

Σχεδιασμός και μοντελοποίηση απτικού ρομποτικού μηχανισμού 3 Β.Ε.

Φατιόν Κ. Σέχαϊ

Διπλωματική Εργασία

Επιβλέπων: Κ. Βλάχος

Ιωάννινα, Οκτώβρης 2017



**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧ. Η/Υ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ**

**DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE & ENGINEERING
UNIVERSITY OF IOANNINA**

Copyright © Σέχαϊ Φατιόν, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Εγκρίθηκε από τα μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής:

Πρώτος εξεταστής:
(Επιβλέπων καθηγητής)

Δρ. Βλάχος Κωνσταντίνος
Επίκουρος καθηγητής, Τμήμα Μηχ. Η/Υ και
Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Δεύτερος εξεταστής:

Δρ. Λύκας Αριστείδης
Καθηγητής, Τμήμα Μηχ. Η/Υ και Πληροφορικής,
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Τρίτος εξεταστής:

Δρ. Μπλέκας Κωνσταντίνος
Αναπληρωτής καθηγητής, Τμήμα Μηχ. Η/Υ και
Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Κ. Βλάχο, του τμήματος Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής Ιωαννίνων για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση που μου προσέφερε. Επίσης τον καθηγητή του τμήματος φυσικού Ιωαννίνων Ν. Μπάκα για την πολύτιμη βοήθεια στο θέμα των τανυστών, καθώς και τον καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής Ιωαννίνων Π. Βασιλειάδη, καθώς το πρότυπο της διπλωματικής στηρίζεται σε αυτόν. Τέλος τον αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής Ιωαννίνων Τσιατούχα Γεώργιο για την παροχή βοήθειας από πλευράς hardware. Αυτή η διπλωματική εργασία είναι αφιερωμένη στην οικογένεια μου.

06/09/2017

Σέχαϊ Φατιόν

Περίληψη

Αυτή η διπλωματική εργασία επιχειρεί μια ανάλυση στον μηχανισμό ενός τροποποιημένου παντογράφου και μέσω αυτού να σχεδιάσει και να αναλύσει έναν απτικό μηχανισμό που κινείται σε τρεις διαστάσεις. Βασικό στοιχείο ενός απτικού μηχανισμού είναι η αλληλεπίδραση με τον χειριστή, σκοπός του μηχανισμού δηλαδή είναι μέσω των ερεθισμάτων που παίρνει και σύμφωνα με κάποιο μοντέλο, να εφαρμόζει δυνάμεις και ροπές στον χειριστή. Οι χρήσεις ενός τέτοιου μηχανισμού είναι πάρα πολλές, όπως εκπαίδευση (σε συνδυασμό με γυαλιά εικονικής πραγματικότητας ή και χωρίς μπορεί να δημιουργήσει αληθοφανής συνθήκες), τηλεϊατρική για εγχειρήσεις από μακριά, τηλεχειρισμός ρομπότ με μεγάλη ακρίβεια στις κινήσεις σε δυσμενείς συνθήκες καθώς και άλλα πολλά.

Η εργασία αυτή χωρίστηκε σε 3 μέρη.

Το πρώτο και βασικότερο τμήμα της, καθώς χωρίς αυτό δεν μπορούμε να υλοποιήσουμε τα άλλα, είναι η μαθηματική ανάλυση της κίνησης και των δυνάμεων του ρομποτικού μηχανισμού.

Το δεύτερο τμήμα της είναι η προσομοίωση. Χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα μαθηματικά μοντέλα που προκύπτουν και την MATLAB που είναι από τα καταλληλότερα γι' αυτόν τον σκοπό εργαλεία, δημιουργούμε ένα εικονικό περιβάλλον που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Επίσης μέσα από το περιβάλλον αυτό ο χρήστης μπορεί να εισάγει τις συντεταγμένες που θέλει να οδηγήσει το τελικό σημείο δράσης και να δει την ανταπόκριση των κινητήρων.

Το τρίτο τμήμα είναι η κατασκευή ενός απτικού μηχανισμού 1 βαθμού ελευθερίας (B.E.). Εδώ γίνεται η υλοποίηση ενός μηχανισμού στην πραγματικότητα. Χρησιμοποιώντας Arduino και τα απαραίτητα εξαρτήματα που χρειάζονται (shield, κινητήρα, encoder) υλοποιούμε το κομμάτι του hardware και του κώδικα που χρειάζεται για να λειτουργήσει ο απτικός μηχανισμός 1 B.E.

Abstract

This diploma paper attempted to scrutinize the mechanism of a modified pantograph and through it to adumbrate and analyze a haptic mechanism that operates in three dimensions. Of outmost importance for a haptic mechanism is the interaction with the user, as the mechanism's most important purpose is to stimulate through algorithms the exact force and torque the user would accept. This mechanism's abundance in applications extend in various fields such as; education (alongside with or without virtual reality glasses could create vivid and credible conditions), telemedicine (operating from a distance), robot remote controlling under perilous situations and many more.

This particular paper was divided in three parts.

The first and most fundamental part, without which the realization of the others would be impossible, is the mathematical analysis of the kinematics and dynamics of the robotic mechanism.

Furthermore, the second part is the computer simulation. Through the usage of the appropriate mathematical models that result from them previous analysis and the computational program MATLAB, a virtual environment which didn't deviate far from reality was created. Moreover, through this specific environment the user would be able to insert the coordinates of the final point of the motion and measure the engines' correspondence.

The third part of this paper, was the actual realization of a haptic mechanism limited to one degree of freedom. Though the usage of an Arduino circuit and the appropriate parts required (shield, engine, encoder) the hardware and software part necessary for the operation of the haptic mechanism were finalized.

Επεξήγηση συμβόλων

$\pi = 3.14 \text{ rad.}$

\mathbf{g} = επιτάχυνση της βαρύτητας.

x_E = θέση του τελικού σημείου δράσης στον X άξονα.

y_E = θέση του τελικού σημείου δράσης στον Y άξονα.

z_E = θέση του τελικού σημείου δράσης στον Z άξονα.

q_i = γωνία της άρθρωσης.

\dot{q}_i = ταχύτητα της άρθρωσης.

\ddot{q}_i = επιτάχυνση της άρθρωσης.

${}^0\dot{x}_e$ = ταχύτητα τελικού σημείου δράσης, στον άξονα x, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ.

${}^0\dot{y}_e$ = ταχύτητα τελικού σημείου δράσης, στον άξονα y, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ.

${}^0\dot{z}_e$ = ταχύτητα τελικού σημείου δράσης, στον άξονα z, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ.

l_i = μήκος του βραχίονα i.

m_i = μάζα του βραχίονα i.

\mathbf{r} = απόσταση Τ.Σ.Δ. στις δύο διαστάσεις, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ.

θ = κατεύθυνση Τ.Σ.Δ. στις δύο διαστάσεις, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ.

F_{USER} = δύναμη που ασκεί ο χρήστης στον απτικό μηχανισμό.

F_{FB} = δύναμη ανάδρασης που πρέπει να ασκηθεί από τον μηχανισμό.

F_{hap} = δύναμη που θα ασκήσει ο μηχανισμός στον χρήστη λαμβάνοντας υπόψιν τις F_{USER} και F_{FB} .

$\frac{\partial x_e}{\partial q_i}$ = παραγωγή του x_e ως προς γωνία q_i .

$\frac{\partial y_e}{\partial q_i}$ = παραγωγή του y_e ως προς γωνία q_i .

$\frac{\partial z_e}{\partial q_i}$ = παραγωγή του z_e ως προς γωνία q_i .

${}^0\mathbf{g}$ = το διάνυσμα βαρύτητας $[3 \times 1]$.

\mathbf{P}_{C_i} = το διάνυσμα της απόστασης του κέντρου μάζας του συνδέσμου i από το αδρανειακό Σ.Σ.

\mathbf{u}_{ref_i} = σταθερά που επιλέγεται κατάλληλα έτσι ώστε η ελάχιστη τιμή του u_i να είναι ίση με μηδέν.

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ = πίνακας μάζας (ή πίνακας αδράνειας).

$\mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ = διάνυσμα που αναπαριστά τις φυγόκεντρες δυνάμεις και τις δυνάμεις Coriolis.

$G(q)$ = διάνυσμα βαρυτικής επίδρασης.

k_i = κινητική ενέργεια μέλους/βραχίονα i .

u_i = δυναμική ενέργεια μέλους/βραχίονα i .

$^A I$ = τανυστής ροπής αδράνειας ως προς ένα Σ.Σ. $\{A\}$, είναι πίνακας 3x3.

I_{CM} = τανυστής ροπής αδράνειας ως προς κέντρο μάζας σώματος.

I_{SF} = τανυστής περιστραμένος ως προς κάποιον άξονα.

I_F = τανυστής περιστραμένος και μετατοπισμένος.

R_x = πίνακας περιστροφής ως προς τον άξονα x .

R_y = πίνακας περιστροφής ως προς τον άξονα y .

R_z = πίνακας περιστροφής ως προς τον άξονα z .

l_{max} = απόσταση του κέντρου μάζας του μόλους 3 ή 4 όταν τα μέλη 1-3 ή 2-4 είναι σε μία ευθεία.

w, h, l = πλάτος, ύψος, μήκος του βραχίονα.

L = συνάρτηση Lagrange.

Επεξήγηση αρχείων MATLAB και Arduino

Για την προσομοίωση φτιάξαμε τα:

rob.m: Είναι το βασικό αρχείο που τρέχει τις εξισώσεις-συναρτήσεις για την κινηματική και στατική ανάλυση.

plot1.m: Εμφανίζει το Τ.Σ.Δ. στον τρισδιάστατο χώρο και μια γραμμή που το συνδέει με το (0,0) για καλύτερη αντίληψη του χώρου, παίρνει σαν είσοδο τις γωνίες και το μήκος του βραχίονα.

Jacobian.m: Επιστρέφει τον Ιακωβιανό πίνακα για τις γωνίες που παίρνει σαν είσοδο.

maxT.m: Υπολογίζει σε απόλυτη τιμή, τις μέγιστες ροπές που θα ασκήσει κάθε κινητήρας με εξαντλητική αναζήτηση καθώς και τις γωνίες στις οποίες εντοπίζονται αυτές. Παίρνει σαν είσοδο το μήκος του βραχίονα.

Statikh.m: Υπολογίζει τις ροπές κάθε κινητήρα για ένα συγκεκριμένο σημείο. Παίρνει σαν είσοδο το μήκος του βραχίονα και τις γωνίες τους.

tensors.m: Υπολογίζει τους τελικούς τανυστές ροπής αδράνειας, περιστραμένους και μετατοπισμένους, για κάθε μέλος.

wSpace.m: Εμφανίζει τον τρισδιάστατο χώρο εργασίας του μηχανισμού.

invKinXYZ.m: Υπολογίζει την αντίστροφη κινηματική, δέχεται σαν είσοδο τις συντεταγμένες του Τ.Σ.Δ. και επιστρέφει τις γωνίες των αρθρώσεων.

Mass.m: Υπολογίζει τον πίνακα μάζας.

gmatrix.m: Υπολογίζει τον πίνακα G.

vmatrix.m: Υπολογίζει τον πίνακα V.

finalSimul.m: Αρχείο για την τελική προσομοίωση.

Για την υλοποίηση φτιάξαμε τα (σε Arduino):

final.ino: Αρχείο με την υλοποίηση σε μια άρθρωση.

finalPrognwsh.ino: Αρχείο με την υλοποίηση και την πρόβλεψη.

Πίνακας περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή.....	2
1.1 Σύντομη ιστορία της ρομποτικής	2
1.2 Επιλογή του μηχανισμού	3
1.3 Αντικείμενο και στόχος της εργασίας.....	4
1.4 Οργάνωση της διπλωματικής	6
1.5 Σχετικές εργασίες και τεχνολογίες	6
1.6 Ανάλυση απαιτήσεων	10
1.7 Αρχή λειτουργίας απτικού μηχανισμού	12
Κεφάλαιο 2. Σχεδίαση	13
2.1 Τρόπος και μέθοδος ανάλυσης	13
2.2 Κινηματική ανάλυση.....	14
2.3 Στατική ανάλυση.....	22
2.4 Δυναμική ανάλυση.....	24
2.5 Ιδιομορφίες.....	37
Κεφάλαιο 3 Προσομοίωση	38
3.1 Προσομοίωση	38
3.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης	43
Κεφάλαιο 4. Υλοποίηση.....	44
4.1 Κατασκευή	44
Κεφάλαιο 5. Πειραματική Αξιολόγηση.....	52
5.1 Μεθοδολογία πειραματισμού	52
5.2 Αναλυτική παρουσίαση αποτελεσμάτων	52
Κεφάλαιο 6. Επίλογος.....	55
6.1 Σύνοψη	55
6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις απτικής τεχνολογίας	55
6.3 Επεκτασιμότητα μηχανισμού για πιο περίπλοκες λειτουργίες	57
6.4 Μελλοντικές επεκτάσεις μηχανισμού.....	57
Κεφάλαιο 7. Βιβλιογραφία	60

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1 : Βιομηχανικά ρομπότ στην παραγωγή αυτοκινήτων	2
Σχήμα 1.2 : Μηχανισμός από Lego με δύο βαθμούς ελευθερίας	3
Σχήμα 1.3 : Εναλλακτικός μηχανισμός που εξετάστηκε	4
Σχήμα 1.4 : Το Airedal, αριστερά φαίνεται ο τρόπος λειτουργίας με ατμό και δεξιά ο μηχανισμός	7
Σχήμα 1.5 : Το Geomagic Sculpt, διακρίνεται το «3D στυλό» που διαθέτει	7
Σχήμα 1.6 : Το σύστημα CAVE, διακρίνονται τα «σκοινάκια»	8
Σχήμα 1.7 : Η συσκευή απτικού μηχανισμού Delta	8
Σχήμα 1.8 : Η συσκευή Omega	9
Σχήμα 1.9 : Το Haptic Paddle	9
Σχήμα 1.10 : Το Plank, καθώς το αγγίζει ο χρήστης νιώθει την υφή, ανάλογα με την συχνότητα που περιστρέφεται ο κινητήρας	10
Σχήμα 1.11 : Εύρος κίνησης του μηχανισμού που υλοποιείται	11
Σχήμα 1.12 : Αναλυτικό σχεδιάγραμμα με τον τρόπο λειτουργίας ενός απτικού μηχανισμού	12
Σχήμα 2.1 : Γωνίες του παντογράφου σε 2 διαστάσεις	15
Σχήμα 2.2 : Αρίθμηση των συνδέσμων του μηχανισμού	15
Σχήμα 2.3 : Φαίνονται οι γωνίες που προκύπτουν στον τρισδιάστατο χώρο	16
Σχήμα 2.4 : Χώρος εργασίας στις τρεις διαστάσεις	20
Σχήμα 2.5 : Χώρος εργασίας όπως φαίνεται στους άξονες X-Y	20
Σχήμα 2.6 : Χώρος εργασίας όπως φαίνεται στους άξονες Y-Z	20
Σχήμα 2.7 : Εφαρμογή δύο ίδιων πινάκων περιστροφής με διαφορετική σειρά	21
Σχήμα 2.8 : Αρίθμηση συνδέσμων	28
Σχήμα 3.1 : Παράδειγμα με την θέση του Τ.Σ.Δ. που προκύπτει από τις εξισώσεις κινηματικής στον τρισδιάστατο χώρο	38
Σχήμα 3.2 : Μέρος του κώδικα, στο κάτω μέρος διακρίνονται οι συντεταγμένες που εισάγει ο χρήστης	40
Σχήμα 3.3 : Τροχιές Τ.Σ.Δ. στους άξονες X-Y-Z	41
Σχήμα 3.4 : Προσομοίωση με το Τ.Σ.Δ. εντός εμποδίου, διακρίνεται το Τ.Σ.Δ. με έναν κόκκινο αστερίσκο. Επίσης οι ροπές από τους κινητήρες τώρα δεν είναι ίσες με 0	42

Σχήμα 3.5 : Προσομοίωση με το Τ.Σ.Δ. εκτός εμποδίου, διακρίνεται το Τ.Σ.Δ. με έναν μαύρο ρόμβο. Επίσης οι ροπές από τους κινητήρες είναι 0	42
Σχήμα 3.6: Διάγραμμα από προσομοίωση	43
Σχήμα 4.1 : Διάγραμμα λειτουργίας ενός απλού απτικού μηχανισμού	44
Σχήμα 4.2 : Αριστερά φαίνεται ο τρόπος λειτουργίας ενός τυπικού encoder, δεξιά φαίνεται ένας encoder	45
Σχήμα 4.3 : Σύνδεση ενός (αριστερά) και δύο (δεξιά) αισθητήρων δύναμης	46
Σχήμα 4.4 : Ένας συνηθισμένος αισθητήρας δύναμης	46
Σχήμα 4.5 : Συνδεσμολογία του κινητήρα με τον encoder	47
Σχήμα 4.6 : Διάγραμμα συνδεσμολογίας	48
Σχήμα 4.7 : Ο τελικός μηχανισμός ενός βαθμού ελευθερίας	49
Σχήμα 4.8 : Δύναμη κινητήρα σε κάθε παλμό	50
Σχήμα 5.1 : Διάγραμμα από υλοποίηση	54
Σχήμα 6.1 : Συνδυασμός δύο απτικών μηχανισμών	57
Σχήμα 6.2 : Κατασκευή με capstan	58
Σχήμα 6.3 : Ο κινητήρας Crouzet 89850007	59
Σχήμα 6.4 : Ο κινητήρας maxon EC	59
Σχήμα 6.5 : Encoder της maxon με ακρίβεια 500 cpt	59

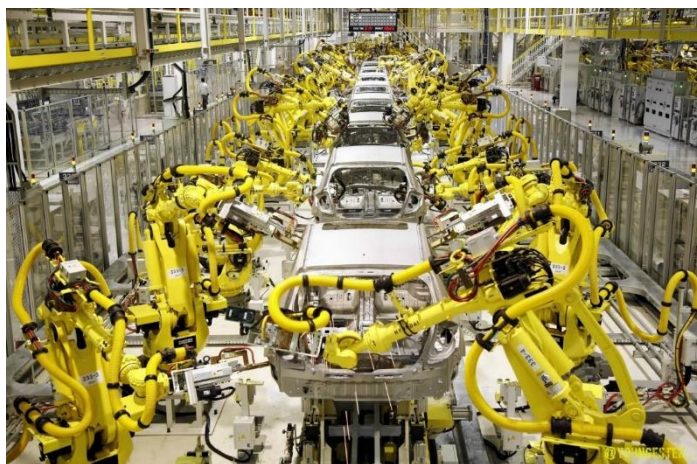
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

1.1 Σύντομη ιστορία της ρομποτικής

Η ρομποτική είναι μια από τις πιο ενδιαφέρουσες τεχνολογίες, καθώς συναντούμε όλο και περισσότερες εφαρμογές της στις μέρες μας. Παρόλα αυτά η ιστορία της ρομποτικής ξεκινάει από τα αρχαία χρόνια. Η σύγχρονη ιδέα αναπτύχθηκε με την έναρξη της βιομηχανικής επανάστασης και στις αρχές του 20^{ου} αιώνα αναπτύχθηκε η έννοια της ανθρωποειδούς μηχανής.

Οι έννοιες των τεχνητών υπηρετών και συντρόφων εμφανίζονται σε πολλούς αρχαίους μύθους. Στους χρυσούς ομιλούντες μηχανισμούς της ελληνική μυθολογία που είχε κατασκευάσει ο Ήφαιστος, καθώς και σε ένα κινέζικο κείμενο τον 10^ο αιώνα π.Χ. που αναφέρεται σε αυτόματα με ανθρώπινη μορφή. Ένα από τα πρώτα καταγεγραμμένα αυτόματα σχεδιάστηκε από τον Leonardo da Vinci γύρω στο 1495. Επίσης πολλά ρομπότ κατασκευάστηκαν για σκοπούς δημοσίων σχέσεων. Ένας από τους πρώτους ανθρωποειδούς αυτόματους μηχανισμούς, παρουσιάστηκε στο Λονδίνο το 1928 στην ετήσια έκθεση της εταιρείας Model Engineers Society. Το 1941 και το 1942, ο Isaac Asimov διατύπωσε τους Τρεις Νόμους της Ρομποτικής. Τα πρώτα ηλεκτρονικά αυτόνομα ρομπότ με περίπλοκη συμπεριφορά δημιουργήθηκαν από τον William Gray Walter το 1948-49, [1].

Ένας από του σημαντικότερους τομείς εφαρμογής της ρομποτικής υπήρξε η βιομηχανία, βλέπε Σχ. 1.1. Την δεκαετία του 70', καθώς αποτελούσε τον «καλύτερο πελάτη», άρχισαν να χρησιμοποιούνται τα πρώτα ρομπότ για την αύξηση της παραγωγικότητας.

