LICENCIATURA EN INFORMATICA

PROGRAMADOR UNIVERSITARIO

INGENIERÍA EN INFORMÁTICA

ELEMENTOS DE COMPUTACIÓN Y LÓGICA

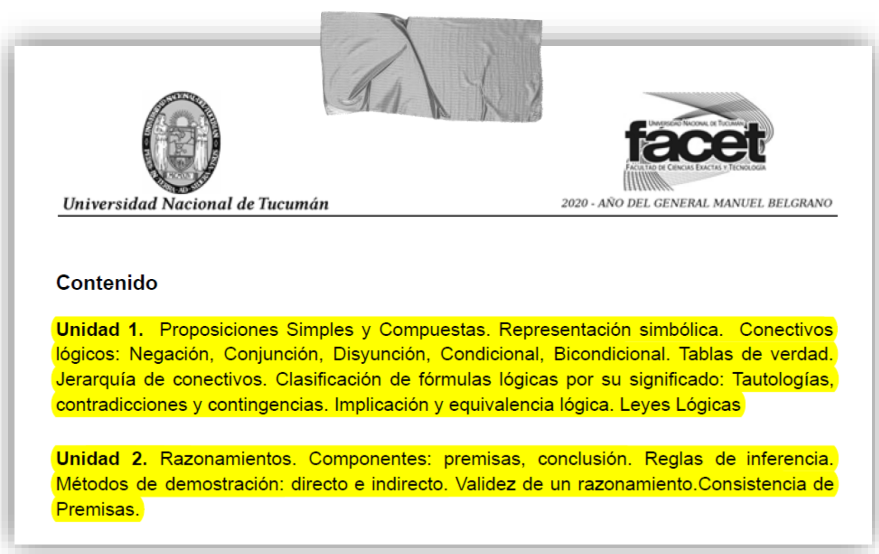
2022

Lic. Mariela A. Velázquez - Dr. Leonardo Albarracín

1er Evaluativo

Lunes 10/abril/2023

Horario de la clase teórica



Universidad Nacional de Tucumán

2020 - AÑO DEL GENERAL MANUEL BELGRANO

Contenido

Unidad 1. Proposiciones Simples y Compuestas. Representación simbólica. Conectivos lógicos: Negación, Conjunción, Disyunción, Condicional, Bicondicional. Tablas de verdad. Jerarquía de conectivos. Clasificación de fórmulas lógicas por su significado: Tautologías, contradicciones y contingencias. Implicación y equivalencia lógica. Leyes Lógicas

Unidad 2. Razonamientos. Componentes: premisas, conclusión. Reglas de inferencia. Métodos de demostración: directo e indirecto. Validez de un razonamiento.Consistencia de Premisas.

Inscripción

https://bit.ly/ECL-evaluativo

Universidad Nacional de Tucumán

2020 - AÑO DEL GENERAL MANUEL BELGRANO

Contenido

Unidad 1. Proposiciones Simples y Compuestas. Representación simbólica. Conectivos lógicos: Negación, Conjunción, Disyunción, Condicional, Bicondicional. Tablas de verdad. Jerarquía de conectivos. Clasificación de fórmulas lógicas por su significado: Tautologías, contradicciones y contingencias. Implicación y equivalencia lógica. Leyes Lógicas

Unidad 2. Razonamientos. Componentes: premisas, conclusión. Reglas de inferencia. Métodos de demostración: directo e indirecto. Validez de un razonamiento. Consistencia de Premisas.

Unidad 3. Lógica de Predicados. Funciones proposicionales. Universo del discurso. Representación simbólica. Cuantificadores: Cuantificador universal y cuantificador existencial. Alcance de un cuantificador. Variables libres y variables vinculadas. Proposiciones categóricas. Negación de proposiciones cuantificadas. Equivalencia de proposiciones cuantificadas universalmente y existencialmente. Razonamientos. Reglas de especificación universal y existencial. Reglas de generalización universal y existencial.

