LICENCIATURA EN INFORMATICA

PROGRAMADOR UNIVERSITARIO

INGENIERÍA EN INFORMÁTICA

ELEMENTOS DE COMPUTACIÓN Y LÓGICA

2023

Lic. Mariela A. Velázquez - Dr. Leonardo Albarracín

Universidad Nacional de Tucumán

2020 - AÑO DEL GENERAL MANUEL BELGRANO

Contenido

Unidad 1. Proposiciones Simples y Compuestas. Representación simbólica. Conectivos lógicos: Negación, Conjunción, Disyunción, Condicional, Bicondicional. Tablas de verdad. Jerarquía de conectivos. Clasificación de fórmulas lógicas por su significado: Tautologías, contradicciones y contingencias. Implicación y equivalencia lógica. Leyes Lógicas

Unidad 2. Razonamientos. Componentes: premisas, conclusión. Reglas de inferencia. Métodos de demostración: directo e indirecto. Validez de un razonamiento.Consistencia de Premisas.

Unidad 3. Lógica de Predicados. Funciones proposicionales. Universo del discurso. Representación simbólica. Cuantificadores: Cuantificador universal y cuantificador existencial. Alcance de un cuantificador. Variables libres y variables vinculadas. Proposiciones categóricas. Negación de proposiciones cuantificadas. Equivalencia de proposiciones cuantificadas universalmente y existencialmente. Razonamientos. Reglas de especificación universal y existencial. Reglas de generalización universal y existencial.

Unidad 4. Álgebras Booleanas y circuitos combinatorios. Propiedades de los circuitos combinatorios. Funciones Booleanas.

Unidad 5. Sistemas de numeración binario. Conversiones. Suma y resta de binarios. Sistema de numeración octal. conversiones. Sistema de numeración hexadecimal.

Unidad 6. Diseño de Algoritmos. La programación como una metodología. Diseño de Algoritmos. Métodos de refinamientos sucesivos. Lenguaje de Diseño de programas. La programación estructurada. Estructuras algorítmicas fundamentales. Formas de reducción de complejidad: secuenciación, análisis por casos, análisis Iterativo. Generalización del concepto de procedimiento: Acciones parametrizadas, funciones.

Unidad N° 3 - Parte 2:

Proposiciones categóricas. Equivalencia de proposiciones cuantificadas universalmente y existencialmente. Razonamientos. Regla de especificación universal y existencial. Reglas de generalización universal y existencial.

Repasemos lo visto

Lógica de Predicados	• La lógica de predicados es una generalización de la lógica proposicional. • Existen situaciones en las cuales el cálculo proposicional no es suficiente para representar todas las afirmaciones que se puedan expresar.
	P(x): x es un animal Siendo P una función Proposicional. A las funciones proposicionales las denotamos con una letra mayúscula seguida de la/s variable/s entre paréntesis.
	Los cuantificadores nos permiten construir proposiciones a partir de funciones proposicionales ya sea particularizando o generalizando. • Indican la **frecuencia** en que se aplica un predicado (propiedad o relación) para los elementos del Universo. • **Cuantificador Universal (∀):** indica que un predicado es cierto para todos los elementos del Universo. • **Cuantificador Existencial (∃):** indica que un predicado es cierto para algunos elementos del Universo.

Repasemos lo visto

Lógica de Predicados

Universo del discurso o Dominio:

- U = { Todos los elementos que se van a a tener en cuenta }
- El valor de verdad del cálculo de predicado depende del universo en consideración.

Predicado :

- Afirman o declaran algo acerca de los individuos, elementos u objetos del Universo en consideración.
- Pueden tener uno o más argumentos: $P(x)$: x es par. $Q(x,y)$: $x > y$

Negación de cuantificadores:

- Cuantificador Universal: $\forall x\, P(x) \equiv \neg[\forall x\, P(x)] \equiv \exists x\, \neg P(x)$
- Cuantificador Existencial: $\exists x\, P(x) \equiv \neg[\exists x\, P(x)] \equiv \forall x\, \neg P(x)$

Variables libres y vinculada

Alcance del cuantificador

$\forall x\, P(x, y)$	**x**	**P(x, y)**	**y**

Vble Ligada

Vble Libre

Proposiciones categóricas

Las proposiciones categóricas son aquellas que hacen afirmaciones incondicionales.

