МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

З курсу "Дискретна математика"

Виконав:
ст.гр. КН-110
Фащевський Павло

Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Лабораторна робота №2

Тема: Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоритичні відомості

2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де $\subseteq$ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S. Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S.

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають власною (строгою, істинною) підмножиною S (позначають $A \subset S$, де $\subset$ – знак строгого включення). Дві множини A та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть A=S.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають універсумом або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають сімейством.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають булеаном або множиною-степенем множини A і позначають P(A). Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають |A|.

Об'єднанням двох множин A і B називають множину $A\cup B =\{x :(x\in A) \vee (x\in B)\}$.

Перетином (перерізом) двох множин A і B називають множину $A\cap B =\{x :(x\in A) \wedge (x\in B)\}$.

Різницею множин A та B називають множину $A \setminus B =\{x :(x\in A) \wedge (x\notin B)\}$. Зазначимо, що $A \setminus B = A \cap B$.

Симетричною різницею множин A та B називають множину $A\Delta B =\{x :((x\in A) \wedge (x\notin B)) \vee ((x\in B) \wedge (x\notin A))\}$.

Для підмножини A універсальної множини U можна розглядати доповнення A до U, тобто $U \setminus A$, її позначають $A =\{x : \neg(x\in A)\} \Leftrightarrow A =\{x : x\notin A\}$ і називають **доповненням** множини A.

2.2. Закони алгебри множин

Закони асоціативності	$A\cup(B \cup C) = (A\cup B) \cup C$	$A\cap(B \cap C) = (A\cap B) \cap C$
Закони комутативності	$A\cup B = B\cup A$	$A\cap B = B\cap A$
Закони тотожності	$A\cup\varnothing = A$	$A\cap U = A$
Закони домінування	$A\cup U = U$	$A\cap\varnothing = \varnothing$
Закони ідемпотентності	$A\cup A= A$	$A\cap A= A$
Закони дистрибутивності	$A\cap(B \cup C) = (A\cap B) \cup(A\cap C)$	$A\cup(B \cap C) = (A\cup B) \cap(A\cup C)$
Закони поглинання	$(A\cup B)\cap A = A$	$(A\cap B)\cup A = A$
Закони доповнення	$A\cup A = U$ $A\cap A = \varnothing$	$U = \varnothing$ $\varnothing = U$ $A= A$ $A= A$
Закони де Моргана	$(A\cup B) = A\cap B$	$(A\cap B) = A\cup B$

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Варіант №12

Ч.1

1. Для даних скінчених множин A = {1,2,3,4,5,6,7}, B={5, 6, 7, 8, 9, 10}, C = {1,2,3,8,9,10} та універсума U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а) $(\mathbf{A \setminus C}) \cap \neg\mathbf{B}$;

б) $\neg\mathbf{C}\Delta\mathbf{B}$. (розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин).

Розв'язування

а) $(A \setminus C)=\{4,5,6,7\}$

$\neg B=\{1,2,3,4\}$

$(A \setminus C) \cap \neg B=\{4\}$

б) Запишемо множини $\neg C$ та B та їх результат бітовому представленні:

$\neg C\Delta B=(\neg C \cap \neg B) \cup (\neg B \cap C)=(\{4\} \cup \{1,2,3\})=\{1,2,3,4\}=\{1,1,1,1,0,0,0,0,0,0\}$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\neg\mathbf{A}\setminus(\neg\mathbf{B}\Delta\mathbf{C})$.

Знайти його потужність.

$\neg A=\{8,9,10\}$

$\neg B=\{1,2,3,4\}$

$\neg C=\{4,5,6,7\}$

$\neg B\Delta C=(\neg B \cap \neg C) \cup (C\cap B)=(\{4\}\cup \{8,9,10\})=\{4,8,9,10\}$

$\neg A\setminus(\neg B\Delta C)= \{8,9,10\}\setminus\{4,8,9,10\}=\emptyset$

$\mathbf{P(\neg A\setminus(\neg B\Delta C))=\emptyset}$

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1\}\subset \{\{1, 2, 3\}, 4\}$;

б) $Q \cap N = N$;

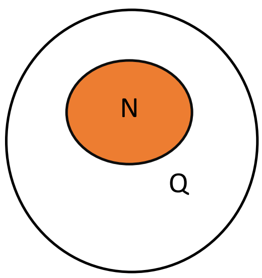
в) $Q \setminus N \subset Z$;

г) $(R \setminus Q) \cap N = \emptyset$;

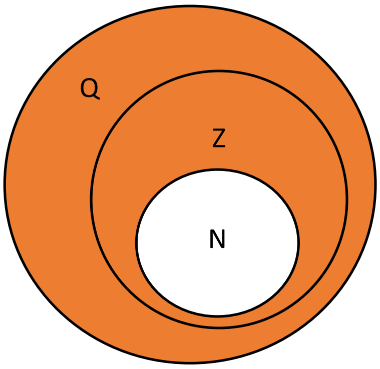
д) якщо $A \subset B$, то $C \setminus B \subset C \setminus A$.