Unidad 4. Álgebras Booleanas y circuitos combinatorios. Propiedades de los circuitos combinatorios. Funciones Booleanas.

Unidad 5. Sistemas de numeración binario. Conversiones. Suma y resta de binarios. Sistema de numeración octal. conversiones. Sistema de numeración hexadecimal.

Unidad 6. Diseño de Algoritmos. La programación como una metodología. Diseño de Algoritmos. Métodos de refinamientos sucesivos. Lenguaje de Diseño de programas. La programación estructurada. Estructuras algorítmicas fundamentales. Formas de reducción de complejidad: secuenciación, análisis por casos, análisis Iterativo. Generalización del concepto de procedimiento: Acciones parametrizadas, funciones.

Unidad N° 2: Razonamientos. Componentes: premisas, conclusión. Reglas de inferencia. Métodos de demostración: directo e indirecto. Validez de un razonamiento. Consistencia de Premisas..

Repasemos lo visto

Disyunción Exclusiva

La proposición compuesta “A o B” es verdadera si una y sólo una de ellas es verdadera

A	B	A ⊻ B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Jerarquía de conectivos: Alcance, precedencia y conectivo principal

Cuando agregamos un conectivo a una fórmula, es importante determinar que partes de la fórmula afecta.

1. ¬
2. ∧
3. ∨
4. →
5. ↔

Cuando más de dos variables aparecen en una fórmula, debemos usar **paréntesis** para indicar apropiadamente el alcance de cada conectivo. Esto, a su vez, también aclara el concepto del **conectivo principal**.

Repasemos lo visto

Clasificación general de proposiciones.

Tautología: Proposición compuesta que siempre es verdadera cualquier sea el valor de verdad de las proposiciones que la componen.

Contradicción: Proposición compuesta que siempre es falsa cualquiera sea el valor de verdad de las proposiciones que la componen.

Contingencia: Cuando el valor de verdad va a depender de las proposiciones que usemos.

Repasemos lo visto

Relaciones entre proposiciones

? Son necesarias tanto para el reemplazo de una formula por otra como para determinar la validez de un razonamiento

Equivalencia lógica

- P es lógicamente equivalente a Q
- Simbología: $P \equiv Q$ / $P \Leftrightarrow Q$
- En la práctica: $P \leftrightarrow Q$ es una tautología.

Implicancia lógica

- P implica lógicamente a Q
- Simbología: $P \Rightarrow Q$
- En la práctica: $P \rightarrow Q$ es una tautología.

Recordemos que:

El símbolo $\rightarrow$ representa <u>condición material</u>
El símbolo $\Rightarrow$ representa <u>Implicancia lógica.</u>

El símbolo $\leftrightarrow$ representa <u>equivalencia material</u>
El símbolo $\Leftrightarrow$ representa <u>equivalencia lógica.</u>

Repasemos lo visto

Si tenemos el condicional: **$P \to Q$** Decimos que:

- Reciproca: $q \to p$
- Contrareciproca: $\neg q \to \neg p$
  ($\neg q \to \neg p \equiv p \to q$)

Equivalencias lógicas - "Eliminan" el condicional y Bicondicional.

- $P \to Q \equiv \neg P \vee Q$
- $P \leftrightarrow Q \equiv (P \to Q) \wedge (Q \to P)$
- $P \leftrightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$

Las leyes nos permiten simplificar una expresión

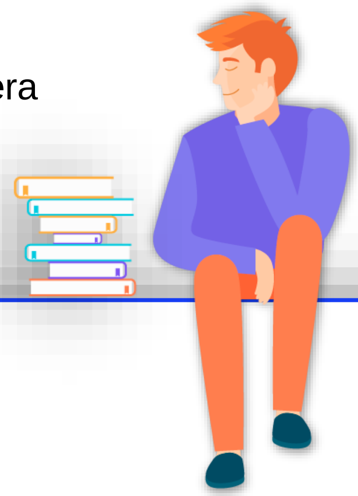
Idempotencia	$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$
Ley de medio excluido **Ley de contradicción**	$p \vee \neg p \equiv V$ $p \wedge \neg p \equiv F$
Conmutativa	$p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$
Asociativa	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Absorción	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$ $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

