به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی

برق و کامپیوتر

درس کنترل پیشرفته

فاز اول پروژه

نام و نام خانوادگی	**فاطمه نائینیان**
شماره دانشجویی	**810198479**
تاریخ ارسال گزارش	**1401-10-19**

فهرست

۱. نقاط تعادل سیستم را با در نظر گرفتن نقطه کار داده شده بیابید.

$$\dot{x_1} = x_2$$

$$\dot{x_2} = -g + \frac{c}{M}\frac{x_3^2}{0.1 - x_1} - \frac{f_v x_2}{M}$$

$$\dot{x_3} = \frac{1}{L}(-Rx_3 + u)$$

$$y = x1$$

برای به دست آوردن نقطه تعادل باید $\dot{x} = 0$ قرار دهیم. بنابراین داریم:

$$\dot{x_1} = x_2 = 0 \rightarrow \ x_2^* = 0$$

$$\dot{x_2} = -g + \frac{c}{M}\frac{x_3^2}{0.1 - x_1} - \frac{f_v x_2}{M} = 0 \rightarrow \ -g + \frac{c}{M}\frac{x_3^2}{0.1 - x_1} = 0$$

$$\dot{x_3} = \frac{1}{L}(-Rx_3 + u) = 0 \rightarrow u = Rx_3$$

$$y^* = 0.06 \rightarrow x_1^* = 0.06 \rightarrow x_2^* = 0 \rightarrow x_3^* = \pm 0.7911 \rightarrow u^* = \pm 39.5567$$

همچنین در متلب میتوان این عملیات را به شکل زیر تعریف کرد:

```
syms x1 x2 x3 u;
format long

R = 50;
L = 0.2;
g = 9.8;
M = 0.4+0.079;
c = 0.3;
fv = 0.04;
ystar = 0.06;

eq1= x2 == 0;
eq2= -g+c*x3^2/(0.1-x1)/M-fv*x2/M == 0;
eq3= 1/L*(-R*x3+u) == 0;
eq4= x1 == 0.06;
sol=solve([eq1,eq2,eq3,eq4],[x1 x2 x3 u]);
```

۲. سیستم را حول نقاط تعادل بدست آمده خطی سازی کنید و معادلات فضای حالت سیستم را بدست آورید.

$$\dot{x}' = A'x' + B'u \ \rightarrow \ \ x' = x - x^*$$

$$y' = C'x' + Du \rightarrow \ \ y' = y - y^*$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{M}\frac{x_3^{*2}}{(0.1 - x_1^*)^2} & -\frac{f_v}{M} & \frac{c}{M}\frac{2\,x_3^*}{0.1 - x_1^*} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 245 & -0.0835 & \pm 2.4774 \\ 0 & 0 & -250 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad C = [1\ 0\ 0], \qquad D = 0$$

این عملیات در متلب به شکل زیر می شود:

```
x1star = 0.06;
x2star = 0;
x3star = 0.791134207;
ustar = -39.55671034;
ystar = x1star;

A = [0, 1, 0;c/M*x3star^2/(0.1-x1star)^2, -fv/M, -c/M*x3star*2/(0.1-x1star); 0, 0, -R/L];
B = [0 0, 1/L]';
C = [1, 0, 0];
D = 0;

x = [x1-x1star, x2-x2star, x3-x3star]';
xdot = A*x + B*u
```

xdot =

$$\begin{pmatrix} \overline{x_2} \\ \frac{538760697741239\,\overline{x_1}}{2199023255552} - \frac{40\,\overline{x_2}}{479} - \frac{6973418032056207\,\overline{x_3}}{281474976710656} + \frac{155287198565716080491453265151827}{31691265005705735037417580134400} \\ 5\,u - 250\,\overline{x_3} + \frac{445368964980656625}{2251799813685248} \end{pmatrix}$$

```
y = C*x + D*u - ystar
```

y =

$$\overline{x_1} - \frac{3}{25}$$

۳. وضعیت پایداری نقاط تعادل سیستم را از طریق مقادیر ویژه ماتریس خطی سازی شده بررسی کنید.

برای بررسی پایداری نقطه تعادل باید مقادیر ویژه ماتریس A را پیدا کنیم.

$$\det(A-\lambda I)=0\ \rightarrow\ \lambda\in\{15.6107\,,-15.6107\ \,,-250\}$$

با توجه به اینکه مقدار ویژه مثبت داریم، نقطه تعادل ناپایدار است.

