## Elementos de Computación y Lógica

Ing. en Informática – Lic. en Informática – Programador Universitario Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología Universidad Nacional de Tucumán

## Trabajo Práctico $N^{\circ}2$ Tema: Lógica, Proposiciones. Leyes Lógicas

2023

## Leyes Lógicas (Conjunción, Disyunción y Negación)

| $\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$   |  |   |
|--|--|---|
| Ley de medio excluido $P \vee \neg P \equiv V$ Ley de contradicción $P \wedge \neg P \equiv F$ Leyes conmutativa $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$ $P \vee Q \equiv Q \vee P$ Leyes asociativas $(P \wedge Q) \wedge R \equiv P \wedge (Q \wedge R)$ $(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$ Leyes de absorción $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$ $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$ $\neg (P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \vee F \equiv P \qquad P \wedge V \equiv P$ Leyes de dominación $P \vee V \equiv V \qquad P \wedge F \equiv F$ | Leyes de idempotencia                  |   |
| Ley de contradicción $P \land \neg P \equiv F$ Leyes conmutativa $P \land Q \equiv Q \land P$ $P \lor Q \equiv Q \lor P$ Leyes asociativas $(P \land Q) \land R \equiv P \land (Q \land R)$ $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  |  | $P \lor P \equiv P$   |
| Leyes conmutativa $P \land Q \equiv Q \land P$ $P \lor Q \equiv Q \lor P$ Leyes asociativas $(P \land Q) \land R \equiv P \land (Q \land R)$ $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ $P \lor (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Leyes de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  | Ley de medio excluido                  | $P \vee \neg P \equiv V$                                    |
| Leyes conmutativa $P \lor Q \equiv Q \lor P$ Leyes asociativas $(P \land Q) \land R \equiv P \land (Q \land R)$ $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  | Ley de contradicción                   | $P \land \neg P \equiv F$                                   |
| Leyes asociativas $P \lor Q \equiv Q \lor P$ $(P \land Q) \land R \equiv P \land (Q \land R)$ $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ $P \lor (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$   | Leyes conmutativa                      | $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$                              |
| Leyes asociativas $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  |  | $P \vee Q \equiv Q \vee P$                                  |
| Leyes de absorción $P \land (P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$ $P \land (P \lor Q) \equiv P$ $P \lor (P \land Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  | Leyes asociativas                      | $(P \land Q) \land R \equiv P \land (Q \land R)$            |
| Leyes de absorción $P \lor (P \land Q) \equiv P$ Leyes distributivas $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$   |  | $(P \lor Q) \lor R \equiv P \lor (Q \lor R)$                |
| Leyes distributivas $P \lor (P \land Q) \equiv P$ $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$   | Leyes de absorción                     | $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$                              |
| Leyes distributivas $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Ley de involución $\neg \neg P \equiv P$ Leyes de De Morgan $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P$ $P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V$ $P \land F \equiv F$   |  | $P \lor (P \land Q) \equiv P$                               |
| Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $\neg P \equiv P$ $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$ $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$   | Leyes distributivas                    | $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ |
| Leyes de De Morgan   |  | $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$     |
| Leyes de De Morgan $\neg(P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  | Ley de involución                      | $\neg\neg P \equiv P$                                       |
| $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$ Leyes de identidad (o elemento neutro) $P \lor F \equiv P \qquad P \land V \equiv P$ Leyes de dominación $P \lor V \equiv V \qquad P \land F \equiv F$  | Leyes de De Morgan                     | $\neg (P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$                |
| Leyes de dominación $P \lor V \equiv V$ $P \land F \equiv F$   |  | $\neg (P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$                |
|  | Leyes de identidad (o elemento neutro) | $P \lor F \equiv P \qquad \qquad P \land V \equiv P$        |
| Leyes de complementación $\neg F \equiv V$ $\neg V \equiv F$   | Leyes de dominación                    | $P \lor V \equiv V \qquad \qquad P \land F \equiv F$        |
|  | Leyes de complementación               | $\neg F \equiv V \qquad \qquad \neg V \equiv F$             |

