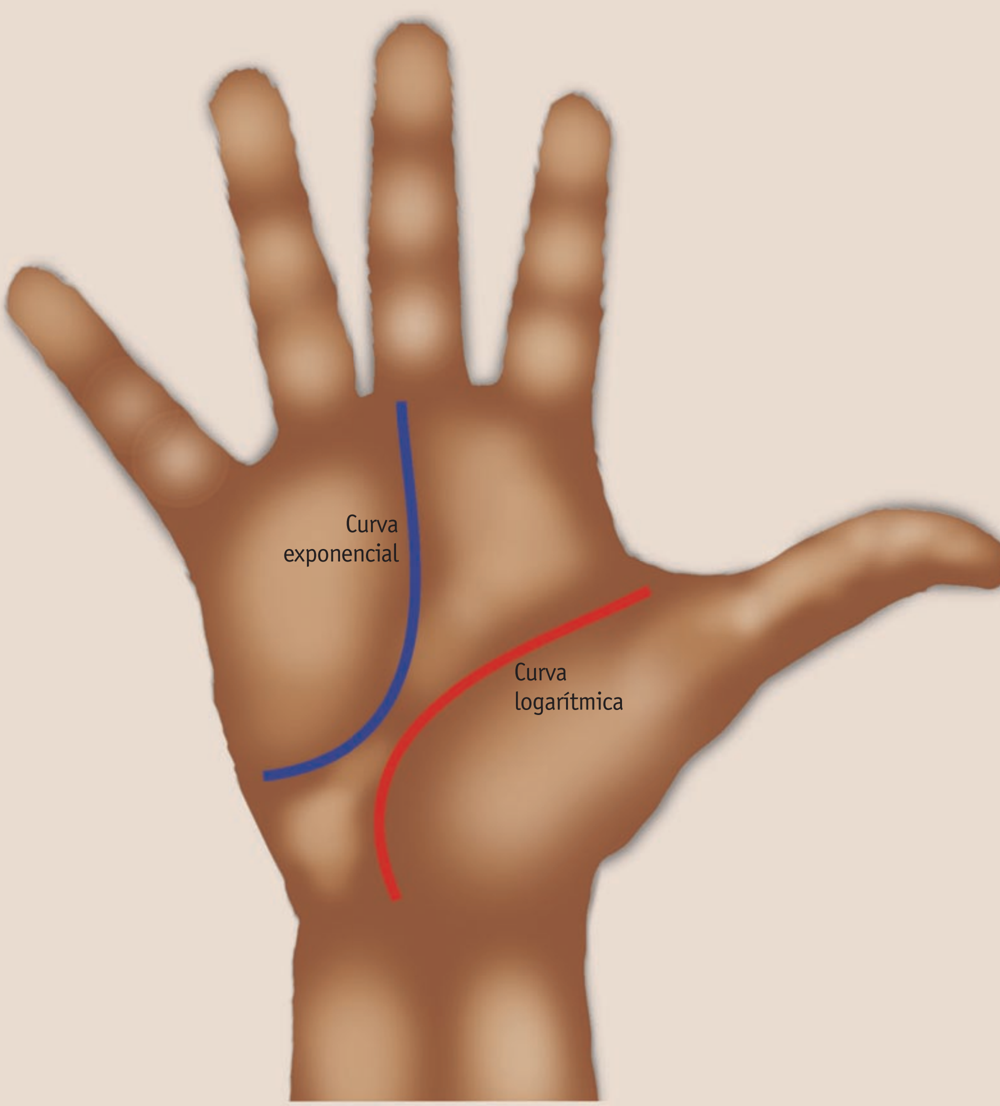
# Exponencial e logaritmo

Aula 11

Ricardo Ferreira Paraizo





## Meta

Revisar potenciação e suas aplicações dentro de exponencial e logaritmo.

## Objetivos

Ao concluir esta aula, você deverá ser capaz de:

1. resolver equações exponenciais elementares;
2. reconhecer e aplicar o conceito de logaritmo;
3. calcular logaritmos;
4. reconhecer as propriedades dos logaritmos;
5. resolver problema de aplicação de logaritmo.

