Vamos Aprender

MATEMÁTICA

S.O.S EDUCA

GRÁFICOS

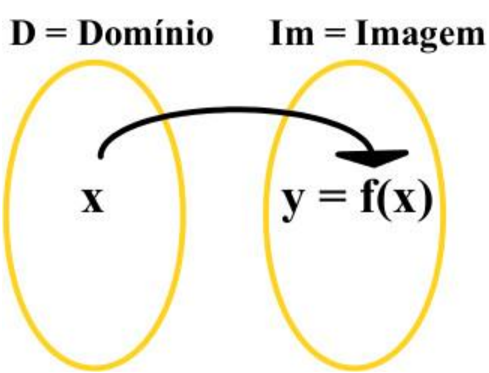
EXERCÍCIOS

Matemática

Quando trabalhamos com funções, a construção de gráficos é de extrema importância. Podemos dizer que assim como vemos nossa imagem refletida no espelho, o gráfico de uma função é o seu reflexo. Através do gráfico, podemos definir de que tipo é a função mesmo sem saber qual é a sua lei de formação. Isso porque cada função tem sua representação gráfica particular.

A função determina uma relação entre os elementos de dois conjuntos. Podemos defini-la utilizando uma lei de formação, em que, para cada valor de x, temos um valor de f(x). Chamamos x de domínio e f(x) ou y de imagem da função.

A formalização matemática para a definição de função é dada por: *Seja X um conjunto com elementos de x e Y um conjunto dos elementos de y, temos que:*
f: x → y



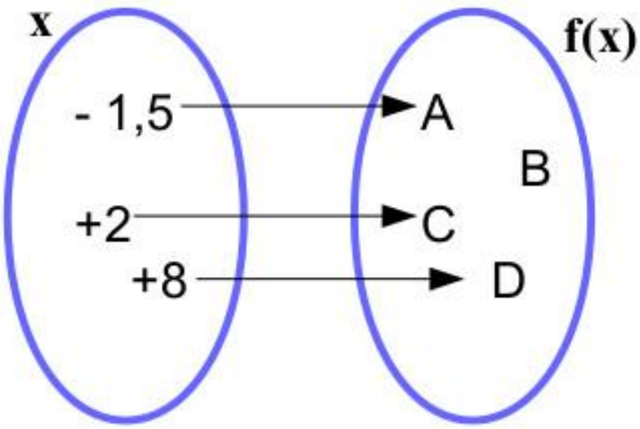
Tipos de funções
As funções podem ser classificadas em três tipos, a saber:

Função injetora ou injetiva

Nessa função, cada elemento do domínio (x) associa-se a um único elemento da imagem f(x). Todavia, podem existir elementos do contradomínio que não são imagem. Quando isso acontece, dizemos que o contradomínio e imagem são diferentes.

Veja um exemplo:

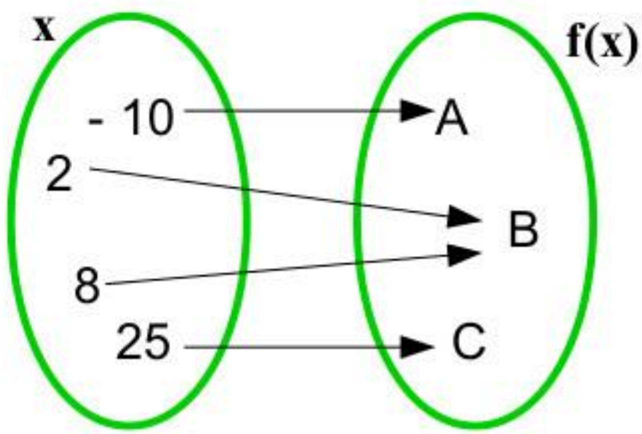
- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-1,5, +2, +8}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im(f) = {A, C, D}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD(f) = {A, B, C, D}



Função Sobrejetora ou sobrejetiva

Na função sobrejetiva, todos os elementos do domínio possuem um elemento na imagem. Pode acontecer de dois elementos do domínio possuírem a mesma imagem. Nesse caso, imagem e contradomínio possuem a mesma quantidade de elementos.

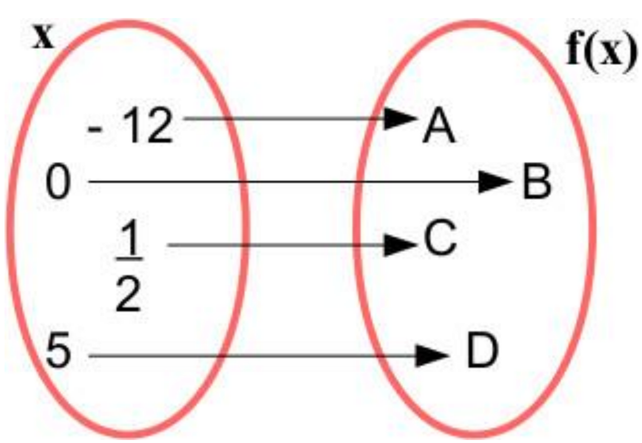
- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-10, 2, 8, 25}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im (f) = {A, B, C}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD (f) = {A, B, C}



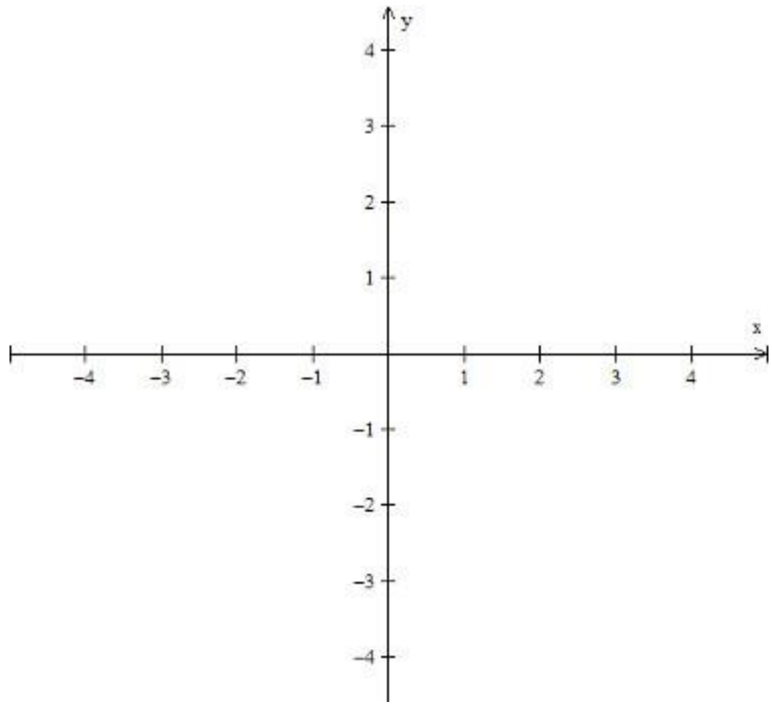
Função bijetora ou bijetiva

Essa função é ao mesmo tempo injetora e sobrejetora, pois, cada elemento de x relaciona-se a um único elemento de f(x). Nessa função, não acontece de dois números distintos possuírem a mesma imagem, e o contradomínio e a imagem possuem a mesma quantidade de elementos.

- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-12, 0, 1, 5}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im (f) = {A, B, C, D}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD (f) = {A, B, C, D}



As funções podem ser representadas graficamente. Para que isso seja feito, utilizamos duas coordenadas, que são x e y. O plano desenhado é bidimensional. A coordenada x é chamada de abscissa e a y, de ordenada. Juntas em funções, elas formam leis de formação. Veja a imagem do gráfico do eixo x e y:



Do último ano do Fundamental e ao longo do Ensino Médio, geralmente estudamos doze funções, que são:

1 – Função constante;

2 – Função par;

3 – Função ímpar;

4 – Função afim ou polinomial do primeiro grau;

5 – Função Linear;

6 – Função crescente;

7 – Função decrescente;

8 – Função quadrática ou polinomial do segundo grau;

9 – Função modular;

10 – Função exponencial;

11 – Função logarítmica;

12 – Funções trigonométricas;

13 – Função raiz.

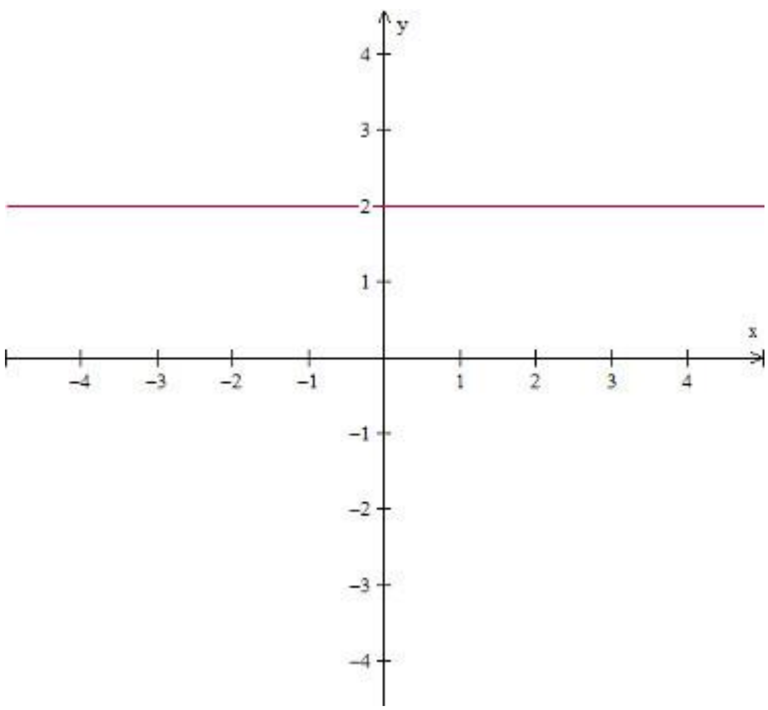
Mostraremos agora o gráfico e a fórmula geral de cada uma das funções listadas acima:

1 - Função constante

Na função constante, todo valor do domínio (x) tem a mesma imagem (y).

Fórmula geral da função constante:
f(x) = c
x = Domínio
f(x) = Imagem
c = constante, que pode ser qualquer número do conjunto dos reais.

Exemplo de gráfico da função constante: f(x) = 2



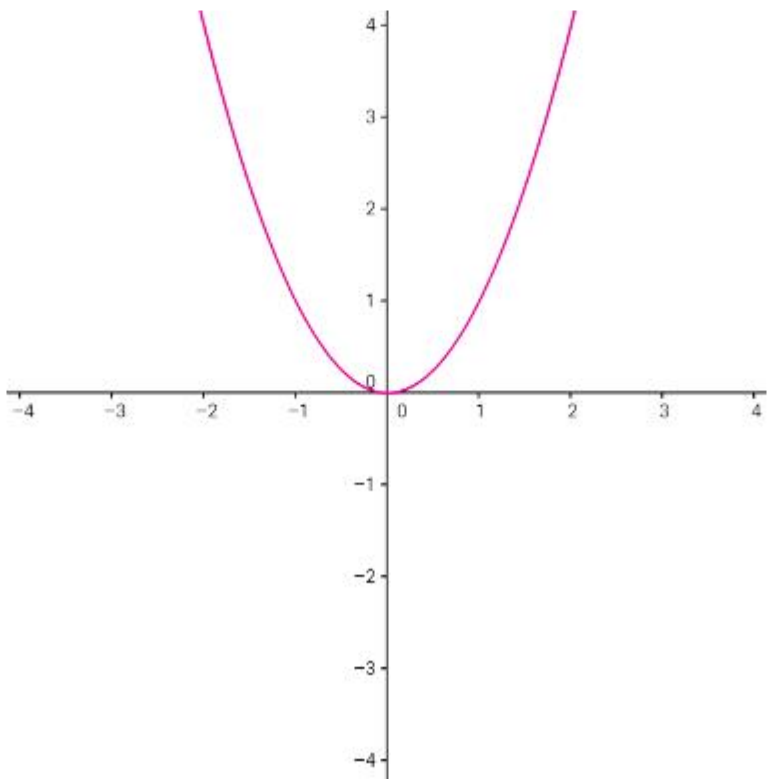
2 – Função Par

A função par é simétrica em relação ao eixo vertical, ou seja, à ordenada y. Entenda simetria como sendo uma figura/gráfico que, ao dividi-la em partes iguais e sobrepô-las, as partes coincidem-se perfeitamente.

Fórmula geral da função par:
$f(x) = f(-x)$

x = domínio
$f(x)$ = imagem
$-x$ = simétrico do domínio

Exemplo de gráfico da função par: $f(x) = x^2$



3 – Função ímpar

A função ímpar é simétrica (figura/gráfico que, ao dividi-la em partes iguais e sobrepô-las, as partes coincidem-se perfeitamente) em relação ao eixo horizontal, ou seja, à abscissa x.

