاطر مسکین بلا بکرداند
بده و کرنہ سُمگر به زور بستاد

کاروانی در زمین یونان بِرَدَند و نعمتِ بی قیاس بِپُرَدَند. بازرگانان گریه و زاری کردند و خدا و پیمبر شفیع آوردند
و فایده نبود:

په غم داره از گریه کاروان
په پیروز شد دزد تیره روان

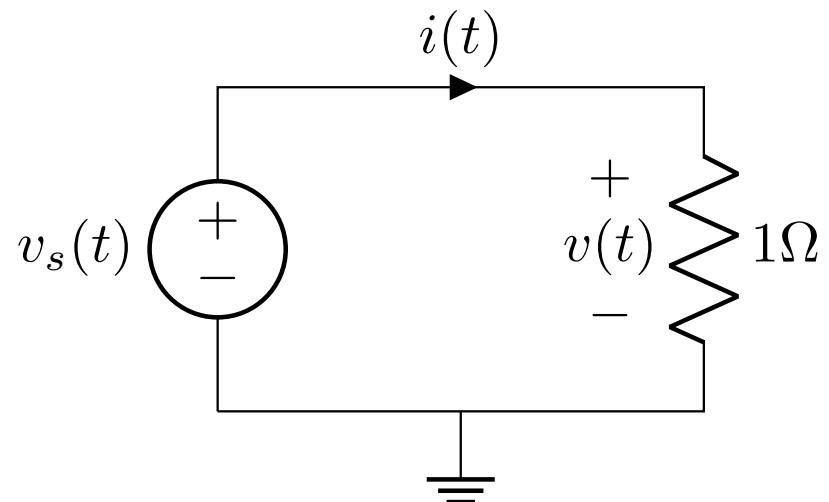
لقمان حکیم اnder آن کاروان بود. یکی گفتش از کاروانیان: مگر اینان را نصیحتی کنی و موعظه‌ای گویی تا
ظرفی از مال ما دست بدارند، که دریغ باشد چندین نعمت که ضایع شود. گفت: دریغ کلمه حکمت با ایشان
گفتند:

آهنی را که هوریانه بفورد
نتوان برد از او به صیقل زنگ
نرود میخ آهنین در سنگ
با سیه دل په سود گفتند وعظ

همانا که جرم از طرف ماست:
به روزگار سلامت شکستگان دریاب
که جبر خاطر مسکین بلا بگرداند
په سائل از تو به زاری طلب کند چیزی

انگریزی و تواریخ سینما

انرژی و توان سیگنال



مقدار توان تحويل داده شده در زمان t به مقاومت $R = 1\Omega$ برابر است با:

$$P_i(t) = \frac{dE_x(t)}{dt} = i(t)v(t) = i(t)(Ri(t)) = i^2(t), \quad P_i^{\text{avg}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} i^2(t) dt.$$

برای محاسبه انرژی مصرفی در مقاومت $R = 1\Omega$ نیز خواهیم داشت:

$$E_i(t) = \int_{-\infty}^t P_x(t) dt = \int_{-\infty}^t i^2(t) dt, \quad E_i^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} i^2(t) dt.$$

در یک مدار الکتریکی و یا در حالت کلی در علم فیزیک، توان به معنای نرخ تبادل و یا مصرف انرژی است. به همین دلیل توان را به عنوان مشتق انرژی، تعریف می‌کنیم. نکته جالب این است که توان مفهومی است که وضعیت را در لحظه برای ما توصیف می‌کند، اما انرژی به وضعیت کلی سیستم اشاره دارد. به عنوان مثال در همین عکسی که قرار داده شده است، انرژی بسان مقدار حجم آبی است که در ظرف قرار دارد و توان به نرخ ریختن آب از ظرف اشاره دارد. در علم انتقال داده، شاید توان مفهوم بهتر و قابل استفاده‌تری نسبت به انرژی برای ما باشد. برای ما اهمیت ندارد که یک gNodeB در یک شبکه 5G در چندین روزی که روشن بوده چقدر انرژی برای انتقال امواج الکترومغناطیسی مصرف کرده، اما برای ما اهمیت دارد که بدانیم چقدر توان در لحظه دارد برای UEها (User Equipment) ارسال می‌کند.

انرژی و توان سیگنال (ادامه)



علامت اندازه برای سیگنال های مختلط

☞ انرژی سیگنال ($x(t)$)

$$E_x^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (2)$$

☞ توان یک سیگنال ($x(t)$)

$$P_x^{\text{avg}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt \quad (3)$$

- سیگنال های انرژی: سیگنال هایی هستند که انرژی محدود دارند (یعنی انتگرال (۲) مقدار محدودی دارد) و توان آن ها برابر صفر می باشد (یعنی انتگرال (۳) مقدارش برابر صفر می باشد).
- سیگنال توان: سیگنال هایی هستند که انرژی آن ها نامحدود می باشد (یعنی مقدار انتگرال (۲) برابر با بی نهایت می باشد) و توان آن ها محدود.
- سیگنال نه توان و نه انرژی: سیگنال هایی هستند که هم انرژی و هم توان آن ها نامحدود هستند.

انرژی و توان سیگنال (ادامه)

مثال ۸

هر کدام از سیگنال‌های زیر جزو کدام دسته می‌باشد:

$$x(t) = e^{-2t}u(t) \text{ و } x(t) = t^2u(t), x(t) = \text{rect}(t), x(t) = u(t), x(t) = \sin(5t)$$

مثال ۹

به نظر شما تمامی سیگنال‌های متناوب با دامنه محدود، جزو کدام دسته می‌باشند؟

مثال ۱۰

به نظر شما تمامی سیگنال‌های محدود در زمان با دامنه محدود، جزو کدام دسته می‌باشند؟

- برای محاسبه میزان انرژی و توان یک سیگنال می‌توان از روابط (۲) و (۳) استفاده کرد. به عنوان مثال سیگنال

$x(t) = e^{-2t}u(t)$ را در نظر بگیرید. بدینسان برای محاسبه انرژی خواهیم داشت:

$$E_x^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} e^{-4t} dt = \frac{e^{-4 \times 0}}{4} - \frac{e^{-\infty}}{4} = \frac{1}{4} < \infty$$

پس سیگنال مذکور یک سیگنال انرژی است.