## Pré-requisitos

Para melhor compreensão desta aula, você deverá rever o conceito de função (Aula 9). É importante também ter em mãos uma calculadora científica.

# O surgimento da exponencial e do logaritmo

As ferramentas matemáticas costumam extrapolar os fatos que lhes deram origem. A exponencial e o logaritmo, por exemplo, surgiram na época das grandes navegações para serem aplicadas em transações financeiras. Tais curvas também estão ligadas a importantes fatos da natureza, como o crescimento de uma vegetação num lago ou o desenvolvimento da massa de um animal.

Mas para você entender bem esta aula, precisa recordar alguns conceitos importantes sobre potência.

**Saiba mais...**

### Relembrando potenciação

Para que rever potenciação antes de exponencial? É que a palavra exponencial tem a ver com expoente. Expoente está relacionado com potenciação. Aqui você tem a oportunidade de relembrar estas propriedades.

#### Propriedades da potenciação

Sendo *a* e *b* reais e *m* e *n* naturais, valem as seguintes propriedades [P]:

[P1] $a^m \bullet a^n = a^{m+n}$ → Multiplicação de mesma base: repete-se a base e somam-se os expoentes.

[P2] $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (ressalva: $a \neq 0$) → Divisão de mesma base: repete-se a base e subtraem-se os expoentes.

[P3] $(a \bullet b)^n = a^n \bullet b^n$ → Distributiva da potenciação em relação à multiplicação: Elevam-se as duas parcelas da multiplicação ao expoente indicado.

[P4] $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$ → Base fracionária: elevam-se numerador e denominador ao expoente indicado.

[P5] $(a^m)^n = a^{m.n}$ → Potência de potência: repete-se a base e multiplicam-se os expoentes.

[P6] Expoente negativo → $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1} = \dfrac{b}{a}$

$$a^{-1} = \left(\frac{a}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{a}\right)^{1} = \frac{1}{a}$$

Expoente negativo: inverte-se a fração e troca-se o sinal do expoente.

[P7] Expoente fracionário → $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Expoente fracionário: a base da potência passa a ser base do radicando, o numerador do expoente passa a ser expoente do radicando e o denominador passa a ser índice da raiz.

É importante eliminar as suas dúvidas sobre esse assunto para que não tenha dificuldade no estudo da exponencial e do logaritmo.

Agora sim, já podemos desenvolver os conceitos sobre exponencial e logaritmo. Vamos começar estudando um pouco de exponencial.

## Entendendo a exponencial

Imagine que um amigo seu resolveu criar coelhos e comprou 4 casais. Na primeira gestação, cada um dos 4 casais gerou outros 4 casais, totalizando 4 X 4 = $4^2$ = 16. A segunda gestação repetiu o número de filhotes, totalizando 4 X 4 X 4 = $4^3$= 64 casais.

Devin Kho

Fonte: www.sxc.hu

**Figura 11.1:** Os coelhos podem se reproduzir de forma exponencial.

Nas gestações seguintes, os números vão crescendo. A multiplicação cresce rapidamente e logo atinge números muito altos. Esses valores são registrados de um modo mais simples por potências, em que é o expoente que varia. Como essa, existem várias outras situações nas quais ocorrem variações muito altas e rápidas. Para estudá-las, os matemáticos criaram as funções exponenciais.

Veja outro exemplo:

Alguns técnicos estão trabalhando numa pesquisa num laboratório de **PISCICULTURA** e estão verificando que os peixes do aquário estão morrendo. Na semana da pesquisa, apareceram 3 peixes mortos na segunda-feira. Na terça-feira morreram 9 peixes. Na quarta-feira morreram 27 outros.

**Piscicultura**
Criação de peixes.

Enrico Corno

Fonte: www.sxc.hu

**Figura 11.2:** A quantidade de peixes mortos nesse aquário é cada vez maior, crescendo em progressão geométrica.

Vimos a seqüência.

