não possa ser derivado e, também, para não permitir demonstrar nada que não possa ser demonstrado. Completo, para permitir derivar tudo o que pode ser derivado e, também, demonstrar tudo o que pode ser demonstrado (*ver* COMPLETUDE).

Num sistema formal não podemos demonstrar tudo. Não podemos, para começar, demonstrar derivações numa linguagem que não seja a do sistema. Depois, há também aspectos inerentes à própria construção de um sistema formal que não podem ser demonstrados nesse sistema. Se o sistema tiver regras de derivação primitivas e regras de derivação derivadas, podemos demonstrar as segundas a partir das primeiras. Mas as regras primitivas não podem ser demonstrações no sistema. Os sistemas de dedução natural mais correntes usam como regras primitivas, regras de introdução e de eliminação dos símbolos lógicos da linguagem do sistema (por exemplo, conectivos, quantificadores, identidade) (*ver* DEDUÇÃO NATURAL, REGRAS DE). As regras derivadas mais correntes são: *MODUS TOLLENS,* DILEMA destrutivo (simples ou complexo), LEIS DE DE MORGAN, DISTRIBUTIVIDADE, COMUTATIVIDADE, ASSOCIATIVIDADE, IDEMPOTÊNCIA, IMPLICAÇÃO, EQUIVALÊNCIA. JS

dedução natural, regras de A dedução natural é um método de demonstração introduzido independentemente por Gerhard Gentzen em 1935 e Stanislaw Jaskowski em 1934. Os sistemas de dedução natural caracterizam-se, entre outros aspectos, por não apresentarem um conjunto de axiomas e regras de inferência, mas apenas um conjunto de regras que regulam a introdução e a eliminação dos operadores proposicionais, dos quantificadores e do operador de identidade. Neste artigo apresenta-se um conjunto de regras primitivas de dedução natural. Os vários sistemas hoje existentes diferem ligeiramente em algumas regras mais subtis. Neste artigo apresenta-se a versão de Newton-Smith (1985).

Na apresentação das regras irá usar-se as letras A, B, C como variáveis de fórmula e p, q, r como variáveis proposicionais. Isto significa que $A \rightarrow B$ representa qualquer proposição que tenha a forma de uma condicional. $p \rightarrow q$ tem a forma de uma condicional e é uma dessas fórmulas; mas $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee (p \wedge q))$ também tem a forma de uma condicional e, consequentemente, também é uma dessas fórmulas.

As regras da lógica são formas argumentativas válidas. Uma demonstração ou derivação é uma maneira de estabelecer a validade de uma forma argumentativa mais complexa, o que se consegue mostrando que se pode chegar à conclusão desejada partindo das premissas em causa e usando apenas as regras dadas.

Eliminação da Conjunção (E$\wedge$)

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

Dada uma linha da forma $A \wedge B$, tanto podemos inferir A como B. O resultado depende de $A \wedge B$, caso esta linha seja uma premissa ou uma suposição. Caso contrário depende das mesmas premissas ou suposições de que $A \wedge B$ depender.

Eis um argumento válido simples que tem a forma desta regra: «Sócrates e Platão eram gregos; logo, Sócrates era grego». Eis um exemplo da aplicação da regra numa derivação:

Prem	(1)	$p \wedge q$	
1	(2)	p	1 E$\wedge$

As demonstrações são constituídas por 4 colunas. Na coluna 1 (a coluna das dependências) exibem-se as dependências lógicas. Se o passo em causa for uma premissa escreve-se «Prem», se for uma suposição escreve-se «Sup». Caso contrário terá de se escrever o número da premissa ou suposição da qual esse passo depende (caso dependa de alguma). A coluna 1 é também conhecida como coluna do cálculo do conjunto de premissas. Nos sistemas de dedução natural puros exige-se que as derivações exibam, em cada passo, as premissas das quais esse passo depende.

A diferença entre premissas e suposições é a seguinte: muitas vezes, no decurso de uma derivação, é necessário introduzir fórmulas a título hipotético, as quais serão, a seu tempo, eliminadas. Chama-se suposições (ou hipóteses adicionais) a estas fórmulas.

Na coluna 2 numera-se os passos da derivação. É a coluna da numeração.