## **Ejercicios**

1. Mediante la inserción de paréntesis y corchetes indique el orden en que se ejecutan las operaciones lógicas de acuerdo a lo establecido por las reglas de precedencia.

a. 
$$p \wedge q \rightarrow \neg p \rightarrow r$$

b. 
$$p \lor q \land r \rightarrow \neg s$$

c. 
$$\neg p \land q \leftrightarrow r \rightarrow q$$

d. 
$$p \land \neg q \lor \neg r \leftrightarrow p \lor s$$

e. 
$$p \lor q \land r \rightarrow q \leftrightarrow p$$

f. 
$$\neg p \leftrightarrow q \rightarrow \neg r \lor \neg s \land t$$

g. 
$$\neg p \land q \rightarrow r \leftrightarrow q \land r \land \neg p$$

h. 
$$p \land q \lor r \leftrightarrow r \lor s \land r \leftrightarrow \neg p$$

- 2. Dadas las siguientes proposiciones, indique la recíproca y contrarrecíproca, primero en forma lógica y luego en lenguaje coloquial:
  - i. Si el seguro está al día, cubrirá todos los daños.
  - ii. Habrá clases de natación si el día está soleado.
  - iii. Si ahorro suficiente dinero, me compro una moto y me voy de viaje.
  - iv. Si hay paro de colectivos, no podré ir a clases.
  - v. Si Bernardo se desocupa temprano o se suspende la reunión, irá a la cancha.
  - vi. Una condición necesaria para que curse Programación es que regularice Elementos de Computación y Lógica.
- 3. Construir la tabla de verdad para cada una de las siguientes expresiones. Indique para cada una si es una tautología, una contradicción o una contingencia.

a. 
$$p \lor (q \to r)$$

b. 
$$(p \land \neg q) \to (p \lor q)$$

c. 
$$(p \to q) \land (p \land \neg q)$$

d. 
$$[(p \to q) \land (q \to r)] \to (p \to r)$$

e. 
$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg [(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)]$$

f. 
$$q \wedge [q \rightarrow (r \vee p)]$$

- 4. Utilizando tablas de verdad indique en cada caso:
  - a. ¿A implica lógicamente a B?
  - b. ¿A y B son equivalentes?

i. 
$$A = p \land q \ B = \neg p \lor q$$

ii. 
$$A = (p \lor q) \land \neg p \ B = q$$

iii. 
$$A = (p \rightarrow q) \lor r \ B = q \land r$$

iv. 
$$A = p \rightarrow q \ B = \neg q \rightarrow \neg p$$

v. 
$$A = p \rightarrow (q \vee \neg r) \ B = q \rightarrow (\neg p \wedge r)$$

vi. 
$$A = p \leftrightarrow q \ B = (p \to q) \land (q \to p)$$

5. Elimine los conectivos condicionales y bicondicionales obteniendo expresiones equivalentes. Luego, niegue las expresiones resultantes.

a. 
$$p \to (q \to r)$$

b. 
$$\neg p \rightarrow \neg (q \rightarrow r)$$

c. 
$$(p \lor q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$$

6. De las siguientes expresiones identifique aquellas que sean equivalencias usando tablas de verdad, y en aquellas que lo sean, pruebe mediante leyes lógicas.

2

a. 
$$p \land (p \lor r) \equiv p \lor (p \land r)$$

c. 
$$p \wedge (p \vee r) \equiv p \vee (\neg p \wedge r)$$

b. 
$$p \wedge (q \vee \neg p) \equiv p \wedge q$$

d. 
$$p \to q \equiv \neg (p \land \neg q)$$

7. Mediante las leyes lógicas, simplifique las siguientes expresiones hasta donde sea posible.

a. 
$$\neg p \rightarrow \neg q$$

d. 
$$[(\neg p \lor q) \land p] \to q$$

b. 
$$\neg(\neg p \to q)$$

e. 
$$\neg (q \land \neg p) \rightarrow (q \land p)$$

c. 
$$\neg (p \lor q) \to p$$

f. 
$$\neg [\neg (\neg p \lor q) \to p] \lor q$$