$a_1 = 3 = 3^1 \rightarrow$ segunda-feira

$a_2 = 9 = 3^2 \rightarrow$ terça-feira

$a_3 = 27 = 3^3 \rightarrow$ quarta–feira

$a_4 = 81 = 3^4 \rightarrow$ quinta–feira

$\vdots$

$a^n = ?$

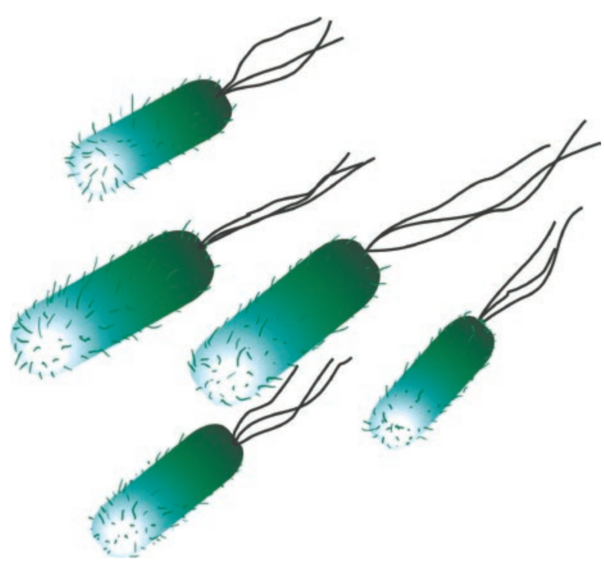
Podemos observar que, a cada dia que se passa, o número de peixes mortos está triplicando. Ao calcular o número de peixes mortos no domingo, vamos encontrar $3^7$.

Enfim, para cada dia x que se escolha, há um número de peixes mortos em função desse x, chamado f(x). O valor de f(x), portanto, é uma função de x, e a lei que expressa f(x) em função de x é $\mathbf{f(x) = 3^x}$, que é um caso particular de função exponencial. Vimos, na aula anterior, que essa seqüência é uma progressão geométrica de razão 3 (q=3).

**Saiba mais...**

### Bactérias e mais bactérias

O crescimento populacional pode ser escrito por meio de uma função exponencial. Por exemplo, o número M de bactérias de uma população no instante $t$ - M($t$) - é dado por $M(t)=M_0 \,.\, e^{kt}$, onde $e$ é um número irracional cujo valor aproximado é 2,7, $k$ é uma constante que depende do número de bactérias e $M_0$ é o número de bactérias da população no instante t=0.



Para que você consiga entender e resolver alguns problemas envolvendo exponenciais, na próxima seção, vamos trabalhar um pouco com as equações.

## Resolvendo equações exponenciais

Você já sabe que uma equação é caracterizada por ter uma igualdade e a presença de uma ou mais incógnitas. Na equação exponencial, a incógnita encontra-se no expoente.

Veja alguns exemplos:

a. $2^x = 64$

b. $10^{3x} = 1000$

Para resolvê-las, utilizamos métodos que se valem das propriedades de potenciação. Não existe uma fórmula mágica para a resolução de equações exponenciais, existe um objetivo a ser alcançado.

Ao solucionar uma equação exponencial, devemos procurar uma forma de *igualar as bases* de ambos os lados da igualdade. E para realizar tal igualdade, você precisará lançar mão das propriedades de potenciação.

Agora, que tal resolver os exemplos apresentados anteriormente?

a. $2^x = 64$

Em primeiro lugar, vamos fatorar o número 64.

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ \hline 1 & 2^6 \end{array}$$

$64 = 2^6$

Para resolver uma equação exponencial, o objetivo principal é igualar as bases. Depois que igualarmos as bases das potências, podemos igualar os expoentes:

$2^x = 64$

$2^x = 2^6$

$x = 6$

$S = \{6\}$

Vamos ao outro exemplo:

b. $10^{3x} = 1000$

Fatorando o número 1000, temos $10^3$. Com as bases iguais, basta igualar os expoentes.

Veja:

$10^{3x} = 10^3$

$3x = 3$

$X = 1$

$S = \{1\}$

Agora, faça a atividade a seguir e verifique seu aprendizado.

**Atividade 1** Atende ao Objetivo 1

Resolva as equações:

a. $3^{2x} = 27$

b. $25^x = 125$

c. $9^x = 243$

d. $8^{2x} = 128$

## Entendendo os logaritmos

Os logaritmos surgiram para facilitar a vida, na medida em que vão permitir simplificar os cálculos mais complicados, como, por exemplo, quando você pretende calcular o tempo durante o qual seu dinheiro deve ficar investido em uma conta poupança para alcançar a quantia desejada.