Sabemos que...

Una **Proposición:** es una expresión a la cual le podemos asignar un valor de verdad.

Ahora, ¿a qué nos referimos con Categórica?

Categóricas: cuando asociamos a la proposición una cantidad (particular y universal) y/o una cualidad (afirmativo o negativo).

Por ejemplo:

Todos los hombres son mortales

Proposiciones categóricas

La forma general de toda proposición categórica es la siguiente:

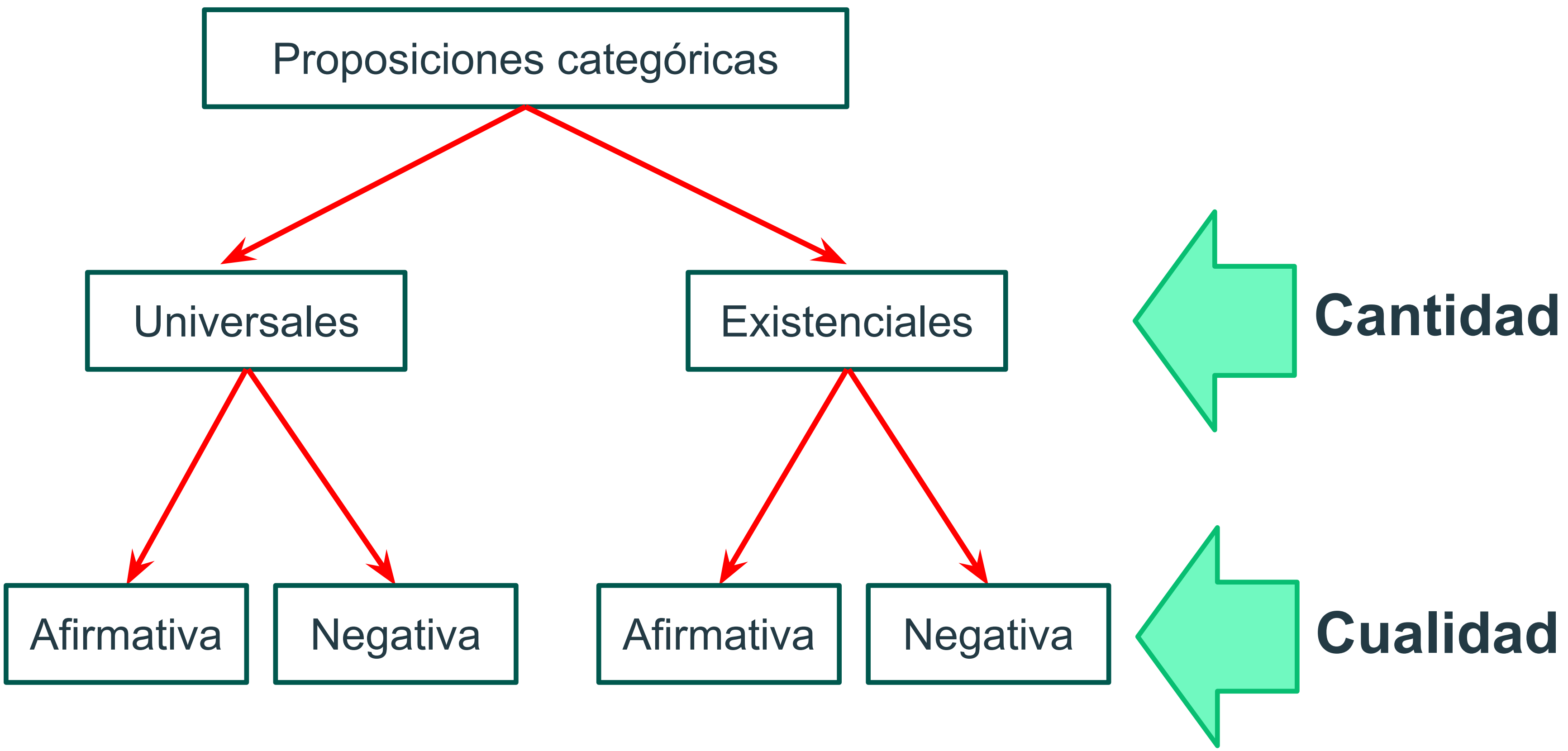
Cuantificador + Sujeto + Verbo + Predicado

Donde:

- El **cuantificador** determina si la proposición se refiere a todos los sujetos de un conjunto, a una parte de ellos.
- El **sujeto** es el conjunto o subconjunto de individuos o cosas de los que trata la proposición.
- El **verbo** es el que une al sujeto con el predicado. Tiene la doble función de llevar a cabo esta relación y de hacer posible el enunciado.
- El **predicado** es lo que se afirma o niega del sujeto.