Fórmula geral da função ímpar

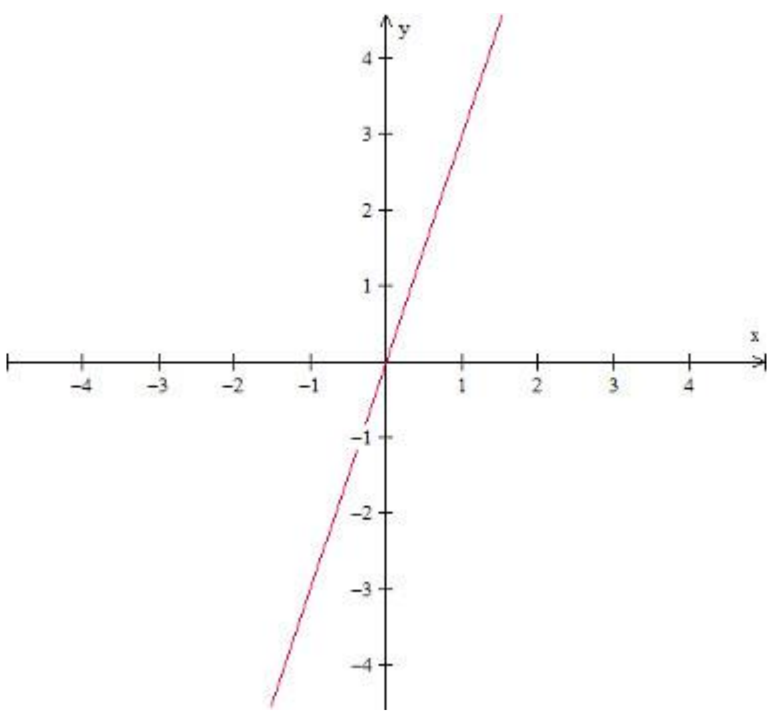
$f(-x) = -f(x)$

$-x$ = domínio

$f(-x)$ = imagem

$-f(x)$ = simétrico da imagem

Exemplo de gráfico da função ímpar: $f(x) = 3x$



4 – Função afim ou polinomial do primeiro grau

Para saber se uma função é polinomial do primeiro grau, devemos observar o maior grau da variável x (termo desconhecido), que sempre deve ser igual a 1. Nessa função, o gráfico é uma reta. Além disso, ela possui: domínio x, imagem f(x) e coeficientes a e b.

Fórmula geral da função afim ou polinomial do primeiro grau

$f(x) = ax + b$

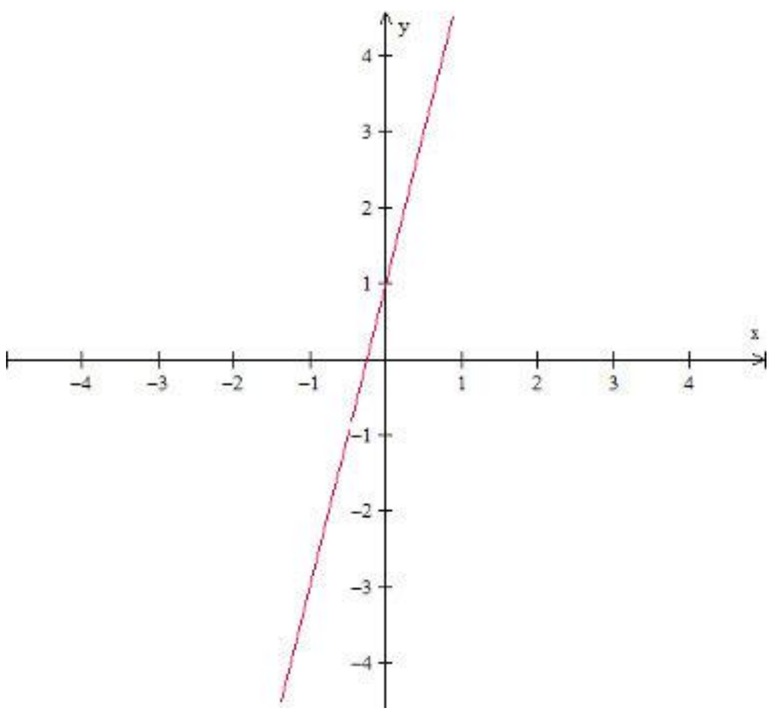
x = domínio

$f(x)$ = imagem

a = coeficiente

b = coeficiente

Exemplo de gráfico da função polinomial do primeiro grau: $f(x) = 4x + 1$

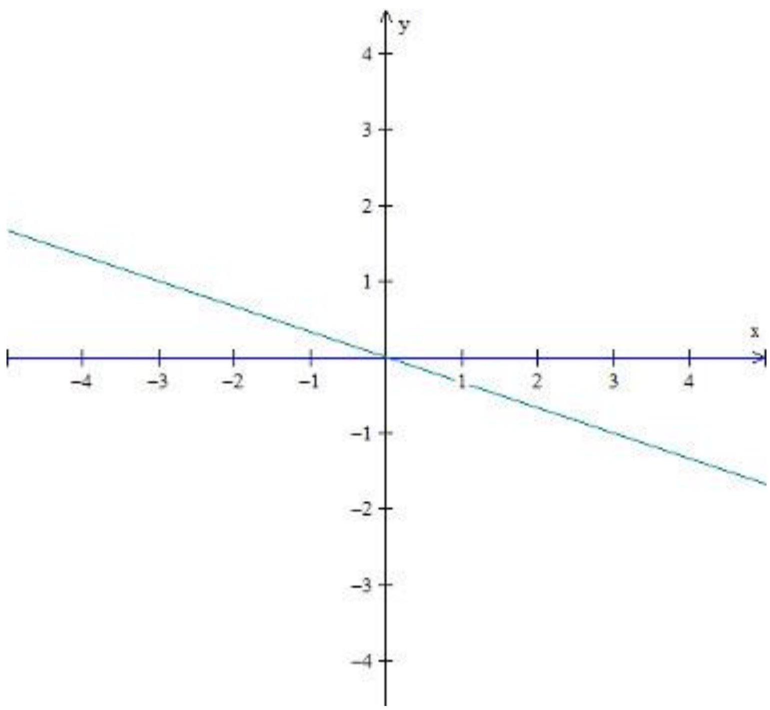


5 – Função Linear

A função linear tem sua origem na função do primeiro grau (f(x) = ax + b). Trata-se de um caso particular, pois b sempre será igual a zero.
Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;)

Fórmula geral da função linear
f(x) = ax
x = domínio
f(x) = imagem
a = coeficiente

Exemplo de gráfico da função linear: f(x) = -x/3



6 – Função crescente

A função polinomial do primeiro grau será crescente quando o coeficiente a for diferente de zero e maior que um (a > 1).