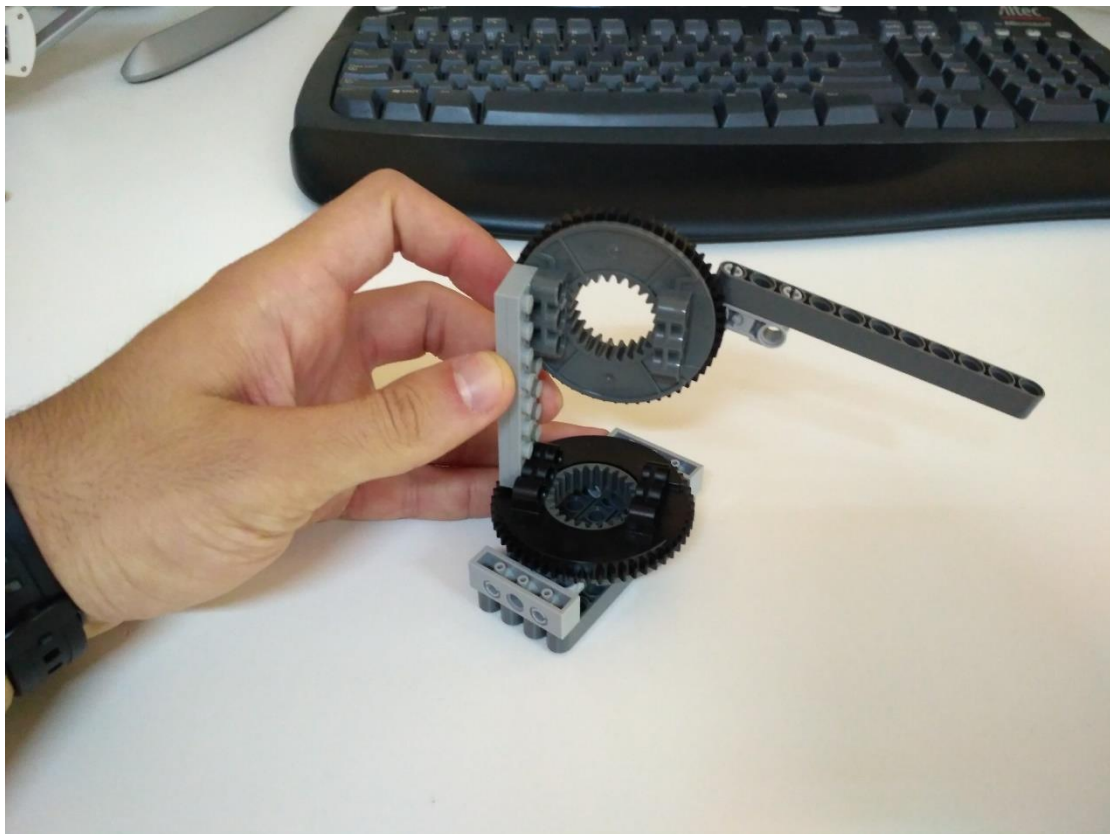


Σχήμα 1.1 : Βιομηχανικά ρομπότ στην παραγωγή αυτοκινήτων.

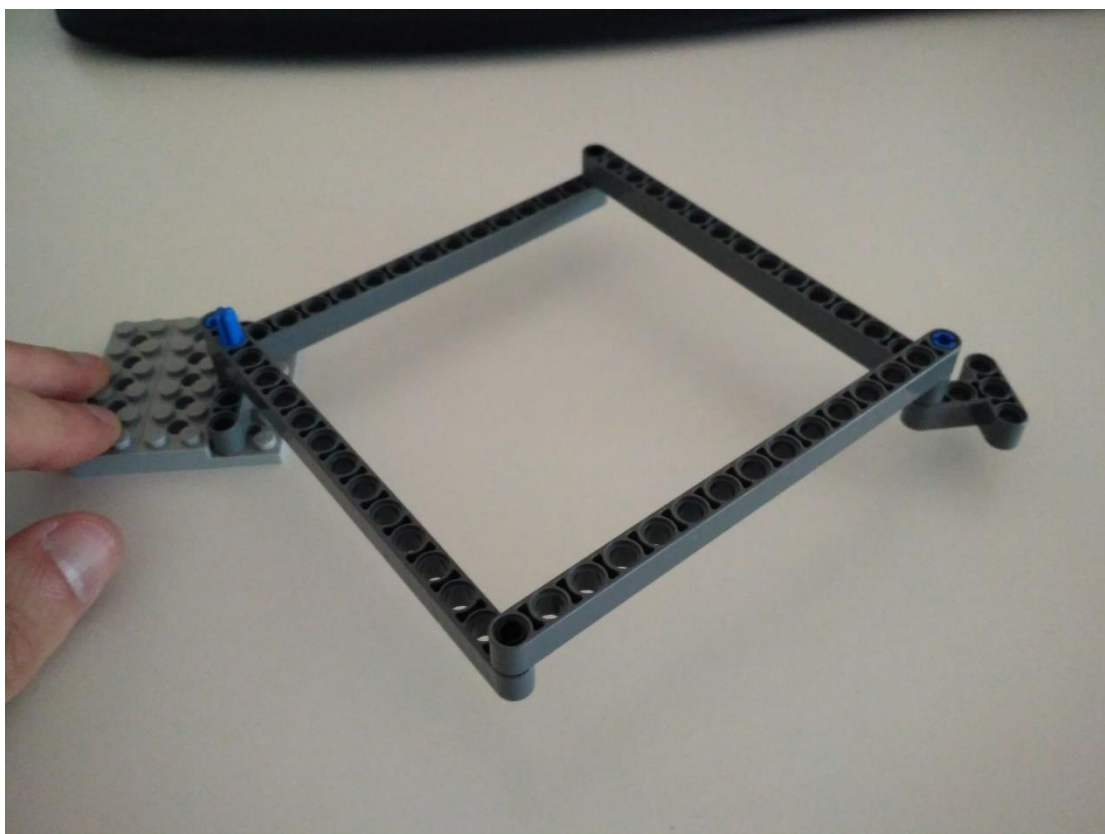
Στις μέρες μας οι εφαρμογές της ρομποτικής επεκτείνονται σε μια πολύ ευρεία γκάμα ιατρικών (κυρίως στην χειρουργική), αμυντικών (στην ξηρά αλλά και στην υποβρύχια και εναέρια άμυνα), ερευνητικών και καταναλωτικών (π.χ. η δημοφιλής Roomba , μια ρομποτική ηλεκτρική σκούπα που κυκλοφόρησε για πρώτη φορά το 2002 από την εταιρεία iRobot) χρήσεων, [2].

1.2 Επιλογή του μηχανισμού

Πρώτα, εξετάσαμε μερικές εργασίες και έρευνες για χαμηλού κόστους μηχανισμούς, χαρακτηριστικά παραδείγματα περιγράφονται στα [3-16]. Έπειτα κατασκευάσαμε μερικούς απλούς μη λειτουργικούς μηχανισμούς με την βοήθεια των Lego. Παραδείγματα μηχανισμών φαίνονται παρακάτω στα σχήματα 1.2 και 1.3.



Σχήμα 1.2 : Μηχανισμός από Lego με δύο βαθμούς ελευθερίας.



Σχήμα 1.3 : Εναλλακτικός μηχανισμός που εξετάστηκε.

Τελικά καταλήξαμε στον μηχανισμό που θα προσομοιώσουμε, τον τροποποιημένο παντογράφο, διότι προσφέρει κίνηση σε τρεις διαστάσεις και είναι ένας πολύ ενδιαφέρον μηχανισμός προς εξέταση, αφού έχει άπειρες εφαρμογές και έχουν γίνει πάρα πολλές έρευνες πάνω στον απλό.

1.3 Αντικείμενο και στόχος της εργασίας

Η συγκεκριμένη εργασία εντάσσεται στο ευρύτερο πλαίσιο της ρομποτικής επιστήμης. Ιδιαίτερα λόγω της άμεσης αλληλεπίδρασης του απτικού μηχανισμού με τον άνθρωπο/χειριστή, η ανάπτυξη του μηχανισμού απαιτεί λεπτομερή ανάλυση των δυνάμεων και ροπών που εμφανίζονται/αναπτύσσονται.

Στόχος της εργασίας είναι η ανάλυση και συνεπώς η προσομοίωση ενός απτικού ρομποτικού μηχανισμού, ποιο συγκεκριμένα ενός παντογράφου με μία επιπλέον άρθρωση στην βάση ώστε να έχει ένα χώρο εργασίας σε τρεις διαστάσεις, αντί των δύο ενός κλασσικού παντογράφου. Το μοντέλο του παντογράφου έχει δεχτεί μεγάλη ανάλυση, οι χρήσεις του είναι πολλές και σε πολλούς τομείς. Το πρόβλημα αυτό λοιπόν, με την πρόσθεση μιας παραπάνω άρθρωσης στην βάση δίνει πολλές καινούριες δυνατότητες στο μηχανισμό καθώς ο χώρος εργασίας του είναι πια σε τρεις διαστάσεις (3DoF) και όχι δύο.

Για την θεωρητική ανάλυση χρησιμοποιήσαμε το Mathematica, για την εκτέλεση και τον έλεγχο της ορθότητας των πολύπλοκων μαθηματικών υπολογισμών. Για την δυναμική ανάλυση χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Lagrange και για τις προσομοιώσεις η MATLAB. Η υλοποίηση έγινε με την χρήση του Arduino και των επιπρόσθετων που δέχεται.

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε στην συγκεκριμένη εργασία αφορά την ανάλυση, προσομοίωση και κατασκευή ενός απτικού μηχανισμού χαμηλού κόστους για γενικό σκοπό. Ο μηχανισμός αυτός δηλαδή θα πρέπει, προγραμματίζοντας τον κατάλληλα, να δίνει στον χρήστη την ψευδαίσθηση ότι έρχεται σε επαφή με ένα πραγματικό αντικείμενο. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζει δυσκολίες στην ανάλυση της δύναμης και των δυνάμεων στις τρεις διαστάσεις καθώς η αλληλεπίδραση πρέπει να γίνεται σε πραγματικό χρόνο και οι δυνάμεις που ασκούνται είναι μικρές, μέχρι 1N. Ως εκ τούτου πρέπει να ληφθεί υπόψιν και η μάζα του μηχανισμού αλλά και η ροπή αδράνειας που δημιουργείται με την κίνηση του.

Για παράδειγμα, σε αυτήν την εργασία προσομοιώνεται ένα εικονικό περιβάλλον με έναν κύβο. Ο χρήστης κινεί το τελικό σημείο δράσης του απτικού ρομποτικού μηχανισμού στις τρεις διαστάσεις, και στο χώρο εργασίας που του επιτρέπει ο μηχανισμός. Όταν το τελικό σημείο δράσης φτάνει στα όρια του εικονικού κύβου, τότε ασκούνται , από τους τρεις κινητήρες οι κατάλληλες δυνάμεις, αντίθετες στην κίνηση του χρήστη και ο χρήστης νιώθει την ύπαρξη ενός εμποδίου. Κουνώντας το κατάλληλα στον χώρο νιώθει τον κύβο (ή κάποιο άλλο αντικείμενο αν προγραμματιστεί κατάλληλα).

1.4 Οργάνωση της διπλωματικής

Η συγκεκριμένη εργασία χωρίζεται στα εξής κεφάλαια.

Κεφάλαιο 1: Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια γενική περιγραφή του θέματος. Αναφερόμαστε συνοπτικά στην ιστορία της ρομποτικής και κάνουμε μια εισαγωγή για τους απτικούς μηχανισμούς. Επίσης παρουσιάζονται μερικά παρόμοια συστήματα, που κατασκευάστηκαν για διάφορους σκοπούς. Τέλος καθορίζονται με ακρίβεια οι απαιτήσεις του συστήματος.

Κεφάλαιο 2: Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται αναλυτική αναφορά στον τρόπο σχεδίασης και ανάλυσης του μηχανισμού. Δίνονται αναλυτικά όλες οι μέθοδοι καθώς και οι μαθηματικές εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν.

Κεφάλαιο 3: Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αναφορά στην προσομοίωση. Παρουσιάζονται οι συναρτήσεις που κατασκευάστηκαν για την κινηματική και την στατική, καθώς και το περιβάλλον προσομοίωσης.

Κεφάλαιο 4: Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα πειράματα που έγιναν στην προσομοίωση. Υπάρχουν επίσης εικόνες από την προσομοίωση.

Κεφάλαιο 5: Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η υλοποίηση ενός απτικού μηχανισμού ενός βαθμού ελευθερίας με την χρήση του Arduino. Υπάρχουν επίσης εικόνες της κατασκευής.

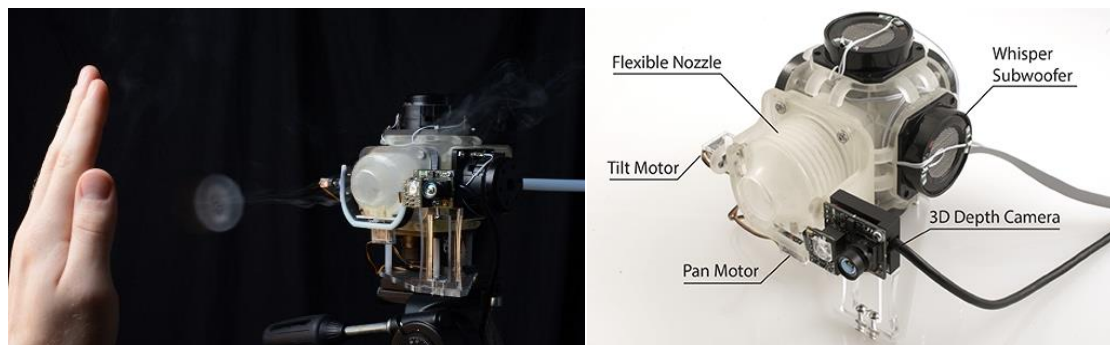
1.5 Σχετικές εργασίες και τεχνολογίες

Υπάρχουν πολλές εργασίες αλλά και εμπορικά προϊόντα που είναι σχετικά με την απτική ρομποτική. Η συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζει ένα απλό και πολύ οικονομικό στην

κατασκευή μηχανισμό σε σχέση με αυτά που υπάρχουν. Κάποια είδη υπάρχουντα είναι για γενικούς σκοπούς, όπως και το δικό μας, ενώ κάποια άλλα για ειδικούς σκοπούς. Αξίζει να αναφερθούμε σε μερικά παρακάτω.

Εμπορικά:

Ένας μηχανισμός που αξίζει να αναφερθούμε παρουσιάστηκε από την Disney, το Aereal, δημιουργεί την αίσθηση “αντικειμένων” ή υφής με την χρήση αέρα, βλέπε Σχ. 1.4. Οι χρήσεις του είναι κυρίως για παιχνίδια. Πρόκειται για ένα **χαμηλού κόστους** μηχανισμό με δύο βαθμούς ελευθερίας, έχει εύρος λειτουργίας 75 μοίρες στον κάθε άξονα. Επίσης μπορούν να συνδυαστούν πολλά μαζί για πιο περίπλοκες εργασίες, [17].



Σχήμα 1.4 : Το Aereal, αριστερά φαίνεται ο τρόπος λειτουργίας με ατμό και δεξιά ο μηχανισμός.

Επίσης ένας αξιοσημείωτος μηχανισμός εμπορικής χρήσης είναι το Geomagic Sculpt, βλέπε Σχ. 1.5. Διαθέτει ενσωματωμένο «3D στυλό» (Touch Haptic 3D stylus), με την χρήση του οποίου σου δίνει την αίσθηση της επαφής με το αντικείμενο. Έχει έξι βαθμούς ελευθερίας και η ανάδραση γίνεται με ηλεκτρικούς κινητήρες, [18].



Σχήμα 1.5 : Το Geomagic Sculpt, διακρίνεται το «3D στυλό» που διαθέτει.

Ερευνητικά:

Η Sarcos κατασκεύασε ρομποτικά χέρια (Sarcos Dextrous Arm Master), πολλών βαθμών ελευθερίας, κυρίως για χρήση στον διαστημικό σταθμό. Η ανάδραση γίνεται συνήθως με ηλεκτρικούς κινητήρες ή υδραυλικούς, [19].

Ένα παρόμοιου σκοπού σύστημα ήταν το CAVE, βλέπε Σχ. 1.6. Χάριζε την αίσθηση του αγγίγματος των αντικειμένων από “ειδικά σκοινάκια” που πιάνουν το χέρι και τα δάχτυλα (μέσα σε έναν κύβο συνήθως), [20].



Σχήμα 1.6 : Το σύστημα CAVE, διακρίνονται τα «σκοινάκια».

Στον παρακάτω σύνδεσμο υπάρχουν μερικά project από το Stanford που αξίζει να διαβάσει κάποιος, [21].

Παρόμοιοι μηχανισμοί γενικού σκοπού:

Το Delta haptic device, βλέπε Σχ. 1.7, είναι ένας μηχανισμός παρόμοιος με τον δικό μας, έχει εύρος εργασίας στις τρεις διαστάσεις και λειτουργεί με τρεις ηλεκτρικούς κινητήρες που του προσφέρουν μεγάλο εύρος δυνάμεων, [22].



Σχήμα 1.7 : Η συσκευή απτικού μηχανισμού Delta.

Παρόμοια με αυτό είναι και τα Novic falcon, [23], καθώς και το Omega, βλέπε Σχ. 1.8, που προσφέρει 7 βαθμούς ελευθερίας, επίσης ήταν η πρώτη συσκευή απτικού μηχανισμού που υποστήριζε το USB πρωτόκολλο, [24].



Σχήμα 1.8 : Η συσκευή Omega.

Άλλοι απτικοί μηχανισμοί Χαμηλού Κόστους:

Το Haptic Paddle, βλέπε Σχ. 1.9, κατασκευάστηκε για χρήση σε εκπαιδευτικούς σκοπούς. Είναι από τους πιο απλούς μηχανισμούς που θα μπορούσε να κατασκευάσει κάποιος καθώς έχει μόνο έναν βαθμό ελευθερίας, [25].



Σχήμα 1.9 : Το Haptic Paddle.

Ένας επίσης απλός μηχανισμός αλλά με πολύ ενδιαφέρουσα χρήση είναι το Plank, βλέπε Σχ. 1.10. Προσφέρει την ψευδαίσθηση του αγγίγματος αντικειμένων με κατάλληλες δονήσεις. Χρησιμοποιεί κινητήρες αντίστοιχους με αυτούς των σκληρών δίσκων (για την τοποθέτηση της κεφαλής διαβάσματος στο σωστό σημείο) καθώς προσφέρουν μεγάλες συχνότητες και ακρίβεια σε οικονομική τιμή, [26].



Σχήμα 1.10 : Το Plank, καθώς το αγγίζει ο χρήστης νιώθει την υφή, ανάλογα με την συχνότητα που περιστρέφεται ο κινητήρας.

1.6 Ανάλυση απαιτήσεων

Καταρχήν πρέπει να τονιστεί ότι ο μηχανισμός που θα κατασκευαστεί είναι πιο απλός από αυτόν που αναλύουμε και προσομοιώνουμε, επομένως οι απαιτήσεις διαφέρουν σε έναν μικρό βαθμό. Μια βασική απαίτηση όμως και για τους δυο μηχανισμούς είναι ότι θα είναι χαμηλού κόστους. Το σύστημα που θα προσομοιώσουμε θα έχει τις παρακάτω απαιτήσεις. Καταρχήν θα έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας και χώρο εργασίας στις τρεις διαστάσεις. Έχουν εισαχθεί οι παρακάτω περιορισμοί για τις αρθρώσεις.

$$10^\circ \leq q_1 \leq 160^\circ \quad [1.1]$$

$$20^\circ \leq q_2 \leq 170^\circ \quad [1.2]$$

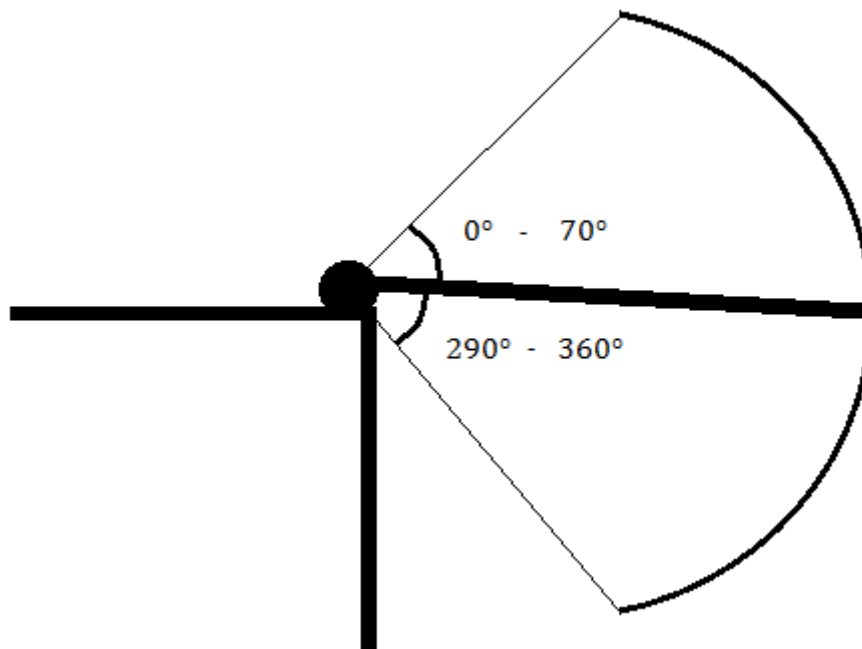
$$0^\circ \leq q_3 \leq 70^\circ \quad \text{ή} \quad 290^\circ \leq q_3 \leq 360^\circ \quad [1.3]$$

$$q_2 \geq q_1 + 10^\circ \quad [1.4]$$

Ένας επίσης σημαντικός περιορισμός που τέθηκε, είναι οι μέγιστες ροπές που θα μπορούν να ασκήσουν οι κινητήρες στον μηχανισμό, και ως συνέπεια αυτού οι μέγιστες δυνάμεις που θα μπορεί να ασκεί ο χρήστης στο Τ.Σ.Δ. του απτικού ρομποτικού μηχανισμού. Αυτές λοιπόν θεωρήθηκαν 1 Newton σε κάθε κατεύθυνση, X-Y-Z. Στον άξονα των Z'Z υπολογίζεται επιπλέον και η δύναμη της βαρύτητας, θα αναφερθούμε στην στατική πιο αναλυτικά.