این عملیات در متلب به شکل زیر انجام می شود.

```
landa = eig(A);
display(landa)
```

```
landa = 3x1
10^2  x
```

	1
1	0.156107778806921
2	-0.156942851875815
3	-2.500000000000000

۴. کنترل پذیری، رؤیت پذیری و مینیمال بودن فضای حالت بدست آمده را بررسی کنید. در صورتی که سیستم مینیمال نیست، یک تحقق مینیمال از سیستم ارائه کنید. در ادامه پرسش ها از تحقق مینیمال استفاده کنید.

برای بررسی کنترل پذیری باید ماتریس کنترل پذیری را تشکیل دهیم.

```
Controlable = [B, A*B, A*A*B]
```

```
Controlable = 3x3
10^5  x
                   0                   0  -0.001238727881524
                   0  -0.001238727881524   0.309785413210357
   0.000050000000000  -0.012500000000000   3.125000000000000
```

```
det(Controlable)
```

```
ans =
   -7.672233822324783e+04
```

با توجه به اینکه دترمینان آن غیر صفر شده پس سطر و ستون های آن مستقل خطی بوده و سیستم کنترل پذیر است.

برای بررسی رویت پذیری باید ماتریس رویت پذیری را تشکیل دهیم.

```
Observable = [C; C*A; C*A*A]
```

```
Observable = 3x3
10^2 x
    0.010000000000000                  0                  0
                    0  0.010000000000000                  0
    2.450000000595714  -0.000835073068894  -0.247745576304802
```

```
det(Observable)
```

```
ans =
 -24.774557630480160
```

با توجه به اینکه دترمینان آن غیر صفر شده پس سطر و ستون های آن مستقل خطی بوده و سیستم رویت پذیر است.

هنگامی که سیستم هم رویت پذیر است و هم کنترل پذیر است در نتیجه سیستم مینیمال است.

```
s=tf('s');
gs=C*((s.*eye(3)-A)^-1)*B+D
```

```
gs =

                 -123.9
  ------------------------------------
  s^3 + 250.1 s^2 - 224.1 s - 6.125e04

Continuous-time transfer function.
```

میبینیم حذف صفر و قطب رخ نداده و درجه تابع تبدیل و دیمانسیون A برابر است پس سیستم مینیمال است.

۵. ماتریس انتقال حالت این سیستم را محاسبه کنید.

برای محاسبه ماتریس انتقال حالت به دو شیوه میتوانیم عمل کنیم. روش اول این است که ابتدا مقادیر ویژه و بردار های ویژه A را پیدا کنیم و فرم جردن را محاسبه کنیم.

روش دوم این است که از توابع متلب استفاده کنیم. با کمک تابع expm میتوانیم ماتریس exp(At) را پیدا کنیم و با تابع vpa مقدار دلخواه از اعشار ضرایب را نشان دهیم. در نهایت این مقدار به شکل زیر می شود.

```
syms t
eAt = vpa(expm(A * t), 4)
```

eAt =

$$\begin{pmatrix} 0.5013\,e^{15.61\,t} + 0.4987\,e^{-15.69\,t} & 0.03194\,e^{15.61\,t} - 0.03194\,e^{-15.69\,t} & 0.003378\,e^{-15.69\,t} - 0.0003981\,e^{-250.0\,t} - 0.00298\,e^{15.61\,t} \\ 7.826\,e^{15.61\,t} - 7.826\,e^{-15.69\,t} & 0.4987\,e^{15.61\,t} + 0.5013\,e^{-15.69\,t} & 0.09952\,e^{-250.0\,t} - 0.04651\,e^{15.61\,t} - 0.05301\,e^{-15.69\,t} \\ 0 & 0 & e^{-250.0\,t} \end{pmatrix}$$

```
% [Q,j] = eig(A);
% TM = vpa(Q*exp(j*t)*inv(Q),3)
```

۶. تابع تبدیل فضای حالت خطی شده سیستم را بدست آورید. قطب ها و صفر های سیستم را گزارش کنید.

برای به دست آوردن تابع تبدیل میتوانیم از فرمول $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ استفاده کنیم.

```
s=tf('s');
gs=C*((s.*eye(3)-A)^-1)*B+D
```

```
gs =

                  -123.9
  -----------------------------------
  s^3 + 250.1 s^2 - 224.1 s - 6.125e04

Continuous-time transfer function.
```

برای پیدا کردن صفر و قطب ها نیز میتوانیم از توابع *zero(g(s))* و *pole(g(s))* استفاده کنیم که نتایج به شکل زیر می شود.

```
z = zero(gs)
```

```
z =

  0×1 empty double column vector
```

```
p = pole(gs)
```

```
p = 3×1
10^2 ×
   -2.500000000000000
    0.156107778806922
   -0.156942851875815
```