Na coluna 3 exibe-se o resultado do raciocínio: é nesta coluna que se apresentam as fórmulas que estão a ser manipuladas. É a coluna do raciocínio.

Na coluna 4 justifica-se o raciocínio apresentado na coluna 3. É a coluna da justificação. No exemplo dado, indica-se no passo 2 o passo a que se aplica a regra (1) e indica-se a regra aplicada (E∧).

Introdução da Conjunção (I∧)

$$\frac{\begin{array}{c}A\\B\end{array}}{A \wedge B} \qquad \frac{\begin{array}{c}A\\B\end{array}}{B \wedge A}$$

Dada uma linha da forma A e outra linha da forma B, tanto se pode inferir A ∧ B como B ∧ A. O resultado depende de A e de B (caso sejam premissas ou suposições) ou das premissas ou suposições de que A e B dependerem.

Eis um argumento válido simples com esta forma: «Platão era grego; Aristóteles era grego; logo, Platão e Aristóteles eram gregos». Um exemplo da aplicação da regra numa derivação é o seguinte:

Prem	(1)	p	
Prem	(2)	q	
1,2	(3)	$p \wedge q$	1,2 I∧

Na coluna 4, a coluna da justificação, indica-se o número das linhas a que se aplica a regra (1 e 2) e indica-se a regra aplicada (E∧).

Esta regra permite usar duas vezes o mesmo passo:

Prem	(1)	p	
1	(2)	$p \wedge p$	1,1 I∧

Eliminação da Negação (E¬)
(Negação dupla)

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

Dada uma linha da forma ¬¬A pode-se inferir A. A conclusão ficará a depender de ¬¬A (se for uma premissa ou uma suposição) ou das premissas ou suposições de que ¬¬A depender:

Prem	(1)	$\neg\neg p$	
1	(2)	p	1 E¬

Justifica-se o raciocínio na coluna 4, indicando que se usou a regra E¬ sobre o passo 1.

Os INTUICIONISTAS recusam esta regra, por acharem que nem sempre se pode concluir que Pedro é corajoso só porque ele nunca mostrou que não o era.

Introdução da Negação (I¬)
(Redução ao absurdo)

$$\frac{\begin{array}{c}A\\ \vdots\\ B \wedge \neg B\end{array}}{\neg A}$$

Dada uma linha da forma B ∧ ¬B que dependa de uma suposição A, pode-se concluir ¬A. A conclusão não depende de A; depende apenas das outras premissas ou suposições de que B ∧ ¬B eventualmente depender.

A ideia é que se no decorrer de um raciocínio se chegar a uma contradição, pode-se negar qualquer das premissas responsável por essa contradição.

Por exemplo, pode-se derivar o sequente $p \rightarrow q \vdash \neg(p \wedge \neg q)$ do seguinte modo:

Prem	(1)	$p \rightarrow q$	
Sup	(2)	$p \wedge \neg q$	
2	(3)	p	2 E∧
1,2	(4)	q	1,3 E→
2	(5)	$\neg q$	2 E∧

1,2	(6)	$q \wedge \neg q$	4,5 I∧
1	(7)	$\neg(p \wedge \neg q)$	2,6 I¬

A justificação do raciocínio do passo 7 esclarece que se negou a fórmula do passo 2 com base na contradição deduzida no passo 6.

Este estilo de raciocínio é conhecido desde a antiguidade clássica e recebeu o nome definitivo na idade média: *REDUCTIO AD ABSURDUM.* Eis um exemplo: «Quem não tem deveres não tem direitos; os bebés não têm deveres; logo, não têm direitos; mas os bebés têm direitos; logo, é falso que quem não tem deveres não tem direitos».