Αντίστοιχα το σύστημα που θα κατασκευάσουμε θα έχει τις παρακάτω απαιτήσεις. Θα έχει έναν βαθμό ελευθερίας και η κίνηση του θα είναι παρόμοια με ένα τόξο, βλέπε Σχ. 1.11. Όμοια με πριν έχουμε τον ίδιο περιορισμό για την γωνία, το q αντιστοιχεί στην q_3 του μηχανισμού τριών Β.Ε.

$$0^\circ \leq q \leq 70^\circ \quad \text{ή} \quad 290^\circ \leq q \leq 360^\circ$$



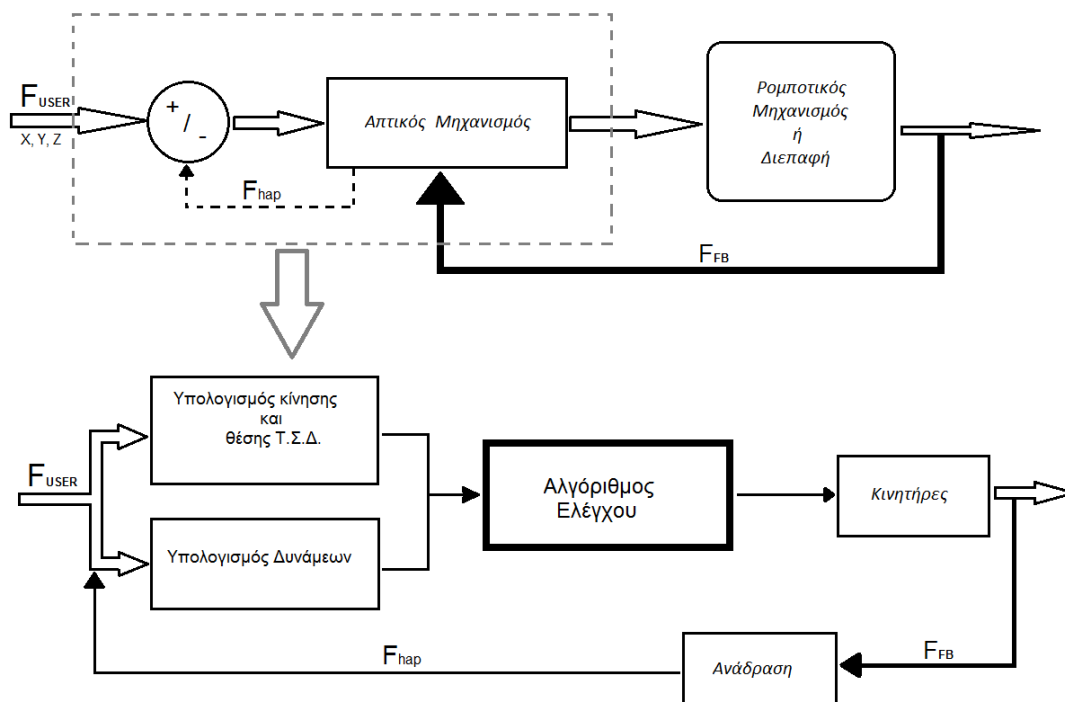
Σχήμα 1.11 : Εύρος κίνησης του μηχανισμού που υλοποιείται.

1.7 Αρχή λειτουργίας απτικού μηχανισμού

Καταρχήν πρέπει να διευκρινιστεί ότι ο απτικός ρομποτικός μηχανισμός λειτουργεί σαν ένα χειριστήριο. Η απτική αυτή λοιπόν συσκευή ελέγχει έναν ρομποτικό μηχανισμό που μπορεί να βρίσκεται σε ένα άλλο δωμάτιο (ή οπουδήποτε αλλού στην γη) είτε ελέγχει έναν ρομποτικό μηχανισμό μέσα σε ένα εικονικό περιβάλλον.

Όλα ξεκινάνε από τον χρήστη, ο οποίος κινεί τον μηχανισμό, δηλαδή το τελικό σημείο δράσης (δύναμη F_{USER}). Η απτική συσκευή «διαβάζει» αυτήν την κίνηση και την περνάει στο ρομποτικό μηχανισμό ή το γραφικό περιβάλλον που ελέγχει. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει η δύναμη ανάδρασης, F_{FB} . Οι δύο αυτές δυνάμεις περνάνε στο απτικό μοντέλο, το οποίο υπολογίζει την δύναμη που θα ασκήσει τελικά η απτική συσκευή στον χρήστη, F_{hap} .

Στο διάγραμμα στο σχήμα 1.12 φαίνεται αναλυτικά ο τρόπος λειτουργίας ενός απτικού ρομποτικού μηχανισμού.



Σχήμα 1.12 : Αναλυτικό σχεδιάγραμμα με τον τρόπο λειτουργίας ενός απτικού μηχανισμού.

Κεφάλαιο 2. Σχεδίαση

2.1 Τρόπος και μέθοδος ανάλυσης

Η μέθοδος ανάλυσης ενός απτικού ρομποτικού μηχανισμού ακολουθεί τα εξής βήματα.

Κινηματική Ανάλυση

Κινηματική ονομάζεται η επιστήμη που εξετάζει την κίνηση χωρίς να εξετάζει τις δυνάμεις που την προκαλούν. Στην κινηματική ενδιαφερόμαστε για τη θέση, την ταχύτητα, την επιτάχυνση και όλες τις παραγώγους (κάθε τάξης θεωρητικά) των μεταβλητών που περιγράφουν τη θέση (ως συνάρτηση του χρόνου ή άλλης μεταβλητής ή μεταβλητών). Έτσι, η εφαρμογή της κινηματικής σε ένα ρομποτικό βραχίονα, έχει να κάνει αφενός με τις γεωμετρικές, αφετέρου με όλες τις χρονικά εξαρτώμενες ιδιότητες της κίνησης του, [27].

Στην εργασία αυτή γίνεται πρώτα ανάλυση για τον απλό παντογράφο, δυο διαστάσεων και ύστερα με την βοήθεια αυτού γίνεται ανάλυση για τον τροποποιημένο. Επίσης υπολογίζεται ο χώρος εργασίας του μηχανισμού, τα σημεία δηλαδή x_e, y_e, z_e που μπορεί να φτάσει ο μηχανισμός.

Στατική Ανάλυση

Η αλυσιδωτή δομή ενός βραχίονα θέτει το ζήτημα της μετάδοσης των δυνάμεων και των ροπών μεταξύ των διαδοχικών συνδέσμων του. Στη γενική περίπτωση, το ελεύθερο άκρο της αλυσίδας (Τ.Σ.Δ.), είτε ασκεί κάποια δύναμη σε στοιχείο του περιβάλλοντος χώρου, είτε υποβαστάζει κάποιο φορτίο. Το θέμα είναι, ο υπολογισμός των απαιτούμενων ροπών που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις, ώστε το σύστημα να βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας.

Για να μελετήσουμε την δράση των στατικών δυνάμεων σ' ένα βραχίονα, αρχικά κλειδώνουμε τις αρθρώσεις του, έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ως μια σταθερή – άκαμπτη δομή. Στη συνέχεια, για κάθε μέλος καταγράφουμε τις σχέσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών. Ως πλαίσιο αναφοράς θεωρείται το πλαίσιο του υπό εξέταση συνδέσμου.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις στατικές ροπές που πρέπει να ενεργούν, έτσι ώστε ο βραχίονας να βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Έτσι, μπορούμε να υπολογίσουμε το σύνολο των ροπών που πρέπει να ενεργούν στις αρθρώσεις, για να υποστηρίζονται στατικά φορτία που ενεργούν στο Τ.Σ.Δ., [27].

Δυναμική Ανάλυση

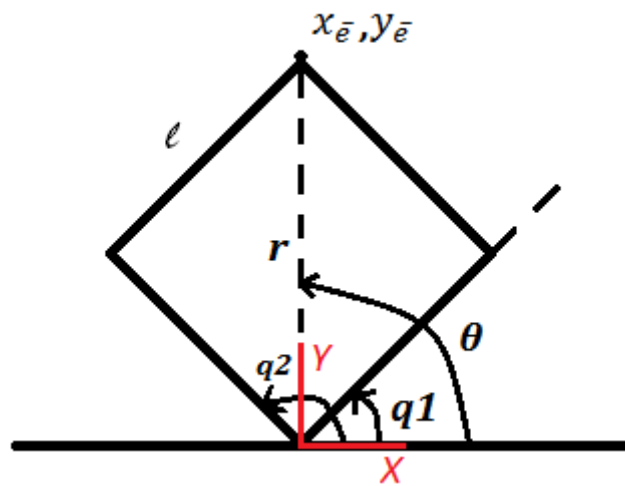
Η Δυναμική έχει ως αντικείμενο μελέτης και έρευνας τη κίνηση των σωμάτων υπό την επίδραση δυνάμεων. Υπάρχουν δυο μέθοδοι διατύπωσης των εξισώσεων κίνησης, η μέθοδος Newton – Euler, χρησιμοποιεί τον δεύτερο νόμο του Euler (οι δυνάμεις περιορισμών περιγράφονται), και η μέθοδος Euler – Lagrange (οι δυνάμεις περιορισμών απαλείφονται αυτόματα), [27]. Στην εργασία αυτή θα βρούμε τις εξισώσεις κίνησης του απτικού ρομποτικού μηχανισμού με την μέθοδο Euler – Lagrange. Επίσης σε αυτό το κομμάτι θα γίνει μια αναφορά στους τανυστές, συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τον τανυστή ροπής αδράνειας (παρακάτω γίνεται καλύτερα κατανοητή η έννοια των τανυστών).

2.2 Κινηματική ανάλυση

Η κινηματική χωρίζεται στο πρόβλημα της ευθείας κινηματικής (forward kinematics problem) και της αντίστροφης κινηματικής (inverse kinematics problem). Στην ευθεία κινηματική αναζητάμε την θέση και τον προσανατολισμό του Τ.Σ.Δ., δεδομένων των μετατοπίσεων των αρθρώσεων. Αντίθετα η αντίστροφη κινηματική υπολογίζει την μετατόπιση των αρθρώσεων δεδομένων μίας επιθυμητής θέσης και προσανατολισμού του Τ.Σ.Δ.

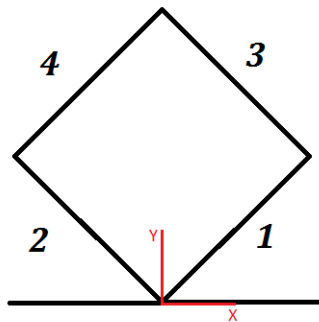
Πρώτα θα κάνουμε ανάλυση για τον απλό παντογράφο με χώρο εργασίας σε δυο διαστάσεις, δηλαδή στους άξονες X και Y.

Στο σχήμα 2.1 φαίνονται οι γωνίες των αρθρώσεων σε δύο διαστάσεις. Τα $x_{\bar{e}}$ και $y_{\bar{e}}$ είναι οι συντεταγμένες του Τ.Σ.Δ. σε συνάρτηση με το l που είναι το μήκος της μιας πλευράς του μηχανισμού (έχουμε υποθέσει για την κατασκευή ότι όλες οι πλευρές είναι ίσες). Τα q_1 και q_2 είναι οι γωνίες που σχηματίζουν οι δυο σύνδεσμοι του μηχανισμού στην βάση, r είναι η απόσταση του Τ.Σ.Δ. από το κέντρο των αξόνων. Τέλος ϑ είναι η γωνία που σχηματίζεται αν φέρουμε μια ευθεία από το Τ.Σ.Δ. προς την αρχή των αξόνων, κατεύθυνση Τ.Σ.Δ.



Σχήμα 2.1 : Γωνίες του παντογράφου σε 2 διαστάσεις.

Στο σχήμα 2.2 φαίνεται η αρίθμηση των συνδέσμων του μηχανισμού.



Σχήμα 2.2 : Αρίθμηση των συνδέσμων του μηχανισμού.

Προκύπτουν οι εξής εξισώσεις.

$$x_{\bar{e}} = l \cdot \cos(q_1) + l \cdot \cos(q_2) \quad [2.1]$$

$$y_{\bar{e}} = l \cdot \sin(q_1) + l \cdot \sin(q_2) \quad [2.2]$$

$$r = \sqrt{x_e^2 + y_e^2} \quad [2.3]$$

Από [2.1 – 2.3] έχω :

$$r = \sqrt{(l \cdot \cos(q_1) + l \cdot \cos(q_2))^2 + (l \cdot \sin(q_1) + l \cdot \sin(q_2))^2} \quad [2.4]$$

Κάνοντας απλοποίηση:

$$r = 2 \cdot \sqrt{l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right)^2} \quad [2.5]$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τις δύο σχέσεις καθώς τα τελικά αποτελέσματα δεν αλλάζουν.

Για την γωνία θ έχω :

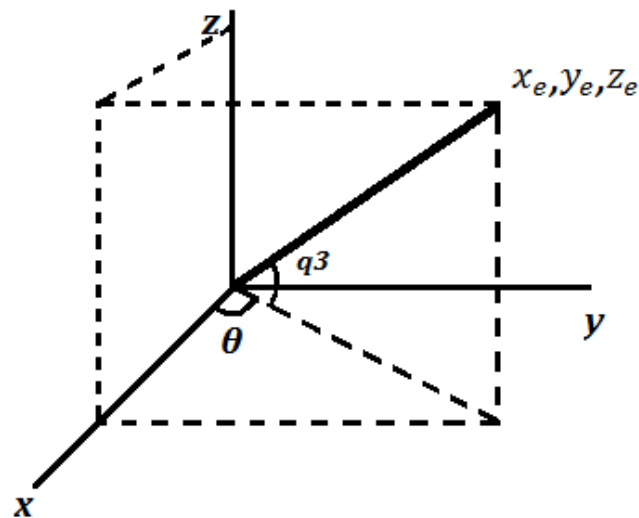
$$\vartheta = q_1 + \frac{q_2 - q_1}{2} = \frac{q_1 + q_2}{2} \quad [2.6]$$

Υστερα χρησιμοποιώντας σφαιρικές συντεταγμένες, βλέπε και Σχ. 2.3, καταλήγουμε στις τελικές εξισώσεις που μας δίνουν τα σημεία x, y, z για το Τ.Σ.Δ. στις τρεις διαστάσεις.

$$x_e = r \cdot \sin(\vartheta) \cdot \cos(q_3) \quad [2.7]$$

$$y_e = r \cdot \cos(\vartheta) \cdot \cos(q_3) \quad [2.8]$$

$$z_e = r \cdot \sin(q_3) \quad [2.9]$$



Σχήμα 2.3 : Φαίνονται οι γωνίες που προκύπτουν στον τρισδιάστατο χώρο.

Όπου q_3 είναι η γωνία που σχηματίζει ο μηχανισμός ως προς το επίπεδο XY.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις έχουμε τελικά:

$$x_e = \sqrt{(l \cdot \cos(q_1) + l \cdot \cos(q_2))^2 + (l \cdot \sin(q_1) + l \cdot \sin(q_2))^2} \cdot \cos\left(q_1 + \frac{q_2 - q_1}{2}\right) \cdot \cos(q_3) \quad [2.10]$$

$$y_e = \sqrt{(l \cdot \cos(q_1) + l \cdot \cos(q_2))^2 + (l \cdot \sin(q_1) + l \cdot \sin(q_2))^2} \cdot \sin\left(q_1 + \frac{q_2 - q_1}{2}\right) \cdot \cos(q_3) \quad [2.11]$$

$$z_e = \sqrt{(l \cdot \cos(q_1) + l \cdot \cos(q_2))^2 + (l \cdot \sin(q_1) + l \cdot \sin(q_2))^2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.12]$$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις εξισώσεις και παραγωγίζοντας τες, υπολογίζουμε την διαφορική κινηματική. Τελικά προκύπτουν:

Για το x_e παραγωγίζοντας το ως προς τις γωνίες q_1 , q_2 , q_3 και κάνοντας απλοποίηση καταλήγουμε στα :

$$\frac{\partial x_e}{\partial q_1} = -\frac{\sqrt{2} \cdot l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) \cdot \cos(q_3) \cdot \sin(q_1)}{\sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))}} \quad [2.13]$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial q_2} = -\frac{\sqrt{2} \cdot l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) \cdot \cos(q_3) \cdot \sin(q_2)}{\sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))}} \quad [2.14]$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial q_3} = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))} \cdot \cos\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) \cdot \sin(q_3) \quad [2.15]$$

Όμοια για το y_e έχουμε:

$$\frac{\partial y_e}{\partial q_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot l^2 \cdot \cos(q_1) \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) \cdot \cos(q_3)}{\sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))}} \quad [2.16]$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial q_2} = \frac{\sqrt{2} \cdot l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right) \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3)}{\sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))}} \quad [2.17]$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial q_3} = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))} \cdot \sin\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right) \cdot \sin(q_3) \quad [2.18]$$

Τέλος για το z_e προκύπτει:

$$\frac{\partial z_e}{\partial q_1} = -\frac{l^2 \cdot \sin(q_1 - q_2) \cdot \sin(q_3)}{2 \cdot \sqrt{l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right)^2}} \quad [2.19]$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial q_2} = \frac{l^2 \cdot \sin(q_1 - q_2) \cdot \sin(q_3)}{2 \cdot \sqrt{l^2 \cdot \cos\left(\frac{q_1 - q_2}{2}\right)^2}} \quad [2.20]$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial q_3} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{l^2 \cdot (1 + \cos(q_1 - q_2))} \cdot \cos(q_3) \quad [2.21]$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις [2.13–2.21] προκύπτει τελικά ο Ιακωβιανός πίνακας (συσχετίζει την ταχύτητα του τελικού σημείου δράσης, στον Καρτεσιανό χώρο, με τις ταχύτητες των αρθρώσεων) που ορίζεται ως εξής:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial q_1} & \frac{\partial x_e}{\partial q_2} & \frac{\partial x_e}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y_e}{\partial q_1} & \frac{\partial y_e}{\partial q_2} & \frac{\partial y_e}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z_e}{\partial q_1} & \frac{\partial z_e}{\partial q_2} & \frac{\partial z_e}{\partial q_3} \end{bmatrix} \quad [2.22]$$

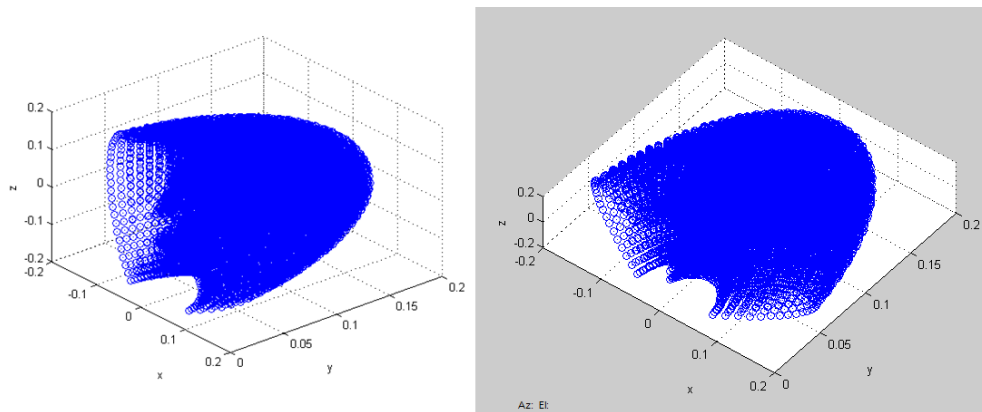
Χρησιμοποιώντας τον Ιακωβιανό πίνακα που βγάλαμε, μπορούμε δεδομένων των ταχυτήτων των αρθρώσεων να βρίσκουμε την ταχύτητα του Τ.Σ.Δ. στις τρεις κατευθύνσεις.

