

① پیشینه مسأله در ادبیات حل مسئله اولیه آسان تر باشد و در دست حل مسئله دشوار ساده تر باشد.

$$\downarrow \begin{cases} \max y = 2x_1 + 13x_2 - 11x_3 + 21x_4 \\ \text{subject to} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 \leq 50 & (1) \\ 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 53 & (2) \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min z = 50\lambda_1 + 53\lambda_2 \\ \text{subject to} \begin{cases} 4\lambda_1 \geq 2 \\ 5\lambda_1 + 4\lambda_2 \geq 13 \\ -5\lambda_1 + 4\lambda_2 \geq -11 \\ 7\lambda_2 \geq 21 \\ \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

متغیر زیاد، قید کم

متغیر کم، قید زیاد

$$\downarrow \begin{cases} \min y = 2x_1 + 9x_2 \\ \text{subject to} \begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 5 & (1) \\ x_1 + x_2 \leq 4 & (2) \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 7 & (3) \\ x_1 \leq 2 & (4) \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max z = 5\lambda_1 - 4\lambda_2 + 7\lambda_3 - 2\lambda_4 \\ \text{subject to} \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_3 \leq 2 \\ 3\lambda_1 - \lambda_2 + 5\lambda_3 - \lambda_4 \leq 1 \\ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

متغیر کم، قید زیاد

متغیر زیاد، قید کم

$$\begin{aligned} \max y &= x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 \\ \text{subject to} \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 9 & \rightarrow x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 \geq 2 & \rightarrow x_1 - x_3 + 2x_4 - x_6 = 2 \\ x_1, x_4 \rightarrow \text{unbounded} & \rightarrow x_1 = x_1' - x_1'', \quad x_4 = x_4' - x_4'' \\ x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$x_1' \geq 0, x_1'' \geq 0$
 $x_4' \geq 0, x_4'' \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \max y = x_1' - x_1'' + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4' - 5x_4'' \\ \text{subject to} \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4' - 3x_4'' + x_5 = 9 & \rightarrow x_5 \\ 2x_1' - 2x_1'' - x_2 + x_3 = -2 & \rightarrow x_6 \\ x_1' - x_1'' - x_3 + x_4' - x_4'' - x_4 = 2 & \rightarrow x_4 \\ x_1', x_1'', x_2, x_3, x_4', x_4'', x_5, x_6 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

	x_0	x_1	x_1'	x_1''	x_2	x_2'	x_2''	x_4	RHS
-Z	0	-3	-1	+1	+2	-2	+2	0	0
x_0	1	1	0	0	-1	3	-3	0	9
x_1	0	-1	1	-2	1	0	0	0	-2
x_1'	0	0	1	-1	-1	1	-1	-1	2

	x_0	x_1	x_1'	x_1''	x_2	x_2'	x_2''	x_4	RHS
-Z	0	0	0	0	-1	2	-2	-5	20
x_0	1	0	0	0	2	1	-1	2	3
x_1	0	1	0	0	-3	2	-2	-2	4
x_1'	0	0	1	-1	-1	1	-1	-1	2

تعین
 x_1 و x_0

	x_1	x_2	x_1'	x_1''	x_0	x_2'	x_2''	x_4	RHS
-Z	-1	0	0	0	0	2	-2	-5	20
x_1	2	0	0	0	0	1	-1	2	3
x_2	-3	1	0	0	1	2	-2	-2	4
x_1'	-1	0	1	-1	0	1	-1	-1	2

	x_1	x_2	x_1'	x_1''	x_0	x_2'	x_2''	x_4	RHS
-Z	0	0	0	0	0	4	-4	1	22
x_1	1	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$2,5$
x_2	0	1	0	0	1	$2,5$	$-2,5$	1	$10,5$
x_1'	0	0	1	-1	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	$3,5$

گزینه‌ای برای پاسخ بران نیست ← مسئله جواب ندارد

$$\max y = 9\lambda_1 - 2\lambda_2 - \lambda_3$$

subject to

$$\begin{cases} 2\lambda_1 + \lambda_3 \leq -1 \\ -2\lambda_1 - \lambda_3 \leq 1 \\ \lambda_1 - \lambda_2 \leq -3 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 \leq 2 \\ 3\lambda_1 + \lambda_3 \leq -5 \\ -3\lambda_1 - \lambda_3 \leq 5 \\ \lambda_1 \leq 0 \\ -\lambda_3 \leq 0 \end{cases}$$

و

$$\min z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 \geq 14 & b_1 & (\lambda_1) \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 5x_4 \geq 11 & b_2 & (\lambda_2) \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 10 & b_3 & (\lambda_3) \\ x_i \geq 0 & b_4 \end{cases}$$

$$\max z = 14\lambda_1 + 11\lambda_2 + 10\lambda_3$$

Subject to

$$\begin{cases} 3\lambda_2 + \lambda_3 \leq 3 \\ 3\lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 \leq 5 \\ + 5\lambda_1 - 4\lambda_2 + \lambda_3 \leq 2 \\ -2\lambda_1 + 5\lambda_2 - \lambda_3 \leq 4 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\max z = 14\lambda_1 + 11\lambda_2 + 10\lambda_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_1 = 3 & \rightarrow \lambda_2 \\ 3\lambda_1 + 2\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_2 = 5 & \rightarrow \lambda_2 \\ + 5\lambda_1 - 4\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 2 & \rightarrow \lambda_4 \\ -2\lambda_1 + 5\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_5 = 4 & \rightarrow \lambda_5 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases}$$