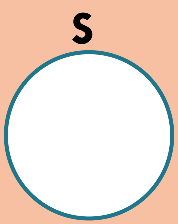
Todos los hombres son mortales.

Proposiciones categóricas

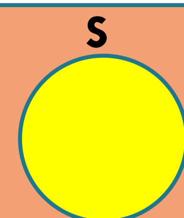


Diagramas de Venn

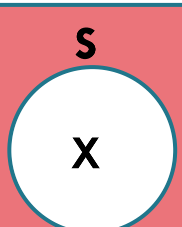
Antes de ver los ejemplos de proposiciones categóricas, repasemos un concepto que seguramente ya vieron: **Diagramas de Venn.**



No se puede asegurar que la clase* tenga un elemento



La clase S no tiene elementos



En la clase al menos existe un elemento

*Clase: agrupación de objetos, cosas, personas que tienen características en común.

Proposiciones categóricas

- **Universal afirmativa**

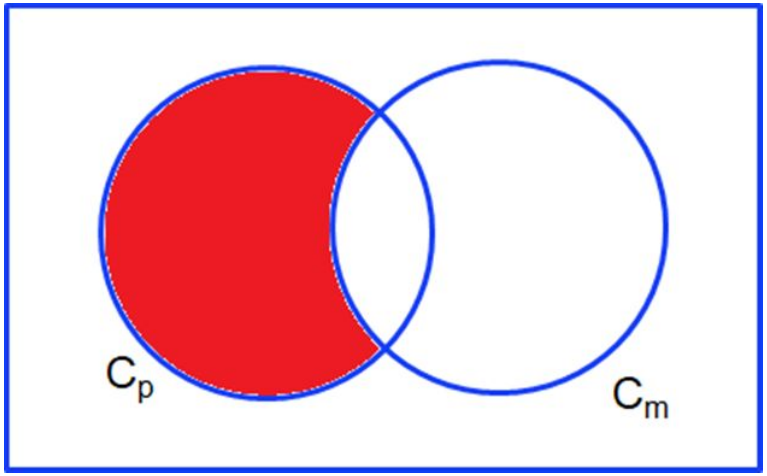
Todos los programadores son músicos.

U:{ personas }

$\forall x\,[\,P(x) \rightarrow M(x)\,]$

P(x): x es programador.

M(x): x es músico.



C_p : conjunto o clase de los programadores

C_m : conjunto o clase de los músicos

Proposiciones categóricas

- **Particular afirmativa**

Algún programador es músico.

U:{ personas }

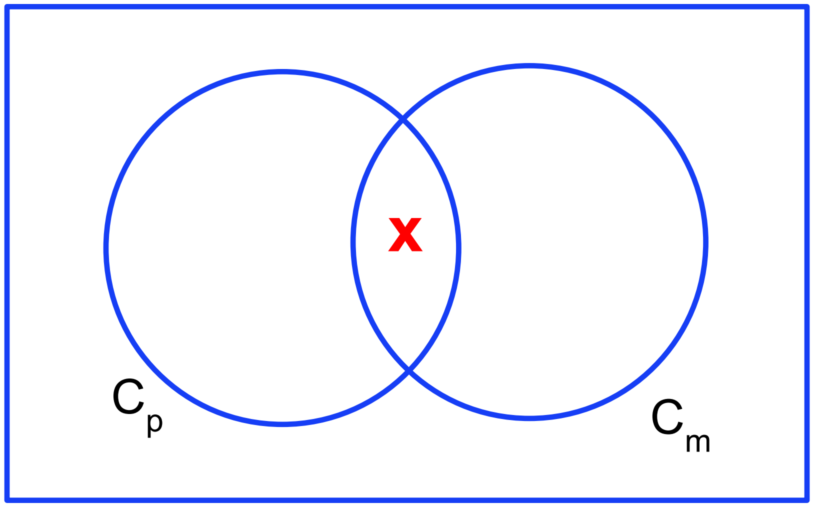
P(x): x es programador.