а) Вірно: множина {1, 2, 3} належить {{1, 2, 3}, 4}, а тому $\{1\}\subset \{\{1, 2, 3\}, 4\}$.

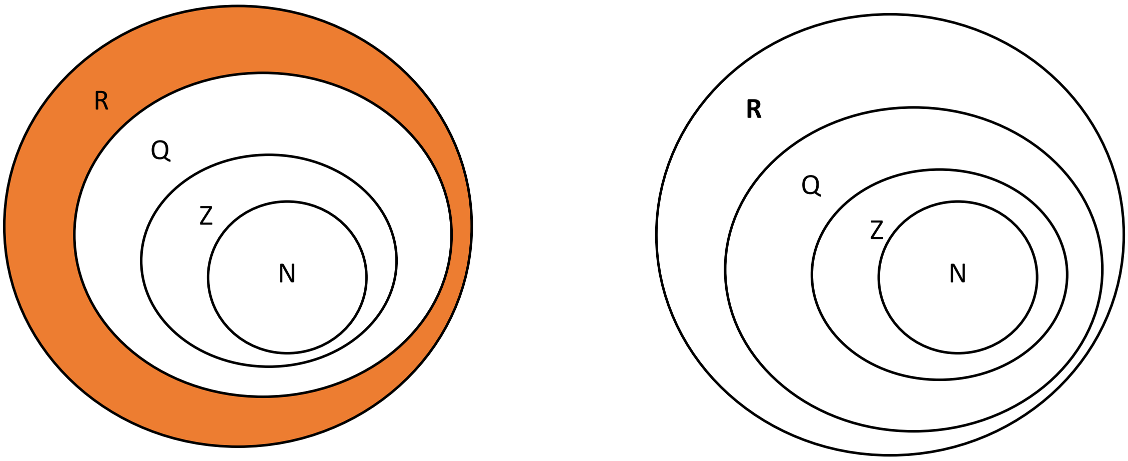
б) Вірно: множина Q (мн. раціональних чисел) включає в себе множину N (мн. натуральних чисел). Тому їхнім перетином буде множина N.



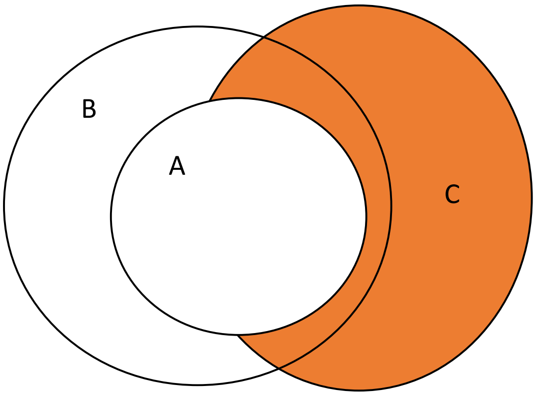
в) Невірно: Q \ N ⊂ (Q∪Z)\N



г) Вірно: множина N є підмножиною Q, тому (R \ Q) ∩ N = ∅



д) Вірно: множина C \ B належить множині C \ A.



4. Логічним методом довести тотожність: **(A \ B) \ C = (A \ C) \ (B \ C).**

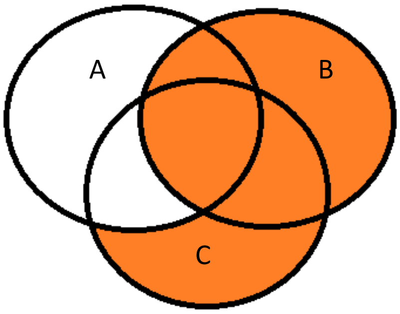
$(A \backslash B) \backslash C = (A \cap \neg B) \backslash C = (A \cap \neg B) \cap \neg C) = A \cap \neg B \cap \neg C;$

$(A \backslash C) \backslash (B \backslash C) = (A \cap \neg C) \backslash (B \cap \neg C) = (A \cap \neg C) \cap \neg(B \cap \neg C) = (A \cap \neg C) \cap (\neg B \cap C) =$

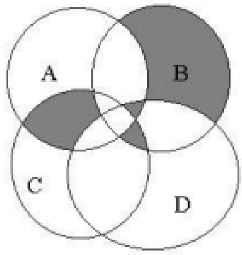
$(A \cap \neg C \cap \neg B) \cup (A \cap \neg C \cap C) = (A \cap \neg C \cap \neg B);$

$(A \cap \neg C \cap \neg B) = (A \cap \neg C \cap \neg B).$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $\mathbf{((A\cup B)\cup(C\Delta B))\setminus(A\setminus B)}$.



