

بسمه تعالی

دانشگاه اصفهان



دانشکده مهندسی کامپیوتر

گروه آموزشی هوش مصنوعی

دانشجو : فاطمه وهابی

شماره دانشجویی : 4013614052

موضوع: تمرین اول درس یادگیری ماشین

نام استاد : دکتر پیمان ادیبی

نام دستیار استاد : دکتر حسینی

بهار 1402

سوال اول)

من فاطمه وهایی دانشجوی ارشد هوش مصنوعی دانشگاه اصفهان هستم. من در دومین سال از تحصیلات کارشناسی خود به حوزه شبکه و امنیت علاقه مند شدم. اما پس از گذراندن دوره‌هایی متوجه شدم که علاقه‌ای به این حوزه ندارم. این مسئله به این علت بود که من به کارهایی که تنوع داشته باشد بیشتر علاقه‌مند هستم. پس از تحقیقاتی که کردم متوجه شدم که در زمینه هوش مصنوعی دامنه کارهای نوین زیاد است. لذا به عنوان اولین گام در حوزه هوش مصنوعی یک دوره یادگیری ماشین و داده کاوی گذراندم.

یادگیری ماشین از این جهت اهمیت دارد که به شرکت‌ها دیدی از روند رفتار مشتری و الگوهای عملیاتی تجاری می‌دهد و همچنین از توسعه محصولات جدید پشتیبانی می‌کند. بسیاری از شرکت‌های بزرگ مانند فیس‌بوک، یادگیری ماشین را به بخش مرکزی عملیات خود تبدیل می‌کنند. یادگیری ماشین برای بسیاری از شرکت‌ها به یک تمایز رقابتی مهم تبدیل شده است.

چالش‌های مدرن ابعاد بسیار بالایی دارند. با منابع داده غنی، ساخت مدل‌هایی که مشکلات را در فضای با ابعاد بالا حل می‌کنند، مهم است.

همچنین، Google Trends که محبوبیت عبارات جستجو را ردیابی می‌کند، نشان می‌دهد که جستجوهای یادگیری ماشین در حال پیشی گرفتن از جستجوهای هوش مصنوعی هستند. یادگیری ماشینی فراتر از کتاب‌های درسی حرکت می‌کند و آینده را متحول می‌کند.

یادگیری ماشینی شاخه‌ای از هوش مصنوعی است که سیستم‌ها را قادر می‌سازد تا بدون برنامه‌ریزی صریح، به‌طور خودکار از تجربه یاد بگیرند و پیشرفت کنند. ما از یادگیری ماشین به دلایل مختلفی استفاده می‌کنیم، از جمله:

تشخیص الگو: یادگیری ماشین می‌تواند برای شناسایی الگوهایی در مقادیر زیادی از داده‌ها استفاده شود که تشخیص آنها برای انسان دشوار یا غیرممکن است.

پیش‌بینی: مدل‌های یادگیری ماشینی می‌توانند بر اساس داده‌های تاریخی پیش‌بینی کنند، که می‌تواند برای تصمیم‌گیری آگاهانه و بهبود نتایج کسب‌وکار استفاده شود.

اتوماسیون: یادگیری ماشینی می‌تواند کارهای تکراری را که در حالت عادی نیاز به مداخله انسانی نیاز دارند، خودکار کند و زمان را برای کارهای پیچیده‌تر و استراتژیک‌تر آزاد کند.

شخصی سازی: الگوریتم های یادگیری ماشینی می توانند تجربیات کاربران را بر اساس ترجیحات و رفتارشان شخصی سازی کنند.

تشخیص تقلب: یادگیری ماشینی می تواند برای شناسایی فعالیت های متقلبانه، مانند کلاهبرداری کارت اعتباری، با شناسایی الگوهای غیرعادی در تراکنش ها مورد استفاده قرار گیرد.