Αυτό γίνεται χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

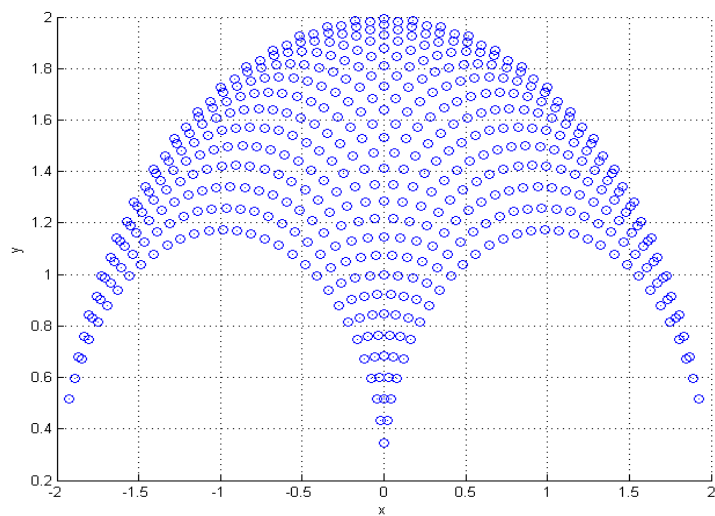
$${}^0V_E = \begin{bmatrix} {}^0\dot{x}_e \\ {}^0\dot{y}_e \\ {}^0\dot{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial q_1} & \frac{\partial x_e}{\partial q_2} & \frac{\partial x_e}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y_e}{\partial q_1} & \frac{\partial y_e}{\partial q_2} & \frac{\partial y_e}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z_e}{\partial q_1} & \frac{\partial z_e}{\partial q_2} & \frac{\partial z_e}{\partial q_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad [2.23]$$

Όπου ${}^0\dot{x}_e, {}^0\dot{y}_e, {}^0\dot{z}_e$ είναι οι ταχύτητες του Τ.Σ.Δ. στους άξονες X,Y και Z αντίστοιχα, ως προς το αδρανειακό Σ.Σ. και $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ οι ταχύτητες περιστροφής των αρθρώσεων.

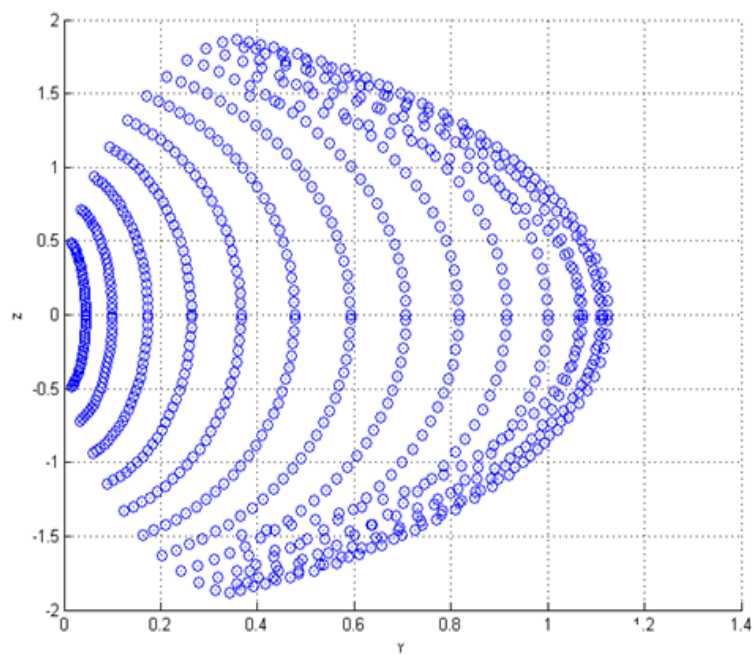
Από τους περιορισμούς που θέσαμε αρχικά στο κεφάλαιο των απαιτήσεων, [1.1-1.4], προκύπτει ο χώρος εργασίας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4. Για να γίνει πιο κατανοητός ο χώρος εργασίας, στα σχήματα 2.5 και 2.6 φαίνονται οι τομές του χώρου εργασίας στους άξονες X-Y και Y-Z αντίστοιχα.



Σχήμα 2.4 : Χώρος εργασίας στις τρεις διαστάσεις.



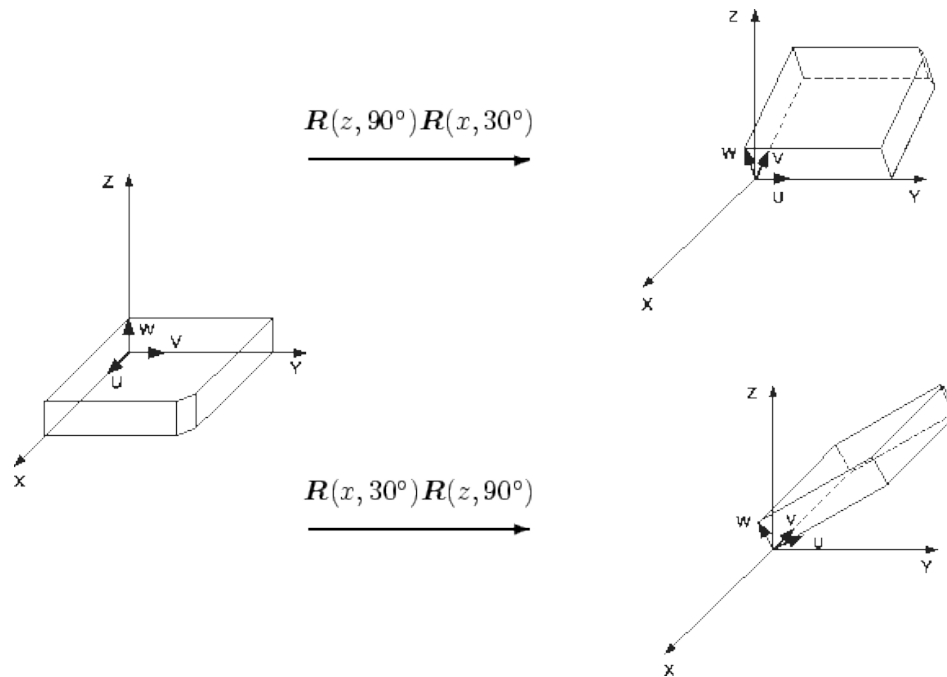
Σχήμα 2.5 : Χώρος εργασίας όπως φαίνεται στους άξονες X-Y.



Σχήμα 2.6 : Χώρος εργασίας όπως φαίνεται στους άξονες Y-Z.

Επίσης στην κινηματική, καθορίζεται και η περιστροφή του μηχανισμού στον τρισδιάστατο χώρο. Αυτό γίνεται με τους πίνακες περιστροφής R . Παρακάτω υπολογίζονται οι πίνακες περιστροφής για κάθε μέλος του μηχανισμού.

Σημαντικό είναι όταν εφαρμόζω παραπάνω από έναν πίνακα μετασχηματισμού να προσέξω την σειρά των πολλαπλασιασμών, γιατί μπορεί να οδηγήσουν σε λάθος αποτέλεσμα, π.χ. βλέπε Σχ. 2.7.



Σχήμα 2.7 : Εφαρμογή δύο ίδιων πινάκων περιστροφής με διαφορετική σειρά.

Εμείς θέλουμε ένα αποτέλεσμα παρόμοιο με το 2^ο του σχήματος 2.7. Οι πίνακες περιστροφής για κάθε άξονα είναι:

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad [2.24]$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad [2.25]$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [2.26]$$

Στο δικό μας σύστημα έχουμε περιστροφή πρώτα ως προς z και μετά ως προς x. Άρα οι πράξεις περιστροφής θα είναι $R_x * R_z$, [28].

$$R_x * R_z = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \cos\theta \cdot \sin\theta & \cos\theta^2 & -\sin\theta \\ \sin\theta^2 & \cos\theta \cdot \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad [2.27]$$

2.3 Στατική ανάλυση

Στην στατική ανάλυση, βασισμένη στο [27], μας ενδιαφέρει ο υπολογισμός των απαιτούμενων ροπών που εφαρμόζονται στις αρθρώσεις, ώστε το σύστημα να βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Στον υπολογισμό αυτό, θεωρούμε την στατική τριβή αμελητέα αλλά το βάρος υπάρχει. Θα υπολογίσουμε την στατική ροπή στον άξονα Z'Z δηλαδή με την μέγιστη βαρυτική επίδραση.

Για τις δυνάμεις και τις ροπές που ασκούνται από γειτονικό μέλος, χρησιμοποιούμε τον ιδιαίτερο συμβολισμό που προτείνεται παρακάτω :

${}^i f_i$ = δύναμη που ασκείται στο μέλος i από το μέλος $i-1$, εκφρασμένη ως προς το Σ.Σ {i}.

${}^i n_i$ = ροπή που ασκείται στο μέλος i από το μέλος $i-1$, εκφρασμένη ως προς το Σ.Σ {i}.

${}^i P_{i+1}$ = το διάνυσμα της απόστασης του κέντρου μάζας του συνδέσμου $i+1$ από τον σύνδεσμο i .

m_i = μάζα συνδέσμου i .

${}^i g$ = το διάνυσμα βαρύτητας.

Αθροίζοντας τις δυνάμεις και εξισώνοντας το άθροισμα με το μηδέν παίρνουμε :

$${}^i f_i - {}^i f_{i+1} + m_i {}^i g = 0 \quad [2.28]$$

Επίσης, αθροίζοντας τις ροπές του πλαισίου $\{i\}$ παίρνουμε :

$${}^i n_i - {}^i n_{i+1} - {}^i P_{i+1} \times {}^i f_{i+1} - m_i {}^i P_{Ci} \times {}^i g = 0 \quad [2.29]$$

Αν ξεκινήσουμε από τις ροπές και δυνάμεις που ασκούνται από το «χέρι» στο Τ.Σ.Δ., και προχωρήσουμε διαδοχικά προς τα πίσω, μέχρι το πλαίσιο βάσης, μπορούμε να υπολογίσουμε τις δυνάμεις και τις ροπές για κάθε σύνδεσμος. Διατυπώνοντας λοιπόν τις [2.28] και [2.29], ως επαναληπτικές διαδικασίες, που εφαρμόζονται από την υψηλότερη προς την χαμηλότερη αρίθμηση.

$${}^i f_i = {}^i f_{i+1} - m_i {}^i g \quad [2.30]$$

$${}^i n_i = {}^i n_{i+1} + {}^i P_{i+1} \times {}^i f_{i+1} + m_i {}^i P_{Ci} \times {}^i g \quad [2.31]$$

Για κάθε πλαίσιο συνδέσμου, υπάρχει μια συγκεκριμένη αναπαράσταση αυτών των σχέσεων, που καταρτίζεται με την χρήση του πίνακα περιστροφής που περιγράφει το πλαίσιο $\{i+1\}$ ως προς το πλαίσιο $\{i\}$.

Έτσι καταλήγουμε στην σημαντικότερη εξίσωση για τη μετάδοση στατικών δυνάμεων από μέλος σε μέλος.

$${}^i f_i = {}^i R_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} - m_i {}^i g \quad [2.32]$$

$${}^i n_i = {}^i R_{i+1} {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{i+1} \times {}^i f_{i+1} + m_i {}^i P_{Ci} \times {}^i g \quad [2.33]$$

Το τελικό ερώτημα που ανακύπτει είναι το εξής: Τι ροπές πρέπει να ενεργούν στις αρθρώσεις για να εξισορροπούν τις δυνάμεις και τις ροπές που ασκούνται στα μέλη;

Με την χρήση του Ιακωβιανού πίνακα J_v , προκύπτει ότι :

$$\tau = J_v^T F \quad [2.34]$$

Όπου το τ είναι το διάνυσμα που περιέχει τις ροπές που ασκεί ο κάθε κινητήρας, στην περίπτωση μας 3×1 , καθώς έχουμε 3 κινητήρες. Το F όπως αναφέραμε και στις

απαιτήσεις του συστήματος, περιέχει τις δυνάμεις που μπορεί να ασκήσει το Τ.Σ.Δ. σύμφωνα με τις ροπές που εφαρμόζονται.

Για να βρούμε τις μέγιστες ροπές που θα χρειαστεί να ασκήσουν οι κινητήρες, υποθέτουμε ότι η μέγιστη δύναμη που θα ασκήσει ο χρήστης σε κάθε κατεύθυνση είναι 1 Newton (από απαιτήσεις συστήματος), άρα ο μηχανισμός θα πρέπει να έχει την δυνατότητα να ασκήσει την δύναμη $F = [1 \ 1 \ 1 + G_{3MAX}]^T$, όπου G_{3MAX} είναι η μέγιστη δύναμη που ασκείται από την επίδραση της βαρύτητας.

Οι μέγιστες ροπές λοιπόν είναι (δίνονται και οι γωνίες στις οποίες παίρνουμε αυτές τις ροπές):

Μέγιστη ροπή κινητήρα ένα : 0.1282 Nm

Εντοπίζεται στις γωνίες $q_1=160^\circ$, $q_2=170^\circ$, $q_3=360^\circ$

Μέγιστη ροπή κινητήρα δυο : 0.1158 Nm

Εντοπίζεται στις γωνίες $q_1=160^\circ$, $q_2=170^\circ$, $q_3=360^\circ$

Μέγιστη ροπή κινητήρα τρία : 0.3451+0.7848 Nm

Εντοπίζεται στις γωνίες $q_1=40^\circ$, $q_2=50^\circ$, $q_3=305^\circ$

2.4 Δυναμική ανάλυση

Η θεωρητική ανάλυση που ακολουθεί βασίζεται στο [27]. Η Δυναμική έχει ως αντικείμενο μελέτης και έρευνας τη κίνηση των σωμάτων υπό την επίδραση δυνάμεων. Οι δυνάμεις ή ροπές που εφαρμόζονται επηρεάζουν τις επιταχύνσεις των συνδέσμων. Οι εξισώσεις που συσχετίζουν τις επιταχύνσεις με τις εφαρμοζόμενες δυνάμεις είναι μη γραμμικές. Για τον υπολογισμό της δυναμικής των βραχιόνων θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο Euler-Lagrange. Ενώ η μέθοδος Newton-Euler, διαμορφώνεται μελετώντας την ισορροπία των δυνάμεων, η μέθοδος Lagrange αποτελεί μια ενεργειακή προσέγγιση. Φυσικά και οι δύο

καταλήγουν στις ίδιες εξισώσεις κίνησης, όταν αντικείμενο εφαρμογής τους είναι ο ίδιος βραχίονας. Οι γενικές εξισώσεις για αυτήν την μέθοδο είναι:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad [2.35]$$

Όπου T είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος. Επίσης q είναι το διάνυσμα των γωνιών. Παρακάτω τα συμβολίζουμε με k και u αντίστοιχα.

Η διατύπωση Lagrange για την δυναμική παρέχει τα μέσα για την κατάστρωση των εξισώσεων κίνησης, μέσω μια βαθμωτής συνάρτησης που ονομάζεται Λαγκρανζιανή. Η οποία ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ κινητικής και δυναμικής ενέργειας ενός μηχανικού συστήματος.

$$L(q, \dot{q}) = \sum_{i=1}^n (k_i(q, \dot{q}) - u_i(q)) = k(q, \dot{q}) - u(q) \quad [2.36]$$

Όπου n είναι ο αριθμός των συνδέσμων.

Η γενική εξίσωση για την κινητική ενέργεια του μέλους i δίνεται παρακάτω.

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_{C_i}^T v_{C_i} + \frac{1}{2} {}^i\omega_i^T C_i I_i {}^i\omega_i \quad [2.37]$$

Όπου m_i είναι η μάζα του συνδέσμου i , έχουμε θεωρήσει ότι όλοι οι σύνδεσμοι έχουν ίδια μάζα. Επίσης v_{C_i} είναι η γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του συνδέσμου i , ${}^i\omega_i$ είναι η περιστροφική ταχύτητα του κέντρου μάζας του συνδέσμου i . Τέλος I_i είναι ο ταυυστής ροπής αδράνειας του συνδέσμου i .

Ο πρώτος όρος του αθροίσματος, εκφράζει την κινητική ενέργεια που οφείλεται στη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του συνδέσμου. Αντίστοιχα ο δεύτερος όρος οφείλεται στην γωνιακή ταχύτητα του συνδέσμου.

Η συνολική κινητική ενέργεια του βραχίονα ισούται με το άθροισμα των τιμών της κινητικής ενέργειας των συνδέσμων του.

$$k = \sum_{i=1}^n k_i \quad [2.38]$$

Οι ταχύτητες v_{C_i} και ${}^i\omega_i$ στην [2.37] είναι συναρτήσεις των q και \dot{q} . Έτσι, η κινητική ενέργεια, μπορεί να διατυπωθεί ως μία βαθμωτή συνάρτηση, $k(q, \dot{q})$, της θέσης και της ταχύτητας. Η αντίστοιχη εξίσωση δίνεται παρακάτω:

$$k(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \cdot \dot{q}^T \cdot M(q) \cdot \dot{q} \quad [2.39]$$

Εξισώσεις σαν την [2.39] είναι γνωστές ως **τετραγωνικές μορφές**. Κι αυτό, διότι στην πλήρη τους ανάπτυξη, είναι βαθμωτές συναρτήσεις του τετραγώνου της ανεξάρτητης μεταβλητής τους (εδώ η συνάρτηση εξαρτάται από το τετράγωνο της q_i). Επίσης επειδή η συνολική κινητική ενέργεια παίρνει μόνο θετικές τιμές, ο πίνακας μάζας του βραχίονα πρέπει να είναι θετικά ορισμένος.

Η δυναμική ενέργεια του μέλους i περιγράφεται από την σχέση:

$$u_i = -m_i {}^0g^T {}^0P_{C_i} \quad [2.40]$$

Όπου ${}^0g^T$ είναι το διάνυσμα βαρύτητας διαστάσεων 3×1 και ${}^0P_{C_i}$ είναι το διάνυσμα της απόστασης του κέντρου μάζας του συνδέσμου i .

Η συνολική δυναμική ενέργεια που περιέχει ο βραχίονας, ισούται με το άθροισμα των τιμών της δυναμικής ενέργειας των μελών του.

$$u = \sum_{i=1}^n u_i \quad [2.41]$$

Επειδή τα διανύσματα P_{C_i} στην [2.40] είναι συναρτήσεις της q , συμπεραίνουμε ότι η δυναμική ενέργεια μπορεί να περιγραφεί ως μια βαθμωτή συνάρτηση $u(q)$, της θέσης των αρθρώσεων.

Οι εξισώσεις κίνησης του βραχίονα έχουν την ακόλουθη μορφή.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} = \tau \quad [2.42]$$

Το σύμβολο τ , αντιστοιχεί σ' ένα διάνυσμα $n \times 1$, που αντιπροσωπεύει τις ροπές των επενεργητών στις αρθρώσεις. Η [2.42], μπορεί να πάρει την μορφή:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial k}{\partial \dot{Q}} - \frac{\partial k}{\partial Q} + \frac{\partial u}{\partial Q} = \tau \quad [2.43]$$

Πριν γίνει όμως αυτή η ανάλυση, πρέπει πρώτα να ανοίξουμε μια παρένθεση και να αναφερθούμε στους τανυστές, βασισμένο στο [29]. Όταν εξετάζουμε συστήματα με περιστροφική κίνηση ως προς ένα άξονα, έχουμε εισάγει την έννοια της ροπής αδράνειας. Για ένα στερεό σώμα, που κινείται ελεύθερα στον τρισδιάστατο χώρο, υπάρχουν δυνητικά, άπειροι άξονες περιστροφής. Για να μελετήσουμε την περιστροφή ενός στερεού σώματος ως προς ένα τυχαίο άξονα, χρειαζόμαστε μια ολοκληρωμένη περιγραφή της κατανομής της μάζας του. Εισάγουμε λοιπόν την έννοια του τανυστή ροπής αδράνειας.

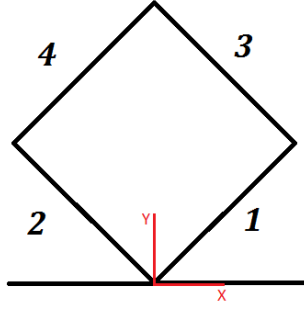
Ο τανυστής αδράνειας ως προς ένα πλαίσιο αξόνων $\{A\}$ έχει την μορφή πίνακα 3×3 :

$${}^A I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad [2.44]$$

Τα στοιχεία I_{xx} , I_{yy} και I_{zz} καλούνται ροπές αδράνειας (mass moments of inertia), ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία καλούνται γινόμενα αδράνειας (mass products of inertia).

Θεωρούμε κάθε σύνδεσμο σαν ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Τότε τα l_1 , l_4 έχουν γωνίες q_3 ως προς επίπεδο xz και q_1 ως προς επίπεδο xy. Ενώ τα l_2 , l_3 έχουν γωνίες q_3 ως προς επίπεδο xz και q_2 ως προς επίπεδο xy, βλέπε σχήμα 2.8 για την αρίθμηση των συνδέσμων, σύνδεσμος $l_i = i$.



Σχήμα 2.8 : Αρίθμηση συνδέσμων.