Com os logaritmos podemos diminuir o grau de dificuldade das operações transformando: multiplicação em adição; divisão em subtração; potenciação em multiplicação e radiciação em divisão.

## Saiba mais...

### A história do logaritmo

A invenção dos logaritmos deve-se ao matemático escocês John Napier (1550-1617), que se interessou fundamentalmente pelo cálculo numérico e pela trigonometria. Em 1614, ao fim de 20 anos de trabalho, publicou a obra *Logarithmorum canonis descriptio*, onde explica como se utilizam os logaritmos, mas não relata o processo pelo qual se chegou a eles.

Um ano depois, em 1615, o matemático inglês Henry Briggs (1561-1631) visitou Napier e sugeriu-lhe a utilização da base 10. Napier interessou-se pela idéia e resolveram, juntos, elaborar as respectivas tábuas dos logaritmos decimais. Com a morte de Napier é Brigs que conclui o trabalho e faz o cálculo para os números de 1 a 20 000 e de 90 000 a 100 000. Em 1618, publica *Logarithmorum Chiliaes prima*, primeiro tratado sobre os logaritmos de base 10.

Adaptado do site <http://www.jornallivre.com.br>. Acesso em: 14 jan 2009.

O estudo do logaritmo depende muito do conhecimento sobre potenciação e as suas propriedades, pois para encontrarmos o valor numérico de um logaritmo precisamos desenvolver uma equação exponencial.

Observe a seguinte equação:

$$2^x = 4$$

Você acabou de ver que esta é uma equação exponencial. No entanto, podemos transformar esta potência em logaritmo.

Veja:

Você deve estar se perguntando: como uma potência pode ser transformada em logaritmo? A resposta é simples. Vamos ao exemplo $2^x = 4$.

A base 2 (cujo expoente é x) continua sendo base do logaritmo, o resultado 4 passa a ser o logaritmando e o x é o resultado denominado logaritmo.

$$2^x = 4 \Leftrightarrow \log_2 4 = x$$

logaritmando

$\log_a b = x$ — logaritmo

base

$\mathrm{Log}_2\ 4 = x$ é o mesmo que perguntar: a qual número devemos elevar o 2 para obtermos 4?

Você sabe que 2 ao quadrado (ou seja, à potência 2) é igual a 4. Assim, chegamos à conclusão de que o logaritmo de 4 na base 2 é igual a 2 (ou seja, $x = 2$).

Na próxima atividade, observe o primeiro item (letra a), que já está resolvido e serve de modelo para os outros itens da atividade.

**Atividade 2** Atende ao Objetivo 2

Escreva em forma de logaritmo e calcule os resultados, se possível. Observe a solução do item a e tente fazer os outros itens.

a. $\mathbf{3^x = 9 \Rightarrow \log_3 9 = x \Rightarrow x = 2}$

$\log^3 9 = 2 \rightarrow$ Lemos: o logaritmo de 9 na base 3 é igual a 2.

a. $5^x = 25$

b. $10^x = 100$

c. $10^x = 1000$

d. $2^x = 3$

## Definição de logaritmo

Com a idéia básica vista anteriormente, podemos avançar um pouco. O logaritmo é um expoente, e com isso podemos enunciar a equivalência fundamental dos logaritmos:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Note que temos, na definição anterior, as duas maneiras de mostrar a pergunta feita no início do estudo de logaritmos: "A qual expoente x devemos elevar a base a para resultar *b*?".

Cuidado! O cálculo de logaritmo depende de algumas condições especiais. Na próxima seção, você vai conhecer as condições para um logaritmo existir.

## Condições de existência

i. $b > 0$: o logaritmando deve ser um número positivo.

ii. $0 < a \neq 1$: a base deve ser um número positivo diferente de 1.

Observe que a primeira restrição já inclui o fato de que o logaritmando deve ser diferente de zero. Na segunda restrição é dito que a base deve ser um número positivo, ou seja, também não pode ser zero.