Quando se chega a uma contradição num sistema axiomático pode-se negar qualquer uma das fórmulas anteriores. No sistema de Newton-Smith (mas não noutros sistemas de dedução natural), só se pode negar aquela suposição da qual a contradição depende. Considere-se a seguinte derivação:

Prem	(1)	p	
Prem	(2)	$\neg p$	
Sup	(3)	$\neg q$	
1,2	(4)	$p \wedge \neg p$	1,2 I∧
1,2	(5)	$\neg\neg q$	3,4 I¬

No sistema de Newton-Smith o passo 5 está errado porque usa a contradição do passo 4 para negar uma fórmula (3) que não dependia dessa contradição. No entanto, uma derivação análoga a esta é correcta num sistema axiomático e noutros sistemas de dedução natural. A diferença é um mero pormenor técnico. No sistema de Newton-Smith a derivação correcta de $p, \neg p \vdash q$ é a seguinte:

Prem	(1)	p	
Prem	(2)	$\neg p$	
Sup	(3)	$\neg q$	
1,2	(4)	$p \wedge \neg p$	1,2 I∧
1,2,3	(5)	$(p \wedge \neg p) \wedge \neg q$	3,4 I∧
1,2,3	(6)	$p \wedge \neg p$	5 E∧
1,2	(7)	$\neg\neg q$	3,6 I¬
1,2	(8)	q	7 E¬

Muitos sistemas de lógica não exigem que o passo a negar, ao encontrar uma contradição, dependa dessa contradição. Isto acontece porque a introdução e a eliminação da conjunção permite sempre fazer depender qualquer passo de uma derivação de qualquer outro. No entanto, esta exigência permite explicitar o que de outro modo fica apenas implícito.

À excepção das premissas e suposições, no sistema de Newton-Smith, cada passo de uma derivação representa um sequente válido. Na derivação anterior o passo 4 representa o sequente $p, \neg p \vdash p \wedge \neg p$. O passo 7 representa o sequente $p, \neg p \vdash \neg\neg q$.

Eliminação da Condicional (E→)
(Modus ponens)

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Dada uma linha da forma A → B e outra da forma A, pode-se inferir B. A conclusão depende das mesmas premissas e suposições de que A e A → B dependerem, ou delas mesmas, caso se trate de premissas ou suposições.

Um exemplo de *modus ponens* é o seguinte: «Se Deus existe, a vida é sagrada; Deus existe, logo, a vida é sagrada».

Eis um exemplo da aplicação da regra:

Prem	(1)	p	
Prem	(2)	$p \rightarrow q$	
1,2	(3)	q	1,2 E→

Na coluna da justificação invoca-se as duas premissas usadas e cita-se a regra.

Introdução da Condicional (I→)

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ \vdots \\ B \end{array}}{A \rightarrow B}$$

Dada uma linha de uma derivação que dependa de uma suposição A e afirme B, pode-se inferir A → B. A conclusão não depende de A mas apenas de B (ou das premissas de que B depende).

A ideia é que se a inferência «A neve é branca; logo, tem cor» for válida, podemos concluir: «Se a neve é branca, tem cor».

Por exemplo:

Prem	(1)	q	
Sup	(2)	p	
1,2	(3)	$p \wedge q$	1,2 I∧
1	(4)	$p \rightarrow (p \wedge q)$	2,3 I→

Dado que o passo 3 depende de 2, pode-se concluir que a fórmula do passo 2 implica a fórmula do passo 3. A nova fórmula já não depende de 2, mas apenas de 1.

Esta regra é muito usada nas derivações cuja conclusão é uma condicional. O sequente demonstrado é o seguinte: $q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$. A conclusão do sequente é uma condicional cuja antecedente foi introduzida na derivação anterior como uma suposição que depois se eliminou através da regra I→.

Eliminação da Disjunção (E∨)
(Dilema)

$$\begin{array}{c} A \vee B \\ A \\ \vdots \\ C \\ B \\ \vdots \\ C \\ \hline C \end{array}$$

Dada uma fórmula da forma A ∨ B, podemos concluir C, caso C se derive independentemente de A e de B. A conclusão C dependerá unicamente de A ∨ B e de quaisquer outras premissas usadas nas duas demonstrações de C, excepto de A e de B.

Um exemplo de DILEMA: «Ou Deus existe, ou não existe. Se existe, não se pode torturar crianças por prazer. Mas se não existe, não se pode igualmente torturar crianças por prazer. Logo, em qualquer caso, não se pode torturar crianças por prazer».