Ας υπολογίσουμε τις συνιστώσες του τανυστή της ροπής αδράνειας. Υπολογίζουμε πρώτα ως προς κέντρο μάζας.

$$I_{xx} = \int_V \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \cdot (y^2 + z^2) dV = \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (y^2 + z^2) dx dy dz \quad [2.45]$$

$$I_{xx} = \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \cdot \left(\frac{1}{12} (l \cdot w^3 \cdot h + l \cdot w \cdot h^3) \right) = \frac{m}{12} \cdot (w^2 + h^2) \quad [2.46]$$

$$I_{xy} = - \int_V \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \cdot (x \cdot y) dV = - \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x \cdot y) dx dy dz \quad [2.47]$$

$$I_{xy} = - \frac{m}{l \cdot w \cdot h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left(\frac{1}{2} x^2 \cdot y \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \right) dy dz = 0 \quad [2.48]$$

Οπότε προκύπτει ο εξής πίνακας για τον τανυστή ροπής αδράνειας ως προς κέντρο μάζας σώματος (όταν δηλαδή η αρχή των αξόνων είναι στο κέντρο μάζας του):

$$I_{CM} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12} \cdot (w^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12} \cdot (l^2 + h^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12} \cdot (w^2 + l^2) \end{bmatrix} \quad [2.49]$$

Έπειτα, για να υπολογίσουμε τον τανυστή ροπής αδράνειας για ένα σώμα που το Σ.Σ. του είναι περιστραμένο σε σχέση με το αρχικό Σ.Σ. που υπολογίσαμε, πολλαπλασιάζουμε τον πίνακα περιστροφής με τον τανυστή I_{CM} και αυτό με τον αντίστροφο πίνακα περιστροφής (προκύπτει η εξίσωση [2.50]). Το R στην εξίσωση αυτή έχει υπολογιστεί στην κινηματική (σχέση [2.27])

$$I_{SF} = R \cdot I_{CM} \cdot R^T \quad [2.50]$$

Τελικά θα έχω:

$$I_{SF} = (R_x \cdot R_z) \cdot I_{CM} \cdot (R_x \cdot R_z)^T \quad [2.51]$$

Αυτός είναι ο υπολογισμός του τανυστή αφού έχει περιστραφεί όπως τον θέλουμε, αλλά γύρο από την αρχή των αξόνων. Επειδή όμως οι βραχίονες μας δεν είναι μόνο περιστραμένοι σε σχέση με το αρχικό Σ.Σ. αλλά τα κέντρα μάζας τους είναι και μετατοπισμένα, πρέπει τώρα να τον μεταφέρουμε στο σημείο που θέλουμε. Αυτό γίνεται με την χρήση του πίνακα μεταφοράς, ο οποίος έχει την παρακάτω μορφή.

$$D = \begin{bmatrix} y_{CM}^2 + z_{CM}^2 & -x_{CM} \cdot y_{CM} & -x_{CM} \cdot z_{CM} \\ -x_{CM} \cdot y_{CM} & x_{CM}^2 + z_{CM}^2 & -y_{CM} \cdot z_{CM} \\ -x_{CM} \cdot z_{CM} & -y_{CM} \cdot z_{CM} & x_{CM}^2 + y_{CM}^2 \end{bmatrix} \quad [2.52]$$

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα [2.52] βρίσκουμε τον τελικό τανυστή που θέλουμε (περιστραμένος και μετατοπισμένος).

$$I = I_{CM} + m_i \cdot D \quad [2.53]$$

Αντικαθιστώντας την [2.52] στην [2.53] έχουμε την τελική μορφή :

$$I_F = I_{SF} + m_i \cdot \begin{pmatrix} y_{CM}^2 + z_{CM}^2 & -x_{CM} \cdot y_{CM} & -x_{CM} \cdot z_{CM} \\ -x_{CM} \cdot y_{CM} & x_{CM}^2 + z_{CM}^2 & -y_{CM} \cdot z_{CM} \\ -x_{CM} \cdot z_{CM} & -y_{CM} \cdot z_{CM} & x_{CM}^2 + y_{CM}^2 \end{pmatrix} \quad [2.54]$$

Υπολογίζουμε τα x_{CM}, y_{CM}, z_{CM} για κάθε σύνδεσμο (l_1, l_2, l_3, l_4).

Οπότε για το l_1 , έχουμε :

$$x_{CM1} = \frac{l}{2} \cdot \cos(q_1) \cdot \cos(q_3) \quad [2.55]$$

$$y_{CM1} = \frac{l}{2} \cdot \sin(q_1) \cdot \cos(q_3) \quad [2.56]$$

$$z_{CM1} = \frac{l}{2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.57]$$

Για το l_2 , έχουμε :

$$x_{CM2} = \frac{l}{2} \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \quad [2.58]$$

$$y_{CM2} = \frac{l}{2} \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \quad [2.59]$$

$$z_{CM2} = \frac{l}{2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.60]$$

Για το l_3 , έχουμε :

$$x_{CM3} = l \cdot \cos(q_1) \cdot \cos(q_3) + \frac{l}{2} \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \quad [2.61]$$

$$y_{CM3} = l \cdot \sin(q_1) \cdot \cos(q_3) + \frac{l}{2} \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \quad [2.62]$$

$$z_{CM3} = \sqrt{x_{CM3}^2 + y_{CM3}^2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.63]$$

Για το l_4 , έχουμε :

$$x_{CM4} = l \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) + \frac{l}{2} \cdot \cos(q_1) \cdot \cos(q_3) \quad [2.64]$$

$$y_{CM4} = l \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) + \frac{l}{2} \cdot \sin(q_1) \cdot \cos(q_3) \quad [2.65]$$

$$z_{CM4} = \sqrt{x_{CM4}^2 + y_{CM4}^2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.66]$$

Τελικά κλείνοντας την μεγάλη παρένθεση που ανοίξαμε για τους τανυστές και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις [2.35–2.43] έχουμε :

Για την κινητική ενέργεια ενός σημείου με βάση τις σφαιρικές συντεταγμένες έχουμε:

$$k = \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot (\dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{q}_3^2 + r^2 \cdot \cos^2 q_3 \cdot \dot{q}_l^2) \quad [2.67]$$

Με r να είναι η απόσταση από το κέντρο των αξόνων κάθε συνδέσμου, βρίσκεται εύκολα με την χρήση των κέντρων μάζας, δηλαδή $r = \sqrt{x_{CMi}^2 + y_{CMi}^2 + z_{CMi}^2}$ και q_i την γωνία του κέντρου μάζας ως προς την αρχή των αξόνων.

Έχουμε θεωρήσει ότι ισχύει: $m = m_1 = m_2 = m_3 = m_4$. Εισάγοντας και τον δεύτερο όρο στην εξίσωση που οφείλεται στην γωνιακή ταχύτητα του κέντρου μάζας έχουμε, [30-31]:

$$k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{r}^2 + r^2 \cdot \dot{q}_3^2 + r^2 \cdot \cos^2 q_3 \cdot \dot{q}_l^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{zz4} \cdot \dot{q}_1^2 + I_{xx4} \cdot \dot{q}_3^2) \quad [2.68]$$

Ή με χρήση των συντεταγμένων των κέντρων μάζας (οι εξισώσεις έχουν υπολογιστεί στους τανυστές [2.55–2.66]) παίρνω τελικά.

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_{CM1}^2 + \dot{y}_{CM1}^2 + \dot{z}_{CM1}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{zz1} \cdot \dot{q}_1^2 + I_{xx1} \cdot \dot{q}_3^2) \quad [2.69]$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_{CM2}^2 + \dot{y}_{CM2}^2 + \dot{z}_{CM2}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{zz2} \cdot \dot{q}_2^2 + I_{xx2} \cdot \dot{q}_3^2) \quad [2.70]$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_{CM3}^2 + \dot{y}_{CM3}^2 + \dot{z}_{CM3}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{zz3} \cdot \dot{q}_2^2 + I_{xx3} \cdot \dot{q}_3^2) \quad [2.71]$$

$$k_4 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_{CM4}^2 + \dot{y}_{CM4}^2 + \dot{z}_{CM4}^2) + \frac{1}{2} \cdot (I_{zz4} \cdot \dot{q}_1^2 + I_{xx4} \cdot \dot{q}_3^2) \quad [2.72]$$

Η συνολική κινητική ενέργεια είναι:

$$k(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3) = \sum_{i=1}^n k_i = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \quad [2.73]$$

Για την δυναμική ενέργεια θα έχουμε:

$$u_1 = m \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.74]$$

$$u_2 = m \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin(q_3) \quad [2.75]$$

$$u_3 = m \cdot g \cdot l_{\max} \cdot \sin(q_3) \quad [2.76]$$

$$u_4 = m \cdot g \cdot l_{\max} \cdot \sin(q_3) \quad [2.77]$$

Η συνολική δυναμική ενέργεια είναι:

$$u(q_1, q_2, q_3) = \sum_{i=1}^n u_i = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \quad [2.78]$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις μερικές παραγώγους, όπως υποδεικνύεται από την [2.43].

$$\frac{\partial k}{\partial \dot{Q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial k}{\partial \dot{q}_1} \\ \frac{\partial k}{\partial \dot{q}_2} \\ \frac{\partial k}{\partial \dot{q}_3} \end{bmatrix} \quad [2.79]$$

Κάνοντας τις πράξεις παίρνουμε τα εξής :

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial \dot{q}_1} = \frac{1}{8} ((8(I_{zz1} + I_{zz4}) + 5l^2m)\dot{q}_1 + 8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3) \\ + l^2m(5\dot{q}_1 \cos(2q_3) - 2\dot{q}_3 \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3))) \end{aligned} \quad [2.80]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial \dot{q}_2} = \frac{1}{8} ((8(I_{zz2} + I_{zz3}) + 5l^2m)\dot{q}_2 + 8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_2} \frac{\partial r}{\partial q_2} \sin(q_3) \\ + l^2m(5\dot{q}_2 \cos(2q_3) - 2\dot{q}_3 \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3))) \end{aligned} \quad [2.81]$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial \dot{q}_3} = & \frac{1}{4}(4(I_{xx1} + I_{xx2} + I_{xx3} + I_{xx4} + 7l^2m)\dot{q}_3 + 4m\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_3}\frac{\partial r}{\partial q_3}\sin(q_3) - r\sin(q_3)\right) \\
& + l^2m(-5\dot{q}_3\cos(2q_3) - 8\dot{q}_3\cos(q_1 - q_2)\sin(2q_3)\sin(q_3)^2 \\
& - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin(q_1 - q_2)\sin(2q_3)))
\end{aligned}
\tag{2.82}$$

$$M\varepsilon r = \sqrt{x_{CMI}^2 + y_{CMI}^2}.$$

Όμοια για :

$$\frac{\partial k}{\partial Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial k}{\partial q_1} \\ \frac{\partial k}{\partial q_2} \\ \frac{\partial k}{\partial q_3} \end{bmatrix} \tag{2.83}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial q_1} = & \frac{1}{2}l^2m\dot{q}_3\sin(q_3)(-(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\cos(q_1 - q_2)\cos(q_3) + 2\dot{q}_3\sin(q_1 - q_2)\sin(q_3)) \\
& + m\left(\frac{\partial}{\partial q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1\partial q_2\partial q_3}\sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1}\cos(q_3)\right)
\end{aligned}
\tag{2.84}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial q_2} = & \frac{1}{2}l^2m\dot{q}_3\sin(q_3)((\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\cos(q_1 - q_2)\cos(q_3) - 2\dot{q}_3\sin(q_1 - q_2)\sin(q_3)) \\
& + m\left(\frac{\partial}{\partial q_2}\frac{\partial r}{\partial q_1\partial q_2\partial q_3}\sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_2}\cos(q_3)\right)
\end{aligned}
\tag{2.85}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial q_3} = & \frac{1}{8}l^2m(-4(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_3\cos(2q_3)\sin(q_1 - q_2) \\
& - (5(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2) + 8\dot{q}_3^2\cos(q_1 - q_2)\sin(2q_3))) \\
& + m\left(\frac{\partial}{\partial q_3}\frac{\partial r}{\partial q_1\partial q_2\partial q_3}\sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1\partial q_2\partial q_3}\cos(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_3}\cos(q_3) \right. \\
& \left. - r\sin(q_3)\right)
\end{aligned}
\tag{2.86}$$

Τέλος για την δυναμική:

$$\frac{\partial u}{\partial Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial q_1} \\ \frac{\partial u}{\partial q_2} \\ \frac{\partial u}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \cdot g \cdot l \cdot m \cdot \cos(q_3) \end{bmatrix} \quad [2.87]$$

Μπορούμε να συνοψίσουμε τις δυναμικές εξισώσεις ενός βραχίονα σε μία μοναδική εξίσωση. Η διατύπωση αυτή κρύβει μεν κάποιες λεπτομέρειες, αποκαλύπτει όμως σημαντικά στοιχεία της δομής των εξισώσεων.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) \quad [2.88]$$

Κάθε στοιχείο των $M(q)$ και $G(q)$, είναι μια πολύπλοκη συνάρτηση της θέσης q όλων των αρθρώσεων του βραχίονα. Κάθε στοιχείο της $V(q, \dot{q})$, είναι μια συνάρτηση των μεγεθών q και \dot{q} .

Μπορούμε να διαχωρίσουμε τους όρους που εμφανίζονται στη δυναμική εξίσωση, ανάλογα με τον τύπο τους. Έτσι από την [2.88] μπορούμε να υπολογίσουμε τον πίνακα μάζας $M(q)$ διαστάσεων 3×3 . Είναι συνάρτηση της q και αποτελείται από όλους εκείνους τους όρους που πολλαπλασιάζουν την ποσότητα \ddot{q} . Πίνακας μάζας είναι πάντοτε θετικά ορισμένος και συμμετρικός. Συνεπώς είναι αντιστρέψιμος.

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad [2.89]$$

$$M_{11} = \frac{1}{8} (8(I_{zz1} + I_{zz4}) + 5l^2m + 8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3) + l^2m5 \cos(2q_3)) \quad [2.90]$$

$$M_{12} = \frac{1}{8} (8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3)) \quad [2.91]$$

$$M_{13} = \frac{1}{8} (8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3) - 2l^2m \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \quad [2.92]$$

$$M_{21} = \frac{1}{8} (8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_2} \frac{\partial r}{\partial q_2} \sin(q_3)) \quad [2.93]$$

$$M_{22} = \frac{1}{8} (8(I_{zz2} + I_{zz3}) + 5l^2m + 8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_2} \frac{\partial r}{\partial q_2} \sin(q_3) + l^2m5 \cos(2q_3)) \quad [2.94]$$

$$M_{23} = \frac{1}{8} (8m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_2} \frac{\partial r}{\partial q_2} \sin(q_3) - 2l^2m \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \quad [2.95]$$

$$M_{31} = \frac{1}{4} (4m \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_3} \frac{\partial r}{\partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \cos(q_3) \right) - l^2m \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \quad [2.96]$$

$$M_{32} = \frac{1}{4} (4m \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_3} \frac{\partial r}{\partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \cos(q_3) \right) - l^2m \sin(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \quad [2.97]$$

$$\begin{aligned} M_{33} = & \frac{1}{4} (4(I_{xx1} + I_{xx2} + I_{xx3} + I_{xx4} + 7l^2m) \\ & + 4m \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_3} \frac{\partial r}{\partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \cos(q_3) \right) + 2 \frac{\partial r}{\partial q_3} \cos(q_3) \\ & - 2r \sin(q_3) \\ & + l^2m(-5\dot{q}_3 \cos(2q_3) - 8\dot{q}_3 \cos(q_1 - q_2) \sin(2q_3) \sin(q_3)^2)) \end{aligned} \quad [2.98]$$

Ο όρος $V(q, \dot{q})$, περιέχει όλους τους όρους που συναρτώνται από τις ταχύτητες στις αρθρώσεις.

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad [2.99]$$

$$\begin{aligned}
V_1 = & \frac{1}{4} l^2 m \dot{q}_3 (-2\dot{q}_3 \sin(q_1 - q_2) + (-5\dot{q}_1 + 2\dot{q}_2 \cos(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \\
& + \frac{d}{dt} (8l^2 m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3) - m \left(\frac{\partial}{\partial q_1} \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1} \cos(q_3) \right))
\end{aligned}
\quad [2.100]$$

$$\begin{aligned}
V_2 = & \frac{1}{4} l^2 m \dot{q}_3 (2\dot{q}_3 (1 - 2 \cos(2q_3)) \sin(q_1 - q_2) - \dot{q}_1 (5 + 2\dot{q}_2 \cos(q_1 - q_2) \sin(2q_3)) \\
& + \frac{d}{dt} (8l^2 m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \frac{\partial r}{\partial q_1} \sin(q_3) - m \left(\frac{\partial}{\partial q_1} \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1} \cos(q_3) \right))
\end{aligned}
\quad [2.101]$$

$$\begin{aligned}
V_3 = & \frac{1}{8} l^2 m (16(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) \dot{q}_3 \sin(q_1 - q_2) \sin(q_3)^2 \\
& + (5(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_3^2) - 2(\dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^2) \cos(q_1 - q_2)) \sin(2q_3)) \\
& + \frac{d}{dt} \left(l^2 m \frac{\partial}{\partial \dot{q}_3} \frac{\partial r}{\partial q_3} \sin(q_3) - r \sin(q_3) \right) \\
& - m \left(\frac{\partial}{\partial q_3} \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \sin(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_1 \partial q_2 \partial q_3} \cos(q_3) + \frac{\partial r}{\partial q_3} \cos(q_3) \right. \\
& \left. - r \sin(q_3) \right)
\end{aligned}
\quad [2.102]$$

Όροι που περιέχουν \dot{q}_i^2 , οφείλονται στη δράση φυγόκεντρων δυνάμεων.

Όροι που περιέχουν γινόμενα \dot{q}_i , οφείλονται στην δράση δυνάμεων Coriolis.

Ο όρος $G(q)$ που αντιστοιχεί στην επίδραση της βαρύτητας, περιέχει όλους τους όρους στους οποίους εμπλέκεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g .

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \cdot g \cdot l \cdot m \cdot \cos(q_3) \end{bmatrix} \quad [2.103]$$

Παρατηρούμε ότι οι όροι που αντιστοιχούν στην βαρυτική επίδραση είναι συνάρτηση της q και όχι των παραγώγων της.

2.5 Ιδιομορφίες

Στο πρόβλημα αυτό υπάρχουν ιδιόμορφες περιπτώσεις. Τα ιδιόμορφα σημεία εντοπίζονται εκεί όπου μηδενίζεται η ορίζουσα του Ιακωβιανού πίνακα:

$$\dot{q} = J^{-1}(q) \cdot v = \frac{Adj[J]}{Det[J]} \cdot v$$

Πρακτικά, αυτό που συμβαίνει στα σημεία αυτά είναι ότι χάνεται ένας βαθμός ελευθερίας, έτσι το Τ.Σ.Δ. αδυνατεί να αναπτύξει ταχύτητα προς κάποια κατεύθυνση.

Οι ιδιομορφίες μπορεί να είναι:

- Ιδιομορφίες των ορίων του χώρου εργασίας (βραχίονας τελείως τεντωμένος ή διπλωμένος).

Στον μηχανισμό μας εντοπίζονται όταν $q_1 = q_2$, και όταν $q_2 - q_1 = 180^\circ$.

- Ιδιομορφίες εντός του χώρου εργασίας.

Όταν $q_3 = \frac{\pi}{2}$ ή $q_3 = -\frac{\pi}{2}$, λόγω περιορισμού του q_3 στις 70° και -70° δεν εμφανίζονται στον μηχανισμό μας.

Στην συγκεκριμένη προσομοίωση έχουμε θέσει όρια στις γωνίες, αυτό οδηγεί στο να αποφεύγονται τέτοια σημεία [1.1–1.4].

Ο τρόπος για να βρεθούν αυτά τα σημεία είναι να δούμε που μηδενίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας.

$$\begin{aligned} Det[J] = & -\frac{1}{2\sqrt{2}} l^2 \sqrt{l^2(1 + \cos(q_1 - q_2))} \cos(q_3) \sin(q_1 - q_2) (2 + l^2 \\ & - (-2 + l^2) \cos(2q_3) + 2l^2 \cos(q_1 - q_2) \sin(q_3)^2) \end{aligned}$$

Στο συγκεκριμένο μηχανισμό, λόγω των ορίων που έχουμε θέσει, παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν ιδιομορφίες.

Κεφάλαιο 3. Προσομοίωση

3.1 Προσομοίωση

Η προσομοίωση έγινε σε MATLAB.

Αρχικά κατασκευάστηκαν αρχεία για την κινηματική και την στατική. Επίσης ισχύουν οι περιορισμοί των αρθρώσεων που ορίσαμε στις σχέσεις [1.1–1.4].

Αρίθμηση κινητήρων :

Κινητήρας ένα : συνδεδεμένος με τον σύνδεσμο ένα.

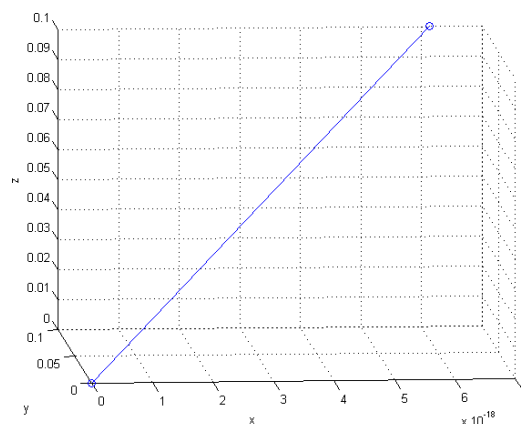
Κινητήρας δυο : συνδεδεμένος με τον σύνδεσμο δύο.