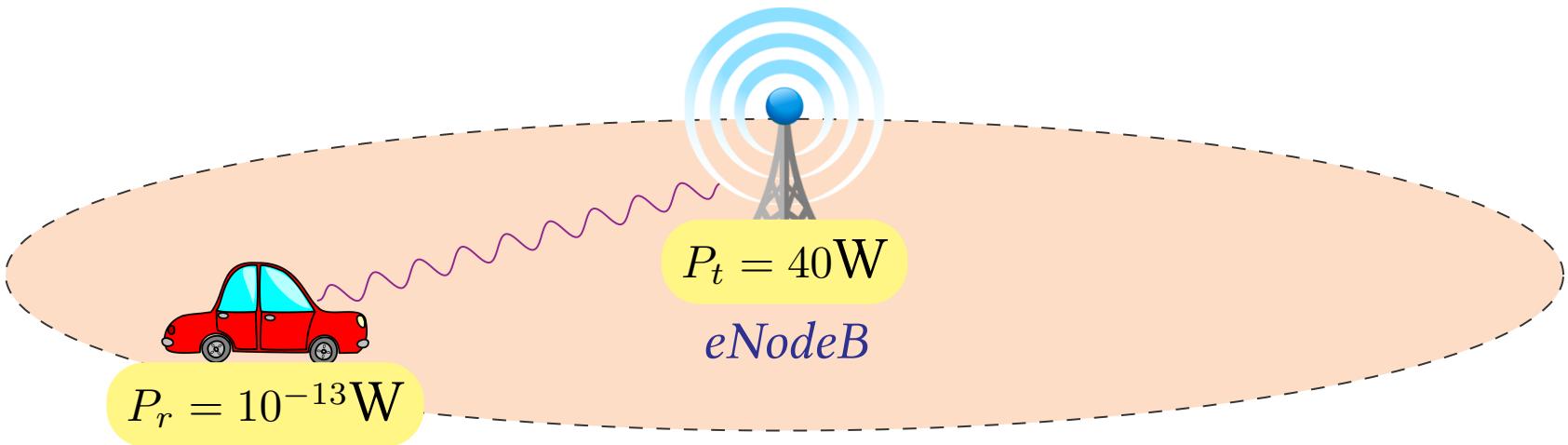
- یک سیگنال متناوب (به مانند $x(t) = \sin(5t)$)، حتماً یک سیگنال توان می‌باشد. همچنین، برای محاسبه

توان کافی است تنها یک دوره تناوب سیگنال، در نظر گرفته شود.

- یک سیگنال محدود در زمان (به مانند $x(t) = \text{rect}(t)$) همواره یک سیگنال انرژی خواهد بود. البته باید

دقت داشت که $|x(t)| < \infty$.

مفهوم dBm و dB



فرض کنید که توان ارسال شده توسط یک eNodeB (P_t) برابر با 40 وات است یک UE (User Equipment) سیگнал با توان $P_r = 10^{-13} \text{W}$ را از شبکه دریافت می‌کند. کار کردن با این اعداد کمی سخت است.

مفهوم dB و dBm (ادامه)

در حوزه مخابرات دسی بل یک واحد لگاریتمی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P[\text{dB}] = 10 \log_{10} \left(\frac{P[\text{W}]}{1\text{W}} \right), \quad P[\text{W}] = 10^{\frac{P[\text{dB}]}{10}}$$

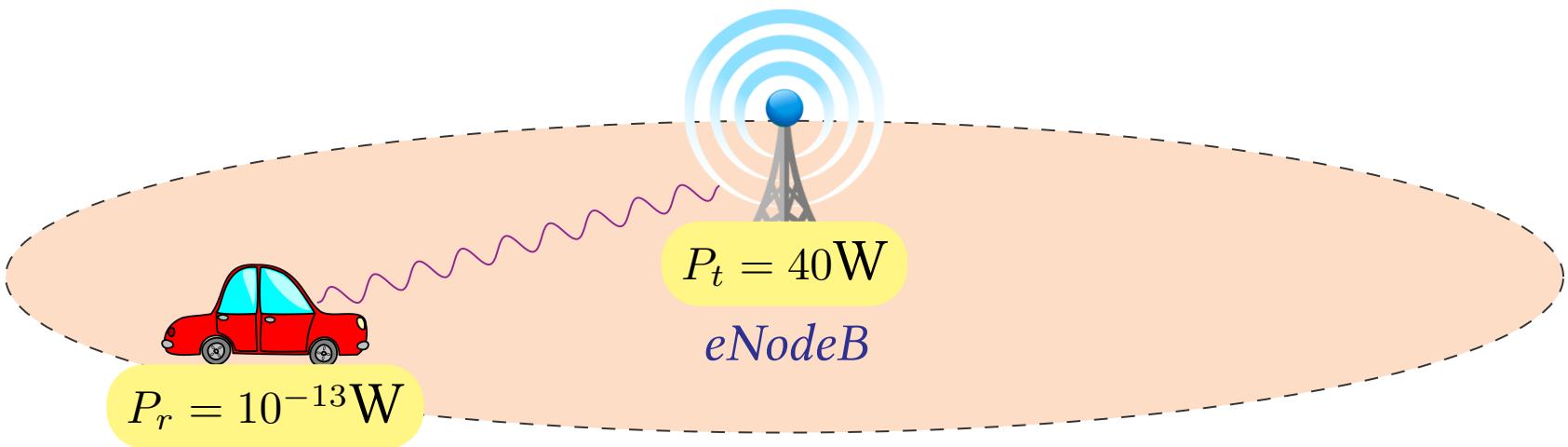
واحد dBm نیز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$P[\text{dBm}] = 10 \log_{10} \left(\frac{P[\text{mW}]}{1\text{mW}} \right) \quad P[\text{mW}] = 10^{\frac{P[\text{dBm}]}{10}}$$

رابطه بین dB و dBm :

$$P[\text{dBm}] = 30 + P[\text{dB}]$$

مفهوم dBm و dB (ادامه)



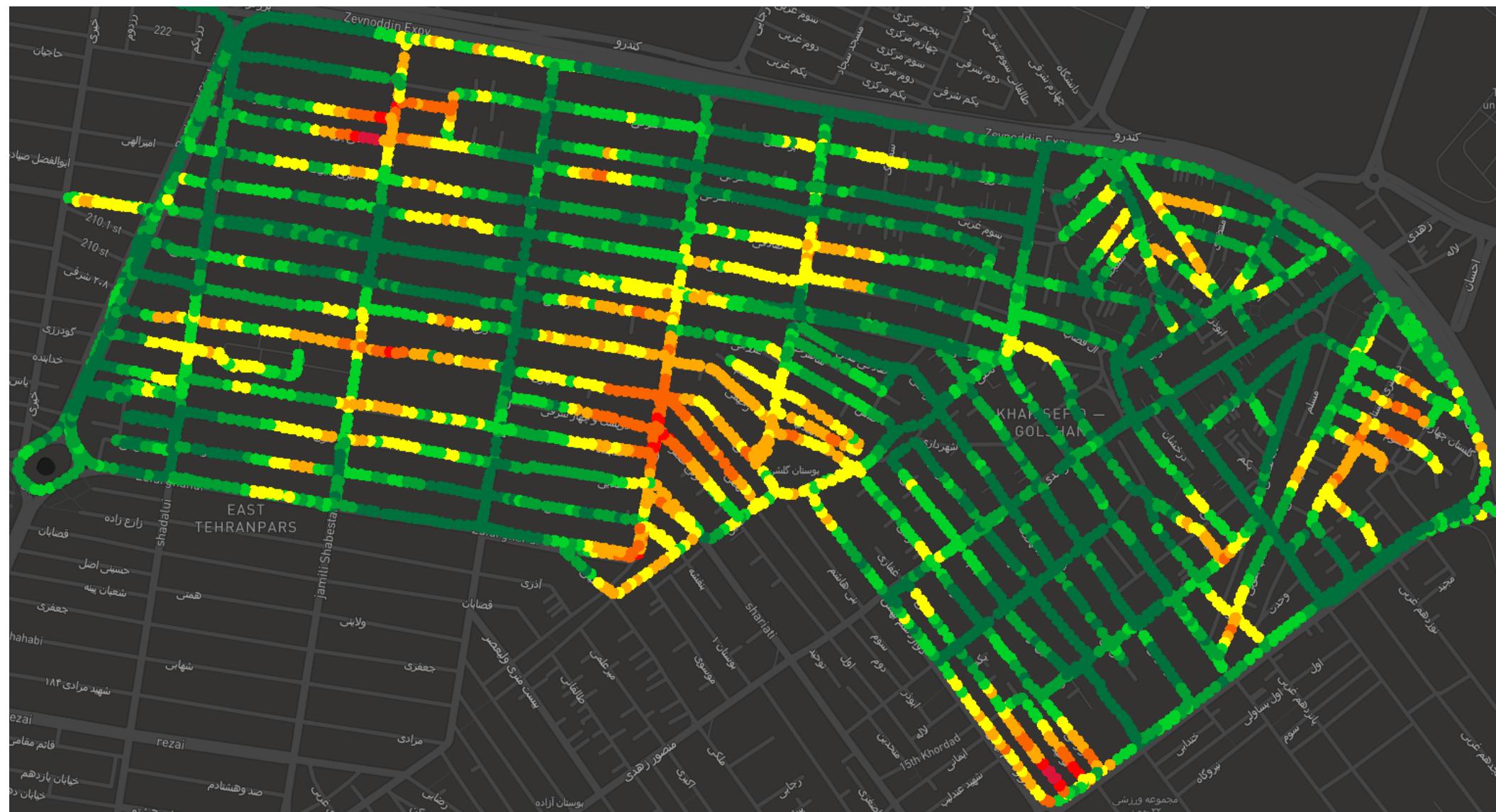
$$P_t[\text{dB}] = 10 \log_{10} \left(\frac{P_t[\text{W}]}{1\text{W}} \right) = 10 \log_{10}(40) = 16.02 \text{ dB}$$

