



تحلیل هوشمند تصاویر زیست پزشکی

نیم سال اول ۰۳-۰۴

مدرس: محمدحسین رهبان

مرور سیگنال ها و سیستم ها

سوال اول

تعیین کنید که آیا هر یک از جملات زیر به طور کلی درست است یا خیر. برای مواردی که فکر می کنید درست هستند، اثبات ارائه کنید و برای مواردی که فکر می کنید غلط هستند، مثال نقض ارائه کنید.

- (a) If $y(t) = x(t) * h(t)$, then $y(2t) = 2x(2t) * h(2t)$.
- (b) If $x(t)$ and $h(t)$ are odd signals, then $y(t) = x(t) * h(t)$ is an even signal.
- (c) If $y(t) = x(t) * h(t)$, then $Ev\{y(t)\} = x(t) * Ev\{h(t)\} + Ev\{x(t)\} * h(t)$.

سوال دوم

صحت عبارات زیر را نشان دهید:

- (a) $x(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega$
- (b) $X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt$

سوال سوم

تبدیل فوریه عبارات زیر را حساب کنید.

- (a) $[e^{-at} \cos \omega_0 t] u(t), \alpha > 0$
- (b) $e^{-3|t|} \sin 2t$
- (c) $\left(\frac{\sin \pi t}{\pi t}\right) \left(\frac{\sin 2\pi t}{\pi t}\right)$

سوال چهارم

معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = A \cos \omega_0 t$$

مقدار ω_0 را به گونه ای بیابید که $y(t)$ دامنه حداکثر $A/3$ داشته باشد. فرض کنید سیستم حاصل خطی و زمان-ثابت است.

سوال پنجم

(الف) برای هر تبدیل فوریه $X(s)$ تابع زمانی $x(t)$ را تعیین کنید.

- (a) $\frac{s}{s^2+4}, \Re\{s\} > 0$
- (b) $\frac{s^2-s+1}{s^2(s-1)}, 1 > \Re\{s\} > 0$
- (c) $\frac{s+1}{(s+1)^2+4}, 1 > \Re\{s\} > -1$
- (d) $\left(\frac{1-e^{-sT}}{s}\right)^2$

(ب) تبدیل لاپلاس، محل صفر و قطب ها و ROC را برای هر تابع زمانی زیر محاسبه کنید.

- (a) $x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t - kT)$
- (b) $x(t) = \cos(\omega_0 t + b)u(t)$

سوال ششم $X(s)$ تبدیل لاپلاس $x(t)$ است که درمورد آن میدانیم:

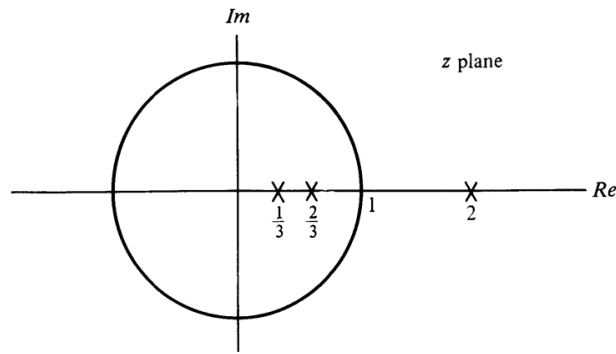
(الف) $x(t)$ حقیقی و زوج است.

(ب) $X(s)$ چهار قطب دارد . هیچ صفری ندارد.

(ج) $X(s)$ قطبی در $s = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}$ دارد.

(د) $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt = 4$

$x(t)$ و ROC آن را تعیین کنید.



شکل ۱: نمودار صفر و قطب تبدیل سری $x[n]$

سوال هفتم

معادله تفاضلی زیر با ضرایب ثابت را در نظر بگیرید:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

تابع سیستم که $Y(e^{j\omega})$ را بر حسب $X(e^{j\omega})$ بیان میکند چیست؟ با استفاده از تبدیل فوریه، رابطه $y[n]$ را بیابید اگر $x[n]$ باشد:

(a) $\delta[n - n_0]$

(b) $(\frac{3}{4})^n u[n]$

سوال هشتم

تبدیل فوریه گسسته در زمان (DTFT) سیگنال های زیر را محاسبه کنید.

(a) $x[n] = (a^n \sin \Omega_0 n) u[n], \quad |a| < 1$

(b) $x[n] = (\frac{1}{4})^n u[n+2]$

سوال نهم

نمودار صفر و قطب تبدیل z یک سری $x[n]$ در شکل ۱ نمایش داده شده است: تعیین کنید چه چیزی را می توان از منطقه همگرایی مرتبط با هریک از عبارات زیر استنباط کرد.

(الف) $x[n]$ دست راستی است.

(ب) تبدیل فوریه $x[n]$ همگرا می شود.

(ج) $x[n]$ دست چپی است.

(د) تبدیل فوریه $x[n]$ همگرا نمی شود.

سوال دهم

برای هر تبدیل z تبدیل z معکوس را محاسبه کنید.

1. $X(z) = \frac{1-az^{-1}}{z^{-1}-a}, \quad |z| > \left|\frac{1}{a}\right|$
2. $X(z) = \ln(1-2z), \quad |z| < \frac{1}{2}$

سوال یازدهم

DFT هر یک از دنباله های با طول محدود زیر را که دارای طول N هستند محاسبه کنید.

1. $x[n] = \delta[n - n_0], \quad 0 < n_0 < N.$
2. $x[n] = a^n, \quad 0 \leq n \leq N - 1.$

سوال دوازدهم

نشان دادیم که $X[k]$ که DFT یک سری با طول محدود و حقیقی است، دارای تقارن مزدوج است. نشان دهید $X_I[0]$ ($X_I[k]$ جزء موهومی $X[k]$ است.) برابر با صفر است و اگر N زوج باشد $X_I[N/2]$ هم صفر است.