M(x): x es músico.

$$\exists x\ [\ P(x) \land M(x)\ ]$$

C_p : conjunto o clase de los programadores

C_m : conjunto o clase de los músicos



Proposiciones categóricas

- **Universal negativa**

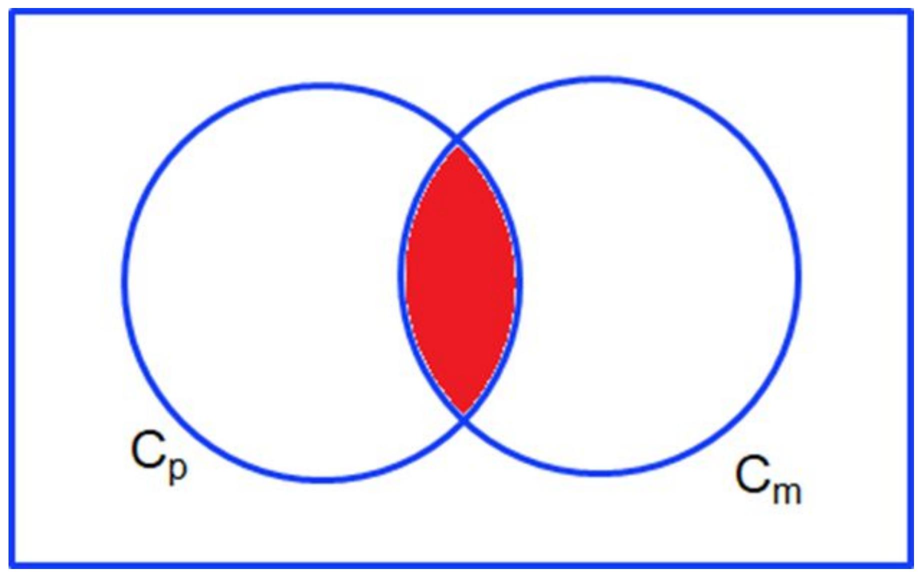
Ningún programador es músico.

U:{ personas }

$$\neg [\ \exists x\ (\ P(x) \wedge M(x)\ )\ ] \equiv \forall\ x\ [\ P(x) \rightarrow \neg M(x)\ ]$$

P(x): x es programador.

M(x): x es músico.



C_p : conjunto o clase de los programadores

C_m : conjunto o clase de los músicos

Proposiciones categóricas

- **Particular negativa**

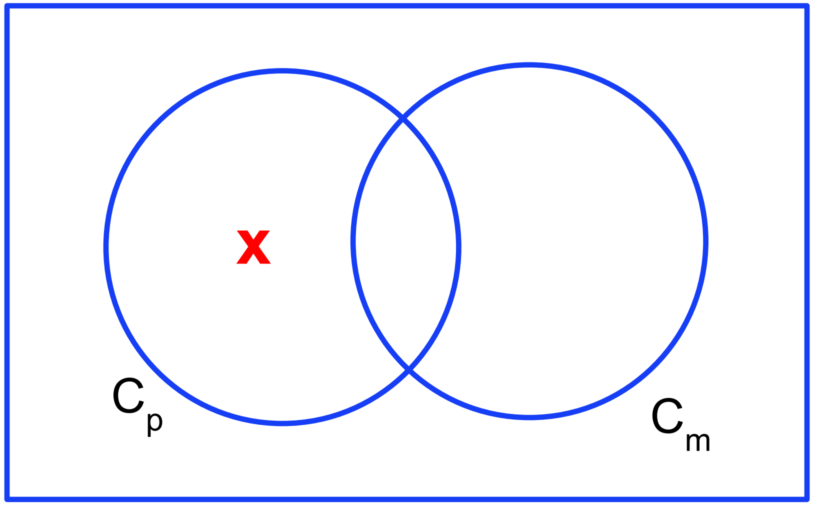
Algún programador no es músico

U:{ personas }

$\neg [\ \forall x\ (\ P(x) \rightarrow M(x)\ )\ ] \equiv\ \exists x\ (\ P(x)\ \wedge\ \neg\ M(x)\ )$

P(x): x es programador.