$$P_r[\text{dB}] = 10 \log_{10} \left(\frac{P_r[\text{W}]}{1\text{W}} \right) = 10 \log_{10}(10^{-13}) = -130 \text{ dB}$$

$$P_t[\text{dBm}] = 30 + P_t[\text{dB}] = 30 + 16.02 = 46.02 \text{ dBm}$$

$$P_r[\text{dBm}] = 30 + P_r[\text{dB}] = 30 - 130 = -100 \text{ dBm}$$

توان دریافتی (Received Power) میانگین



Color	Name	Range [dBm]
Dark Green	Excellent	$-80 \leq X$
Medium Green	Very Good	$-85 \leq X < -80$
Light Green	Good	$-90 \leq X < -85$
Yellow	Fair	$-95 \leq X < -90$
Orange	Poor	$-100 \leq X < -95$
Red-Orange	Very Poor	$-105 \leq X < -100$
Red	Bad	$-110 \leq X < -105$
Dark Red	Very Bad	$-115 \leq X < -110$
Maroon	Awful	$-120 \leq X < -115$
Grey	No Coverage	$X < -120$

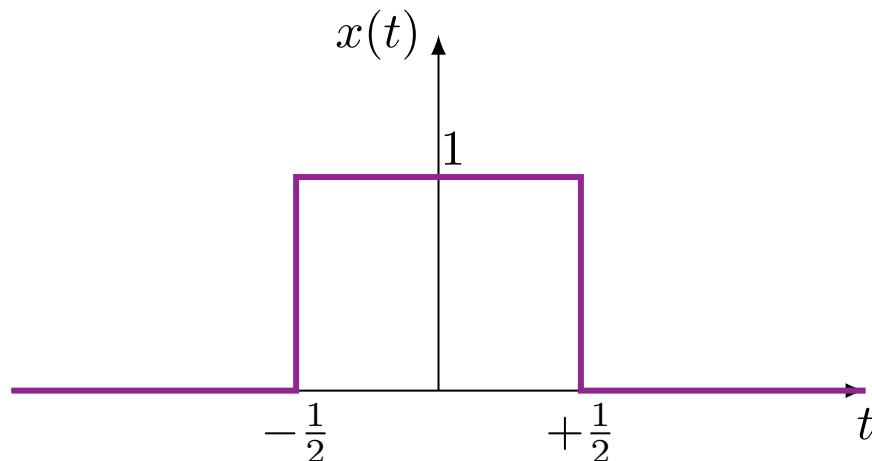
یک UE در طول یک مسیر حرکت کرده و به طور مداوم توان دریافتی دریافتی را در یک پایگاه داده ثبت می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تقریباً در چهار بخش از مسیر، اوضاع توانی مناسب نیست، و همین امر موجب کاهش QoE (Quality of Experience) کاربر خواهد شد.

رابطه انرژی سیگنال با تبدیل فوریه

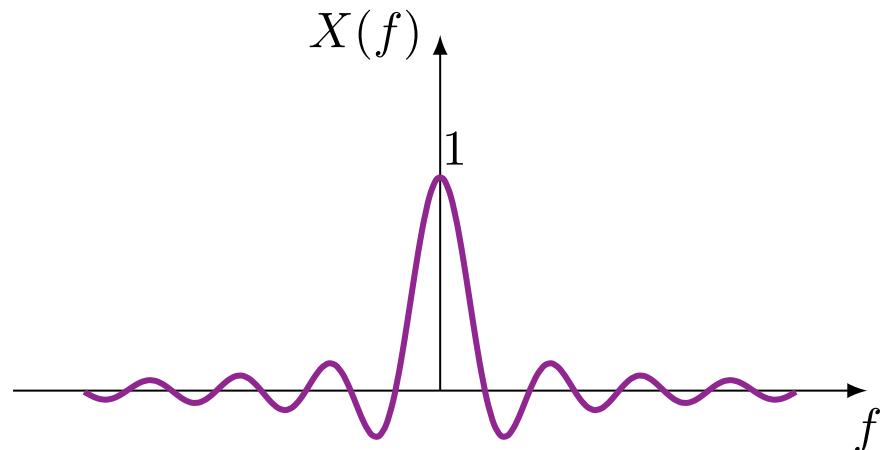
رابطه پارسوال برای تبدیل فوریه، در حقیقت از یک رابطه کلی که توسط Marc-Antoine Parseval کشف شده، استخراج شده است.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

energy in time domain = energy in frequency domain



$$x(t) = \text{rect}(t) = u(t + \frac{1}{2}) - u(t - \frac{1}{2})$$



$$X(f) = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} = \text{sinc}(f)$$

رابطه انرژی و توان سیگنال با تبدیل فوریه - مثال

مثال ۱۱

مقدار انرژی سیگنال $x(t) = e^{-t}u(t)$ را پیدا کنید؟

- برای یافتن میزان انرژی این تابع می‌توان از دو طریق عمل کرد. در روش نخست انتگرال زیر را بدست می‌آوریم:

$$E_x^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} e^{-2t} dt = \frac{1}{2}$$

- در راه کار دوم از رابطه پرسوال استفاده می‌کنیم. نخست آن که می‌دانیم:

$$x(t) = e^{-t}u(t) \quad \xrightarrow{\mathcal{F}} \quad X(f) = \frac{1}{1 + 2\pi f j}$$

بدینسان داریم:

$$E_x^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{1 + (2\pi f)^2} = \frac{1}{2\pi} \text{atan}(2\pi f) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{2}$$

