**g)**

Se tiene el polinomio de interpolación hasta orden 2

$$f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1)$$

Resolviendo de modo que quede la formula cuadrática se tiene:

$$f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1]x - f[x_0, x_1]x_0 + f[x_0, x_1, x_2](x^2 - xx_1 - xx_0 + x_0x_1)$$

$$= x^2 f[x_0, x_1, x_2] + x[f[x_0, x_1] - f[x_0, x_1, x_2](x_0 + x_1)] + \left[f(x_0) - f[x_0, x_1]x_0 + x_0x_1f[x_0, x_1, x_2]\right]$$

Igualando con los coeficientes de la fórmula cuadrática $ax^2 + bx + c$ se tiene que:

$$a = f[x_0, x_1, x_2]$$

$$b = f[x_0, x_1] - f[x_0, x_1, x_2](x_0 + x_1)$$

$$c = f(x_0) - f[x_0, x_1]x_0 + x_0x_1f[x_0, x_1, x_2]$$

**h)**

La fórmula alternativa del método de Müller es

$$f(x) \cong a(x - x_2)^2 + b(x - x_2) + c$$

En este caso se está haciendo la aproximación alrededor de $x_2$. Entonces:

$$f(x_2) = c$$

$$f(x_1) = a(x_1 - x_2)^2 + b(x_1 - x_2) + f(x_2)$$

$$f(x_0) = a(x_0 - x_2)^2 + b(x_0 - x_2) + f(x_2)$$

Con $h_1 = x_1 - x_0$ y $h_2 = x_2 - x_1$ se tiene que las ecuaciones son

$$f(x_2) = c$$

$$f(x_1) = a(-h_2)^2 + b(-h_2) + f(x_2)$$

$$f(x_0) = a\left(-(h_2 + h_1)\right)^2 + b\left(-(h_2 + h_1)\right) + f(x_2)$$

Despejando la segunda ecuación se tiene que

$$b = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h_2} + ah_2 = f[x_1, x_2] + ah_2$$

$$a((h_2 + h_1)^2) = b(h_2 + h_1) + f(x_0) - f(x_2)$$

$$a(h_2^2 + 2h_2h_1 + h_1^2) = (f[x_1, x_2] + ah_2)(h_2 + h_1) + f(x_0) - f(x_2)$$

$$a = \frac{f[x_1, x_2](h_2 + h_1)}{(h_1^2 + h_2h_1)} - \frac{f(x_2) - f(x_0)}{(h_1^2 + h_2h_1)}$$

$$a = \frac{f[x_1, x_2](h_2 + h_1)}{h_1(h_1 + h_2)} - \frac{\big(f(x_2) - f(x_1)\big) + \big(f(x_1) - f(x_0)\big)}{(h_1^2 + h_2 h_1)}$$

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h_1 h_2} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h_1(h_1 + h_2)} - \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h_1(h_1 + h_2)}$$

$$a = f(x_2) - f(x_1)\left[\frac{1}{h_1 h_2} - \frac{1}{h_1(h_1 + h_2)}\right] - \frac{f[x_0, x_1]}{h_2 - h_1}$$

$$a = f(x_2) - f(x_1)\left[\frac{1}{h_2^2 - h_1 h_2}\right] - \frac{f[x_0, x_1]}{h_2 - h_1}$$

$$a = \frac{f[x_1, x_2]}{h_2 - h_1} - \frac{f[x_0, x_1]}{h_2 - h_1} = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{h_2 - h_1}$$

**i)**

Dada la fórmula de Bhaskara

$$x_3 = x_2 + \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Aquí, la lógica de la iteración nos pide que la diferencia $|x_3 - x_2|$ sea más pequeña con cada iteración

Fijémonos, que esta diferencia (error) es de

$$\frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Por ende, se busca hacer este termino cada vez más pequeño. Para el caso en que b<0 entonces se escoge el signo negativo para hacer el numero “muy negativo” pero de igual forma al tener magnitud grande, el error se minimiza.

Miremos el caso en que $b^2 \gg 4ac$ aquí el denominador tiende a cero en caso de que b<0 y se escoja el signo positivo. Maximizando así el error. La misma lógica se aplica si se escoge el signo positivo cuando $b \geq 0$

Se concluye, que se escoge el signo negativo cuando $b < 0$, y el signo positivo en el caso contrario ($b \geq 0$ ).