M(x): x es músico.



C_p : conjunto o clase de los programadores

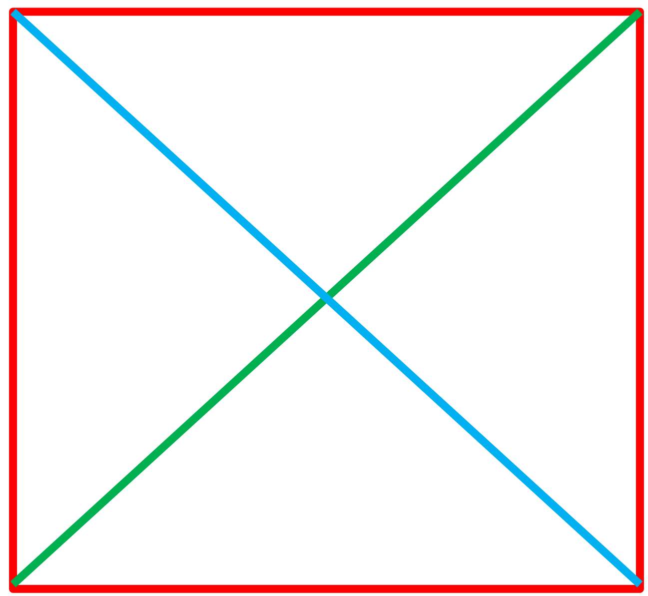
C_m : conjunto o clase de los músicos

Proposiciones categóricas

- **Cuadro de oposición**

$\forall x\ [\ P(x) \rightarrow M(x)\ ]$

$\forall\ x\ [\ P(x) \rightarrow\ \neg M(x)\ ]$



$\exists x\ [\ P(x)\ \wedge$
$M(x)\ ]$

$\exists x\ (\ P(x)\ \wedge\ \neg\ M(x)\ )$

Derivaciones en cálculo de predicados

Veremos ahora la forma de hacer derivaciones en el cálculo de predicados, daremos las reglas necesarias para insertar y eliminar cuantificadores universales y existenciales.

Especificación Universal y generalización universal

Especificación Universal (EU)

Si una proposición es verdadera para todos los reemplazos con los miembros de un Universo dado, entonces esa proposición es verdadera para cada miembro específico de ese universo.

Generalización Universal (GU)

Si se demuestra que una proposición abierta $P(x)$ es verdadera cuando x se reemplaza por cualquier elemento c elegido en forma arbitraria de nuestro universo, entonces la proposición cuantificada universalmente $\forall x\, P(x)$ es verdadera. La regla se extiende al caso de más de una variable

RETOMEMOS EL EJEMPLO DE LA CLASE PASADA

Todos los gatos tienen cola. Tom es un gato.

Por lo tanto Tom tiene cola

U: {animales}

Gato(x): x es un gato

Cola(x): x tiene cola

$$\forall\, x\, [\, Gato(x) \rightarrow Cola(x)\,];\, Gato(Tom) \vdash Cola(Tom)$$

1. ∀ x [Gato(x) → Cola(x)]   premisa
2. Gato(Tom)   premisa
3. Gato(Tom) → Cola(Tom)   por 1 y EU*
4. Cola(Tom)   por 3 y Modus Ponens

Rta: Razonamiento válido

* Tomamos a Tom perteneciente al universo (Especificación Universal), para poder convertir esa función proposicional en una proposición y poder derivar nuestra razonamiento.

Ejemplo 2

Todos los perros son mamíferos. Todos los mamíferos tienen sangre caliente. Se concluye que todos los perros tienen sangre caliente.

U: {animales}

P(x): x es un perro.

M(x): x es mamífero.

C(x): x tiene sangre caliente.

$$\forall x\,(P(x) \rightarrow M(x));\ \forall x\,(M(x) \rightarrow C(x)) \vdash \forall x\,(P(x) \rightarrow C(x))$$

1. $\forall x\,(P(x) \rightarrow M(x))$ premisa
2. $\forall x\,(M(x) \rightarrow C(x))$ premisa
3. $P(a) \rightarrow M(a)$ por 1 y EU*
4. $M(a) \rightarrow C(a)$ por 2 y EU*
5. $P(a) \rightarrow C(a)$ por 3, 4 y Silogismo Hipotético.
6. $\forall x\,(P(x) \rightarrow C(x))$ por 5 GU**

Rta: Razonamiento válido

* Tomamos un valor "*a*" perteneciente al dominio o universo (EU), para poder convertir esa función proposicional en una proposición y poder derivar nuestra razonamiento.