مثال ۱۲

مقدار انرژی سیگنال $x(t) = \text{sinc}(2t)$ را پیدا کنید؟

پاسخ: مطمئن باشید این انتگرال را به روش‌های معمول نمی‌توانید حل کنید. در ابتدا سعی کنید ببینید

تبديل فوريه چه تابعی $\text{sinc}(2t)$ می‌شود.

$$\text{If } \text{rect}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \text{sinc}(f)$$

$$\text{Then } \text{sinc}(2t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

 سپس کافی است در رابطه پارسوال جایگزین کنید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \implies \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(2t) dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)^2 df = \frac{1}{2}$$

انرژی و توان - تمرین در خانه (ادامه)

مثال ۱۳

انرژی سیگنال زیر را محاسبه کنید:

$$X(t) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 t^2}$$

راهنمایی: باز هم مطمئن باشید که با یک انتگرال مواجه هستید که حل آن بسیار دشوار است. برای حل سوال ابتدا به جداول تبدیلات فوریه رجوع کنید. ببینید که تبدیل فوریه چه تابعی تابع داده شده می‌شود. سپس به سراغ رابطه پارسوال بروید. یعنی:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{2}{1 + 4\pi^2 t^2} \right|^2 dt = \dots$$



زنگ تفريح



چرا تایوان یا همان چین تایپه یا جمهوری چین برای آمریکا
اهمیت حیاتی دارد؟



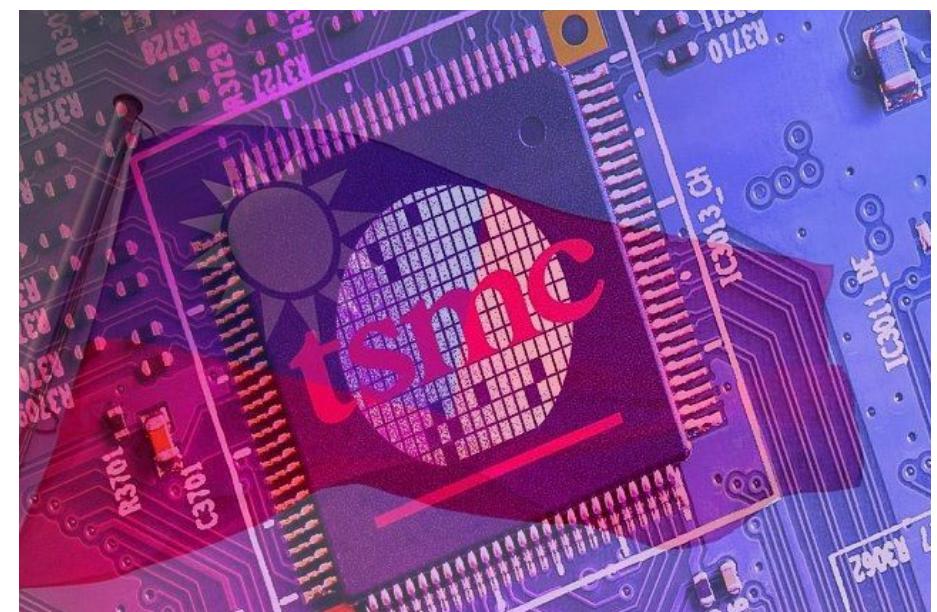
در جنگ داخلی چین در ۱۹۴۹، کمونیست‌ها به ریاست Mao Zedong پیروز شدند و جمهوری خلق چین را ایجاد کردند.



ملی‌گرها نیز به ریاست Chiang Kai-shek در جزیره تایوان مستقر شدند.

زنگ تفريح (ادامه)

به عنوان دو شرکت بزرگ تایوانی تولید تراشه در جهان، به تنها ی 65 درصد سهم بازار را به خود تخصیص داده اند.



شرکت‌های تولید نیمه‌هادی (Self Semiconductor)، کارخانه‌هایی هستند که در آن ویفرهای سیلیکونی ساخته می‌شود. از جمله این شرکت‌ها، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد (برطبق آمار سال ۲۰۲۱):

- TSMC (Taiwan Semiconductor Manufacturing Company) - تایوان - ۵۷٪ بازار،

- Samsung - کره جنوبی - ۱۴.۵٪ بازار،

- UMC (United Microelectronics Corporation) - تایوان - ۸٪ بازار،

- Global Foundries - آمریکا - ۶.۵٪ بازار،

- SMIC (Semiconductor Manufacturing International Corporation) - چین - ۵.۵٪ بازار،

- ...

مشتریان اصلی این شرکت‌ها، طراحان تراشه هستند که برای ساخت تراشه از شرکت‌هایی یاد شده بهره می‌گیرند. البته برخی از شرکت‌های طراحی تراشه نظیر Intel، علاوه بر این راه کار خودشان نیز کارخانه تولید تراشه دارند. از نمونه تراشه‌های استفاده شده، می‌توان از موارد زیر یاد کرد:

تراسه Google - Tensor ✓

تراسه Qualcomm - Snapdragon ✓

تراسه Apple - Apple silicon ✓ که در Samsung و TSMC ساخته می شود.

تراسه Samsung - Exynos ✓

تراسه HiSilicon - Kirin ✓ در TSMC و SMIC ساخته می شود.

تراسه MediaTek - MediaTek ✓

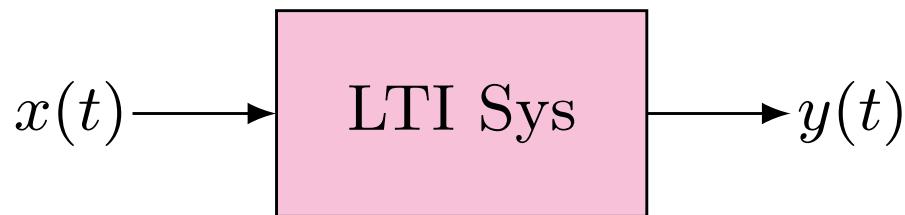
تراسه Intel ✓

تراسه AMD ✓

تراسه Nvidia ✓ اکثراً توسط TSMC تولید می شود.

پاسخ فرم پال

سامانه‌های LTI (Linear Time Invariant)



یک سامانه LTI باید دو شرط داشته باشد:

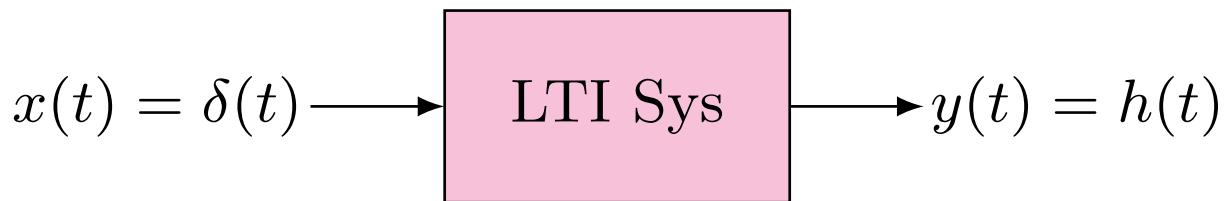
- خطی باشد،

$$x_1(t), x_2(t) \longrightarrow y_1(t), y_2(t) \quad \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) \longrightarrow \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

- تغییرناپذیر با زمان (Time-invariant) باشد.

$$x(t) \longrightarrow y(t) \quad x(t - \tau) \longrightarrow y(t - \tau)$$

سامانه‌های (ادامه) LTI (Linear Time Invariant)



(Channel) پاسخ یک سامانه LTI، به ورودی تابع ضربه واحد ($x(t) = \delta(t)$) را پاسخ ضربه کanal

تعريف ۲

می‌نامیم، و آن را با $h(t)$ نمایش می‌دهیم.