É útil usar dispositivos visuais (enquadramentos) que ajudem a perceber e a controlar as derivações que usam esta regra:

Prem	(1)	$(p \wedge q) \vee (q \wedge r)$	
Sup	(2)	$p \wedge q$	
2	(3)	q	2, E∧
Sup	(4)	$q \wedge r$	
4	(5)	q	4, E∧
1	(6)	q	1,2,3,4,5 E∨

O passo 6 justifica-se com base no facto de a disjunção do passo 1 possibilitar as duas subderivações, 2–3 e 4–5. Na coluna das dependências regista-se as suposições e premissas das quais 1, 3 e 5 dependem, excepto 2 e 4. Neste caso, depende apenas de 1. Mas se o passo 5, por exemplo, dependesse de outra premissa, *n*, além de 4, o passo 6 ficaria a depender de 1 e de *n*.

Os enquadramentos mostram claramente que as duas derivações de *q* são independentes: na coluna das dependências de 5 não pode surgir a suposição 2. Esta restrição significa que a segunda derivação de *q* não pode depender da suposição 2. Por outro lado, tanto 3 como 5 têm de depender das duas suposições respectivas. Isto significa que, como afirma a regra, *q* deriva de $p \wedge q$ e deriva também de $q \wedge r$.

Introdução da Disjunção (I∨)

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{A}{B \vee A}$$

Dada uma fórmula da forma A, tanto se infere A ∨ B como B ∨ A. A conclusão depende unicamente de A, caso se trate de uma premissa ou suposição, ou das premissas ou suposições das quais A depender, caso contrário. A disjunção usada é inclusiva, como é habitual na lógica. Eis um exemplo da sua aplicação:

Prem	(1)	p	
1	(2)	$p \vee q$	1 I∨

Eliminação da Bicondicional (E↔)

$$\frac{A \leftrightarrow B}{(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)}$$

Dada uma fórmula da forma $A \leftrightarrow B$ infere-se $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$. A conclusão depende de $A \leftrightarrow B$ ou das premissas ou suposições de que $A \leftrightarrow B$ depender:

Prem	(1)	$p \leftrightarrow q$	
1	(2)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	1 E↔

O seguinte argumento válido é um caso particular desta forma: «Um ser é um Homem se, e só se, for racional; logo, se um ser for um Homem, é racional, e se for racional, é um Homem».

Introdução da Bicondicional (I↔)

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \rightarrow A}{A \leftrightarrow B} \qquad \frac{A \rightarrow B \quad B \rightarrow A}{B \leftrightarrow A}$$

Dada uma fórmula da forma $A \rightarrow B$ e outra da forma $B \rightarrow A$, infere-se $A \leftrightarrow B$ ou $B \leftrightarrow A$. A conclusão depende das duas fórmulas referidas, ou das premissas ou suposições de que elas dependerem:

Prem	(1)	$p \rightarrow q$	
Prem	(2)	$q \rightarrow p$	
1,2	(3)	$p \leftrightarrow q$	1,2 I↔

O seguinte argumento válido é um caso particular desta forma: «Se um ser for um Homem, é racional; e se for racional, é um Homem; logo, um ser é um Homem se, e só se, for racional».

Isto conclui a apresentação das regras de eliminação e introdução dos operadores proposicionais. Apresentam-se de seguida as regras de introdução e eliminação dos dois quantificadores da lógica de predicados clássica.

Usa-se letras como A e B para referir arbitrariamente qualquer fórmula; *t* e *u* para referir qualquer termo (um nome próprio ou um nome arbitrário). Usa-se letras como *a* e *b* como nomes arbitrários, *m* e *n* como nomes próprios e F e G como predicados. Por exemplo, *At* refere uma qualquer fórmula A com pelo menos uma ocorrência de um termo *t*, como *Fa* ou *Fn.* Letras como *x* e *y* são usadas como variáveis, que serão ligadas pelos quantificadores habituais, ∀ e ∃.

Eliminação do Quantificador Universal (E∀)

(Exemplificação universal)

$$\frac{\forall x\, Ax}{At}$$

Dada uma fórmula da forma $\forall x\, Ax$, infere-se At. t tanto pode ser um nome arbitrário, *a*, como um nome próprio, *n*; mas, em qualquer caso, tem de substituir todas as ocorrências de *x* em *Ax*.

Um argumento que tem a forma desta regra é o seguinte: «Tudo é espírito; logo, Hegel é um espírito».