**Atenção!**


$\log_a b = x$

logaritmando

logaritmo

base

$\boxed{0 < a \neq 1 \text{ e } b > 0}$

Veja alguns exemplos e preste atenção nas condições de existência:

1. $\log_2 8 = x \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$
2. $\log 100 = x \Rightarrow 10^x = 10^2 \Rightarrow x = 2$

Quando o logaritmo não apresenta base é porque a base é 10.

3. $\ln e = \log_e e$

*Logaritmo neperiano* ou *logaritmo natural*. Nesse caso, o logaritmo tem base **e** (**e = 2,718**...), mais usado em assuntos técnicos.

**Saiba mais...**

### Calculando a intensidade do som

Para medir o nível sonoro, utiliza-se a escala logarítmica. Considerando $I_0$ a menor intensidade do som que somos capazes de perceber e $I$ a intensidade física do som que se quer medir, o nível sonoro $\beta$ de $I$ é calculado por:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0}$$

A unidade que mede o nível sonoro é o *bel* (símbolo B), nome dado em homenagem a Graham Bell. Na prática, utiliza-se o *decibel* (símbolo dB), que equivale à décima parte do bel.

Para calcular logaritmo você deve conhecer, além das condições de existência, as propriedades operatórias. São elas que vão facilitar as operações, transformando multiplicação em adição e divisão em subtração.

## Propriedades operatórias

P1. Logaritmo do produto → log A . B= log A + log B

O logaritmo do produto é igual à soma dos logaritmos dos fatores.

Exemplo: $\log_2 8.4 = \log_2 8.+ \log_2 4 = 3+2 = 5$

P2. Logaritmo do quociente → $\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$

O logaritmo do quociente é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.

Exemplo: $\log_2 {}^{32}\!/_{4} = \log_2 32 - \log_2 4 = 5 - 2 = 3$

P3. Logaritmo da potência → $\log A^n = n.\log A$

O logaritmo da potência é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência.

Exemplo: $\log 10^2 = 2\log 10 = 2$

Obs.: $a^{\log_a b} = b$

A potência de base a e expoente loga b é igual a *b*.

Exemplo: $\sqrt[3]{7}^{\log_{\sqrt[3]{7}} \sqrt[5]{3}} = \sqrt[5]{3}$

Outra coisa importante no estudo dos logaritmos é a transformação de base. Por exemplo, uma calculadora científica só calcula o logaritmo de base 10 (log) ou o logaritmo neperiano (ln). Então, por exemplo, quando precisamos calcular o $\log_3 9$ nessas calculadoras devemos transformar a base 3 para a base 10 ou para a base e.

## Mudança de base

Quando vamos passar $\log_a b$ para base c, temos $\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Ou seja:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Alguns exemplos:

1. Passar $\log_3 2$ para base 10.

   Solução:

$$\log_3 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} = \frac{\log 2}{\log 3}$$

2. Calcular:

   a. $\log_{27} \sqrt[3]{9} = x$

   Solução:

   Lemos logaritmo de $\sqrt[3]{9}$ na base 27 é igual a x.

$$\log_{27} \sqrt[3]{9} = x$$

$$(27)^x = \sqrt[3]{9} \Rightarrow \left(3^3\right)^x = \sqrt[3]{3^2} \Rightarrow 3^{3x} = 3^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \frac{2}{9}$$

   b. $\log_4 \dfrac{1}{\sqrt{8}} = x$

Solução:

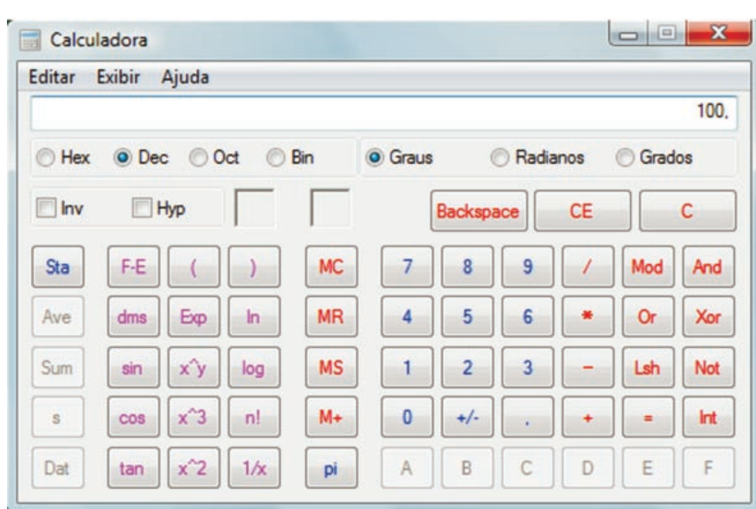
$$4^x = \frac{1}{\sqrt{2^3}} \Rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow 2x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