Fórmula geral da função crescente

f(x) = + *ax* + b

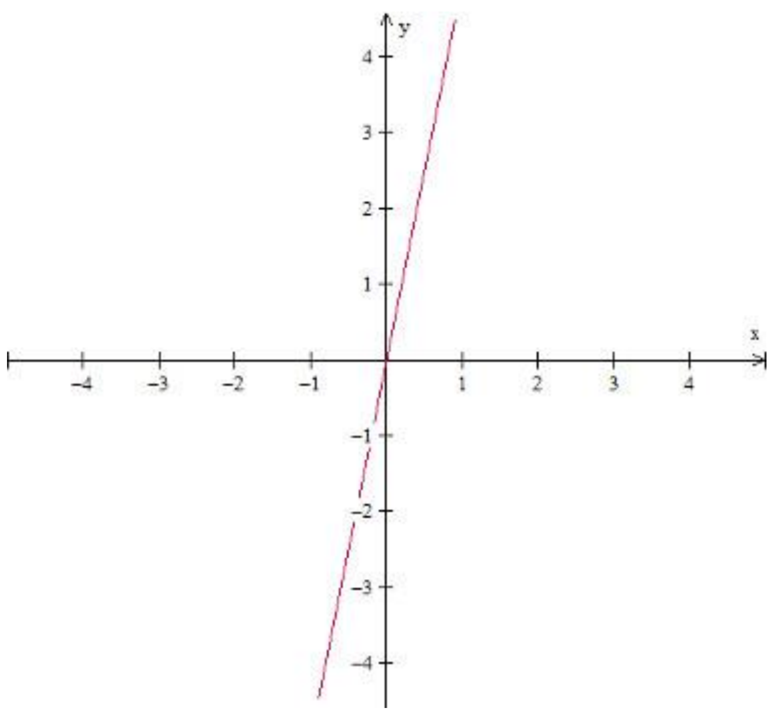
x = domínio

f(x) = imagem

a = coeficiente sempre positivo

b = coeficiente

Exemplo de gráfico da função crescente: f(x) = 5x

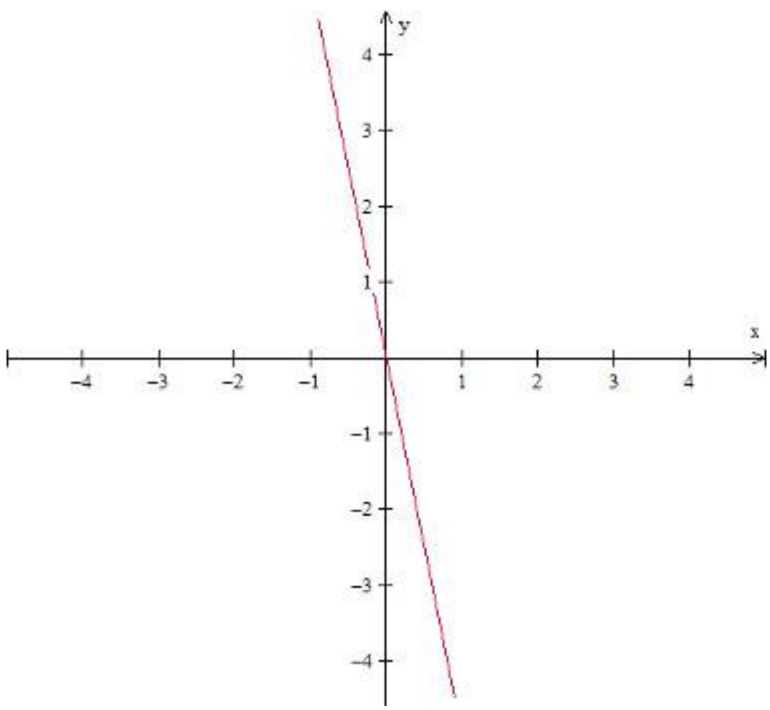


7 – Função decrescente

Na função decrescente, o coeficiente a da função do primeiro grau (f(x) = ax + b) é sempre negativo.

Fórmula geral da função decrescente
f(x) = - *ax* + b
x= domínio/ incógnita
f(x) = imagem
- a = coeficiente sempre negativo
b = coeficiente

Exemplo de gráfico da função decrescente: f(x) = - 5x



8 – Função quadrática ou polinomial do segundo grau

Identificamos que uma função é do segundo grau quando o maior expoente que acompanha a variável x (termo desconhecido) é 2. O gráfico da função polinomial do segundo grau sempre será uma parábola. A sua concavidade muda de acordo com o valor do coeficiente a. Sendo assim, se a é positivo, a concavidade é para cima e, se for negativo, é para baixo.

Fórmula geral da função quadrática ou polinomial do segundo grau

$f(x) = ax^2 + bx + c$

x = domínio

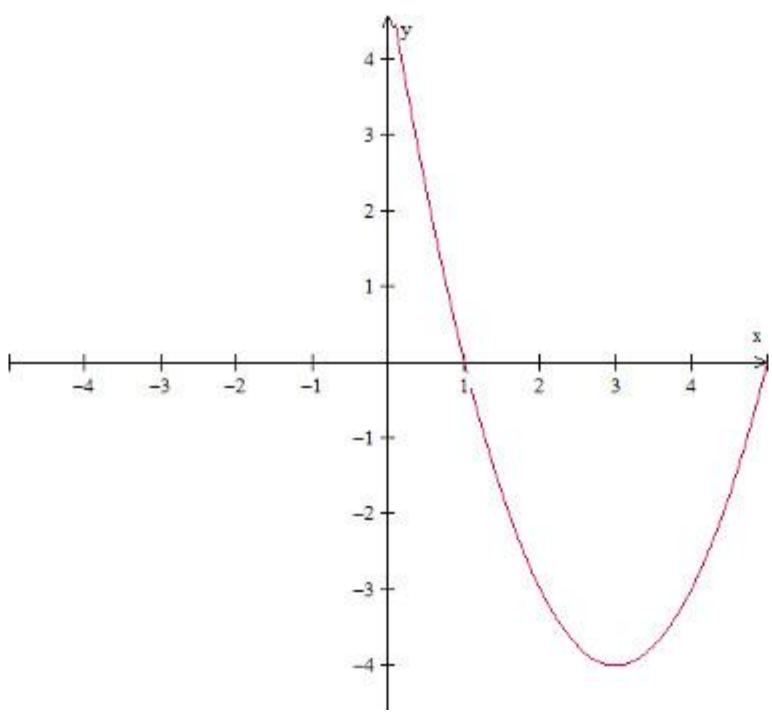
f(x) = imagem

a = coeficiente que determina a concavidade da parábola.

b = coeficiente.

c = coeficiente.

Exemplo de gráfico da função polinomial do segundo grau: $f(x) = x^2 - 6x + 5$

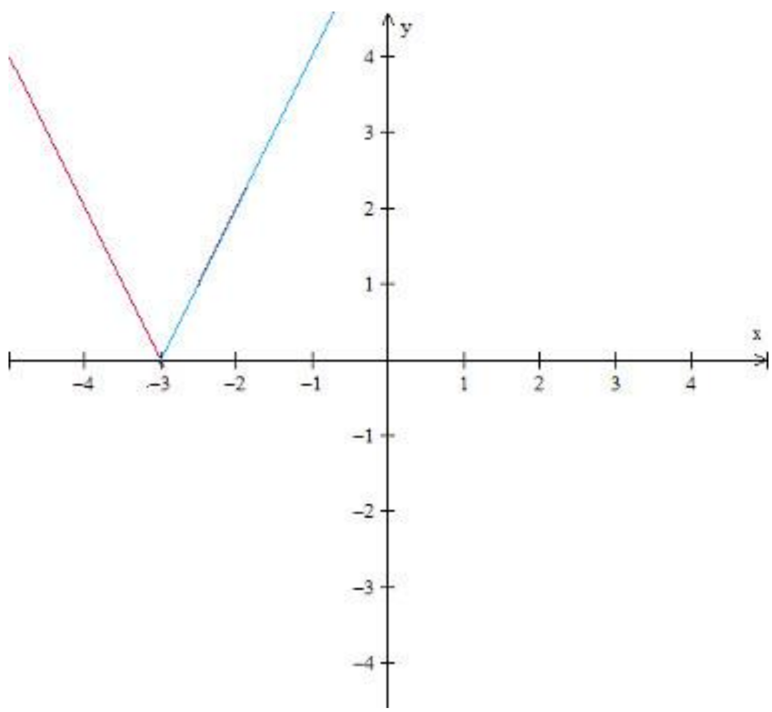


9 – Função modular

A função modular apresenta o módulo, que é considerado o valor absoluto de um número e é caracterizado por (| |). Como o módulo sempre é positivo, esse valor pode ser obtido tanto negativo quanto positivo. Exemplo: |x| = + x ou |x| = - x.

