

①
ردیف

$\sqrt{N} = n$
 $n \times n$
 مربع
 طرح

الف) می‌خواهم مجموع درهای $x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n}$ در سطر اول را حساب کنم.

در اینجا $x =$ اردگاه (درب) باشد. - برای حل این سوال باید از هر درگاه خانه‌ها که لازم است خانه‌ها را در دست و پا کنم.

در نهایت هم به این درگاه‌ها رسیدیم یا هم or رد که اگر جواب $①$ به چنین درستی حاصل شد خانه‌ها در سطر اول درهای $x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n}$

اما در صورتی که درگاه این مجموع درگاه $x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n}$ هر سطر دیگر که لازم است در دست و پا کنم، به هم وصل می‌کنم و در نهایت به هم وصل می‌کنم اگر جواب را بشود پیدا کرد که در سطر i به سطر j است یا not این عبارت به سطر i را به سطر j می‌رساند.

اما به هم وصل می‌کنم اگر جواب این سطر درگاه $x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n}$ به سطر i به سطر j است. رابطه آن به سطر i به سطر j است:

خانه‌های مجاور $[1,1], [1,2], [1,3], [1,4], [2,1], [2,2], [2,3], [2,4], [3,1], [3,2], [3,3], [3,4], [4,1], [4,2], [4,3], [4,4]$

$$\left((x_{0,0} \wedge x_{0,1}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,2}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,3}) \dots \right) \wedge \left((x_{0,0} \wedge x_{0,1} \wedge x_{0,2}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,1} \wedge x_{0,3}) \dots \right)$$

همه درگاه‌ها ممکن است در این شکل باشند

رابطه که

$$\left((x_{0,0} \wedge x_{0,1}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,2}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,3}) \dots \right) \wedge \left((\neg x_{0,0} \vee \neg x_{0,1} \vee \neg x_{0,2}) \wedge (\neg x_{0,0} \vee \neg x_{0,1} \vee \neg x_{0,3}) \wedge \dots \right)$$

همه درگاه‌ها ممکن است در این شکل باشند

اگر جواب این عبارت برابر با $①$ شود یعنی $true$ می‌شود در سطر i به سطر j است. خانه‌ها در سطر i به سطر j است.

اثبات (3)

مقادیر $[0,1]$: $[0,1]$, $[1,0]$, $[1,1]$

$$\left(\overbrace{(x_{0,1} \wedge x_{1,0}) \vee (x_{0,1} \wedge x_{1,1}) \vee (x_{1,0} \wedge x_{1,1})}^{P_1} \right) \wedge \overbrace{(\neg x_{0,1} \vee \neg x_{1,0} \vee \neg x_{1,1})}^{P_2}$$

P_1 و P_2 به صورت CNF هستند

$$\text{مثال: } (x_{0,1} \wedge x_{1,0}) \vee (x_{0,1} \wedge x_{1,1}) = (x_{0,1} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1})$$

$$\wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1}) = \boxed{(x_{0,1}) \wedge (x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1})}$$

$$\left((x_{0,1}) \wedge (x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1}) \right) \vee (x_{1,0} \wedge x_{1,1}) =$$

$$\left(x_{1,0} \vee \left((x_{0,1}) \wedge (x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1}) \right) \right) \wedge \left(x_{1,1} \vee \left((x_{0,1}) \wedge (x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1}) \right) \right)$$

$$= (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1} \vee x_{1,1}) \wedge$$

$$(x_{1,1} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,1} \vee x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,1} \vee x_{1,1} \vee x_{0,1}) \vee (x_{1,1} \vee x_{1,1} \vee x_{1,1})$$

$$= (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{1,1}) \wedge (x_{1,0} \vee x_{0,1}) \wedge (x_{1,1} \vee x_{0,1})$$

$$\wedge (x_{1,1} \vee x_{1,0} \vee x_{0,1}) \vee (x_{1,1} \vee x_{1,1})$$

بنابراین P_1 به صورت CNF است. و P_2 نیز به صورت CNF است.