Distributiva	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Involución	$\neg\neg p \equiv p$
De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Identidad (o elemento neutro)	$p \vee F \equiv p$ $p \wedge V \equiv p$
Dominación	$p \vee V \equiv V$ $p \wedge F \equiv F$
Complementación	$\neg F \equiv V$ $\neg V \equiv F$

Razonamientos: Argumentos deductivos

Razonamiento o argumento es un encadenamiento de equivalencias lógicas e implicancias lógicas a partir de **premisas verdaderas que derivan deductivamente en una proposición objetivo o conclusión.**

Dadas las premisas verdaderas, la conclusión derivada es siempre verdadera en un argumento válido.



En resumen podemos decir que:

✓El razonamiento se emplea para resolver gran cantidad de problemas.

✓Conformado por un grupo de premisas y una conclusión.

✓Las premisas sirven como justificación o evidencia de la conclusión.

✓La lógica no estudia la verdad o falsedad de las premisas y la conclusión, sino que estudia si la verdad de las premisas implica la verdad de la conclusión

Razonamientos: Argumentos deductivos

Dado que un argumento es una sucesión de implicancias lógicas, la validez e invalidez de un argumento son características puramente formales y no dependen del significado del lenguaje ordinario que las proposiciones denotan. Por ejemplo:

$\overbrace{\text{Este programa de computadora tiene un error}}^{p}$ o $\overbrace{\text{la entrada es errónea.}}^{q}$

La entrada no es errónea.

Por lo tanto, este programa de computadora tiene un error.

$$\begin{array}{r} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

$\overbrace{\text{Estoy seguro que mañana es martes}}^{r}$ o $\overbrace{\text{miércoles.}}^{s}$

Mañana no es miércoles.

Por lo tanto, mañana es martes

$$\begin{array}{r} r \vee s \\ \neg s \\ \hline \therefore\ r \end{array}$$

Razonamientos: Argumentos deductivos

Claramente el tema de argumentación en cada razonamiento es totalmente diferente, aun así, si afirmamos que cada unos de estos enunciados son verdaderos, podemos decir que ambos argumentos tienen la misma forma lógica:

$$\begin{array}{l} p \lor q \\ \neg q \\ \hline \therefore \; p \end{array}$$

Sabemos que las premisas son verdaderas, entonces como la premisa (p v q) es verdadera, haciendo uso de la tabla de verdad conocemos que hay tres casos posibles para que esta disyunción sea verdadera: (p es V, q es V) , (p es V, q es F), (p es F, q es V)

La segunda premisa afirma que: ¬q es verdadera, entonces podemos deducir que: q es **F**

Lo que elimina dos casos posibles para que la primera premisa sea verdadera:

~~(p es V, q es V)~~ , (p es V, q es F), ~~(p es F, q es V)~~

Por lo tanto, si estos son los únicos valores posibles, es válido concluir p.

Razonamientos: Argumentos deductivos

Sea un argumento con premisas $A_1, A_2, \ldots, A_n$ y una conclusión B, decimos que el argumento es válido si y sólo si $A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \Rightarrow B$.

La validez de un argumento requiere una transferencia de verdad desde las premisas a la conclusión. Esto quiere decir que la **implicación material** de la conjunción de las n premisas a la conclusión es una tautología. Retomemos el ejemplo anterior:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

Método Directo

p	q	[(p v q)	∧	¬q]	→	p
V	V	V	F	F	V	
V	F	V	V	V	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	F	F	V	V	

Tautología

Razonamientos: Argumentos deductivos

Para una prueba indirecta de validez de un argumento, vamos a buscar una contradicción. A esta contradicción la buscamos incluyendo la conclusión negada. En este caso, obtenemos la siguiente tabla:

Método Indirecto

p	q	(p v q)	∧	¬q	∧	¬p
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	F	V	F	V

Contradicción

Razonamientos: Argumentos deductivos

Otra manera de comprobar la validez de un razonamiento:

Paso 1: Realizar la tabla de verdad de las premisas y la conclusión.