رابطه زیر را براحتی می‌توان بدست آورد:

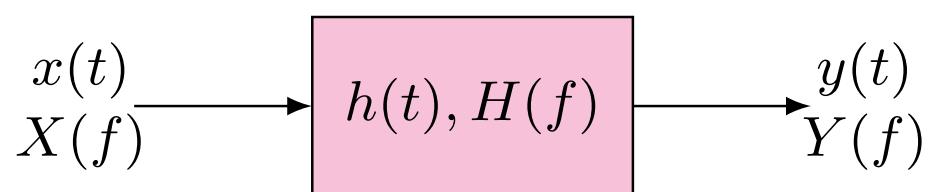
$$\delta(t) \longrightarrow h(t)$$

$$x(t) \longrightarrow y(t)$$

$$x(t) = x(t) * \delta(t) \longrightarrow y(t) = x(t) * h(t)$$

$$X(f) \longrightarrow Y(f) = X(f)H(f)$$

سامانه‌های LTI (Linear Time Invariant) - مثال



$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(f) = X(f)H(f)$$

سیگنال $x(t)$ وارد کanal می‌شود، در صورتی که کanal ایده‌آل باشد، انتظار داریم $h(t) = \alpha_0\delta(t - \tau_0)$ باشد.

نهایا یک نسخه تضعیف شده و با تاخیر سیگنال بدست گیرنده خواهد رسید، یعنی

$$y(t) = x(t) * h(t) = x(t) * \alpha_0\delta(t - \tau_0) = \alpha_0x(t - \tau_0)$$

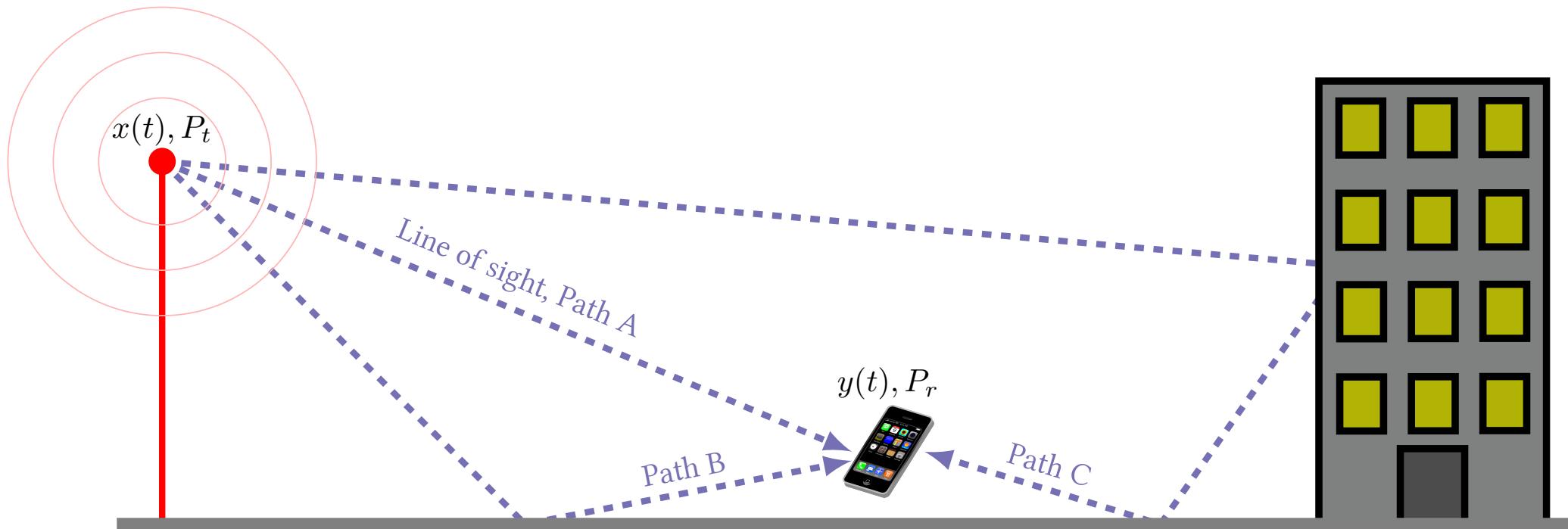
در حوزه فرکانس یک خط صاف خواهد بود.

چون در حوزه زمان یک شربه شیفت خورده است

سامانه‌های (ادامه) - LTI (Linear Time Invariant) مثال

$y(t)$ برابر با حاصل جمع کپی‌های تضعیف شده سیگنال $x(t)$ تا یک آستانه (Threshold) معین.

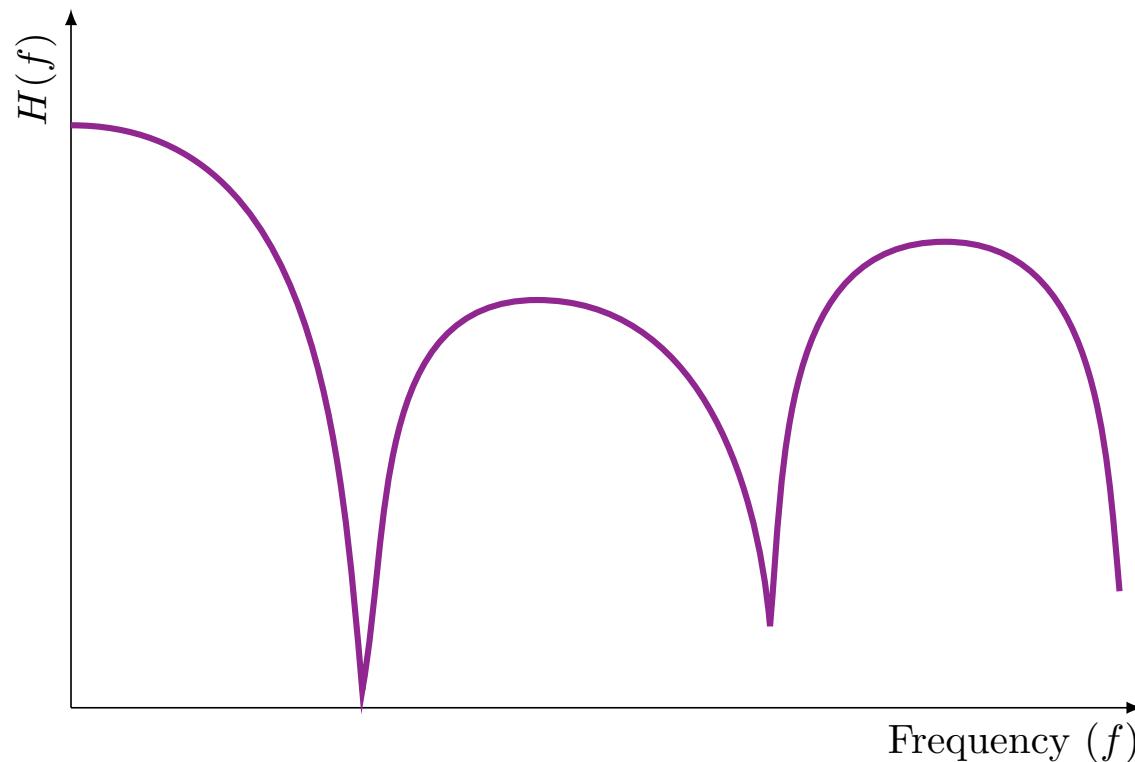
$$y(t) = \alpha_0 x(t - \tau_0) + \alpha_1 x(t - \tau_1) + \dots + \alpha_N x(t - \tau_N), \quad \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_N$$