Prem	(1) $\forall x\, Fxm$	
Prem	(2) $\forall y\, (Gy \wedge Fy)$	
1	(3) Fnm	1 E∀
2	(4) $Gn \wedge Fn$	2 E∀
1,2	(5) $(Gn \wedge Fn) \wedge Fnm$	3,4 I∧

Na justificação cita-se o passo ao qual se está a aplicar a regra. O resultado da aplicação da regra depende da fórmula de partida, ou das premissas ou suposições das quais aquela depende.

Introdução do Quantificador Universal (I∀)

(Generalização universal)

$$\frac{Aa}{\forall x\, Ax}$$

Esta regra resulta do papel reservado aos nomes arbitrários, algo que no quotidiano usamos sem reparar. Uma forma abreviada de dizer 1) «Todos os portugueses gostam de boa conversa» é dizer 2) «O Zé-povinho gosta de boa conversa». «Zé-povinho» é um nome arbitrário porque refere qualquer português, arbitrariamente. Daí que se possa inferir 1 de 2. Contudo, é necessário garantir que o nome usado é realmente arbitrário, pois se for um nome próprio a inferência é inválida: não se pode concluir que todos os portugueses gostam de boa conversa só porque o Joaquim gosta de boa conversa.

Assim, a formulação da regra é a seguinte: dada uma fórmula da forma *Aa*, infere-se $\forall x\, Ax$, desde que *Aa* não seja uma premissa nem uma suposição, nem dependa de qualquer premissa ou suposição na qual ocorra o nome arbitrário *a*. Ao concluir $\forall x\, Ax$ a partir de *Aa*, é necessário substituir todas as ocorrências de *a* por *x*. O resultado da introdução do quantificador universal depende das premissas ou suposições das quais *Aa* depender. Eis um exemplo da aplicação da regra:

Prem	(1)	$\forall x\,(Fx \rightarrow Gx)$	
Prem	(2)	$\forall x\, Fx$	
1	(3)	$Fa \rightarrow Ga$	1 E∀
2	(4)	Fa	2 E∀
1,2	(5)	Ga	3,4 E→
1,2	(5)	$\forall x\, Gx$	5 I∀

A partir do passo 3 introduziu-se nomes arbitrários. O que se concluiu relativamente ao nome arbitrário pode-se concluir relativamente a todos os objectos do domínio.

Apesar de esta regra se basear na noção intuitiva de nome arbitrário, ela existe sobretudo para permitir aplicar regras proposicionais a fórmulas originalmente predicativas. Assim, para se poder aplicar o *modus ponens,* no passo 5, aos passos 3 e 4, é necessário eliminar os quantificadores universais. Mas não se pode eliminar o quantificador do passo 2, por exemplo, escrevendo apenas *Fx* porque esta fórmula não representa uma forma proposicional: representa apenas a forma de um predicado, como «é solteiro».

Introdução do Quantificador Existencial (E∃)
(Generalização existencial)

$$\frac{At}{\exists x\, Ax}$$

Dada uma fórmula da forma *At*, pode-se inferir $\exists x\, Ax$. *t* tanto pode ser um nome arbitrário, *a*, como um nome próprio, *n*. A conclusão depende de *At*, ou das premissas ou suposições de que *At* depender.

Não é necessário substituir todas as ocorrências de *t* por *x* ao introduzir o quantificador existencial. Numa fórmula como *Fnn* pode-se concluir $\exists x\, Fxn$.

Prem	(1)	Fn	
Prem	(2)	Ga	
1	(3)	$\exists x\, Fx$	1 I∃
2	(4)	$\exists y\, Gy$	2 I∃
1,2	(5)	$\exists x\, Fx \wedge \exists y\, Gy$	3,4 I∧

Um exemplo de argumento com a forma desta regra é o seguinte: «Kripke é um filósofo contemporâneo; logo, há filósofos contemporâneos».