Paso 2: Analizar los valores de verdad de las premisas.

Paso 3: Cuando el valor de verdad de TODAS las premisas sean verdaderas, analizar el valor de verdad de la conclusión.

Paso 4: Si el valor de verdad de la conclusión también es verdadera, entonces podemos concluir que el razonamiento es válido.

p	q	(p v q)	¬q	p
V	V	V	F	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F

Reglas de inferencia

Una tarea central de la lógica es detectar los argumentos válidos de los inválidos. El mecanismo que usamos para esto es puramente lógico, y lo hacemos a través de la búsqueda de una tautología o una contradicción, la cual podemos usar para verificar la validez del razonamiento. Usamos una tautología para probar de manera directa que un razonamiento es válido, y usamos una contradicción para probar de manera indirecta la validez de un argumento.

Reglas de inferencia

Existen diferentes mecanismos de inferencia tales como las tablas de verdad y las reglas de inferencia.

Los tres elementos fundamentales que permiten realizar las inferencias son:

- **Premisas**: Conjunto de proposiciones. Todas verdaderas.
- **Conclusión**: Proposición que se desea probar a partir de las premisas.
- **Reglas de Inferencia:** Argumentos válidos conocidos

Forma	Regla
$P,\ Q \vdash P \wedge Q$	Combinación
$P \wedge Q \vdash P\ ;\ Q$	Simplificación
$P \vdash P \vee Q$	Adición
$P\ ,\ P \to Q \vdash Q$	Modus Ponens
$\neg Q,\ P \to Q \vdash \neg P$	Modus Tollens
$P \to Q,\ Q \to R \vdash P \to R$	Silogismo Hipotético
$P \vee Q,\ \neg Q \vdash P$	Silogismo Disyuntivo
$P \to Q,\ \neg P \to Q \vdash Q$	Ley de Casos

Ejemplo 1:

Si Pedro es burgués, es propietario de los medios de producción social y emplea trabajo asalariado. Es burgués y propietario de los medios de producción social. Luego, Pedro emplea trabajo asalariado.

Lenguaje Coloquial

1. Si Pedro es burgués, es propietario de los medios de producción social y emplea trabajo asalariado.
2. Es burgués y propietario de los medios de producción social.

Luego, Pedro emplea trabajo asalariado.

p: Pedro es burgués.

q: Pedro es propietario de los medios de producción social.

r: Pedro emplea trabajo asalariado.

$$\begin{array}{r} p \rightarrow (q \wedge r) \\ p \wedge q \\ \hline \therefore \; r \end{array}$$

Reglas de inferencia

$p \rightarrow (q \wedge r)\ ,\quad p \wedge q \vdash r$

1. $p \rightarrow (q \wedge r)$ premisa
2. $p \wedge q$ premisa
3. p por 2. y simplificación.
4. $q \wedge r$ por 1, 3 y modus Ponens.
5. r por 4 y simplificación.

Rsta: El razonamiento es válido.

Forma	Regla
$P,\ Q \vdash P \wedge Q$	Combinación
$P \wedge Q \vdash P\ ;\ Q$	Simplificación
$P \vdash P \vee Q$	Adición
$P\ ,\ P \rightarrow Q \vdash Q$	Modus Ponens
$\neg Q,\ P \rightarrow Q \vdash \neg P$	Modus Tollens
$P \rightarrow Q,\ Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$	Silogismo Hipotético
$P \vee Q,\ \neg Q \vdash P$	Silogismo Disyuntivo
$P \rightarrow Q,\ \neg P \rightarrow Q \vdash Q$	Ley de Casos

Reglas de inferencia

Ejemplo 2:

Sin variables ni operadores no hay lenguaje formalizado. Ocurre que no hay variables ni operadores. Luego, no hay lenguaje formalizado.