	λ_2	λ_2	λ_4	λ_5	λ_1	λ_2	λ_3	RHS
-Z	0	0	0	0	-14	-11	-10	0
λ_2	1	0	0	0	0	3	1	3
λ_2	0	1	0	0	3	2	-1	5
λ_4	0	0	1	0	+5	-4	1	2
λ_5	0	0	0	1	-2	5	-1	4

2/- ✓

3/-

	λ_r	λ_a	λ_y	λ_v		λ_1	λ_r	λ_z	RHS
-Z	-Y_0	0	0	0		-14	-4	0	0
λ_r	1	0	0	0		0	8	1	3
λ_a	-1	1	0	0		3	0	0	4
λ_y	1	0	1	0		8	-4	0	0
λ_v	-1	0	0	1		-0	4	0	4

	λ_r	λ_a	λ_y	λ_v		λ_1	λ_r	λ_z	RHS
-Z	0	0	0	0		-14	09	Y_0	+Y_0
λ_r	1	0	0	0		0	8	1	3
λ_a	0	1	0	0		3	0	1	4
λ_y	0	0	1	0		8	-10	-1	2
λ_v	0	0	0	1		-0	11	1	9

$\frac{P}{P} \pm \checkmark$

	λ_r	λ_a	λ_1	λ_v		λ_y	λ_r	λ_z	RHS
-Z	0	0	-14	0		0	09	Y_0	Y_0
λ_r	1	0	0	0		0	8	1	3
λ_a	0	1	3	0		0	0	1	4
λ_1	0	0	8	0		1	-10	-1	2
λ_v	0	0	-0	1		0	11	1	9

	λ_r	λ_a	λ_1	λ_v		λ_y	λ_r	λ_z	RHS
-Z	0	0	0	0		8	19	14	41
λ_r	1	0	0	0		0	8	1	3
λ_a	0	1	0	0		-0.1V_0	14/0	4V_0	0.10
λ_1	0	0	1	0		0.120	-4/0	-0.120	0.10
λ_v	0	0	0	1		1.120	-1/0	-0.120	11/0

$$J^* = 41$$

$$\lambda_r = \lambda_z = \lambda_y = 0$$

$$\lambda_r = 3$$

$$\lambda_a = 0.10$$

$$\lambda_1 = 0.10$$

$$\lambda_v = 11/0$$

نقد

$$8\lambda_r + \lambda_r = 3 \rightarrow \text{active}$$

$$3\lambda_1 + 0.1\lambda_r - \lambda_r = -1/0 \rightarrow \text{inactive} \rightarrow \lambda_r = 0$$

$$8\lambda_1 - 4\lambda_r + \lambda_r = 0 \rightarrow \text{active}$$

$$-0.1\lambda_1 + 11\lambda_r - \lambda_r = 4 \rightarrow \text{inactive} \rightarrow \lambda_z = 0$$

$$8\lambda_r = 14 \rightarrow \lambda_r = 8$$

$$\lambda_1 + \lambda_r = Y_0 \rightarrow \lambda_1 = 14$$

$$\Rightarrow J = 41$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 14 & \lambda_r = 8 \\ \lambda_r = 0 & \lambda_z = 0 \end{cases}$$

(4)

ابتدا پکیج های مدنظر را نصب میکنیم. سپس تعداد مشتری ها را در میگیریم و با یک for داده ها را ورودی میگیریم. سپس متغیر های x, y را تعریف میکنیم سپس برای قدرمطلق یک متغیر دیگر تعریف میکنیم به صورتی که باید این متغیر از تفاضل فاصله مختصات فروشگاه و مشتری و همچنین منفی آن، بزرگتر باشد. بدین ترتیب برای هر داده 4 قید خواهیم داشت.

در نهایت تابع هدف همان مینیمم کردن آن متغیر های اضافه است.

در نهایت داریم:

```
1 import numpy as np
2 import pyomo.environ as pyo
3 from pyomo.environ import *
4 from pyomo.opt import SolverFactory
5
6 n_list = []
7
8 n = int(input(f"Enter number of data: "))
9
10 for i in range(n):
11     n_list.append([int(x) for x in input().split()])
12
13 model = pyo.ConcreteModel()
14
15 model.x = pyo.Var(within=pyo.Integers, bounds=(0,np.inf))
16 model.y = pyo.Var(within=pyo.Integers, bounds=(0,np.inf))
17
18 x = model.x
19 y = model.y
20
21 model.xbound = pyo.Var(range(n), within=pyo.Integers, bounds=(0,np.inf))
22 model.ybound = pyo.Var(range(n), within=pyo.Integers, bounds=(0,np.inf))
23
24 xbound = model.xbound
25 ybound = model.ybound
```

```

26
27 model.c = pyo.ConstraintList()
28
29 for i in range(n):
30     model.c.add(expr= xbound[i]+n_list[i][0]>=x )
31     model.c.add(expr= ybound[i]+n_list[i][1]>=y )
32     model.c.add(expr= xbound[i]-n_list[i][0]>=-x )
33     model.c.add(expr= ybound[i]-n_list[i][1]>=-y )
34
35 model.obj = pyo.Objective(expr=pyo.summation(xbound)+pyo.summation(ybound), sense=minimize)
36 opt = SolverFactory('glpk')
37 opt.solve(model)
38
39 x_value = pyo.value(x)
40 y_value = pyo.value(y)
41 J_value = pyo.value(model.obj)
42
43 print('x = ',x_value)
44 print('y = ',y_value)
45 print("Jmin =",J_value)

```

برای نمونه داریم:

```

Enter number of data: 5
1 1
5 5
6 9
8 3
10 15
x = 6.0
y = 5.0
Jmin = 32.0

```