Fórmula geral da função modular
f(x) = x, se x≥ 0
ou
f(x) = – x, se x < 0
x = domínio
f(x) = imagem
- x = simétrico do domínio

Exemplo de gráfico da função modular: f(x) =



10 – Função exponencial

Uma função será considerada exponencial quando a variável x estiver no expoente em relação à base de um termo numérico ou algébrico. Caso esse termo seja maior que 1, o gráfico da função exponencial é crescente. Mas se o termo for um número entre 0 e 1, o gráfico da função exponencial é decrescente.

Fórmula geral da função exponencial

$f(x) = a^x$

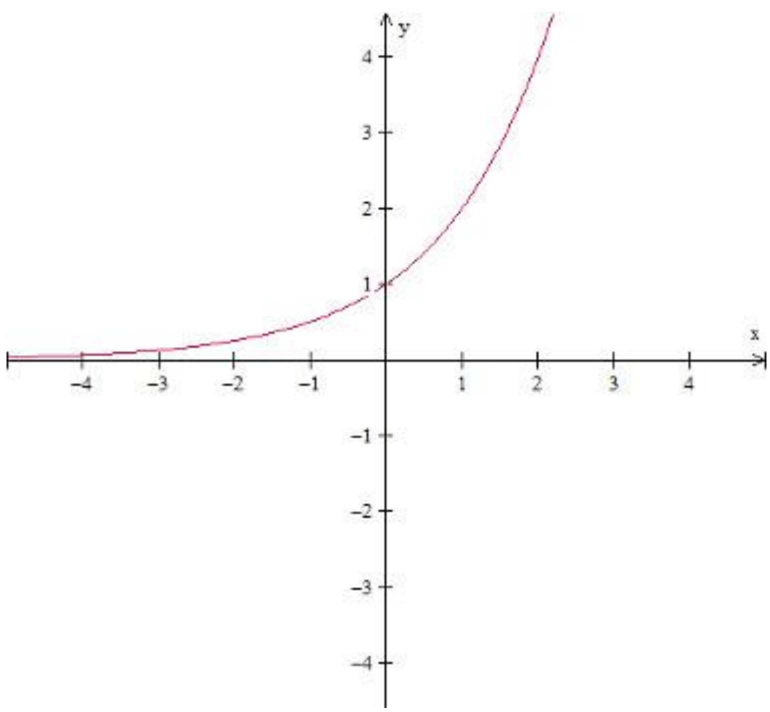
$a > 1$ ou $0 < a < 1$

x = domínio

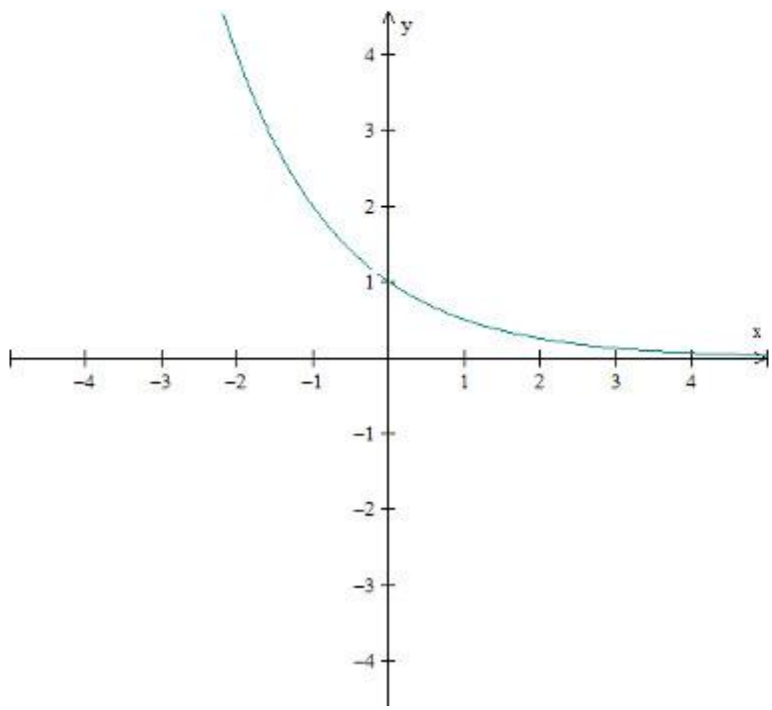
f(x) = imagem

a = Termo numérico ou algébrico

Exemplo de gráfico da função exponencial crescente: $f(x) = (2)^x$, para a = 2



Exemplo de gráfico da função exponencial decrescente: f(x) = $(1/2)^x$ para a = ½



11 - Função logarítmica

Na função logarítmica, o domínio é o conjunto dos números reais maiores que zero e o contradomínio é o conjunto dos elementos dependentes da função, sendo todos números reais.

