محمد داوری　　　　یادگیری ماشین　　　　فصل ۹

9.1

$\ell(h,(x,y)) = |h(x)-y|$ 　　　ERM

$\min \sum |\langle w, x_i\rangle - y_i|$

راهنمایی: اثبات مسئله

$|c| = \min_{a \geq 0} a \quad s.t \quad c \leq a \ \& \ c \geq -a$

$-a \qquad a$

$\equiv |c| \leq a$

$\equiv |c| = \min_{a \geq 0} a$

اثبات کنیم ERM معادل است با مینیمم کردن خطای تجربی است

$c_i = \langle w, x_i\rangle - y_i \qquad a = (a_1, \dots, a_m)$

منفعت $\min \sum_{i=1}^{m} |c_i|$ طبق بالا داریم $\sum_{i=1}^{m} a_i$ با شرط $c_i \leq a_i \ \& \ c_i \geq -a_i$

$\forall i \in [m] \qquad \langle w, x_i\rangle - y_i \leq a_i \ \& \ \langle w, x_i\rangle - y_i \geq -a_i$

$\equiv \langle w, x_i\rangle - a_i \leq y_i \ \& \ -\langle w, x_i\rangle - a_i \leq -y_i$

که معادل است با

$A = [X \ -I_m \ , -X \ -I_m] \qquad Av \leq b$

$v = (w_1, \dots, w_d, s_1, \dots, s_d)$

$b = (y_1, \dots, y_m, -y_1, \dots, -y_m)$

ادامه 9.1 فاطمه داوری فصل 9

و با در نظر گرفتن $C = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{d+m \times 1}$ و

$$C^T v = a_1 + \dots + a_m = \sum_{i=1}^{m} a_i$$

فصل 2 — [illegible]

3

Theorem.1 : $\dfrac{\langle w^*, w^{(T+1)}\rangle}{\|w^*\|\,\|w^{(T+1)}\|} \geq \dfrac{\sqrt{T}}{RB}$

$T \leq (RB)^2$

$R = \max \|x_i\|$

طبق راهنمایی: $x_i = e_i$

$R = \max \|e_i\| = 1$

$B = \min \|w\| \qquad \forall i \in [m] \quad y_i\langle w, x_i\rangle \geq 1$

$w^* = [1, \dots, 1]^T \Rightarrow \|w^*\|^2 = \sum^m 1^2 + 1^2 + \dots + 1^2 = m$

$\Rightarrow B = \min \|w\| \leq \sqrt{m}$

$\Rightarrow (RB) \leq \sqrt{m} \Rightarrow (RB)^2 \leq m$

$B_d = \{B_{v,r} : v \in \mathbb{R}^d, r > 0\}$

$$B_{v,r}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \|x - v\| \le r \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

$\Phi : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^{d+1}$ $\quad \Phi(x) = (x, \|x\|^2)$

if $x_1, \dots, x_m$ are shattered by B_d then $\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_m)$ are shattered by the class of halfspace in $\mathbb{R}^{d+1}$

Sin(6) =

x های $x_1, \dots, x_m$ توسط $B_{v,r}$ خرد می‌شوند پس v و r داریم

$B_{v,r}(x_i) = y_i$

$\|x_i - v\| \le r \Rightarrow \|x_i - v\|^T \|x_i - v\| \le r^2$

$\|x_i\| + \|v\| - 2v^T x_i \le r^2$

$2v^T x_i - \|x_i\| + r^2 - \|v\| \geq 0$

که معادل است با $w^T \Phi(x_i) + b \geq 0$ با در نظر گرفتن

$$w = \begin{pmatrix} 2v_1 \\ \vdots \\ 2v_m \\ -1 \end{pmatrix} = 2v \quad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\Phi(x_i) = (x_i, \|x_i\|)$

$, b = r^2 - \|v\|$

می‌توان نوشت:

$\Rightarrow h(x_i) = y_i$

$VCD(\mathcal{H}_{d+1}) = d+2 \geq VCD(B_d)$