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$(B\setminus(A\cup D)\cup((C\cap B)\setminus A)\cup((A\cap D)\setminus A)\cup(A\setminus(D\cup B\cup C)$$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\mathbf{(A\cup B)\cap C\cup(\neg A\cap\neg(B\cap C))\cup(A\cap B\cap C)}$$

$(A\cup B)\cap C\cup(\neg A\cap\neg(B\cap C))\cup(A\cap B\cap C)=(A\cup B)\cap C\cup(\neg A\cap\neg B\cup\neg C)\cup(A\cap B\cap C)=(A\cap C)\cup(B\cap C)\cup(\neg A\cap\neg B\cup\neg C)\cup(A\cap B\cap C)=((B\cap C)\cup\neg A)\cap((B\cap C)\cup(\neg B\cap C))\cup(A\cap C)\cup((A\cap C)\cap B)=(B\cap C)\cup\neg A\cup(A\cap C)=(B\cap C)\cup(A\cap C)\cup A=(B\cap C)\cup((A\cup\neg A)\cap(C\cup\neg A))=(B\cap C)\cup(C\cup\neg A)=(B\cap C)\cup C\cup\neg A=\mathbf{C\cup\neg A}$

8. Нехай a1, a2,...,an – взаємно прості натуральні числа, N – деяке натуральне число. Знайти кількість додатніх натуральних чисел, які не перевищують N і не діляться на жодне з чисел a1, a2,..., an.

N – множина натуральних чисел

A1 = {a1}
A2 = {a2}
...
An = {an}

Кількістю додатніх натуральних чисел, які не перевищують N і не діляться на жодне з чисел a1, a2,..., an є $N\setminus(A1\cap A2\cap\ldots\cap An)$.

Ч.2

1.Ввести з клавіатури дві множини цілих даних. Реалізувати операцію симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Реалізувати програмно побудову булеану цієї множини.

Програмний код реалізації:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <cs50.h>
int main (void)
{
printf("Enter the size of first array: ");
int size1 = GetInt();
printf("Enter the size of second array: ");
int size2 = GetInt();
int array1[1000];
int array2[1000];

for(int i = 0 ; i < size1 ; i++)
{
   printf("First array, element %i: " , i+1);
   array1[i] = GetInt();
}
for(int i = 0 ; i < size2 ; i++)
{
   printf("Second array, element %i: " , i+1);
   array2[i] = GetInt();
}

for(int i = 0 ; i < size1 ; i++)
{
   for(int j = 0 ; j < size1 ; j++ )
   {
      if(j == i)
      {}
      else if(array1[i] == array1[j])
      {
         for(int k = j ; k < size1 ; k++)
           {
              array1[k] = array1[k+1];
```

```
            }
          size1--;
        }
    }
}

for(int i = 0 ; i < size2 ; i++)
{
    for(int j = 0 ; j < size2 ; j++ )
    {
        if(j == i)
        {}
        else if(array2[i] == array2[j])
        {
            for(int k = j ; k < size2 ; k++)
            {
                array2[k] = array2[k+1];

            }
            size2 --;
        }
    }
}

int check = 0;
int answer[1000];
int num = 0;
for(int i  = 0; i < size1 ; i++)
{
    for(int s = 0 ; s < size2 ; s++)
    {

        if(array1[i] == array2[s])
        check =1;
    }

   if(check == 0 )
   {
       answer[num] = array1[i];
       num++;
   }
   check = 0;
```

```
}

for(int i  = 0; i < size2 ; i++)
{
    for(int s = 0 ; s < size1 ; s++)
    {
        if(array2[i] == array1[s])
        check =1;
    }

   if(check == 0 )
   {
       answer[num] = array2[i];
       num++;
   }
   check = 0;
}


printf("Symmetric difference : ");
for(int i = 0 ; i < num ; i++)
    printf("|%i|" , answer[i] );

printf("\n");

int p = pow(2 , num);
    printf("P = %i\n" , p);

    printf("P(A) = ");
    printf("{ },");
    printf("{");
for(int i = 0 ; i < num ; i++)
    printf("%i," , answer[i] );
printf("}");
for(int i = 0 ; i < num ; i++)
{
    printf("{");
    printf("%i" , answer[i] );
    printf("},");
}
for (int i = 0 ; i < num-1 ; i++)
{
```

```
        printf("{");
        printf("%i, %i" , answer[i], answer[i+1]);
        printf("},");
}
for (int i = 0 ; i < 1 ; i++)
{
        printf("{");
        printf("%i, %i" , answer[i], answer[num-1]);
        printf("},");
}
    printf ("\n");
}
```

Висновок: на лабораторній роботі я ознайомився із основними поняттями теорії множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїв принцип включень-виключень для двох і трьох множин, а також комп’ютерне подання множин.