## Saiba mais...

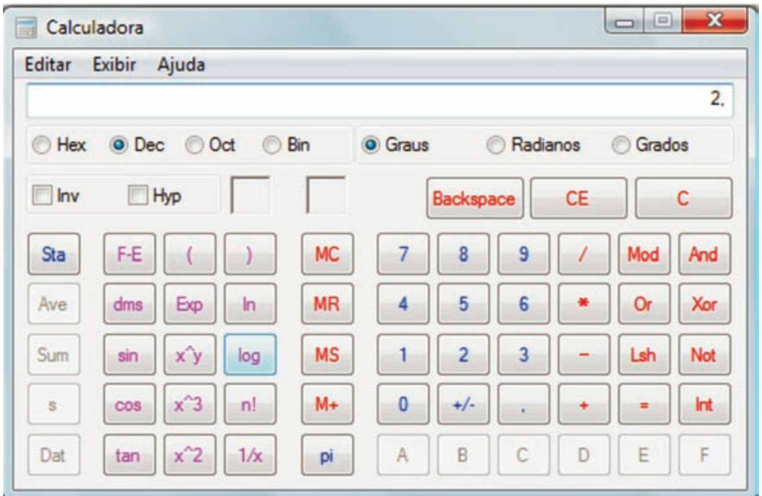
**Usando calculadora para obter logaritmo de um número na base 10**

Exemplo: Para calcular log 100 na calculadora, siga estes passos:

(1º) Digite o 100.



(2º) Clique na tecla log.




O resultado 2 aparecerá no visor.

Cuidado para não confundir a tecla log com a tecla ln.

A tecla ln é do logaritmo neperiano. No logaritmo neperiano a base é **e**.

e= 2,718281828... (número irracional)

Exemplo: ln 7 = $\log_e 7$=1,945910149...

**Atividade 3** Atende ao Objetivo 3

Calcular x – y, sendo x = log 0,001 e y = log 0,00001.

**Atividade 4** Atende ao Objetivo 4

Assinale a(s) propriedade(s) sempre válida(s):

a. log (a.b) = log a + log b

b. log (a + b) = log a + log b

c. log m.a = m.log a

d. log $a^m$ = log m.a

e. log $a^m$ = m.log a (com a>0)

Agora, vamos trabalhar um exemplo de problema que pode ser aplicado em sua vida profissional.

Veja:

Suponha que um técnico em agropecuária resolva estudar o crescimento de um certo animal nos primeiros meses de vida e observa que a massa desse animal aumentou de 10% ao mês. Sabendo-se que a massa no início da observação era de m = 35Kg, quanto tempo o animal levará para atingir a massa de 70 Kg desde o início da observação?

Ana Paula Abreu-Fialho

Dados:

log 1,1 = 0,04

log 2,0 = 0,30

Para resolver esse problema, vamos usar uma fórmula $M_f$ (massa final), facilmente obtida. Veja a seguir:

$M_f$ = massa final

$m_0$ = massa inicial

i = porcentagem

*Para chegarmos à fórmula* $M_f = m_0\left(1+\frac{i}{100}\right)^t$ *vamos seguir o seguinte raciocínio:*

*<u>Massa inicial é igual a 35 kg</u>*

*No final do 1º mês, a massa passa a ser: 35 + 10% de 35, ou seja* $35 + \frac{10}{100}\cdot 35 = 35\left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

*No final do 2º mês, a massa passa a ser:*

$$35\left(1+\frac{10}{100}\right)+\frac{10}{100}\cdot 35\left(1+\frac{10}{100}\right)=35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$$

*No final do 3º mês, a massa passa a ser:* + =

$$35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2+\frac{10}{100}\cdot 35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2=35\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$$

...