۷. کنترل کننده PID برای پایدارسازی سیستم خطی طراحی کنید. شاخصه مطلوب را به دلخواه انتخاب کنید. کنترل کننده طراحی شده چه مشکلی دارد؟

میدانیم که کنترل کننده PID به شکل زیر است:

$$PID = K_d s + k_p + \frac{k_i}{s}$$

بنابراین باید ضرایب را پیدا کنیم. میتوان با آزمون و خطای بسیار کنترل کننده پیدا کرد اما راهی که متلب پیش روی ما میگذارد استفاده از تابع pidtune() است که به پیدا کردن کنترل کننده سرعت میبخشد.

با این تابع به ضرایب زیر برای کنترل کننده می رسیم.

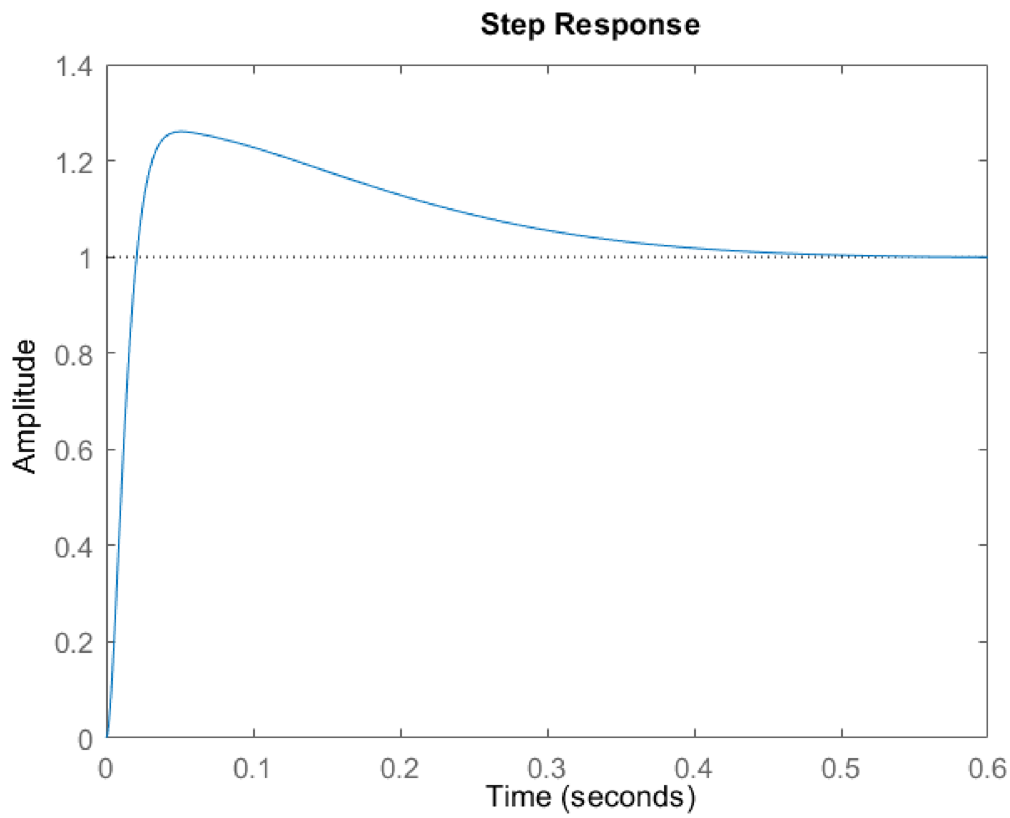
```
C =

             1
  Kp + Ki * --- + Kd * s
             s

  with Kp = -2.94e+03, Ki = -1.28e+04, Kd = -169
```

بزرگترین مشکل این کنترل کننده وجود پارامتر های بسیار بزرگ است.

۸. با استفاده از کنترل کننده بدست آمده در مرحله قبل، پاسخ متغیرهای حالت به ورودی پله را رسم کنید.



۹. کنترل کننده طراحی شده را به سیستم غیر خطی متصل کنید و بر روی آن نیز پاسخ متغیرهای حالت به ورودی پله را رسم کنید. برای راحتی کار، سیستم دینامیکی مذکور در زیرسیستم Magnetic Levitation در فایل سیمولینک vrmaglev_sys.slx به صورت پارامتری داده شده است که می توان نتایج را به صورت سه بعدی در آن مشاهده کرد. تنها می بایست در workspace این پارامترها را تعریف کرده و مقداردهی کنید.

نتایج در فایل سیمیولینک موجود است.