Lenguaje Coloquial

1. Si no hay variables y no hay operadores, entonces no hay lenguaje formalizado.
2. No hay variables y no hay operadores.

Luego, no hay lenguaje formalizado.

p: Hay variables.
q: Hay operadores.
r: Hay lenguaje formalizado.

$$(\neg p \land \neg q) \rightarrow \neg r$$
$$(\neg p \land \neg q)$$

$$\therefore \neg r$$

Reglas de inferencia

$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r,\ (\neg p \wedge \neg q) \vdash \neg r$

1. $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$ premisa
2. $\neg p \wedge \neg q$ premisa
3. $\neg r$ por 1,2 y Modus Ponens.

Rsta: El razonamiento es válido.

Forma	Regla
$P,\ Q \vdash P \wedge Q$	Combinación
$P \wedge Q \vdash P\ ;\ Q$	Simplificación
$P \vdash P \vee Q$	Adición
$P,\ P \rightarrow Q \vdash Q$	Modus Ponens
$\neg Q,\ P \rightarrow Q \vdash \neg P$	Modus Tollens
$P \rightarrow Q,\ Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$	Silogismo Hipotético
$P \vee Q,\ \neg Q \vdash P$	Silogismo Disyuntivo
$P \rightarrow Q,\ \neg P \rightarrow Q \vdash Q$	Ley de Casos

Métodos de demostración: directo

En la prueba de validez formal usaremos una secuencia de derivaciones parciales y reemplazos de equivalencias necesarias para encontrar las formas de los argumentos conocidos, y así llegar a la conclusión. Las reglas de inferencias y equivalencias vistas son las herramientas que tenemos que dominar para tener éxito en construir estas pruebas. Supongamos que queremos probar que el siguiente argumento es válido:

Ejemplo 3: $(p \wedge q) \rightarrow r$; $\neg r \vee s$; $\neg s \vdash \neg p \vee \neg q$

1.	$(p \wedge q) \rightarrow r$	premisa
2.	$\neg r \vee s$	premisa
3.	$\neg s$	premisa
4.	$r \rightarrow s$	x 2 y equivalencia Lógica
5.	$(p \wedge q) \rightarrow s$	x 1, 4 y Silogismo Hipotético
6.	$\neg(p \wedge q)$	x 3, 5 y Modus Tollens
7.	$\neg p \vee \neg q$	x 6 y De Morgan

Nota

El principio de **demostración directa** es en la cual, a través de las premisas, obtenemos la conclusión de un modo directo.

Métodos de demostración: indirecto

Demostración Indirecta: El método de demostración directa no siempre es aplicable debido a la naturaleza de las proposiciones a demostrar, por lo que es necesario realizar una demostración indirecta las cuales son ampliamente usadas

Demostración por contradicción o por el absurdo

Para una prueba indirecta de validez de un argumento, vamos a buscar una contradicción. Para esto incorporamos la conclusión negada al conjunto de premisas y buscamos una contradicción. Esa contradicción mostrará que cuando negamos lo que se iba a demostrar, nos movemos hacia un absurdo. Habremos establecido la conclusión deseada indirectamente, con una prueba por reducción al absurdo.

- Reducción al absurdo consiste en:

1. Negar la conclusión utilizando las leyes de la lógica.

1. El conjunto de hipótesis ahora es de la forma $P1 \wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn \wedge \neg Q$, es decir que $\neg Q$ se añade como una hipótesis.