Fórmula geral da função logarítmica

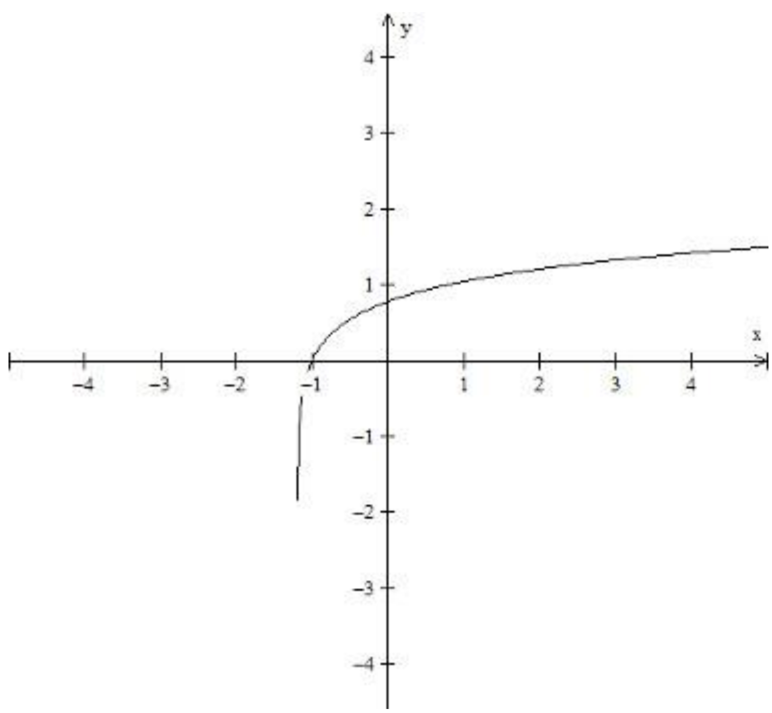
$f(x) = \log_a x$

a = base do logaritmo

f(x) = Imagem/ logaritmando

x = Domínio/ logaritmo

Exemplo de gráfico da função logarítmica: $f(x) = \log_{10} (5x - 6)$

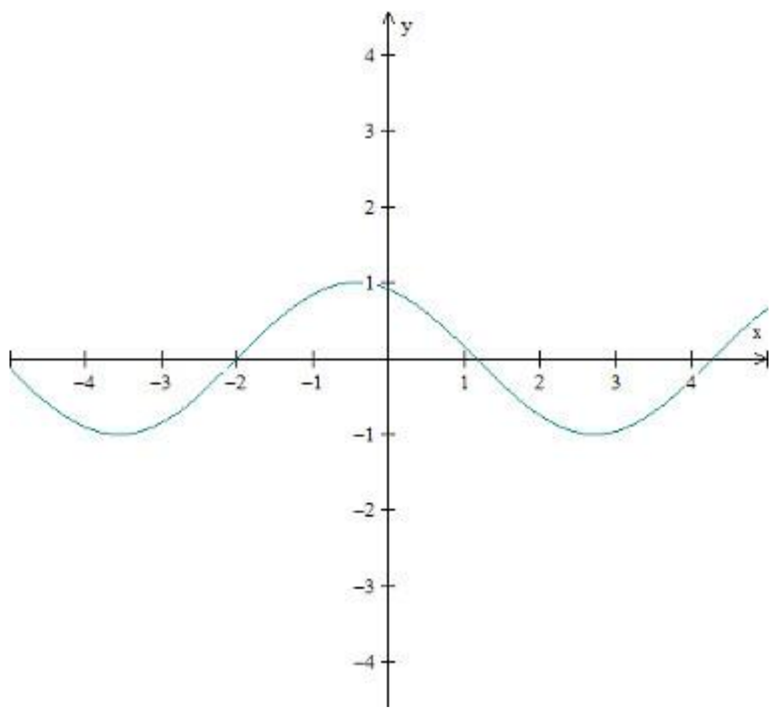


12 – Funções trigonométricas

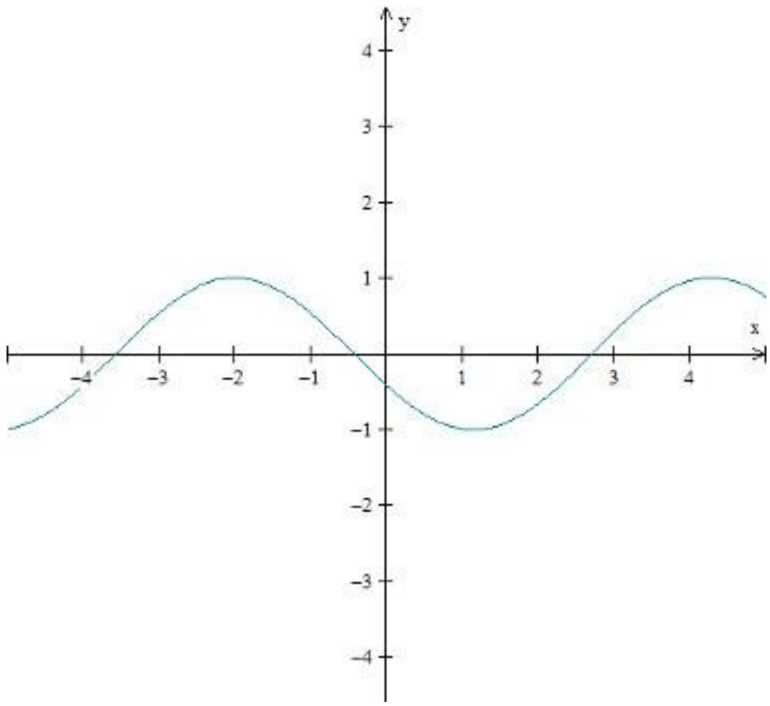
As funções trigonométricas são consideradas funções angulares e são utilizadas para o estudo dos triângulos e em fenômenos periódicos. Podem ser caracterizadas como razão de coordenadas dos pontos de um círculo unitário. As funções consideradas elementares são:

- Seno: $f(x) = \text{sen } x$
- Cosseno: $f(x) = \cos x$
- Tangente: $f(x) = \text{tg } x$

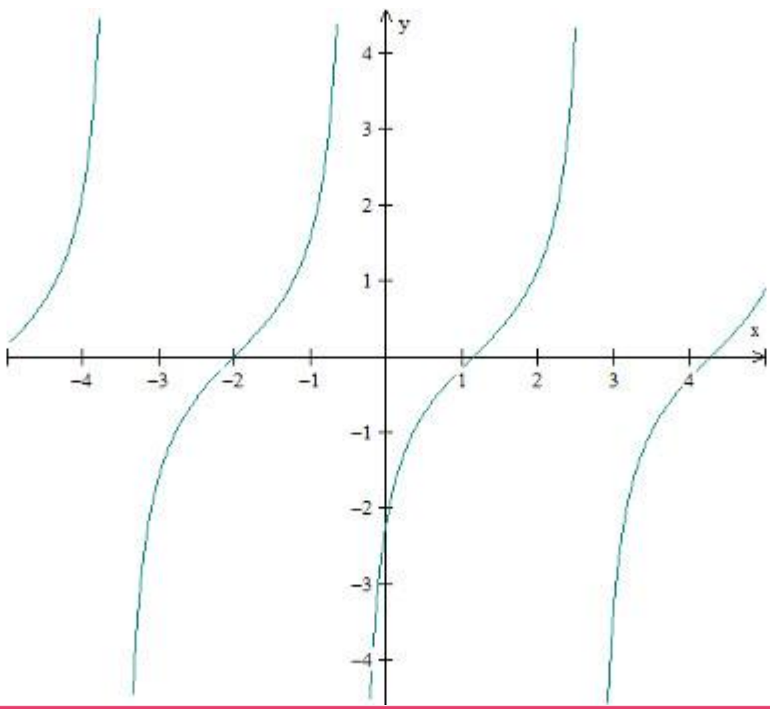
Exemplo de gráfico da função trigonométrica seno: $f(x) = \text{sen }(x + 2)$



Exemplo de gráfico da função trigonométrica cosseno: f(x) = cos (x + 2)



Exemplo de gráfico da função tangente: f(x) = tg (x + 2)



13 – Função raiz

O que determina o domínio da função raiz é o termo n que faz parte do expoente. Se n for ímpar, o domínio (x) será o conjunto dos números reais; se n for par, o domínio (x) será somente os números reais positivos. Isso porque, quando o índice é par, o radicando (termo que fica dentro da raiz) não pode ser negativo.