اما با آمدن پدیده چندمسیری به میدان، با رابطه زیر سروکار داریم:

$$y(t) = \alpha_0 x(t - \tau_0) + \alpha_1 x(t - \tau_1) + \dots + \alpha_N x(t - \tau_N), \quad \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_N$$

$$h(t) = \alpha_0 \delta(t - \tau_0) + \alpha_1 \delta(t - \tau_1) + \dots + \alpha_N \delta(t - \tau_N)$$



سیگنال $x(t)$ وارد کanal می‌شود، در صورتی که کanal ایده‌آل باشد (بدون وجود اثر چندمسیری)، انتظار داریم $y(t) = h(t) = \alpha_0\delta(t - \tau_0)$ باشد. در این حالت تنها یک نسخه تضعیف شده و با تاخیر سیگنال بدست گیرنده خواهد رسید، یعنی

$$y(t) = x(t) * h(t) = x(t) * \alpha_0\delta(t - \tau_0) = \alpha_0x(t - \tau_0)$$

در این حالت اگر به حوزه فرکانس $h(t)$ به عنوان پاسخ ضربه کanal نگاهی بیاندازیم، خواهیم دید که با یک خط صاف مواجه هستیم. در این حالت سیگنال با هر پهنازی باندی، در هر فرکانس یک اثر یکسان از کanal تجربه می‌کند. اما با آمدن پدیده چندمسیری به میدان، با رابطه زیر سروکار داریم:

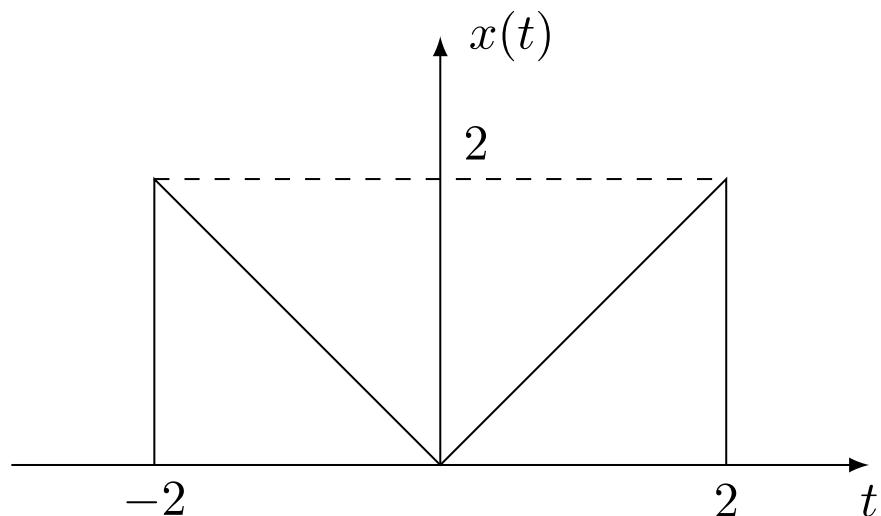
$$y(t) = \alpha_0x(t - \tau_0) + \alpha_1x(t - \tau_1) + \dots + \alpha_Nx(t - \tau_N), \quad \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_N$$

$$h(t) = \alpha_0\delta(t - \tau_0) + \alpha_1\delta(t - \tau_1) + \dots + \alpha_N\delta(t - \tau_N)$$

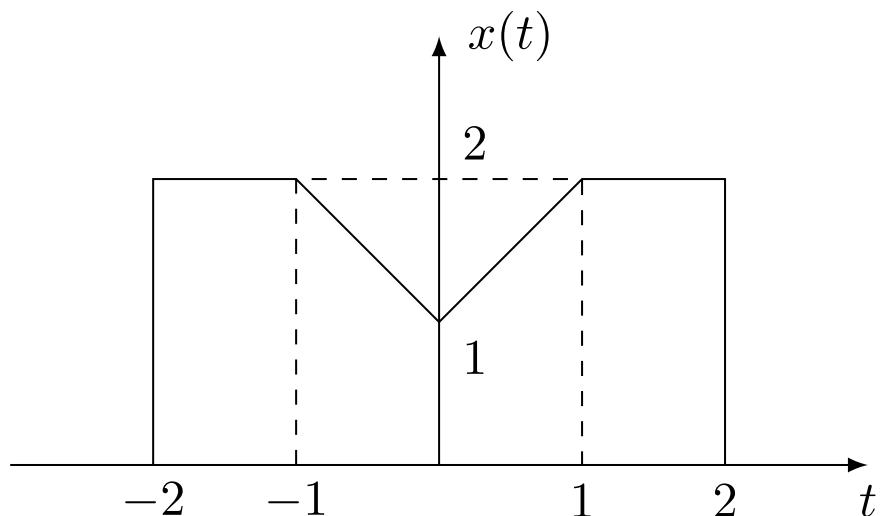
در این حالت پاسخ ضربه کanal، به مانند شکلی است که در اسلاید قبلی مشاهده کردیم. در این حالت دیگر همه فرکانس‌ها به یک میزان تحت تاثیر قرار نمی‌گیرند.

تمرین اول

سوال اول: تبدیل فوریه سیگنال‌های نشان داده شده در شکل زیر را بدست آورید. راهنمایی: نیازی نیست سراغ انتگرال‌های سخت تبدیل فوریه بروید، کافی است از ویژگی‌های تبدیل فوریه استفاده کنید.