به طور کلی، یادگیری ماشین مجموعه ای قدرتمند از ابزارها را برای حل مسائل پیچیده و بهبود کارایی و دقت در طیف وسیعی از حوزه ها ارائه می دهد.

در ادامه تصاویر حل سوالات 7 و 5 و 6 آمده است:

توجه: توضیحات مربوط به کدها در فایل کد نوشته شده است.

سوال ۱۲ فصل دوم کتاب سیلاب

$$\int_a^b \frac{1}{b-a} dx = 1$$

برداریم

بنابراین می‌توانیم به کمک این رابطه برای اوسط

$$E[x] = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \frac{x^2}{2(b-a)} \Big|_a^b = \frac{a+b}{2}$$

5

سین داریم این را برای اوسط

$$Var[x] = E[x^2] - E^2[x] = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} dx - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$= \frac{x^3}{3(b-a)} \Big|_a^b - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 =$$

10

$$\frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \Rightarrow Var[x] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

سوال ۷ فصل دوم کتاب سیلاب

15

$$\mu_{ML} = \frac{m}{m+l}$$

تخمین ML برای μ را داریم:

m تعداد مشاهده head است. m+l تعداد مشاهده tail است.

20

$$p(x=1|D) = \frac{m+a}{m+a+l+b} \quad \text{بنابراین می‌توانیم به کمک این رابطه برای اوسط} \quad E[x] = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{تخمین ML برای } \lambda \text{ است } \frac{m}{m+l} \text{، و } \frac{a}{a+b} \text{ برای } \lambda \text{ است.}$$

$$\lambda \frac{a}{a+b} + (1-\lambda) \frac{m}{m+l} = \frac{m+a}{m+a+l+b} \Rightarrow \lambda = \frac{a+b}{m+l+a+b}$$

25

page: ()

Subject:

Year : Month : Day : ()

روش دوم:

$$\left(\frac{m+a}{m+a+l+b} - \frac{a}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{m+a}{m+a+l+b} - \frac{m}{m+l} \right) \leq 0$$

با ساده سازی کسر بالا با خارج مشترک می توان به دست آورد:

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

Poisson distribution

سوال 7 (a)

$$a) P(X=x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x=0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$5 \text{ Prove: } \sum_{x=0}^{\infty} P(X=x|\lambda) = 1$$

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X=x|\lambda) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!}$$

$$e^{\lambda} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!}$$

از سری تیلور می دانیم:

$$10 \Rightarrow \sum_{x=0}^{\infty} P(X=x|\lambda) = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1$$

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad \text{for } x=0, 1, 2, \dots$$

b

 $P(x)$

$$15 \quad E(X) = \mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda \rightarrow \text{Variance}(x)$$

$$e^a = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{a^y}{y!}$$

$$E(x) = \sum_x x p(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} \quad \text{I}$$

20

چون $e^{-\lambda}$ را در عبارت I خارج کنیم به دست می آوریم $x=0$ تا $x=1$ تبدیل می شود.

و عبارت x را بازنویس می کنیم: $x! = x(x-1) \dots 1$ که x را صورت خط می کشیم

$$25 = \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

با $(x-1)$ بازنویس می کنیم. خط می کشیم:

Soroush

$$\rightarrow y = x-1 \rightarrow E(x) = \lambda e^{-\lambda} \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{y!}$$

نمبرین: $e = \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{y!}$: لقمه

$$E(X) = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda e^{-\lambda+\lambda} = \lambda e^0 = \lambda$$

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_n (n - \mu)^2 p(n)$$

5

$$E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$E(X^2) = \sum_n n^2 p(n) = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$$

10

$$E[X(X-1)] = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$$

رایه فاصله تا نبره ۲

$$E[X^2 - X] = e^{-\lambda} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\lambda^n}{(n-2)!} \rightarrow E[X(X-1)] = \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\lambda^{n-2}}{(n-2)!}$$