Fórmula geral da função raiz

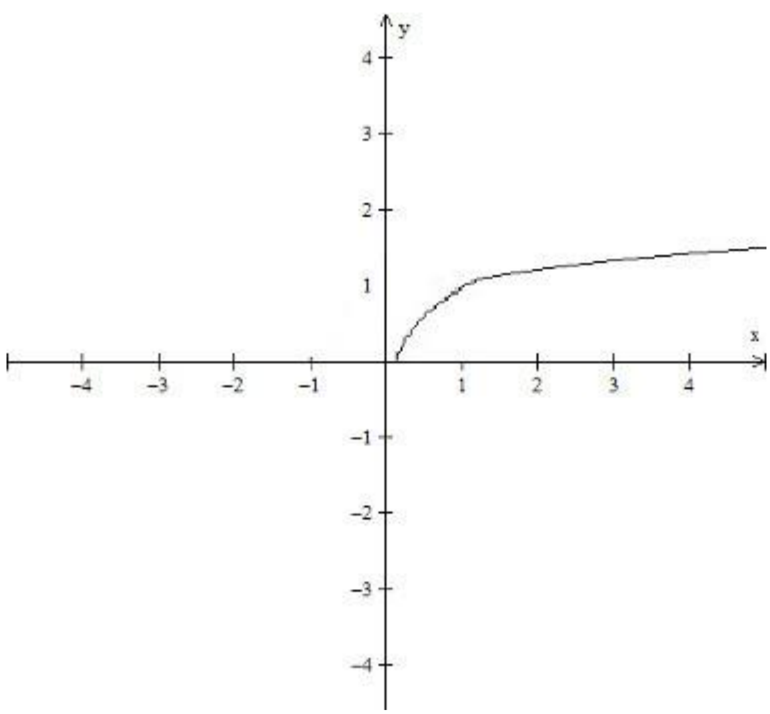
$f(x) = x^{1/n}$

$f(x)$ = Imagem

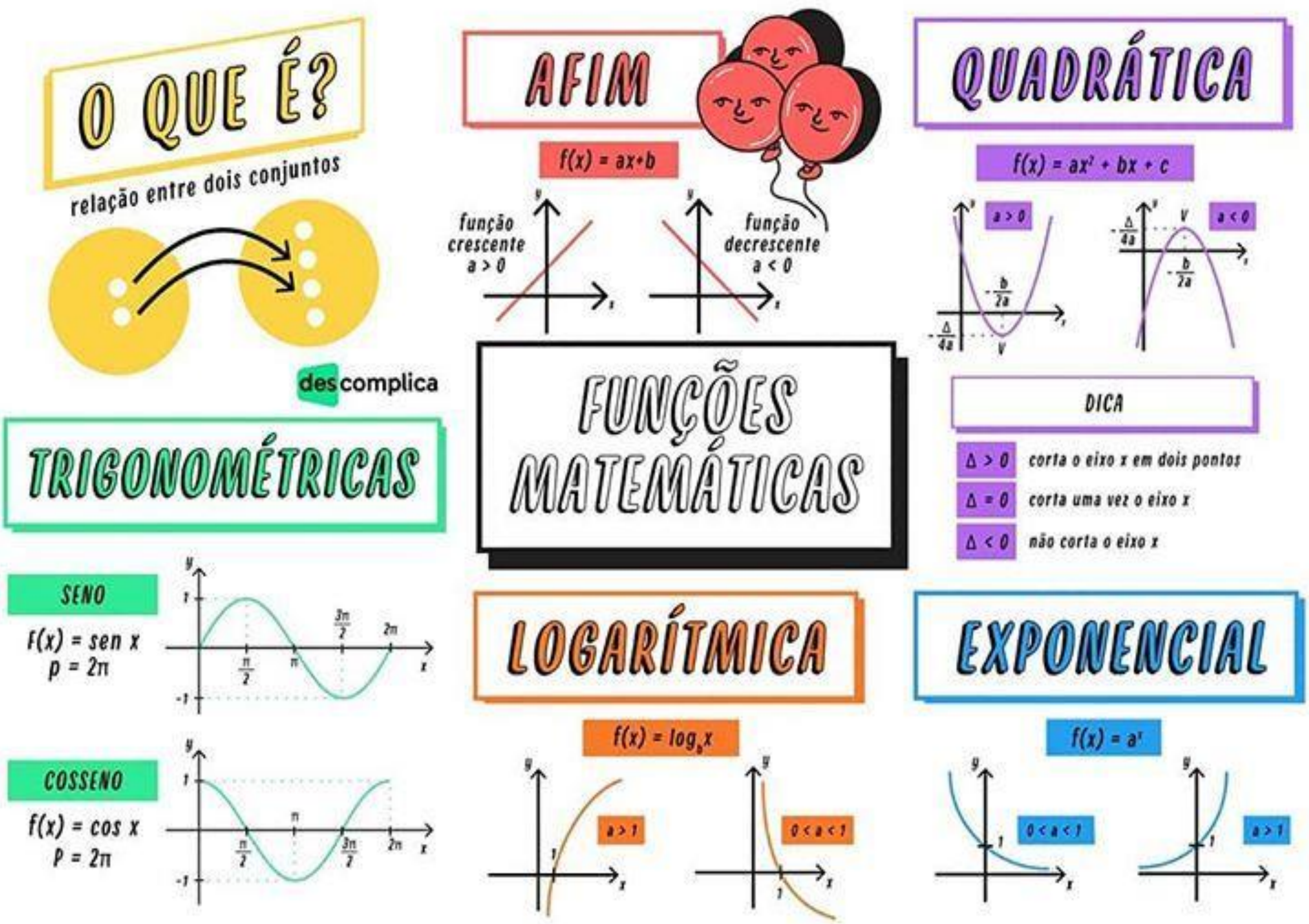
x = domínio/ base

$1/n$ = expoente

Exemplo de gráfico da função raiz: $f(x) = (x)^{1/2}$



Hora da Revisão



S.O.S EDUCA

Função do 1º Grau

Notação:

$$f(x) = ax + b$$

ou

$$y(x) = mx + b$$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Domínio da função

Contradomínio da função

a e b pertencem ao conjunto dos números reais e $a \neq 0$.

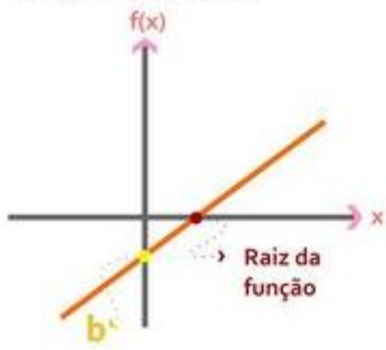
a: coeficiente angular → $a = tg(\alpha) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

b: coeficiente linear → Onde a reta "corta" o "eixo y"

GRÁFICOS (Linear / Reta)

Se a > 0

função crescente

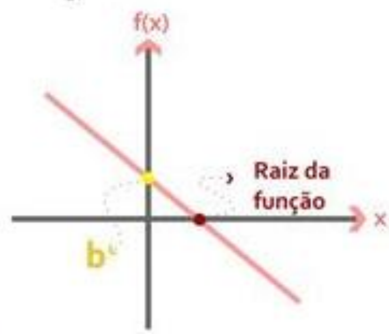


Raiz da função

$$x = \frac{-b}{a}$$

Se a < 0

função decrescente



Observações:

Se a = Ø então a função é constante e o gráfico é uma reta paralela ao eixo x.

Se b = Ø então a reta passa pela origem, ou seja, O = (Ø,Ø).