(a)



(b)

سوال دوم: تبدیل فوریه تابع $4\Lambda(-2t + 3) + \text{sinc}(2t - 3)$ را با استفاده از ویژگی‌های تبدیل فوریه بدست

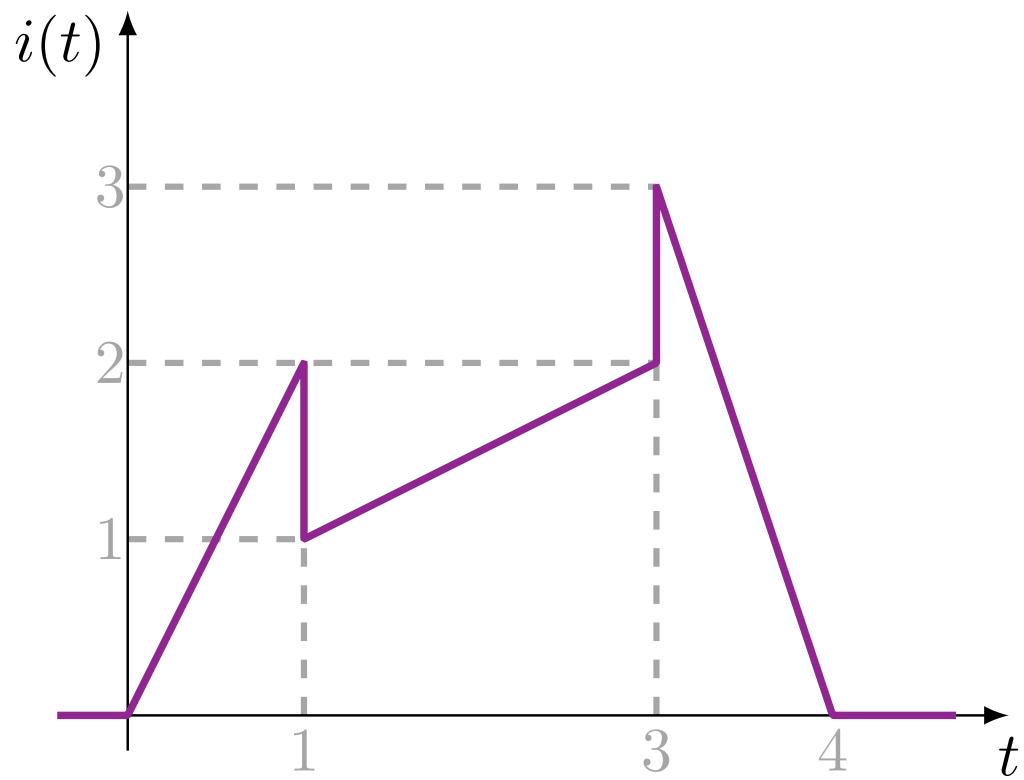
آورید؟

سوال سوم: فرض کنید که ورودی یک سامانه به صورت $x(t) = e^{-2t}u(t)$ و تابع پاسخ ضربه سامانه مذکور نیز برابر $y(t) = \text{rect}(2t + 4)$ است. مطلوب است محاسبه

سوال چهارم: کدام یک از سیگنال‌های زیر انرژی، توان و یا نه انرژی و نه توان است؟

$$x_1(t) = \tan(\pi t + \frac{\pi}{2}), x_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \delta(t - 2k), x_3(t) = e^{2\pi jt}.$$

سوال پنجم: سیگنال $r(t)$ را بر حسب توابع $u(t)$ و $r(t)$ توصیف کنید؟ سپس مشتق سیگنال مذکور را بدست آورید؟ راهنمایی: تابع $.r(t) = tu(t)$



پروژه اول

در این پروژه از شما خواسته شده است که یک فایل تصویری را وارد نرم‌افزار MATLAB کرده، به آن نویز اضافه کنید، و سپس تلاش کنید تا نویز را حذف کنید. بدین‌سان گام‌های زیر را برای اجرای این پروژه بردارید:

☞ **گام اول:** نرم‌افزار MATLAB را نصب بر روی سیستم‌عامل خود نصب کنید. دقت کنید که این نرم‌افزار را براحتی می‌توانید در انواع سیستم‌عامل‌ها از Windows گرفته تا macOS و Linux نصب کنید. سعی کنید نسخه جدید این نرم‌افزار را نصب کنید و یا حداقل نسخه MATLAB 2018b.

☞ **گام دوم:** یک تصویر به صورت رنگی را وارد نرم‌افزار MATLAB کنید. دقت کنید که Help این نرم‌افزار واقعاً کامل و جامع است. اما برای استفاده از Help آن به صورت برخط (Online) باید فیلترشکن نصب کنید و یا از شکن استفاده کنید. به عنوان مثال [این صفحه](#) را نگاه کنید.

۳ گام سوم: فایل وارد شده را از دنیای Gray-Scale 8 bit RGB به یک فایل Gray-Scale 8 bit تبدیل کنید. دستور `rgb2gray` می‌تواند در این زمینه شما را یاری برساند.

نکته ۱ در این زمینه حتماً تلاش کنید تا با انواع تصاویر و تفاوت‌های آن‌ها با یکدیگر آشنا شوید، به ویژه تصاویر از نوع RGB و تصاویر Gray-Scale 8 bit.



(ب) تصویر خاکستری



(آ) تصویر رنگی

۴ گام چهارم: با دستور imshow و imwrite سعی کنید تصویر Gray-Scale 8 bit تولید شده در گام قبلی را مشاهده و در کامپیوتر خود ذخیره کنید.

<https://creativemarket.com/blog/difference-between-jpg-png-bmp-tiff-images#:~:text=While%20both%20PNG%20and%20JPG,sheer%20quality%20of%20your%20prints.>

نکته ۲ اگر بخواهید این تصویر به صورت کامل و بدون هیچ‌گونه فشرده‌سازی با اتلاف در کامپیوتر شما ذخیره شود از چه فرمتی (.jpg, .png, .bmp, ...) باید استفاده کنید؟

۵ گام پنجم: تصویر rgb ذخیره شده را دوباره با دستور imread بخوانید و به یک تصویر خاکستری تبدیل کنید. این تصویر چه نوع سیگنالی است؟ سیگنال انرژی است یا توان؟ انرژی یا قدرت این سیگنال را بدست آورید. اگر کمی جستجو کنید پاسخ به این سوالات را خیلی راحت می‌توانید بیابید.

<https://www.baeldung.com/cs/energy-image-processing>

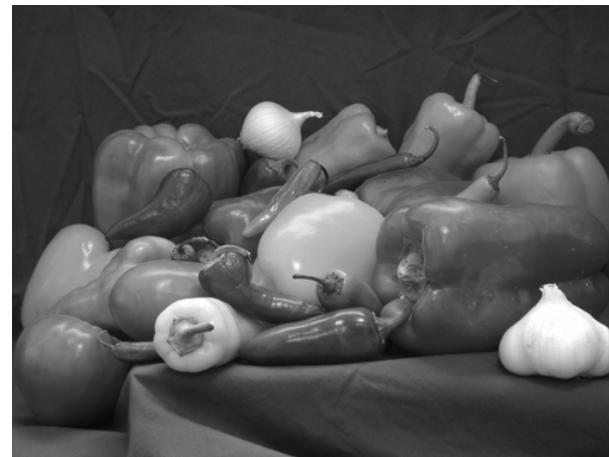
۵ گام ششم: سعی کنید به تصویر یک نویز گاووسی با میانگین صفر و پراش (Variance) دلخواه مثلا 0.01 SNR (Signal Noise) استفاده کنید. برای این کار می‌توانید از دستور `imnoise` استفاده کنید. در ضمن میزان Ratio) تصویر را قبل و بعد از اضافه شدن نویز بدست آورید؟

نکته ۳ سعی کنید درک خوبی راجع به مفهوم SNR پیدا کنید.