۱۵ λ^2, λ^2 هر دو یک کسیم. پس $n-2 = y$ قرار دهیم. خواهیم داشت:

$$E[X(X-1)] = \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{y!} \Rightarrow \lambda^2 e^{-\lambda} \underbrace{e^{\lambda}}_1 = \lambda^2$$

$$\rightarrow E[X(X-1)] = \lambda^2 \rightarrow E[X^2 - X] = \lambda^2$$

20

$$E[X^2] - E[X] = \lambda^2 \rightarrow E[X] = \lambda \rightarrow E[X^2] - \lambda = \lambda^2$$

$$\rightarrow E[X^2] = \lambda^2 + \lambda$$

25

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \underline{\underline{\lambda}}$$

Maximum likelihood (حل 17)

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$x = 0, 1, 2, \dots$$

$$x_i: i=1, \dots, n, \quad x_i \rightarrow iid$$

$$F(\lambda) = \ln \prod_{i=1}^n p(x_i, \lambda) = \sum_{i=1}^n \ln \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!}$$

$$= \sum_{i=1}^n \ln e^{-\lambda} + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \sum_{i=1}^n \ln x_i!$$

$$\arg \max_{\lambda} F(\lambda) \rightarrow \frac{\partial}{\partial \lambda} F(\lambda) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\sum_{i=1}^n (-\lambda) + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \sum_{i=1}^n \ln x_i! \right) = 0$$

$$-n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i = 0 \rightarrow \hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

15

$$X_i \sim P_o(\lambda) \Rightarrow P(X_i | \lambda) = (\lambda^{x_i} e^{-\lambda}) / x_i!$$

(d)

$$\lambda \sim \text{gamma}(\alpha, \beta) \Rightarrow P(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}$$

$$20 \quad P(\lambda | \underline{x}) = \frac{P(\underline{x} | \lambda) P(\lambda)}{P(\underline{x})}$$

$$P(\underline{x} | \lambda) = \prod_{i=1}^N \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{\lambda^{x_1 + x_2 + \dots + x_N} e^{-N\lambda}}{\prod_{i=1}^N x_i!}$$

$$= \lambda^{N\bar{x} - N\lambda} e^{-N\lambda}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = N\bar{x}$$

25

$$P(\lambda | \underline{x}) \propto P(\underline{x} | \lambda) P(\lambda) = \lambda^{N\bar{x}} e^{-N\lambda} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}$$

Soroush

$$* \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \rightarrow \text{نشان است}$$

$$= \lambda^{N\bar{x} + \alpha - 1} e^{-(\beta + N)\lambda} \sim \text{gamma}(N\bar{x} + \alpha, \beta + N) \quad (\text{از این د})$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \sim \text{gamma}(\alpha, \beta) \\ x_i \sim P_0(x) \end{array} \right\} \rightarrow \text{gamma}(N\bar{x} + \alpha, \beta + N)$$

5

مستقل از هم

$$P(x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

کش (e)

$$P(x|\eta) = h(x) \exp[\eta^T t(x) - A(\eta)]$$

10

$$\log E(\eta) = A(\eta)$$

$$\lambda = e^{\log \lambda} = e^{x \log \lambda}$$

15

$$P(x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{1}{x!} e^{-\lambda} e^{x \log \lambda}$$

$$\Rightarrow P(x|\lambda) = \frac{1}{x!} e^{-\lambda + x \log \lambda} = \frac{1}{x!} \exp[x \log \lambda - \lambda]$$

$$P(x|\eta) = h(x) \exp[\eta^T t(x) - A(\eta)]$$

20

$$\begin{array}{llll} \lambda \rightarrow A(\eta) & x \rightarrow t(x) & \log \lambda \rightarrow \eta & \frac{1}{x!} \rightarrow h(x) \\ A(\eta) \rightarrow \log Z(\eta) & & & \end{array}$$

$$\Rightarrow Z(\eta) = e^{A(\eta)} = e^{\lambda} \Rightarrow Z(\eta) = e^{\lambda}$$

25