سوال (3)

سوال (2)

KB ما از همه حقیقت گفته شده است درست است

h : درست است

wc : درست است

r : نادرست

wh : درست است

KB

$$R_1: h \vee wc$$

$$R_2: wc \Rightarrow r$$

$$R_3: h \Rightarrow wh$$

$$R_4: \neg wh$$

این مجموعه حقیقت است که نادرست است و این مجموعه درست است $KB \wedge \neg \alpha$ unsatisfiable

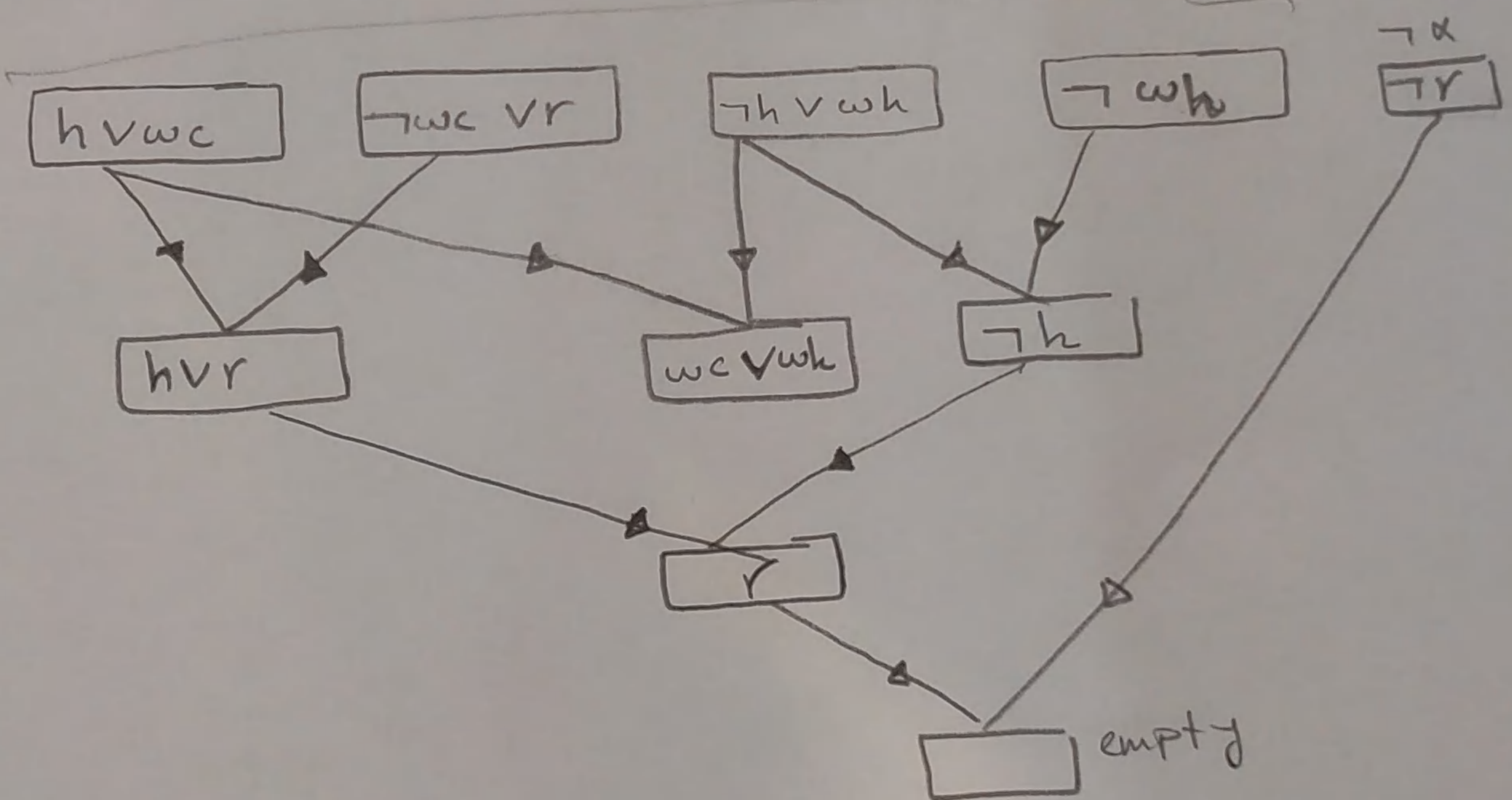
از KB به CNF تبدیل می شود. حاصله در زیر آمده است. resolve