1. Del conjunto de hipótesis enunciadas en 2) obtener una contradicción evidente

Métodos de demostración: indirecto

Ejemplo 5: $p \rightarrow (q \wedge r), (q \vee s) \rightarrow t, s \vee p \vdash t$

1. $p \rightarrow (q \wedge r)$ premisa
2. $(q \vee s) \rightarrow t$ premisa
3. $s \vee p$ premisa
4. $\neg t$ por hipótesis del absurdo
5. $\neg(q \vee s)$ 2, 4, Modus Tollens
6. $\neg q \wedge \neg s$ 5, Ley De Morgan
7. $\neg s$ 6, Simplificación
8. p 3, 7, Silogismo Disyuntivo
9. $q \wedge r$ 1,8 y Modus Ponens
10. q 9, Simplificación
11. $\neg q$ 6, Simplificación
12. $q \wedge \neg q$ 10, 11, Combinación

Forma	Regla
$P, Q \vdash P \wedge Q$	Combinación
$P \wedge Q \vdash P ; Q$	Simplificación
$P \vdash P \vee Q$	Adición
$P, P \longrightarrow Q \vdash Q$	Modus Ponens
$\neg Q, P \longrightarrow Q \vdash \neg P$	Modus Tollens
$P \longrightarrow Q, Q \longrightarrow R \vdash P \longrightarrow R$	Silogismo Hipotético
$P \vee Q, \neg Q \vdash P$	Silogismo Disyuntivo
$P \longrightarrow Q, \neg P \longrightarrow Q \vdash Q$	Ley de Casos

Rsta: Como llegamos a un absurdo suponiendo que **¬t** es verdadero, podemos decir que **t es verdadero**. Por lo tanto el razonamiento es válido

Métodos de demostración: indirecto

Contrarrecíproca

Otra forma de demostrar p → q es demostrar: ¬q → ¬p, ambas proposiciones compuestas son equivalentes.

Ejemplo 4: si n^2 es par entonces n es par.

p: n^2 es par. q: n es par.

$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

$n = 2k + 1$

$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \quad = 2\,(2k^2 + 2k) + 1$

$n^2 = 2M + 1$ Luego n^2 es impar

Se demostró ¬ q → ¬ p, por lo tanto queda demostrado p→ q

Nota
No importa el valor que tome k, $2k^2 + 2k$ es un número entero al cual podemos llamar M

Consistencias de premisas

Premisas Inconsistentes: Un conjunto de premisas se dice inconsistente si su conjunción implica una contradicción.

Dado un razonamiento, se comprueba la consistencia o inconsistencia de las premisas.

- Si es inconsistente, entonces por esa misma razón será también inválido.
- Si es consistente, podrá ser válido o inválido.

Consistencias de premisas

Para probar la inconsistencia de un argumento basta con deducir una contradicción a partir de las premisas. En la prueba de consistencia de las premisas no se toma en cuenta a la conclusión.

Ejemplo 6: $p \wedge q$; $p \rightarrow r$; $\neg r$

1.	$p \wedge q$	premisa
2.	$p \rightarrow r$	premisa
3.	$\neg r$	premisa
4.	p	x 1, ley de simplificación
5.	r	x 2, 4 y Modus Ponens
6.	$\neg r \wedge r$	x 3, 5 y ley de combinación

Nota

El hecho de que un conjunto de premisas sea consistente, no garantiza la validez del razonamiento.

CONSULTAS

PRESENCIAL

Martes y jueves
14:00 a 15:00

Aula 1-1-8

Facet Virtual

Lógica Proposicional

UNIDAD 1: PRIMERA PARTE

- Teoría: UNIDAD 1 - PARTE 1
- Práctica: Trabajo Práctico Nº1
- Consultas: Trabajo Práctico N°1 — 4 mensajes no leídos

UNIDAD 1: SEGUNDA PARTE

- Teoría: UNIDAD 1 - PARTE 2
- Práctica: Trabajo Práctico Nº2
- Consultas: Trabajo Práctico N°2 — 11 mensajes no leídos

Hasta la próxima clase

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F