<https://www.omnicalculator.com/physics/signal-to-noise-ratio>



(ب) تصویر نویزی شده



(آ) تصویر خاکستری

گام هفتم: تصویر 8 bit Gray-Scale نویزی شده را به حوزه فرکانس برد و آن را نمایش دهید. به عنوان

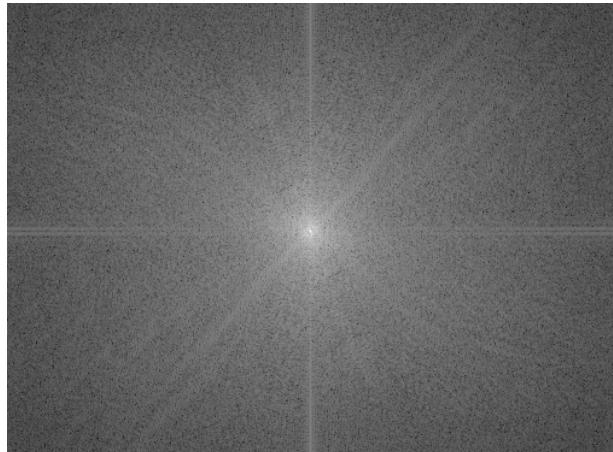
مثال برای همان تصویر قبلی براحتی من با استفاده از کد زیر حوزه فرکانس تصویر را رسم کردم.

```
1 clc
2 clear
3
4 % Read an image
5 grayImage = rgb2gray(imread('rgb.png'));
6
7 % Frequency domain
8 ft = fftshift(log(abs(fft2(grayImage))));
9 imshow(ft, []);
```

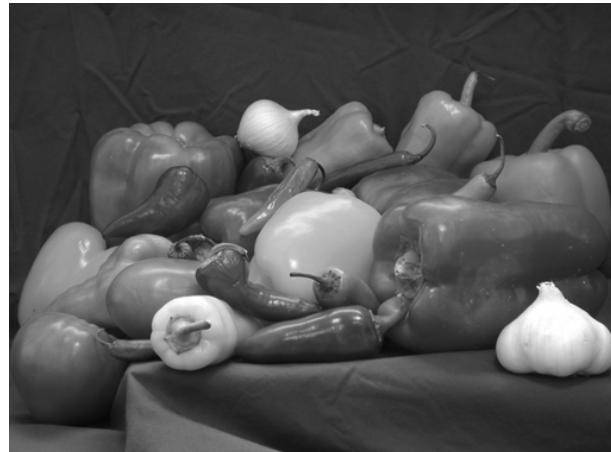
نکته ۴

در این گام حتما باید با مفاهیمی به مانند تبدیل FFT (Fast Fourier Transform) آشنا شوید. باید بتوانیم عکس حاصل شده را توصیف کنید. مرکز تصویر چرا از همه نقاط دیگر نورانی تر است؟ چرا هرچه از مرکز دور می‌شویم نقاط کم نور تر می‌شوند؟ بالاترین و پایین‌ترین فرکانس‌ها در کدام بخش تصویر فرکانسی وجود دارد؟

<https://www.geeksforgeeks.org/matlab-ideal-lowpass-filter-in-image-processing/>



(ب) تبدیل فوریه تصویر



(آ) تصویر خاکستری

۷ گام هشتم: روش‌های مختلفی برای حذف نویز از یک تصویر وجود دارد. در این تمرین از شما خواسته شده است با استفاده مفاهیمی که از حوزه فرکانس تصویر در می‌یابید و همچنین دانشی که در مورد نویز می‌دانید، سعی کنید تصویر نویزدار شده را رفع نویز کنید. با کمی جستجو در دنیای اینترنت مفاهیم و مطالب خوبی را راجع به این موضوع می‌توانید پیدا کنید.

نکته ۵ می‌توانید با یک معیار کمی نشان دهید چه چقدر در این روند خوب عمل کردید؟ مفهوم PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) شاید در این زمینه بتواند به شما کمک کند.

چند نکته تكميلی:

- محتوای فایل‌های پروژه:

الف تصاویر grayscale، rgb، تصویر نویزی شده و همچنین تصویر بعد از حذف نویز

ب کدهای MATLAB

ج یک گزارش تفصیلی که در آن به تمامی سوالات مطرح شده پاسخ داده شده باشد.

- به کسانی که گزارش تحويلی آن‌ها با LATEX باشد نمره اضافی تعلق می‌گیرد.

- حتما تصاویر انتخابی دانشجویان با یکدیگر متفاوت باشد.

- محل بارگذاری پروژه نیز در سایت lms.iust.ac.ir است.

- ممکن است پروژه تحويل برخط (Online) نیز داشته باشد.

- [1] S. T. Karris, A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab. *Signals and systems*. Prentice Hall, 1997.

فهرست اختصارات

A

AM Amplitude Modulation

F

FFT Fast Fourier Transform

L

LTI Linear Time Invariant

P

PSNR Peak Signal to Noise Ratio

Q

QoE Quality of Experience

S

SMIC Semiconductor Manufacturing International Corporation

SNR Signal Noise Ratio

T

TSMC Taiwan Semiconductor Manufacturing Company

U

UE User Equipment

UMC United Microelectronics Corporation

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

C

Carrier Signal سیگнал حامل Amplitude دامنه

Channel Impulse Response پاسخ ضربه کانال ..

Chipset تراشه B

Continuous Signal سیگнал پیوسته .. Bandwidth پهنای باند ..

Broadcasting همه پخشی ..

L D

پایگاه داده Low Pass Filter فیلتر پایین‌گذر Database

متغیر وابسته Lossy Compression فشرده‌سازی با اتلاف Dependent Variable

سیگنال رقمی Digital Signal

تابع دلتا دیراک M Dirac Delta Function

سیگنال گسته Message پیام Discrete Signal

چندمسیری Multipath

I

متغیر مستقل Independent Variable

R O

Received Power توان دریافتی Online بخط

Operating System سیستم عامل

S Operator عملگر

Sampling نمونه برداری

Self Semiconductor نیمه هادی

Strictly Decreasing اکیدا نزولی Periodic Function تابع متناوب

Strictly Increasing اکیدا صعودی

V

Variance پراش آستانه

T

Time-invariant تغییرناپذیر با زمان

U

تابع ضربه واحد Unit Impulse Function

تابع پالس واحد Unit Pulse Function

تابع پله واحد Unit Step Function

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۱

آستانه	Threshold
اکیدا صعودی	Strictly Increasing
اکیدا نزولی	Strictly Decreasing
پاسخ ضربه کanal	Channel Impulse Response
پراش	Variance
پهنای باند	Bandwidth
برخط	Message
آنلاین	Online
پایگاه داده	Database
پ	پ

ت

ج

Multipath	چندمسیری Unit Pulse Function
	تابع پله واحد Unit Step Function
	تابع دلتا دیراک Dirac Delta Function
Amplitude	تابع ضربه واحد Unit Impulse Function
دامنه	تابع متناوب Periodic Function
	تراسه Chipset
	تغییرناپذیر با زمان Time-invariant
Operating System	Received Power
سیستم عامل	توان دریافتی
Continuous Signal	سیگنال پیوسته
Carrier Signal	سیگنال حامل

سیگنال

رقمی م

Independent Variable متغیر مستقل Discrete Signal سیگنال گسته

Dependent Variable متغیر وابسته

ع

عملگر Operator ن

Sampling نمونه برداری

Self Semiconductor نیمه هادی

ف

فشرده سازی با اتلاف Lossy Compression

فیلتر پایین گذر ۵ Low Pass Filter

Broadcasting همه پخشی