Κινητήρας τρία : συνδεδεμένος και με τους δυο βραχίονες, υπεύθυνος για την κίνηση του μηχανισμού στον άξονα Z.

Το αρχείο **rob.m** είναι το βασικό αρχείο που τρέχει τις συναρτήσεις παρακάτω:

plot1.m:

Η συγκεκριμένη συνάρτηση διαβάζει το μήκος των συνδέσμων και τις τρεις γωνίες των αρθρώσεων, και εμφανίζει το σημείο που βρίσκεται το Τ.Σ.Δ. στον τρισδιάστατο χώρο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της κινηματικής, επίσης εμφανίζει μία γραμμή που συνδέει το Τ.Σ.Δ. με την αρχή των αξόνων, βλέπε Σχ. 3.1.



Σχήμα 3.1 : Παράδειγμα με την θέση του Τ.Σ.Δ. που προκύπτει από τις εξισώσεις κινηματικής στον τρισδιάστατο χώρο.

Statikh.m:

Σε αυτήν την συνάρτηση δίνεται ένα σημείο και το διάνυσμα της δύναμης F , και υπολογίζει την ροπή που πρέπει να ασκήσει ο κάθε ένας κινητήρας ώστε το σύστημα να μείνει ακίνητο, δηλαδή σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Χρησιμοποιείται από την `maxT.m`.

maxT.m:

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τις μέγιστες ροπές. Δίνοντας της την μέγιστη δύναμη F που θα μπορεί να ασκήσει ο μηχανισμός, και άρα ως συνέπεια ο χρήστης στον μηχανισμό, (αναλυμένη στους τρεις άξονες XYZ), επιστρέφει την μέγιστη ροπή που θα χρειαστεί να ασκήσει ο κάθε κινητήρας. Ο υπολογισμός γίνεται με εξαντλητική αναζήτηση κρατώντας για τον κάθε κινητήρα την μέγιστη ροπή που άσκησε. Χάρη σε αυτή την συνάρτηση μπορέσαμε να υπολογίσουμε από τα αρχικά στάδια της εργασίας αυτής τις ροπές που χρειάζονταν, έτσι ώστε να προκαθοριστούν οι κατάλληλοι κινητήρες.

wSpace.m:

Η συνάρτηση αυτή εμφανίζει τον χώρο εργασίας του μηχανισμού. Το plot έχει γίνει με εξαντλητική αναζήτηση. Εικόνες παρουσιάστηκαν στα σχήματα 2.4, 2.5 και 2.6. Η απλή έκδοση της συνάρτησης εμφανίζει τον τρισδιάστατο χώρο, Σχ. 2.4 ενώ με μια μικρή τροποποίηση στον κώδικα (δίνεται στα σχόλια της συνάρτησης) μπορούμε να πάρουμε τις τομές του χώρου εργασίας, Σχ. 2.5-2.6. Με αυτόν τον τρόπο ο χώρος εργασίας γίνεται πιο κατανοητός.

Για τον σκοπό της τελικής προσομοίωσης έχει δημιουργηθεί το αρχείο **finalSimul.m**. Ο χρήστης εισάγει τις συντεταγμένες που θέλει να οδηγήσει το τελικό σημείο δράσεις. Μέσω αντίστροφης κινηματικής υπολογίζονται οι γωνίες που έχει ο μηχανισμός. Υπολογίζονται οι τανυστές ροπής αδράνειας για κάθε μέλος του μηχανισμού όπως εξηγήσαμε παραπάνω. Μέσω εξισώσεων κίνησης υπολογίζονται οι ροπές για τον κάθε κινητήρα.

Πιο αναλυτικά, η εφαρμογή που υλοποιήσαμε για τον σκοπό αυτό λειτουργεί με τον εξής τρόπο:

1. Γίνονται οι κατάλληλες αρχικοποιήσεις από την εφαρμογή, όπως μάζα και μήκος συνδέσμου, αρχική θέση Τ.Σ.Δ.
2. Ο χρήστης ορίζει την τελική θέση του Τ.Σ.Δ. βλέπε Σχ. 3.2.
3. Υπολογίζουμε την τροχιά με κυβικά πολυώνυμα, βλέπε Σχ. 3.2.
4. Υπολογίζουμε τις αντίστοιχες γωνίες των αρθρώσεων με αντίστροφη κινηματική για αυτές τις συντεταγμένες.
5. Υπολογίζουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση διαφορίζοντας τα κυβικά πολυώνυμα.
6. Εκτελούμε την κίνηση και την εμφανίζουμε στον χρήστη.
7. Υπολογίζουμε τις ροπές.

Το εμπόδιο που δημιουργήσαμε είναι ένας κύβος. Ο κύβος αυτός συμπεριφέρεται σαν ένα ελατήριο, έχουμε υποθέσει δηλαδή ότι οι πλευρές του μπορούν να συμπιεστούν. Έτσι, όσο πιο πολύ συμπιέζονται οι πλευρές του από τον χρήστη, τόσο μεγαλύτερη είναι η ροπή που ασκούν οι κινητήρες. Αυτό επιτυγχάνεται με τον πολλαπλασιασμό με μια ειδική σταθερά, που ονομάζεται σταθερά ελατηρίου ή σταθερά *Hooke*. Στην περίπτωση μας θεωρήσαμε ότι αυτή η σταθερά είναι ίση με $k=2N/m$. Στην προσομοίωση λοιπόν φαίνεται το τελικό σημείο δράσης, μαύρος ρόμβος όταν δεν αγγίζει το εμπόδιο – κύβο και κόκκινος αστερίσκος όταν είναι στα όρια του εμποδίου. Οι κινητήρες ένα και δύο ασκούν ροπή μόνο όταν το Τ.Σ.Δ. είναι στα όρια του εμποδίου. Αντίθετα, ο κινητήρας τρία ασκεί πάντα ροπή, καθώς πρέπει να εξουδετερώνει την επίδραση της βαρύτητας στον μηχανισμό.

```

46
47      %% Read x, y, z movement -----
48      prompt = 'Insert x: ';
49      x = input(prompt);
50      prompt = 'Insert y: ';
51      y = input(prompt);
52      prompt = 'Insert z: ';
53      z = input(prompt);
54
55      % sxediasmos troxias gia kaluterh optikopoihsh
56      x0=x1; xf=x;
57      tf=3; % xronos metakinhsis
58      a0=x1; a1=x1; a2=3*(xf-x1)/tf^2; a3=-2*(xf-x1)/tf^3;
59
60      y0=y1; yf=y; z0=z1; zf=z;
61      y1=y1; y2=3*(yf-y1)/tf^2; y3=-2*(yf-y1)/tf^3;
62      z1=z1; z2=3*(zf-z1)/tf^2; z3=-2*(zf-z1)/tf^3;
63      % *****
64      for t=0:0.05:tf
65          xf=a0+a2*t^2+a3*t^3; % troxia ar8rwsewn

```

Command Window

```

>> finalSimul
Insert x: 0.1
Insert y: 0.2
Insert z: 0.15
Insert x:

```

Σχήμα 3.2 : Μέρος του κώδικα, στο κάτω μέρος διακρίνονται οι συντεταγμένες που εισάγει ο χρήστης.

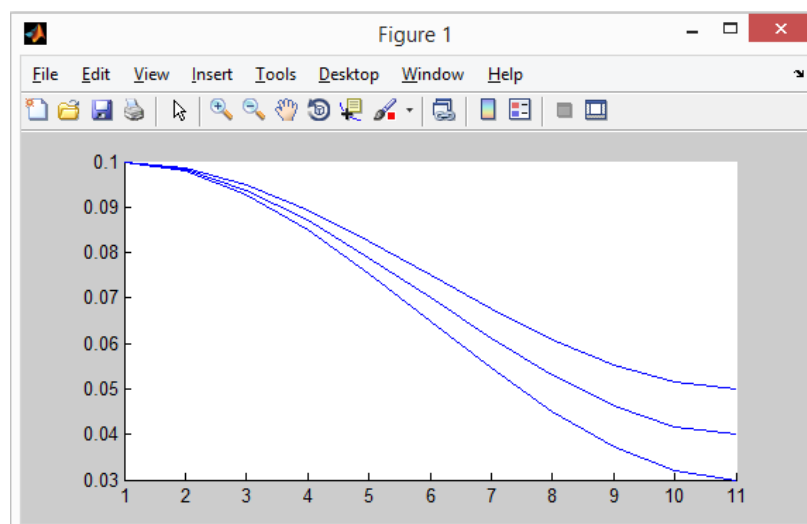
Ο λόγος που χρησιμοποιήσαμε κυβικά πολυώνυμα είναι ώστε η μετάβαση από τις συντεταγμένες που βρισκόταν, προς αυτές που θα πάει, να γίνεται με ομαλό τρόπο. Επίσης χάρη στα πολυώνυμα αυτά, μπορέσαμε κάνοντας διαφόριση να βρούμε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις των αρθρώσεων. Τέλος, με αυτόν τον τρόπο μπορέσαμε να κάνουμε πιο αναλυτικά διαγράμματα, καθώς παίρνουμε μετρήσεις με όση ακρίβεια θέλουμε. Οι ροπές που εμφανίζονται είναι σε Newton.

Στην συνέχεια βλέπουμε ένα διάγραμμα από τον υπολογισμό τροχιάς που γίνεται για:

$$X = 0.1 \Rightarrow 0.05$$

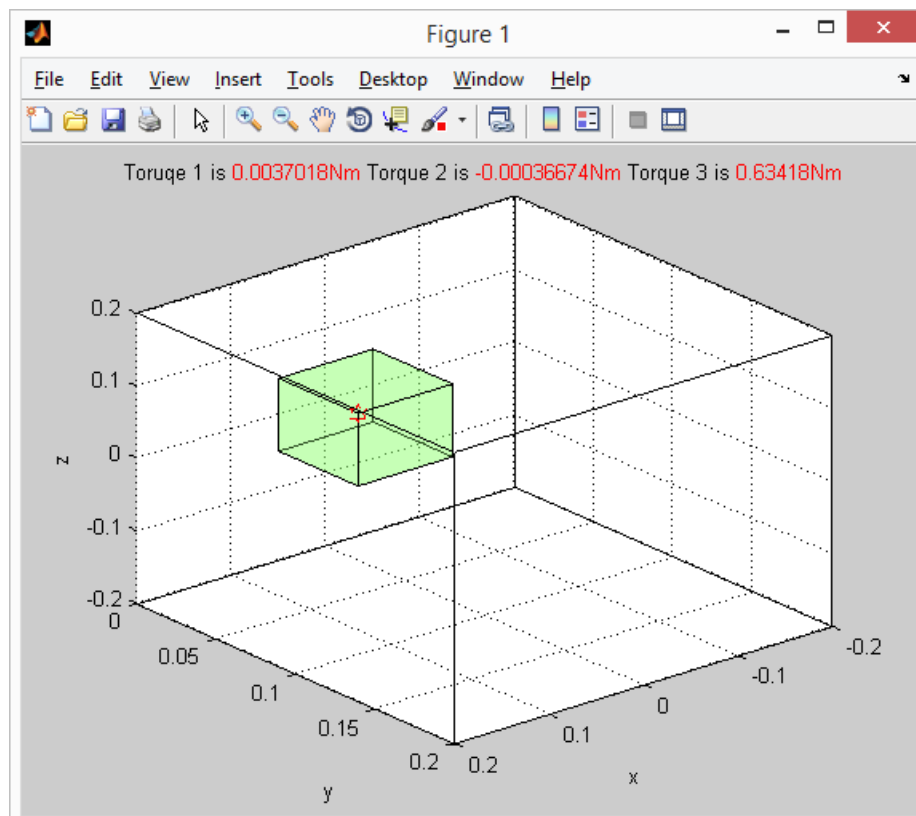
$$Y = 0.1 \Rightarrow 0.03$$

$$Z = 0.1 \Rightarrow 0.04$$

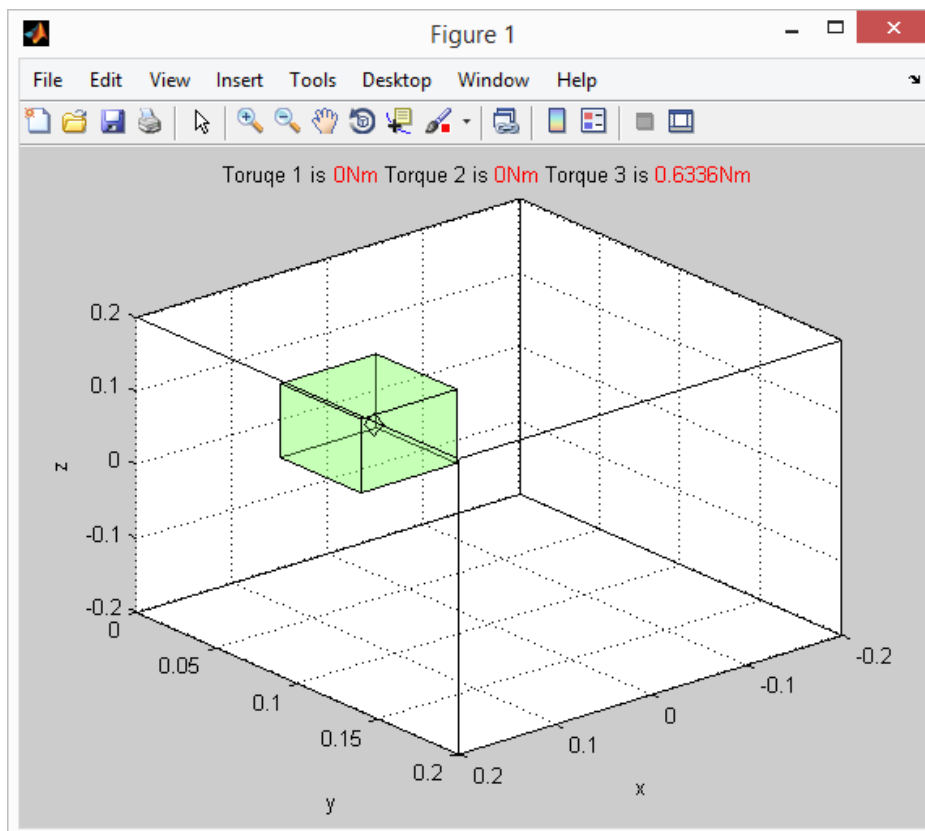


Σχήμα 3.3 : Τροχίες Τ.Σ.Δ. στους άξονες X-Y-Z.

Στην συνέχεια δίνονται δύο εικόνες (Σχήμα 3.4 και Σχήμα 3.5), στις οποίες φαίνεται το αποτέλεσμα από την προσομοίωση. Στο σχ. 3.4 το Τ.Σ.Δ. αγγίζει το εμπόδιο, διακρίνονται οι ροπές και στους τρεις κινητήρες, διάφορες του μηδέν, καθώς και το Τ.Σ.Δ. που σε αυτήν την περίπτωση εμφανίζεται με κόκκινο αστερίσκο. Αντίστοιχα στο σχ. 3.5 το Τ.Σ.Δ. δεν ακουμπάει το εμπόδιο, οι ροπές στους κινητήρες ένα και δύο είναι μηδενικές, το Τ.Σ.Δ. σε αυτήν την περίπτωση εμφανίζεται με έναν μαύρο ρόμβο.



Σχήμα 3.4 : Προσομοίωση με το Τ.Σ.Δ. εντός εμποδίου, διακρίνεται το Τ.Σ.Δ. με έναν κόκκινο αστερίσκο. Επίσης οι ροπές από τους κινητήρες τώρα δεν είναι ίσες με 0.



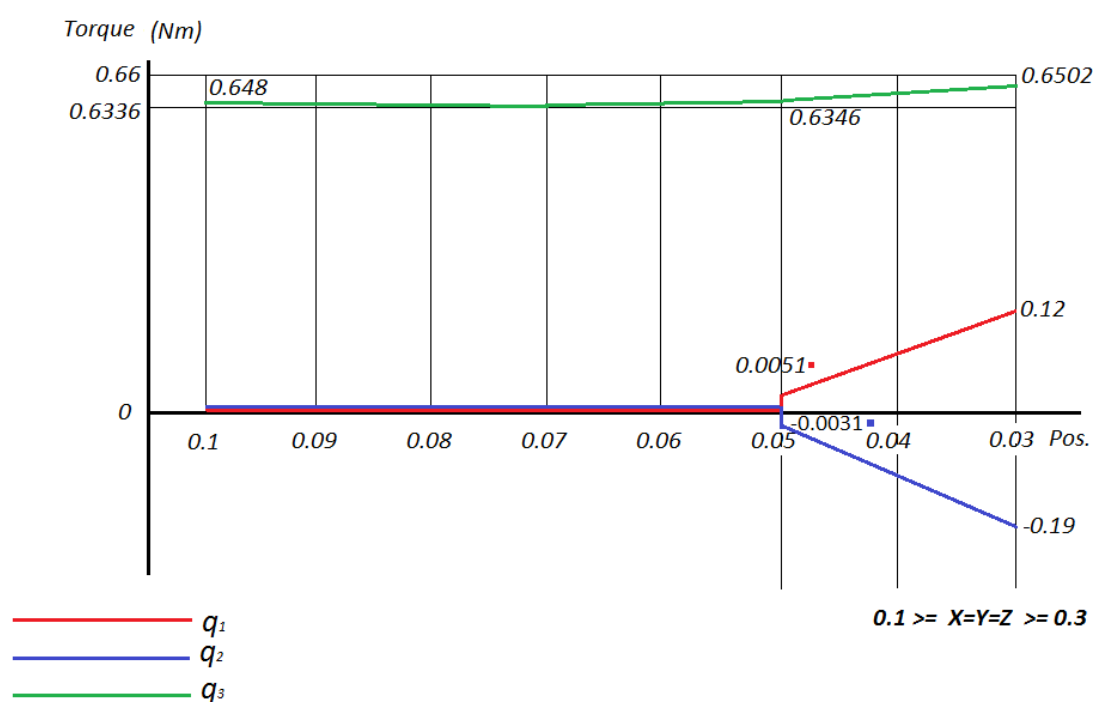
Σχήμα 3.5 : Προσομοίωση με το Τ.Σ.Δ. εκτός εμποδίου, διακρίνεται το Τ.Σ.Δ. με έναν μαύρο ρόμβο. Επίσης οι ροπές από τους κινητήρες είναι ίσες με 0.

3.2 Αποτελέσματα προσομοίωσης

Χρησιμοποιώντας την εφαρμογή που φτιάξαμε, δημιουργήσαμε ένα διάγραμμα από την προσομοίωση, βλέπε σχήμα 3.6:

Στον άξονα των Y φαίνεται η ροπή που ασκούν οι κινητήρες σε Nm. Στον άξονα των X φαίνονται οι συντεταγμένες του Τ.Σ.Δ.

Παρατηρούμε ότι ο τρίτος κινητήρας ασκεί πάντα ροπή, λόγω του ότι πρέπει να αναιρεί την δύναμη την βαρύτητας. Οι κινητήρες ένα και δύο ασκούν ροπή μόνο όταν ακουμπάνε το εμπόδιο και καθώς εισέρχονται, αυτή η ροπή αυξάνει με έναν κατάλληλο συντελεστή (όσο πιο βαθιά στο μπαίνει ο χρήστης τόσο μεγαλύτερη η δύναμη). Οι ροπές του δεύτερου κινητήρα είναι αρνητικές καθώς πρέπει να περιστραφεί από την αντίθετη πλευρά.

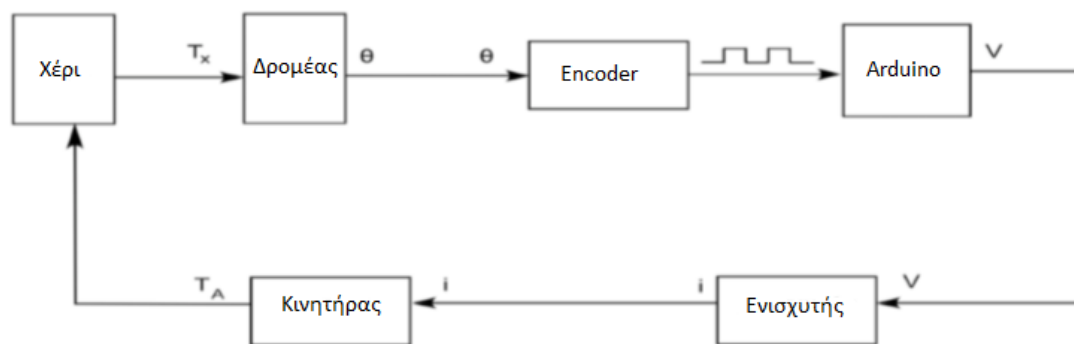


Σχήμα 3.6 : Διάγραμμα από προσομοίωση.