Eliminação do Quantificador Existencial (E∃)
(Exemplificação existencial)

$$\begin{array}{c} \exists x\, Ax \\ Aa \\ \vdots \\ \underline{\mathrm{C}} \\ \mathrm{C} \end{array}$$

Dada uma fórmula da forma $\exists x\, Ax$, introduza-se *Aa* como suposição, substituindo-se em *Aa* todas as ocorrências de *x* por um nome arbitrário, *a*. Derive-se agora C a partir de *Aa*. Pode-se concluir C, sem depender de *Aa*, desde que se respeitem as seguintes condições: 1) C depende de *Aa* (é isso que significa dizer que C se deriva de *Aa*); 2) C não contém qualquer ocorrência de *a*; 3) C não depende de quaisquer premissas ou suposições que contenham *a*, excepto *Aa*; 4) A conclusão depende de $\exists x\, Ax$ e de todas as premissas de que C depender, excepto *Aa*.

Esta regra é a versão quantificada da eliminação da disjunção ou dilema. No dilema parte-se de uma disjunção, A ∨ B. Se tanto A como B implicam separadamente C, pode-se concluir C. Ora, no domínio dos números de 1 a 3, afirmar que existe um número par é equivalente a afirmar o seguinte: 1 é par ou 2 é par ou 3 é par. Uma fórmula como $\exists x\, Fx$ é equivalente a $F_1 \vee F_2 \vee \ldots \vee F_k$ (sendo k o último objecto do domínio). Assim, se tanto F_1 como F_2, etc., implicam separadamente C, aplica-se o dilema e pode-se concluir C.

Considere-se a seguinte derivação:

Prem	(1)	$\exists x\,(Fx \wedge Gx)$	
Sup	(2)	$Fa \wedge Ga$	
2	(3)	Fa	2 E∧
2	(4)	$\exists x\, Fx$	3 I∃
1	(5)	$\exists x\, Fx$	1,2,4 E∃

Tal como no caso da eliminação da disjunção, há enquadramentos e uma conclusão geral que repete uma conclusão surgida numa subderivação. A suposição 2 resulta da substituição de todas as ocorrências de x por a na fórmula do passo 1. O passo 4 depende de 2, mas já não contém qualquer ocorrência de a. Além disso, à excepção da suposição 2, 4 não depende de qualquer premissa ou suposição na qual a ocorra. Assim, infere-se 5, dependendo da premissa que deu origem à suposição 2 e de todas as premissas das quais 4 dependa, excepto 2.

Neste caso, C é $\exists x\, Fx$. Isto pode gerar confusão, uma vez que se usa a regra da eliminação do quantificador existencial para concluir uma derivação que contém um quantificador existencial. Mas o que conta é que a conclusão só pôde ser alcançada eliminando o quantificador existencial de 1. Pode-se também chegar a uma conclusão sem quantificador existencial:

Prem	(1)	$\forall x\, Fx$	
Sup	(2)	$\exists x\, \neg Fx$	
Sup	(3)	$\neg Fa$	
1	(4)	Fa	1 E∀
1,3	(5)	$Fa \wedge \neg Fa$	3,4 I∧
3	(6)	$\neg\forall x\, Fx$	1,5 I¬
2	(7)	$\neg\forall x\, Fx$	2,3,6 E∃
1,2	(8)	$\forall x\, Fx \wedge \neg\forall x\, Fx$	1,7 I∧
1	(9)	$\neg\exists x\, \neg Fx$	2,8 I¬

Introdução da Identidade (I=)

Qualquer objecto é idêntico a si próprio. Logo, a fórmula $a = a$, ou $n = n$, pode ser introduzida em qualquer passo de qualquer derivação, sem depender de quaisquer premissas. Por exemplo:

Sup	(1)	Fn	
	(2)	$n = n$	I=
1	(3)	$Fn \wedge n = n$	1,2 I∧
	(4)	$Fn \rightarrow (Fn \wedge n = n)$	1,3 I→

Apesar de o passo 3 citar como justificação o passo 2, não fica na sua dependência.

Eliminação da Identidade (E=)

$$\frac{\begin{array}{c} t = u \\ At \end{array}}{Au}$$

Dada uma fórmula $t = u$, sendo t e u nomes próprios, e dada outra fórmula na qual ocorra t, como At, podemos inferir Au. Au resulta de At por substituição de pelo menos uma ocorrência de u em Au por t. A conclusão depende de $t = u$ e de At, ou das premissas ou suposições de que elas dependerem.

Um argumento com esta forma lógica é o seguinte: «António Gedeão é Rómulo de Carvalho; António Gedeão é um poeta; logo, Rómulo de Carvalho é um poeta».