S.O.S EDUCA

Função do 2º Grau

Notação:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Se a > o
Concavidade para cima

Se a < o
Concavidade para baixo

$$f : R \rightarrow R$$

Domínio da função

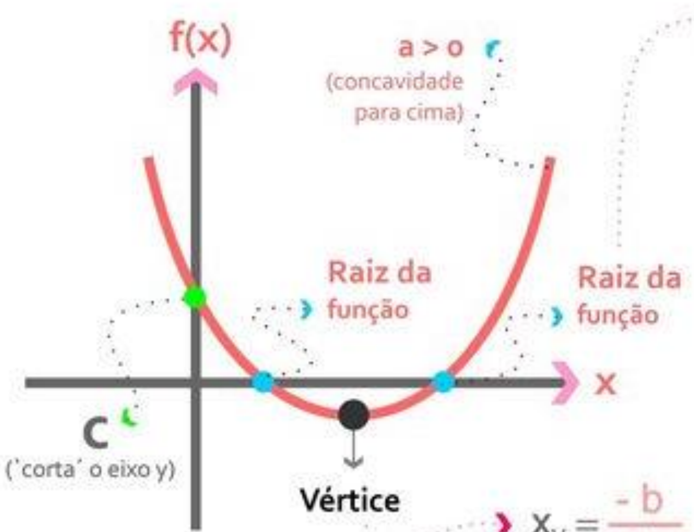
Contradomínio da função

***a*, *b* e *c* pertencem ao conjunto dos números reais e $a \neq 0$.**

Raízes ou Zeros da função

$\Delta > 0$	duas raízes reais e **Distintas**	A parábola 'corta' o 'eixo x' em 2 pontos.
$\Delta = 0$	duas raízes reais e **Iguais**	A parábola 'corta' o 'eixo x' em apenas 1 ponto.
$\Delta < 0$	**não possui** raiz Real.	A parábola não 'corta' o 'eixo x'.

GRÁFICO (Parábola)



$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Função exponencial

Notação:

$$f(x) = a^x$$

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$$

Domínio da função

Contradomínio da função

Condição de existência

$a > 0$ e $a \neq 1$

a *pertence ao conjunto dos números reais e deve satisfazer a* ***condição de existência.***

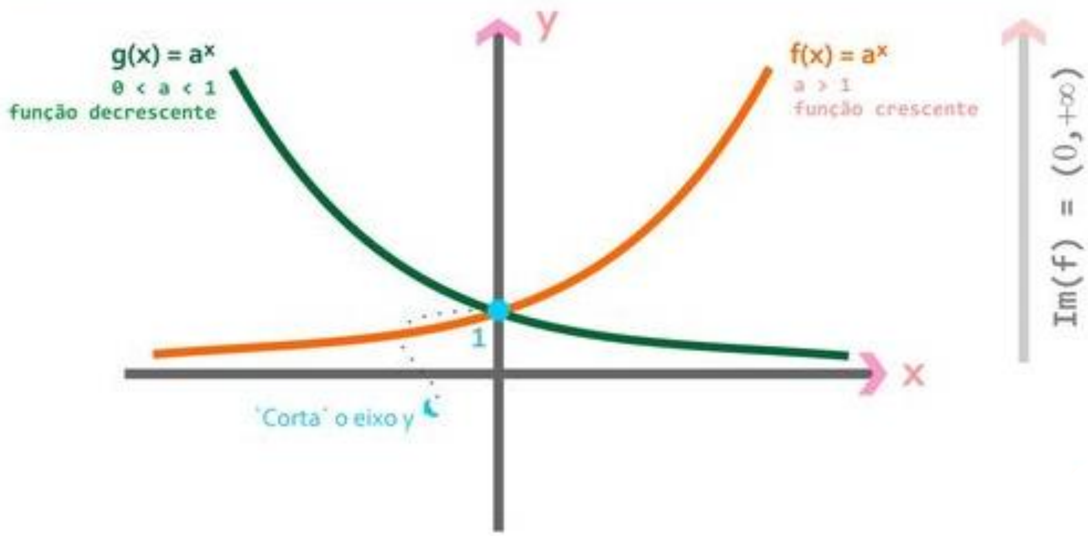
Propriedades: A função exponencial, $f(x) = a^x$, é **injetiva**, **sobrejetiva** e **bijetiva**. Logo possui uma **função inversa**.

Função Exponencial Natural (e^x)

A **função exponencial natural** é a função exponencial cuja base é o **número de Euler**. O valor aproximado, do **número e**, é **2,718281828**.

$$f(x) = e^x$$

GRÁFICOS



Função logarítmica

Notação:

$$f(x) = \log_a x$$

$$f: \mathbb{R}^*_+ \rightarrow \mathbb{R}$$

Domínio da função

$x > 0$

Contradomínio da função

Condição de existência

$a > 0$ e $a \neq 1$

a *pertence ao conjunto dos números reais e deve satisfazer a* ***condição de existência.***

Propriedades: A função exponencial, $f(x) = \log_a x$, é injetiva, sobrejetiva e bijetiva. Logo possui uma **função inversa** que é dada pela função $f(x) = a^x$

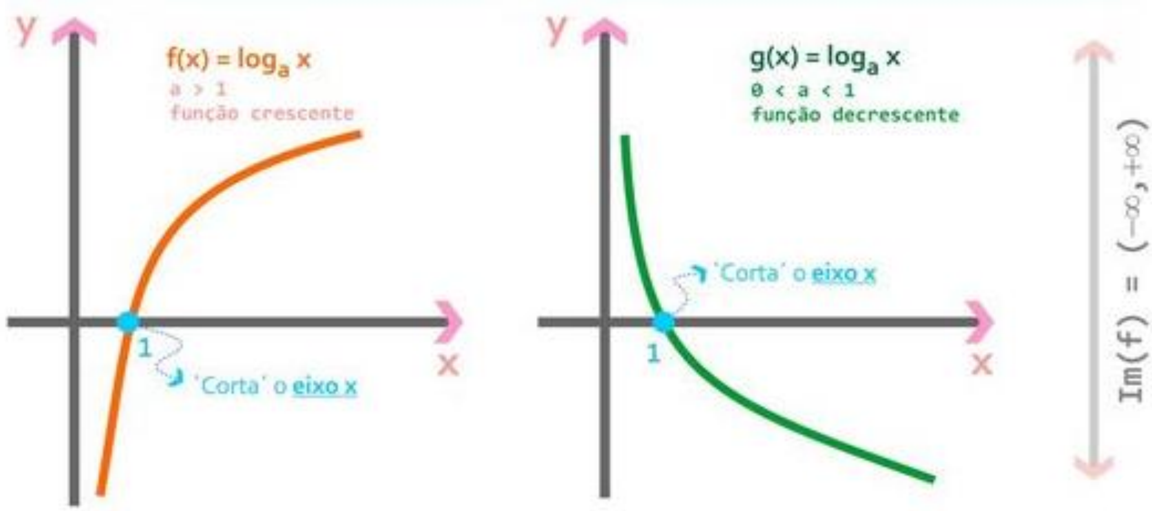
Exemplo: Dada a função $f(x) = \log_2 x$ tem-se que a sua **inversa** é a função $g(x) = 2^x$

Função Logarítmica Natural (ln(x))

A **função logorítmica natural** é a função logarítmica cuja base é o **número de Euler**. O valor aproximado, do **número e**, é **2,718281828**.

$$f(x) = \log_e x \rightarrow f(x) = \ln(x)$$

GRÁFICOS



Dúvidas?

Confira nossas explicações nos vídeos disponíveis em

SOS Educa