*Em t meses, a massa passa a ser:* $m_0\left(1+\frac{i}{100}\right)^t$

Veja o cálculo realizado no final do 1º mês:

Colocando em evidência o número 35 $\rightarrow 35\left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

Veja o cálculo realizado no final do 2º mês:

Colocando em evidência $35\left(1+\frac{10}{100}\right)\rightarrow 35\left(1+\frac{10}{100}\right).\left(1+\frac{10}{100}\right)=35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$

Veja o cálculo realizado no final do 3º mês:

Colocando em evidência

$$35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2\rightarrow 35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2\rightarrow 35\left(1+\frac{10}{100}\right)^2.\left(1+\frac{10}{100}\right)=35\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$$

Com isso, chegamos à fórmula $M_f = m_0\left(1+\frac{i}{100}\right)^t$

Substituindo os valores na fórmula, temos:

$$M_f = m_0(1+\frac{i}{100})^t$$

$$\Rightarrow 70 = 35(1+{}^{10}\!/_{100})^t$$
$$\Rightarrow \frac{70}{35} = (1,1)^t$$
$$\Rightarrow 2 = (1,1)^t$$
$$\Rightarrow \log 2 = \log(1,1)^t$$
$$\Rightarrow \log 2 = t\log 1,1$$
$$\Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1,1}$$
$$\Rightarrow t = \frac{0,3}{0,04} = 7,5 \quad meses$$

Observe que você pode usar esta fórmula em todos os problemas envolvendo crescimento em porcentagem sobre porcentagem. Veja a atividade a seguir:

**Atividade 5** Atende ao Objetivo 5

A área de uma represa é de 1.200.000 m$^2$. Uma parte dela correspondendo a 8000 m$^2$ está infestada por uma vegetação que aumenta 50% ao ano.

Ricardo Ferreira Paraizo

Dados:

$\log 150 = 2{,}17$

$\log 1{,}5 = 0{,}17$

a. Depois de 3,5 anos, qual é a área coberta pela vegetação?

b. Depois de aproximadamente quanto tempo a represa estará totalmente coberta pela vegetação?

## Resumindo...

- *Equação exponencial*: Uma equação é denominada exponencial quando a variável aparece no expoente. Exemplo: $2^{x+1} = 64$

  Para resolver uma equação exponencial, o objetivo principal é igualar as bases. Depois que igualamos as bases das potências, podemos igualar os expoentes:

  $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ (com $0 < a \neq 1$)

- *Logaritmo*: Denomina-se logaritmo do número *b* na base a o expoente x ao qual se deve elevar a para se obter *b*.

| $a^x = b$ | $\Leftrightarrow$ | $\log_a b = x$ |
|---|---|---|
| forma | | forma |
| exponencial | | logarítmica |

  $a, b \in IR$, $b>0$ e $0< a \neq 1$

  a = base b = logaritmando x = logaritmo

- *Propriedades operatórias dos logaritmos:*

  Logaritmo do produto $\rightarrow \log A \,.\, B= \log A + \log B$

  Logaritmo do quociente $\rightarrow \log \dfrac{A}{B} = \log A - \log B$

  Logaritmo da potência $\rightarrow \log A^n = n.\log A$

- *Mudança de base:* Efetuamos a mudança de um logaritmo de base *a* para base *c*, através da fórmula: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

- *Logaritmos decimais:* O sistema de logaritmos mais usado em cálculos numéricos é o de *base 10* (obtidos em calculadoras científicas e em computadores), *denominado sistema de logaritmos decimais*. Indica-se: log b (omite-se a base na sua numeração).

  Exemplo: $\log_{10} 200 = \log 200$

- *Fórmula geral para se resolver problemas utilizando logaritmo*: Fórmula para se resolver problemas envolvendo crescimento em porcentagem sobre porcentagem:

$$V_f = v_0\left(1 + \frac{i}{100}\right)^t$$

Onde:

$V_f$ = *Valor final* $\quad$ $v_0$ = *valor inicial*

$i$ = *porcentagem* $\quad$ $t$ = *tempo*

## Informação sobre a próxima aula

Na próxima aula, você vai aprender a diferenciar comprimento, área, volume, área e outras grandezas usadas no nosso dia-a-dia.