$$R_1: h \vee wc$$

$$R_2: \neg wc \vee r$$

$$R_3: \neg h \vee wh$$

$$R_4: \neg wh$$



① $h \vee wc$ و $\neg wc \vee r$ resolve می شود: $h \vee r$

② $\neg h \vee wh$ و $\neg wh$ resolve می شود: $\neg h$

③ $\neg h$ و $h \vee r$ resolve می شود: r

④ r و $\neg r$ resolve می شود: empty

unsatisfiable, $KB \wedge \neg \alpha$

پس باطل است

$$P(a|b) = \frac{P(b|a)P(a)}{P(b)}$$

↓
احتمال

$$P(\text{رنگ: سفید} | \text{دسته: 1}, \text{جنس: م}, \text{حالت: ع})$$

$$= \frac{P(\text{دسته: 1}, \text{جنس: م}, \text{حالت: ع} | \text{رنگ: سفید}) P(\text{رنگ: سفید})}{P(\text{دسته: 1}, \text{جنس: م}, \text{حالت: ع})}$$

$$= P(\text{دسته: 1}, \text{جنس: م}, \text{حالت: ع} | \text{رنگ: سفید}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

$$P(\text{رنگ: سفید}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{دسته: 1}, \text{جنس: م}, \text{حالت: ع}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$+ \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{64} + \frac{9}{64} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{8+3+9}{64} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{20}{64}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{5}{16} = \frac{5}{48}$$

$$= \frac{\frac{9}{64} \times \frac{1}{3}}{\frac{5}{48}} = \frac{\frac{3}{64} \times \frac{3}{5}}{\frac{5}{48}} = \frac{9}{20} \quad \left| \text{جواب نهایی} \right|$$

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{3}{48}$

✓
مستقل، X, Y

مس | $P(X=3) = \frac{1}{6}$

$$P(X=1, Y=1) = P(X=1) \times P(Y=1) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=1, Y=2) = P(X=1) \cdot P(Y=2) = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{P(Y=1)}{P(Y=2)} = 4 \rightarrow \boxed{P(Y=1) = 4 P(Y=2)}$$

$$P(X=1, Y=2) = P(X=1) \cdot P(Y=2) = \frac{1}{16}$$

$$P(X=2, Y=2) = P(X=2) \cdot P(Y=2) = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{P(X=1)}{P(X=2)} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{P(X=1) = \frac{3}{2} P(X=2)}$$

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1 \Rightarrow \boxed{P(X=2) + P(X=1) = \frac{5}{6}}$$

مستقل

$$\Rightarrow P(X=2) + \frac{3}{2} P(X=2) = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{2} P(X=2) = \frac{5}{6} \Rightarrow \boxed{P(X=2) = \frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow \boxed{P(X=1) = \frac{1}{2}}$$

$$P(X=1) \cdot P(Y=1) = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{P(Y=1) = \frac{1}{2}}$$

$$P(X=1) \cdot P(Y=2) = \frac{1}{16} \rightarrow \boxed{P(Y=2) = \frac{1}{8}}$$

$$\boxed{P(Y=3) = \frac{3}{8}}$$

$$P(X=3, Y=1) = P(X=3) \cdot P(Y=1) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$P(X=3, Y=2) = P(X=3) \cdot P(Y=2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$

$$P(X=3, Y=3) = P(X=3) \cdot P(Y=3) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{48}$$

$$P(X=1, Y=3) = P(X=1) \cdot P(Y=3) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$$

$$P(X=2, Y=3) = P(X=2) \cdot P(Y=3) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$$

7

- $\rightarrow P(X=1) : \frac{1}{2}$
- $\rightarrow P(X=2) : \frac{1}{3}$
- $\rightarrow P(X=3) : \frac{1}{6}$
- $\rightarrow P(Y=1) : \frac{1}{2}$
- $\rightarrow P(Y=2) : \frac{1}{8}$
- $\rightarrow P(Y=3) : \frac{3}{8}$