Κεφάλαιο 4. Υλοποίηση

4.1 Κατασκευή

Για λόγους διαθεσιμότητας υλικού, καταλήξαμε στην κατασκευή ενός πρωτότυπου ενός B.E. Στο σχήμα 4.1 διακρίνεται ο τρόπος λειτουργίας του απλού μηχανισμού που κατασκευάστηκε. Όπου T_x , T_A είναι η δύναμη που ασκεί ο χρήστης στον δρομέα και η δύναμη που του ασκεί ο δρομέας αντίστοιχα. θ είναι η γωνία που έχει περιστραφεί ο δρομέας, V το ρεύμα και i η τάση που εφαρμόζει τελικά ο ενισχυτής στον κινητήρα για να δώσει την ανάλογη ροπή που θέλουμε.



Σχήμα 4.1 : Διάγραμμα λειτουργίας ενός απλού απτικού μηχανισμού.

Τα υλικά που χρειάζονται για την κατασκευή ενός απτικού ρομποτικού μηχανισμού είναι:

1. **Arduino** <https://www.arduino.cc>

Είναι μια υπολογιστική πλατφόρμα βασισμένη σε μια απλή μητρική πλακέτα με ενσωματωμένο μικροελεγκτή και εισόδους/εξόδους. Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιείται είναι ουσιαστικά η C/C++ με κάποιες μετατροπές.

Επίσης μπορεί κάποιος να κάνει ειδική παραγγελία την δικιά του πλακέτα σχεδιασμένη για πιο ειδικούς σκοπούς, [32].

2. Shield

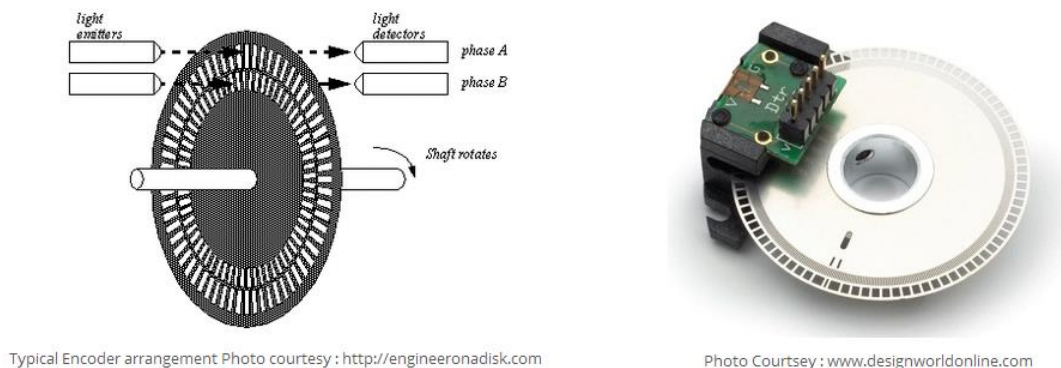
Με το Arduino θα χρειαστούμε και shields, δηλαδή επεκτάσεις που συνδέονται στα παρεχόμενα του Arduino. Τα shields μπορούν να παρέχουν έλεγχο στα GPS, Ethernet, LCD οθόνες, και φυσικά στους κινητήρες που είναι αυτό που μας ενδιαφέρει (DC motors, Brushless, Servos, steppers).

3. Κινητήρες

Οι κινητήρες είναι από τα βασικά μέρη του μηχανισμού, αφού χωρίς αυτούς δεν μπορεί να κινηθεί ο βραχίονας ούτε να ασκήσει δυνάμεις/ροπές. Η επιλογή του κινητήρα εξαρτάται κυρίως από την μέγιστη ροπή που μπορεί να ασκήσει.

4. Encoders

Οι encoders, βλέπε Σχ. 4.2, είναι ο πλέον συνηθισμένος τρόπος για εύρεση γωνιακής θέσης σε ρομποτικές εφαρμογές. Μπορεί να γίνει έμμεσος υπολογισμός ταχύτητας με διαφόριση θέσης. Υπάρχουν δυο βασικά είδη, απόλυτης ή σχετικής θέσης που συνήθως προτιμώνται λόγω του ότι είναι πιο απλοί και φθηνοί. Πολλές φορές τους ενσωματώνουν στους κινητήρες.



Typical Encoder arrangement Photo courtesy : <http://engineeronadisk.com>

Photo Courtesy : www.designworldonline.com

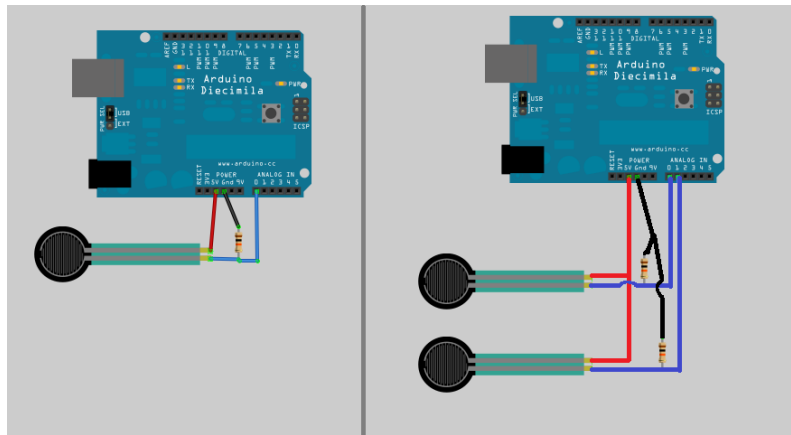
Σχήμα 4.2 : Αριστερά φαίνεται ο τρόπος λειτουργίας ενός τυπικού encoder, δεξιά φαίνεται ένας encoder.

5. FSR (force sensitive resistor)

Είναι αισθητήρες δύναμης, βλέπε Σχ. 4.4, όπως προδίδει και το όνομα τους. Η χρήση τους είναι συνήθως δύσκολη καθώς παρουσιάζουν θόρυβο, οπότε χρειάζονται ειδικό προγραμματισμό και φίλτρα, αλλιώς παρουσιάζουν μικρές αυξομειώσεις στην δύναμη που θα ασκεί ο κινητήρας, αυτό περνάει στον χρήστη σαν τρέμουλο στο χέρι του. Τους χρησιμοποιούμε όταν θέλουμε να ελέγξουμε την δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός στον

χρήστη. Στην υλοποίηση που κάνουμε μας ενδιαφέρει απλά να προσομοιώσουμε ένα εμπόδιο (ο χρήστης πρέπει απλά να νιώθει το εμπόδιο), οπότε μπορούν να παραληφθούν στην κατασκευή.

Ο τρόπος σύνδεσης των FSR στο Arduino φαίνεται στο σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.3 : Σύνδεση ενός (αριστερά) και δύο (δεξιά) αισθητήρων δύναμης.



Σχήμα 4.4 : Ένας συνηθισμένος αισθητήρας δύναμης.

6. Καλώδια σύνδεσης

Θα χρειαστούμε καλώδια για να συνδέσουμε το Arduino με τα μοτέρ, τους αισθητήρες. Ορισμένα χρειάζεται να κοπούν και να κολληθούν με ένα ηλεκτρικό κολλητήρι.

7. Διάφορα εργαλεία

Θα χρειαστούμε ένα ηλεκτρικό κολλητήρι για τις συνδέσεις και ένα πολύμετρο. Επίσης διάφορα κατσαβίδια, κοπίδι κ.α.

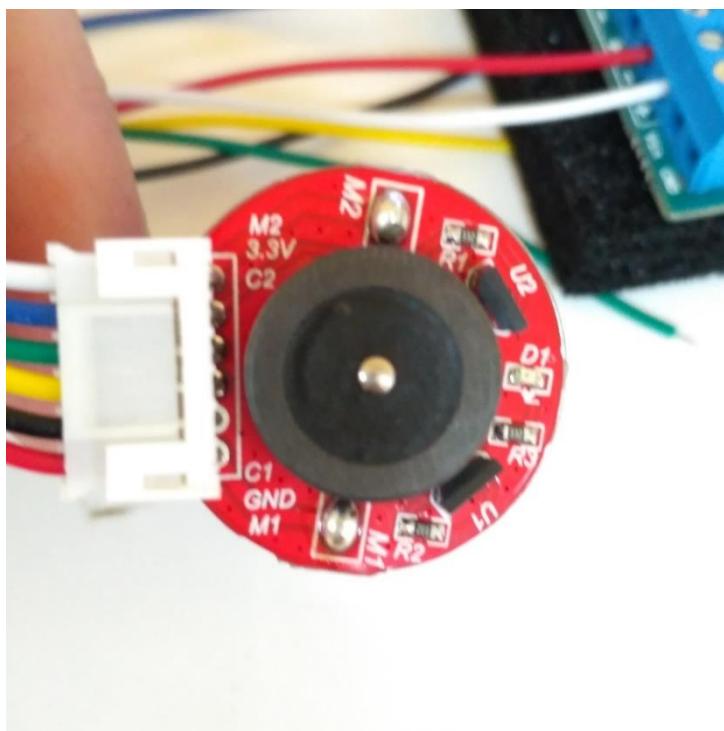
Λίστα με τα υλικά που χρησιμοποιήσαμε :

- 1) Arduino Mega 2560
- 2) Arduino motor shield Rev3
- 3) Motor JGY-371 12V + encoder
- 4) Εξωτερική πηγή DC 12V
- 5) Breadboard και καλώδια

Αν και ο κινητήρας δουλεύει με 12V , μπορούμε εύκολα να τεστάρουμε τον encoder καθώς δουλεύει με 3.3V. Στρέφοντας τον κινητήρα αργά με το χέρι και συνδέοντας τα δύο καλώδια τροφοδοσίας (Gnd και 3.3Vin)του σε μια μπαταρία AA, με την χρήση ενός πολύμετρου, μπορούμε να μετρήσουμε τα άλλα καλώδια (C1 και C2). Αν έχουμε ένα πολύμετρο και το συνδέσουμε στο C1, θα δούμε εναλλαγές από 0V σε 3V και αντίστροφα καθώς γυρνάμε τον κινητήρα. Αν έχουμε και δεύτερο πολύμετρο για το C2, η τιμή του πολύμετρου θα αλλάζει σε 3V-3V, 0V-3V,0V-0V,3V-0V. Στην ουσία παράγεται ένας κώδικας Gray.

Στο σχήμα 4.6 φαίνονται τα έξι καλώδια για την σύνδεση του κινητήρα με τον encoder.

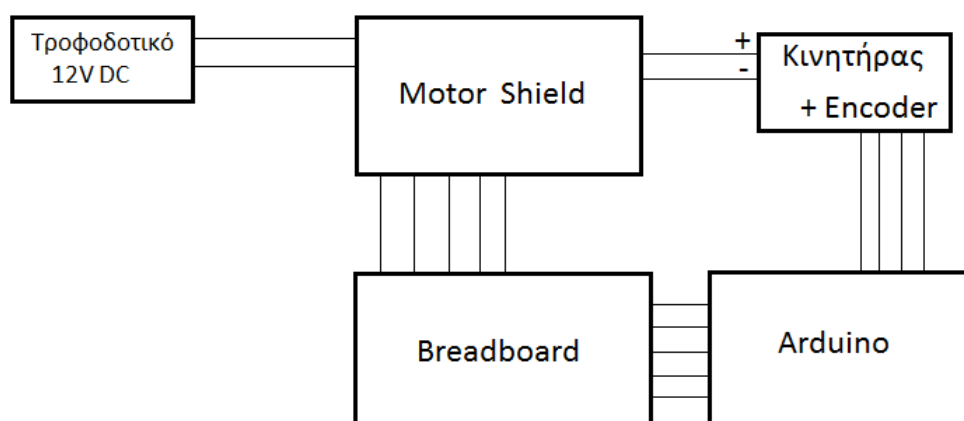
- Δύο για τον κινητήρα (M1 - M2)
- Δύο για την τροφοδοσία του encoder (GND - 3.3V)
- Δύο για την επικοινωνία του encoder (C1 - C2)



Σχήμα 4.5 : Συνδεσμολογία του κινητήρα με τον encoder.

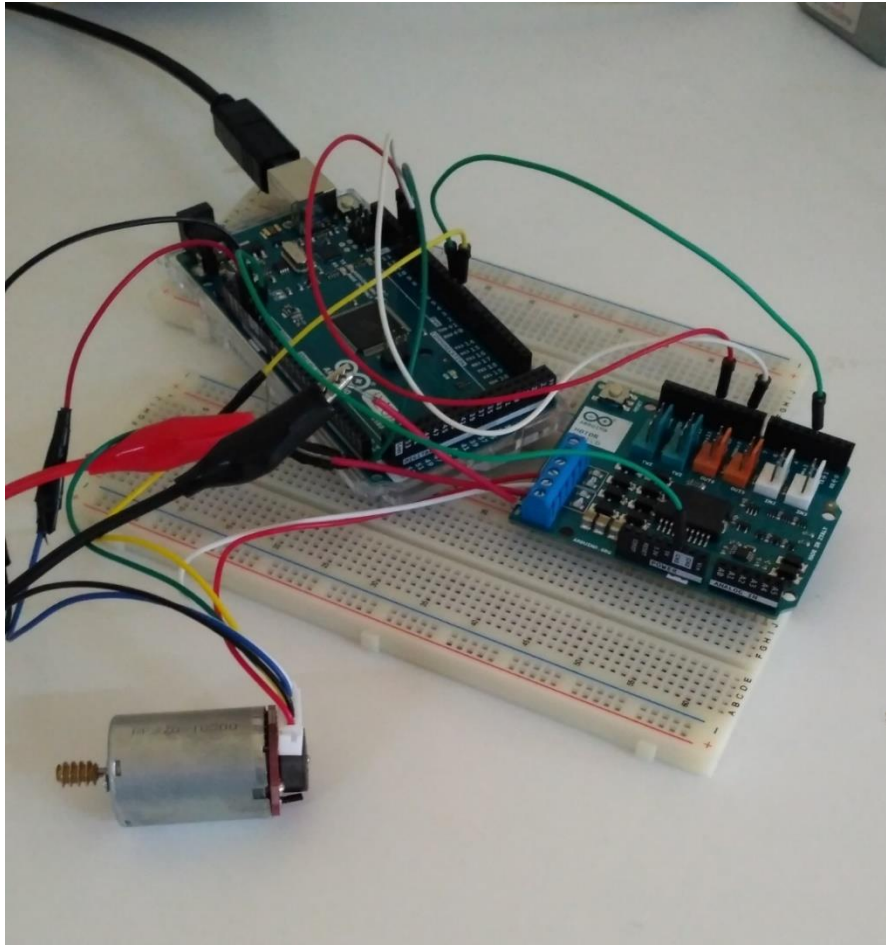
Ο τρόπος λειτουργίας του μηχανισμού είναι απλός. Ο χρήστης στρέφει τον δρομέα του κινητήρα. Όταν φτάνει ένα σημείο – εμπόδιο, τότε ο μηχανισμός του ασκεί μια δύναμη. Όσο περισσότερο προσπαθεί ο χρήστης να συμπιέσει το εμπόδιο, τόσο περισσότερη ροπή ασκεί ο κινητήρας. Το σύστημα δηλαδή δουλεύει σαν ένα ελατήριο.

Για να καταφέρουμε να κάνουμε την σύνδεση του κινητήρα με το Arduino χρειάστηκαν μερικές αλλαγές, βλέπε Σχ. 4.6 για την συνδεσμολογία που ακολουθήθηκε, καθώς η πλακέτα από μόνη της δεν μπορούσε να τροφοδοτήσει τον κινητήρα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε μια εξωτερική πηγή ρεύματος που θα μας πρόσφερε 12V, η πηγή αυτή συνδέθηκε στο shield. Λόγω του ότι ο κινητήρας είναι πάνω από 9V, χρειάστηκε να κόψουμε την σύνδεση Vin του Shield με το Arduino, καθώς είναι επικίνδυνο για την πλακέτα, αυτό έγινε εφικτό με την χρήση Breadboard. Όλα ξεκινάνε από τον encoder, ο οποίος διαβάζει την κίνηση του χρήστη, αυτό το σήμα περνάει στο Arduino, το οποίο επικοινωνεί με το shield μέσω PWM, αυτό με την σειρά του ρυθμίζει κατάλληλα το ρεύμα που στέλνει στον κινητήρα (παίρνει τιμές 0-255). Έτσι ο κινητήρας ασκεί την δύναμη που θέλουμε στον χρήστη.



Σχήμα 4.6 : Διάγραμμα συνδεσμολογίας.

Στο σχήμα 4.7 βλέπουμε την τελική υλοποίηση του μηχανισμού. Μπορούμε να διακρίνουμε τον κινητήρα με τον ενσωματωμένο encoder. Επίσης διακρίνεται το Arduino, αριστερή πλακέτα και το shield, στα δεξιά. Στην εικόνα φαίνονται και δύο "κροκοδειλάκια", κόκκινο και μαύρο, που τροφοδοτούν με ρεύμα 12V το shield, και αυτό με την σειρά του τον κινητήρα.



Σχήμα 4.7 : Ο τελικός μηχανισμός ενός βαθμού ελευθερίας.

Προβλήματα Hardware

Για την κατασκευή του μηχανισμού, αντιμετωπίσαμε αρκετές δυσκολίες που οφείλονται στο φθινό hardware που διαθέτουμε. Το βασικότερο πρόβλημα εμφανίζεται στον encoder.

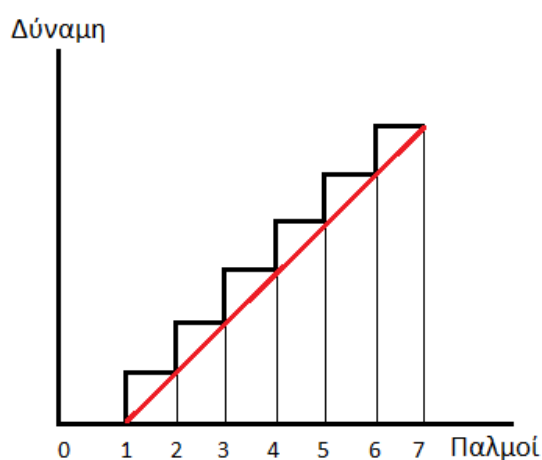
Το πρώτο πρόβλημα που εμφανίστηκε ήταν η ακρίβεια του. Ο συγκεκριμένος encoder διαθέτει ανάλυση μόνο 11 σημείων στον κύκλο, αυτό συνεπάγεται $360/11=32.72$ μοίρες. Για έναν απτικό μηχανισμό αυτό στην πράξη είναι προβληματικό καθώς στο ενδιάμεσο αυτών, ο υπολογιστής δεν μπορεί να καταλάβει αν ο μηχανισμός κινήθηκε ή όχι. Επίσης ο χρήστης θα αντιλαμβάνεται απότομες αυξομειώσεις στην δύναμη που θα δέχεται, θα την νιώθει δηλαδή σαν «σκαλοπάτι».

Το δεύτερο πρόβλημα που εμφανίστηκε ήταν στα σφάλματα του encoder στην μέτρηση της περιστροφής. Δυστυχώς ο encoder εμφάνιζε αρκετά σφάλματα στην μέτρηση της περιστροφής, ειδικά σε μικρές ταχύτητες που τον χρησιμοποιούμε εμείς.

Λύση

Για να λύσουμε αυτά τα προβλήματα, σε ικανοποιητικό βαθμό, αναπτύξαμε μερικές τεχνικές, οι οποίες λειτουργούν πολύ καλά υπό κάποιες προϋποθέσεις που θεωρήσαμε.

Καταρχήν για το πρόβλημα της κακής ακρίβειας, αποφασίσαμε να αυξάνουμε την δύναμη ανάδρασης από τον κινητήρα με έναν ομαλό τρόπο, έτσι ο χρήστης δεν νιώθει την απότομη αύξηση ή μείωση της δύναμης. Σημαντική προϋπόθεση σε αυτό είναι μια κίνηση με σταθερή ταχύτητα από τον χρήστη ανάμεσα στους παλμούς του encoder (ένας παλμός κάθε 32.72 μοίρες). Ο τρόπος που λειτουργεί αυτή η μέθοδος γίνεται καλύτερα κατανοητός στο σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8 : Δύναμη κινητήρα σε κάθε παλμό.

Στο σχήμα διακρίνεται η δύναμη που ασκεί ο κινητήρας, ανάλογα με τους παλμούς που έχει μετρήσει ο encoder. Στον άξονα των y φαίνεται η δύναμη, και στον άξονα των x οι παλμοί. Με μαύρο παρουσιάζεται η δύναμη που πρέπει να ασκήσει ο encoder μετρώντας απλά τους παλμούς και με κόκκινο η δύναμη που ασκεί με την μέθοδο που εφαρμόζουμε. Όπως γίνεται κατανοητό, αν ο χρήστης κάνει ομαλή κίνηση η μέθοδος έχει πετύχει τον σκοπό της. Σε περίπτωση όμως που ο χρήστης γυρίσει τον μοχλό από την άλλη κατεύθυνση μόλις «μετρήσει» έναν παλμό ή δεν σταματήσει την κίνηση του ακριβώς στους παλμούς (π.χ. αν σταματήσει στις 45 μοίρες, ο μηχανισμός θα του ασκεί δύναμη ανάλογη με την θέση των $65.44=32.72*2$, δηλαδή πάντα πολλαπλάσιο του 32.72).