**Respostas das Atividades**

### Atividade 1

a. $3^{2x} = 27$

Fatorando o número 27

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3^3 \end{array}$$

$3^{2x} = 3^3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 3/2$

$S = \{ 3/2 \}$

b. $25^x = 125$

Fatorando $25 = 5^2$

Fatorando $125 = 5^3$

$(5^2)x = 5^3 \Rightarrow 5^{2x} = 5^3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 3/2$

$S = \{ 3/2 \}$

c. $9^x = 243$

Fatorando as bases 9 e 243:

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2439 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3^5 \end{array}$$

Resolvendo a equação:

$9^x = 243 \Rightarrow (3^2)^x = 3^5 \Rightarrow 3^{2x} = 3^5$

Bases iguais? Igualamos os expoentes

$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

$S= \{\frac{5}{2}\}$

d. $8^{2x} = 128$

Fatorando as bases 8 e 128:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2^3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2^7 \end{array}$$

Resolvendo a equação:

$8^{2x} = 128 \Rightarrow (2^3)^{2x} = 2^7 \Rightarrow 2^{6x} = 2^7$

Bases iguais $\Rightarrow$ Igualamos os expoentes

$6x=7 \quad x = \frac{7}{6}$

$S= \{\frac{7}{6}\}$

## Atividade 2

b. $\log_5 25 = x \Rightarrow x = 2$

c. $\log_{10} 100 = x \Rightarrow x = 2$

d. $x = 3$

e. $\log_2 3 = x$

## Atividade 3

$\text{Log}_{10} 0{,}001 = x \Rightarrow 10^x = 0{,}001 \Rightarrow 10^x = \dfrac{1}{10^3} \Rightarrow 10^x = 10^{-3} \Rightarrow x = -3$

$\log_{10} 0{,}00001 = y \Rightarrow 10^y = 0{,}00001 \Rightarrow 10^y = \dfrac{1}{10^5}\ 10^y = 10^{-5} \Rightarrow y = -5$

Como está pedindo para calcular x – y, temos

$x - y = -3 - (-5) = 2$

## Atividade 4

Letra e - Propriedade do logaritmo da potência (propriedade $P_3$ da seção 3.3).

## Atividade 5

a. a área coberta pela vegetação depois de 3,5 anos:

$S_f$ = Área final

$S_0$ = Área inicial

i = Porcentagem

t = Tempo

$S_f = S_0(1 + i/100)^t$

$S_f = 8000\ (1 + 50/100)^{3,5}$

$S_f = 8000\ (1 + 0{,}5)^{3,5}$

$S_f = 8000\ (1{,}5)^{3,5}$

$S_f = 8000 \ .\ 4{,}13$

$S_f = 33068{,}11\ m^2$

Logo, depois de 3,5 anos, a área coberta pela vegetação será de aproximadamente 33068,11 m².

b. A represa estará totalmente coberta pela vegetação depois de:

$S_f = S_0(1 + i/100)^t$

$1200\,000 = 8000\,(1 + 50/100)^t$

$1200\,000 = 8000\,(1 + 0{,}5)^t$

$1200\,000 = 8000\,(1{,}5)^t$

$150 = (1{,}5)^t$

$\log 150 = \log\,(1{,}5)^t$

Aplicando a propriedade do logaritmo da potência (propriedade P3 da seção 3.3) no 2º membro, temos:

$$2{,}17 = t.\log 1{,}5 \Rightarrow t = \frac{2{,}17}{0{,}17} = 12{,}76$$

Depois de aproximadamente 13 anos, a represa estará totalmente coberta pela vegetação.

## Referência bibliográfica

IEZZI Gelson. et al. *Matemática*: ciência e aplicação. 2. ed. São Paulo. Atual, 2004. v. 1.

## *Site* consultado

JORNAL livre: o portal de notícias. Disponível em: <http://www.jornallivre.com.br>. Acesso em: 14 jan. 2009.

## Referências complementares

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*: contexto & aplicações. São Paulo. Ática. 1999. v.1.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, Roberto. *Uma nova abordagem*. São Paulo. FTD. 2000. v.1.

PAIVA, Manuel Rodrigues. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 1997. v.1.