Prem	(1)	$m = n$	
Prem	(2)	Fm	
1,2	(3)	Fn	1,2 E=

Chamam-se «intensionais» aos contextos nos quais a aplicação desta regra dá origem a falácias (*ver* EXTENSÃO/INTENSÃO).

As regras primitivas apresentadas permitem derivar dois tipos de resultados: formas argumentativas válidas e verdades lógicas. Deriva-se uma verdade lógica quando a última linha da derivação não depende de quaisquer premissas ou suposições, como é o caso da derivação que ilustra a regra I=.

Pode-se acrescentar às regras primitivas uma regra de inserção de teoremas que permite introduzir em qualquer derivação qualquer teorema da lógica clássica. Pode-se também introduzir uma regra de introdução de sequentes que permite introduzir qualquer sequente derivável no decurso de uma derivação.

Além de oferecer demonstrações geralmente bastante mais económicas do que as demonstrações dos sistemas axiomáticos, os sistemas de dedução natural têm outras vantagens. Uma das mais importantes é o facto de tornar evidente que a lógica não consiste (ou, pelo menos, não consiste apenas) no estudo das verdades lógicas, mas antes no estudo da inferência dedutiva.

Alguns autores indicam as dependências, na coluna 1, entre colchetes, {}, indicando que as dependências constituem um conjunto.

Outra variação menor diz respeito à indicação das suposições e premissas. Alguns autores não distinguem premissas de suposições. Outros indicam a presença de premissas não na coluna 1 mas na 4. Na coluna 1 colocam o número do passo no qual se introduz a própria premissa ou suposição.

Os enquadramentos usados nas regras E∃ e E∨ não são usados por muitos autores, mas são uma ajuda visual preciosa. Por outro lado, alguns autores suprimem a coluna 1, substituindo-a por traços verticais que indicam as dependências em causa. Outros ainda fazem todas as derivações dentro de caixas, de modo que as dependências são imediatamente visíveis. DM

Forbes, G. 1994. *Modern Logic*. Oxford: Oxford University Press.

Newton-Smith, W. H. 1985. *Lógica*. Trad. D. Murcho. Lisboa: Gradiva, 1998.

dedução *Ver* ARGUMENTO, INFERÊNCIA, DEMONSTRAÇÃO.

dedução, teorema da *Ver* TEOREMA DA DEDUÇÃO.

definibilidade A teoria da definição é o estudo metodológico dos processos de DEFINIÇÃO. Em geral, uma definição é uma convenção que estipula o significado a atribuir a um símbolo ou expressão nova (o *definiendum*), em termos de conceitos anteriormente conhecidos ou adquiridos (o *definiens*). Embora teoricamente dispensáveis, as definições são muito úteis, na medida em que permitem abreviar significativamente o discurso e, assim, permitir uma mais clara formulação das ideias e do pensamento. As definições são, pois, na essência, maneiras de introduzir abreviaturas. Em lógica geral as definições têm geralmente a forma de identidades *definiendum* := *definiens* (o símbolo «:=» lê-se «idêntico (ou igual) a, por definição») ou equivalências *definiendum* :↔ *definiens* («:↔» lê-se «equivalente a, por definição»). Trata-se, em ambos os casos, de definições explícitas. A precaução mais importante a ter numa definição é a de que o *definiendum* não ocorra no *definiens*, caso contrário a definição é incorrecta, por vício de circularidade. Em lógica matemática existem algumas outras variantes do processo de definição: as definições implícitas (equivalentes às definições explícitas, nas teorias de primeira ordem, por um famoso metateorema de Beth, 1955); as definições numa estrutura; as DEFINIÇÕES INDUTIVAS de conjuntos e, no caso da aritmética dos números naturais e, mais geralmente, na aritmética ordinal, as definições recursivas ou recorrentes de funções ou operações. Nas definições deste tipo parece que se viola o preceito da não circularidade. Por exemplo, a definição recursiva de uma certa função f de N em N, onde N é o conjunto dos números naturais (0, 1, 2,…) é dada pelas duas cláusulas seguintes: 1) $f(0) = 1$ e 2) para todo o natural n, $f(n + 1) = n \times f(n)$. Nesta última igualdade, o objecto f que está sendo definido ocorre em ambos os membros! Por