

Numerical Methods for Differential Equations

فاطمه صفری

ش.د ۹۷۲۸۰۶۳

- first order Initial Value Problem with Euler's Method

لینک کد

کد بالا یک برنامه پایتون است که ورودی را از کاربر دریافت می‌کند و مسئله اولیه‌ی نقطه‌ی اول (IVP) را با استفاده از روش اویلر حل می‌کند.

در اینجا تابع `euler method` با دریافت تابع `f` که مشتق `dy/dx` را نشان می‌دهد، نقطه‌ی اولیه `x0` و `y0`، اندازه گام `h` و تعداد مراحل `num_steps`، مسئله را حل می‌کند و نتیجه را به صورت یک لیست از زوج مرتب با فرمت `[(x0, y0), (x1, y1), ...]` برمی‌گرداند.

سپس تابع `example function` به عنوان یک مثال ارائه شده است که تابعی است که `dy/dx` را نشان می‌دهد و تابع `euler method` با استفاده از آن به حل مسئله پرداخته است.

وقتی برنامه را اجرا می‌کنیم، باید مقدار اولیه `y0, x0`، اندازه گام `h` و تعداد مراحل `num_steps` را وارد کنیم. سپس برنامه مسئله را با استفاده از روش اویلر حل می‌کند و پاسخ تقریبی معادله را چاپ می‌کند.

• 1D PDE with Finite difference

لینک کد

بطور کوتاه، این برنامه یک معادله به فرم $\partial x / \partial t = \alpha \partial^2 x + Q$ مانند معادله گرما را با استفاده از روش تفاضل متناهی (Finite Difference Method) حل می‌کند. اجرای برنامه به صورت (time-stepping) انجام می‌شود و با هر مرحله زمانی، حل روزرسانی می‌شود.

- در ابتدا، پارامترهای مسئله از جمله طول دامنه (L)، زمان کل (T)، تعداد نقاط شبکه در جهت x یعنی (nt)، تعداد مراحل زمانی (nt) و ضریب آلفا (α) تعیین می‌شوند.
- سپس فاصله شبکه و مرحله زمانی محاسبه می‌شود.
- با استفاده از `np.linspace`، یک شبکه از نقاط در بازه 0 تا L در جهت x ایجاد می‌شود.
- آرایه u ، که حل نهایی است، اول با صفر مقداردهی می‌شود.
- سپس شرط اولیه ($u(x, 0)$) (مقدار اولیه) تعیین می‌شود.
- کاربر در ابتدا یک یک معادله PDE را وارد می‌کند. این معادله با استفاده از `eval` در هر مرحله زمانی ارزیابی می‌شود.

• تابع ورودی:

- این برنامه می‌تواند هر نوع معادله یک بعدی را از کاربر دریافت کند. کاربر می‌تواند معادله مورد نظر خود را در فرمت پایتون و با استفاده از متغیر x تعریف کند.
- برای مثال، اگر معادله ساده $u_t = \alpha u_{xx}$ را در نظر بگیریم که u_t تغییرات زمانی u_t و u_{xx} مشتق دوم فضایی u نسبت به x را نشان می‌دهد، میتوان آن را به شکل زیر وارد کرد:

```
pde_equation = "alpha * (u[i+1] - 2 * u[i] + u[i-1]) / dx**2"
```

در اینجا α ضریب انتشار است و dx فاصله شبکه در جهت x است.