** Como lo probamos para un elemento del universo podemos generalizar la solución para todo el universo (GU).

Especificación existencial y generalización existencial

Especificación Existencial (EE)

Es la regla que me permite concluir que P(c) es verdadera si ∃ x P(x) es verdadera donde c no es un miembro arbitrario del Universo, sino sólo uno para el que P(c) es verdadera. Casi siempre no se sabrá cual es o que es c, pero sí que existe y ya que existe se le puede llamar c.

Generalización Existencial (GE)

Es una regla que se usa para concluir que ∃ x P(x) es verdadera cuando P(c) lo es , donde c es un miembro particular del universo del discurso.

Ejemplo 3

Todos los múltiplos de 9 son múltiplos de 3. Hay un número que es par y múltiplo de 9.

Por lo tanto hay un número par y múltiplo de 3.

$\forall x\,(P(x) \to Q(x));\ \exists\, x\,(R(x) \wedge P(x)) \vdash \exists\, x\,(R(x) \wedge Q(x))$

U: {Números reales}

P(x): x es múltiplo de 9.

Q(x): x es múltiplo de 3.

R(x): x es número par.

1. $\forall x\,(P(x) \to Q(x))$ premisa
2. $\exists\, x\,(R(x) \wedge P(x))$ premisa
3. $R(m) \wedge P(m)$ por 2 y EE
4. $P(m) \to Q(m)$ por 1 y EU
5. $P(m)$ por 3 y Ley de Simplificación
6. $R(m)$ por 3 y Ley de Simplificación
7. $Q(m)$ por 4,5 y Modus Ponens
8. $R(m) \wedge Q(m)$ por 6, 7 y Ley de combinación
9. $\exists\, x\,(R(x) \wedge Q(x))$ por 8 y GE

Rta: Razonamiento válido

Ejemplo 4

Todos los que trabajan en un banco deben saber programar en Python. Todos los empleados de un banco que se encargan de las solicitudes de crédito conocen Linux. Roxana trabaja en el banco, pero no conoce Linux. Isabel conoce Linux pero no Python. Por lo tanto Roxana no se encarga de las solicitudes e Isabel no trabaja en el banco

U: {personas}

B(x): x trabaja en un banco.

S(x): x elabora solicitudes de crédito.

P(x): x sabe Python.

L(x): x conoce Linux

$\forall x\, [\, B(x) \rightarrow P(x)\,]$
$\forall x\, [(\, B(x) \wedge S(x)) \rightarrow L(x)]$
$B(r) \wedge \neg L(r)$
$L(i) \wedge \neg P(i)$

$\therefore\ \neg S(r) \wedge \neg B(i)$

1. $B(r) \wedge \neg L(r)$ Premisa
2. $L(i) \wedge \neg P(i)$ Premisa
3. $\forall x\, (B(x) \rightarrow P(x))$ Premisa
4. $\forall x\, [(B(x) \wedge S(x)) \rightarrow L(x)]$ Premisa
5. $B(i) \rightarrow P(i)$ por 3. E.U
6. $(B(r) \wedge S(r)) \rightarrow L(r)$ por 4. E.U
7. $\neg P(i)$ por 2. y Ley de Simplificación
8. $\neg B(i)$ por 5, 7. y Modus Tollens
9. $\neg L(r)$ por 1. y Ley de Simplificación
10. $\neg [B(r) \wedge S(r)]$ por 6,9 y Modus Tollens
11. $\neg B(r) \vee \neg S(r)$ por 10 y De Morgan.
12. $B(r)$ por 1. y Ley de Simplificación
13. $\neg S(r)$ por 11, 12. y Silogismo Disyuntivo
14. $\neg S(r) \wedge \neg B(i)$ por 8, 13. y Ley de Combinación

Rta: Razonamiento válido

Hasta la próxima clase

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F