Για να λύσουμε το δεύτερο πρόβλημα που εμφανίστηκε από τον encoder σκεφτήκαμε να συνδυάσουμε δύο τεχνικές.

Πρώτον, διαβάζοντας την ακολουθία των bit που δίνει ο encoder, κάναμε μια πρόβλεψη στο πια πρέπει να είναι η επόμενη ακολουθία, καταλαβαίνοντας έτσι την κίνηση του χρήστη, και τελικά διορθώνοντας πιθανά λάθη του encoder. Όπως και πριν αυτό προϋποθέτει ο χρήστης να κάνει κίνηση προς μια κατεύθυνση, αλλιώς το φαινομενικό λάθος του encoder θα είναι μια σωστή μέτρηση, που εμείς θα θεωρήσουμε σαν λάθος. Για να γίνει αυτή η πρόβλεψη όμως, πρέπει να έχουν γίνει τουλάχιστον οχτώ παλμοί από τον χρήστη, τα τέσσερα πρώτα είναι για αρχικοποίηση (τα bit είναι: 00 – 10 – 11 – 01) και εμφανίζονται στην αρχή γυρνώντας δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα. Στα επόμενα τέσσερα bit μπορούμε τελικά να καταλάβουμε την φορά που γυρνάει ο χρήστης τον μηχανισμό (ακολουθία των bit: δεξιόστροφα 00 – 10 – 11 – 01, αριστερόστροφα 11 – 10 – 00 – 01). Αυτό όμως καθιστά την λύση μάς πρακτικά άχρηστη, καθώς για οχτώ ticks πρέπει να γίνουν $32,72 \cdot 8 = 261.76$ μοίρες, και μετά μπορούμε να κάνουμε πρόβλεψη.

Για αυτόν τον λόγο, στην τελική υλοποίηση καταλήξαμε σε μια πολύ πιο απλή μέθοδο που προσφέρει πολύ καλά αποτελέσματα. Με την χρήση ενός πίνακα 3×1 , κρατάμε τις 3 τελευταίες κινήσεις του μοχλού. Αν ο encoder δώσει 0, ο μοχλός είναι ακίνητος, αυτή η περίπτωση δεν μας ενδιαφέρει για την πρόβλεψη. Στις άλλες δύο περιπτώσεις που δίνει 1 (κίνηση δεξιόστροφα) ή -1 (κίνηση αριστερόστροφα), εμείς πάμε και καταχωρούμε την κίνηση αυτή στον πίνακα. Ο τρόπος που «γεμίζουμε» τον πίνακα είναι ο εξής, κάνοντας mod τον #παλμό με 3, εισάγουμε αυτό που διαβάσαμε πάντα κυκλικά, δηλαδή για #παλμό 1-2-3-4-5... θα έχω τις θέσεις 0-1-2-0-1..., με αυτόν τον τρόπο κρατάμε πάντα την κατεύθυνση του δρομέα για τις τρεις τελευταίες φορές. Για να έχουμε έναν γρήγορο έλεγχο, εισάγουμε στον πίνακα 1 αν ο encoder κινηθεί δεξιόστροφα και 0 αν κινηθεί αριστερόστροφα. Έτσι, παίρνοντας το άθροισμα (sum) των τριών κελιών του πίνακα, μπορούμε να καταλάβουμε προς τα που είναι η φορά του μοχλού, (π.χ. αν sum=2, τότε οι δύο από τους τρεις παλμούς ήταν δεξιόστροφοι, αντίθετα αν π.χ. sum=1 τότε οι δύο από τους τρεις παλμούς ήταν αριστερόστροφοι). Έτσι αν έρθει μια «λάθος» μέτρηση, δηλαδή μια διαφορετική από την κατεύθυνση που προκύπτει από το άθροισμα, όπως δείξαμε πριν, έχουμε την δυνατότητα να την διορθώσουμε. Επειδή όμως ο χρήστης μπορεί να αλλάξει στην πραγματικότητα την κατεύθυνση που γυρνάει τον δρομέα του κινητήρα, αν πάρουμε και την δεύτερη μέτρηση «λάθος», δηλαδή δύο μετρήσεις προς διαφορετική κατεύθυνση από αυτή που προκύπτει από το άθροισμα, υποθέτουμε ότι έχει αλλάξει φορά, και άρα αυτή και η προηγούμενη (που θεωρήσαμε λάθος αρχικά) μετρήσεις είναι σωστές. Κάνουμε λοιπόν τις κατάλληλες εισαγωγές στον πίνακα.

Κεφάλαιο 5. Πειραματική Αξιολόγηση

5.1 Μεθοδολογία πειραματισμού

Τα πρώτα πειράματα έγιναν πάνω στην κινηματική, γράφτηκε κώδικας MATLAB για την οπτικοποίηση της. Ο χρήστης εισάγοντας τις τρεις γωνίες, στις οποίες στηρίζεται όλη η ανάλυση, βλέπει το τελικό σημείο δράσης στον χώρο. Επίσης μαζί με την κινηματική, έγιναν τα πειράματα για την στατική, καθώς χρησιμοποιεί τον Ιακωβιανό πίνακα που προκύπτει από τις εξισώσεις της κινηματικής, για να βρούμε τις μέγιστες ροπές των κινητήρων, θεωρώντας αμελητέα την στατική τριβή. Στην συνέχεια έγινε η δυναμική ανάλυση (κεφάλαιο 2.4), στην οποία στηρίζεται η τελική προσομοίωση.

Για τα πειράματα χρησιμοποιήσαμε τον απτικό μηχανισμό ενός B.E. που παρουσιάζεται στο Κεφ. 4. Σκοπός των πειραμάτων αυτών είναι να επαληθευτεί η ορθότητα λειτουργίας του μηχανισμού. Στην επόμενη ενότητα δίνονται αναλυτικά οι μετρήσεις.

5.2 Αναλυτική παρουσίαση αποτελεσμάτων

Δοκιμάζοντας μερικά χαρακτηριστικά σημεία (x, y, z) για τον έλεγχο, παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα με τις παρακάτω εισόδους. Έχουμε θεωρήσει ότι ξεκινάμε από το σημείο $x=0.1, y=0.1, z=0.1$ σε κάθε πείραμα, για τον υπολογισμό της ταχύτητας και επιτάχυνσης των γωνιών χρησιμοποιούνται τα κυβικά πολυώνυμα, διαφορίζοντας τα μία φορά παίρνουμε την ταχύτητα, και διαφορίζοντας τα δεύτερη φορά παίρνουμε την επιτάχυνση. Όταν το Τ.Σ.Δ. δεν ακουμπάει το εμπόδιο, ασκεί ροπές μόνο ο τρίτος κινητήρας, καθώς πρέπει να εξουδετερώσει την δύναμη της βαρύτητας.

$$x = 0, \quad y = \sqrt{0.2}, \quad z = 0$$

$$\tau_1 = 0\text{Nm}, \quad \tau_2 = 0\text{Nm}, \quad \tau_3 = 0.776\text{Nm}$$

$$x = 0, \quad y = 0.1, \quad z = 0.1$$

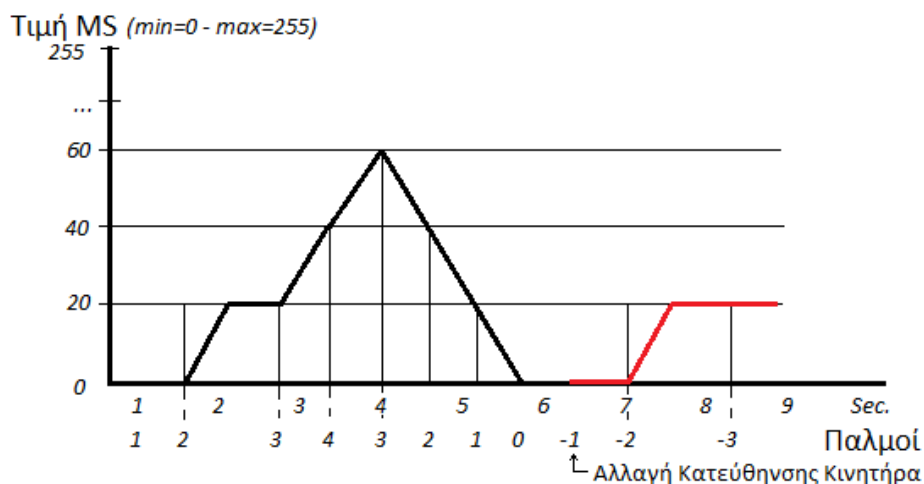
$$\tau_1 = 0\text{Nm}, \quad \tau_2 = 0\text{Nm}, \quad \tau_3 = 0.54871\text{Nm}$$

Όταν είμαστε εκτός εμποδίου δεν υπολογίζουμε ταχύτητα και ροπές αρθρώσεων καθώς δεν χρειάζονται.

$$\begin{array}{lll} x=0.3, & y=0.05, & z=0.3 \\ \tau_1=0.00062\text{Nm}, & \tau_2=-0.02909\text{Nm}, & \tau_3=-0.779\text{Nm} \\ \dot{q}_1=0.7998\text{ rad/s}, & \dot{q}_2=1.8168\text{ rad/s}, & \dot{q}_3=0.0884\text{ rad/s} \\ \ddot{q}_1=1.1846\text{ rad/s}^2, & \ddot{q}_2=2.6910\text{ rad/s}^2, & \ddot{q}_3=0.1309\text{ rad/s}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} x=0, & y=0.05, & z=0.05 \\ \tau_1=0.014314\text{Nm}, & \tau_2=-0.46182\text{Nm}, & \tau_3=-0.5446\text{Nm} \\ \dot{q}_1=0.0643\text{ rad/s}, & \dot{q}_2=2.7552\text{ rad/s}, & \dot{q}_3=0.5983\text{ rad/s} \\ \ddot{q}_1=0.0994\text{ rad/s}^2, & \ddot{q}_2=4.2578\text{ rad/s}^2, & \ddot{q}_3=0.9245\text{ rad/s}^2 \end{array}$$

Εκτελώντας ένα απλό παράδειγμα με τον μηχανισμό που κατασκευάσαμε, για να κάνουμε καλύτερα κατανοητά τα αποτελέσματα, δημιουργήσαμε το παρακάτω διάγραμμα, βλέπε Σχ. 5.1.



Σχήμα 5.1 : Διάγραμμα από υλοποίηση.

Στον άξονα των Y φαίνεται η ροπή που ασκεί ο κινητήρας (0-255). Στον άξονα των X φαίνεται ο χρόνος σε δευτερόλεπτα και τα τικς του encoder.

Χάρη στην τεχνική που αναλύσαμε, η αύξηση της ροπής που ασκείται γίνεται με ομαλό τρόπο. Με κόκκινο φαίνεται η ροπή που ασκεί ο κινητήρας αφού του αλλάξουμε την κατεύθυνση, περιστροφή αντίθετη από την προηγούμενη δηλαδή.

Παρατηρούμε ότι στο σημείο 2-3, η ροπή είναι 40/256 της μέγιστης του κινητήρα, το έχουμε κρατήσει λίγο σε αυτό το σημείο και συνεχίζει να ασκεί την ίδια ροπή. Βέβαια όπως αναφέραμε η συγκεκριμένη ροπή αντιστοιχεί στις $3 \times 32.72 = 98.16$ μοίρες. Οπότε αν ο χρήστης είναι στις 90 μοίρες, θα αντιλαμβάνεται πάλι αυτήν την ροπή. Έχουμε καταφέρει όμως να κάνουμε αισθητή την αύξηση δύναμης με ομαλό τρόπο στον χρήστη.

Το διάγραμμα που κατασκευάστηκε είναι οι τιμές που θα έδινε ο encoder αν δούλευε σωστά, είχε δηλαδή τα τικς που φαίνονται κάτω.

Κεφάλαιο 6. Επίλογος

6.1 Σύνοψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής ήταν να σχεδιαστεί και να προσομοιωθεί ένας απτικός ρομποτικός μηχανισμός τριών βαθμών ελευθερίας καθώς και να κατασκευαστεί μία πιο απλή έκδοση του, ενός βαθμού ελευθερίας. Για την επίτευξη αυτών των στόχων ακολουθήθηκε μια συγκεκριμένη μεθοδολογία.

Αρχικά επιλέξαμε την μορφή του μηχανισμού προσομοίωσης και κατασκευής. Επίσης προσδιορίσαμε τις ακριβείς διαστάσεις των συνδέσμων και ως συνέπεια του μηχανισμού, ώστε να χρησιμοποιηθούν στις εξισώσεις και να επιλεγούν τα σωστά υλικά για την κατασκευή.

Στην συνέχεια έγινε η κατάλληλη μαθηματική ανάλυση ώστε να εξαχθούν οι σωστές μαθηματικές εκφράσεις που θα αποδώσουν την πραγματική λειτουργία του μηχανισμού.

Έπειτα έγινε ο κατάλληλος προγραμματισμός για την προσομοίωση του προβλήματος, χρησιμοποιώντας ασφαλώς τις εξισώσεις που εξήχθησαν. Ένα σημαντικό επίσης κομμάτι της παρούσας διπλωματικής είναι και η υλοποίηση του μηχανισμού ενός B.E., με τον αντίστοιχο προγραμματισμός που χρειάστηκε.

Τέλος έγιναν μερικά πειράματα σε κάποια χαρακτηριστικά σημεία.

6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις απτικής τεχνολογίας

Υπάρχουν πολλές εφαρμογές στις οποίες θα μπορούσε να αναπτυχθεί και να εισαχθεί η επιστήμη της απτικής ρομποτικής. Μερικές βασικές είναι:

Ιατρική:

Τα ρομπότ για ιατρικούς σκοπούς έχουν αρχίσει ήδη να χρησιμοποιούνται. Κάνοντας εγχειρήσεις από απόσταση είτε κάνοντας εγχείρηση απευθείας στο σημείο που πρέπει χωρίς να χρειάζονται μεγάλες τομές στον ασθενή. Ένα βασικό πρόβλημα όμως είναι ότι ο γιατρός – χειρουργός δεν αισθάνεται τις δυνάμεις που ασκεί. Χάρη σε αυτήν την τεχνολογία μπορεί να κάνει εγχειρήσεις με ακρίβεια.

Εκπαίδευση:

Ένας πολύ καλός τρόπος να εκπαιδευτεί κάποιος είναι η πρακτική. Χρησιμοποιώντας αυτήν την τεχνολογία κάποιος που ένα μικρό λάθος μπορεί να κοστίσει την ζωή του ή κάποιου άλλου (κυρίως), μπορεί να μάθει χωρίς αυτό το ρίσκο. Για παράδειγμα ένας νέος γιατρός, ένας πιλότος, στρατιώτες, αλλά και άλλα πολλά.

Εικονική πραγματικότητα:

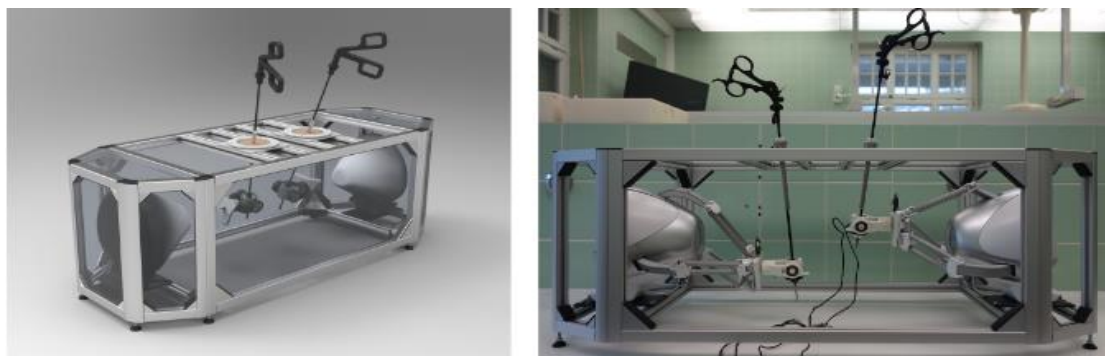
Σε συνδυασμό με γυαλιά εικονικής πραγματικότητας (VR) κυρίως ή και χωρίς, μπορεί να προσομοιωθεί ένα περιβάλλον με μεγάλη αληθοφάνεια. Πιθανές χρήσεις είναι σε παιχνίδια ή όπως αναφέρθηκε και πριν για εκπαίδευση.

Δύσκολες συνθήκες για τον άνθρωπο:

Υπάρχουν μέρη που είναι πολύ επικίνδυνα ή και ανέφικτα για τον άνθρωπο. Γι' αυτόν τον λόγο στέλνονται ρομπότ ειδικού σκοπού. Σε κάποιες περιπτώσεις το περιβάλλον στο οποίο πρέπει να δουλέψει το ρομπότ είναι ευαίσθητο, για παράδειγμα μια αρχαιολογική ανακάλυψη ενός πολιτισμού σε πολύ μεγάλο βάθος, τα αντικείμενα είναι πολύ ευαίσθητα για να ανασυρθούν, οπότε χρειάζεται πάρα πολύ προσοχή.

6.3 Επεκτασιμότητα μηχανισμού για πιο περίπλοκες λειτουργίες

Ένας απλός τρόπος επεκτασιμότητας του μηχανισμού για πιο περίπλοκες λειτουργίες είναι συνδυάζοντας δυο ή περισσότερους μηχανισμούς με τον κατάλληλο προγραμματισμό. Ένα πολύ καλό παράδειγμα φαίνεται στην εικόνα.



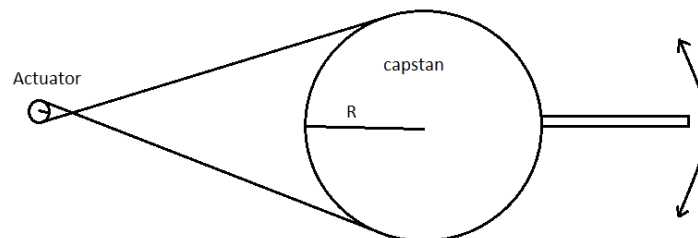
Σχήμα 6.1 : Συνδυασμός δύο οπτικών μηχανισμών.

6.4 Μελλοντικές επεκτάσεις μηχανισμού

Μια βασική επέκταση που μπορούμε να κάνουμε στον μηχανισμό που υλοποιήσαμε είναι η χρήση capstan (τροχαλίας). Με αυτόν τον τρόπο αυξάνουμε την περιστροφή που πρέπει να κάνει ο κινητήρας, και άρα τους παλμούς που μετράει ο encoder. Η υλοποίηση αυτή, λύνει σε πολύ καλό βαθμό και το πρώτο πρόβλημα που παρουσιάστηκε με την ανάλυση του encoder.

Στο σχήμα 6.2 διακρίνεται ο κινητήρας στα αριστερά και ο μοχλός που κινεί ο χρήστης στα δεξιά με την χρήση του capstan. Όπως γίνεται κατανοητό αν ο χρήστης κουνήσει τον μοχλό, αυτό πολλαπλασιάζει την περιστροφή του κινητήρα, η μονάδα πολλαπλασιασμού είναι αντίστοιχη του λόγου των ακτινών τους. Αν R η ακτίνα του capstan και r η ακτίνα του δρομέα του κινητήρα, τότε αυτός ο λόγος είναι R/r . Όπως αναφέραμε με αυτόν τον

τρόπο λύνεται και το πρόβλημα της ανάλυσης, καθώς αν π.χ. $R/r=10$, τότε στον έναν κύκλο του μοχλού, έχω 10 στο κινητήρα και άρα 110 παλμοί, η ανάλυση τώρα είναι 3.272 μοίρες. Επίσης αυτό λύνει το πρόβλημα της πρόβλεψης, αν ο λόγος R/r είναι αρκετά μεγάλος. Στο παράδειγμα μας μετά τα 8 ticks, δηλαδή τις 26.176 μοίρες μπορεί να γίνει πρόβλεψη. Αν ο λόγος αυτός είναι μεγαλύτερος τα νούμερα αυτά γίνονται ακόμα καλύτερα. Τέλος, επειδή ο encoder λειτουργεί καλύτερα σε πιο υψηλές ταχύτητες, όπως προαναφέρθηκε, με τη χρήση capstan μειώνονται τα σφάλματα στις μετρήσεις του encoder. Αυτό συμβαίνει γιατί μια μικρή κίνηση του μοχλού, οδηγεί τον άξονα του κινητήρα σε μεγαλύτερη περιστροφή, π.χ. στο παράδειγμα μας, μια κίνηση των 36 μοιρών οδηγεί τον κινητήρα σε μια πλήρη περιστροφή, αύξηση ταχύτητας κατά R/r .



Σχήμα 6.2 : Κατασκευή με capstan.

Όπως γίνεται κατανοητό, κύριο και βασικό μέρος του μηχανισμού είναι ο encoder και οι κινητήρες. Υπάρχουν δύο προτάσεις για μελλοντική επέκταση του μηχανισμού στο κομμάτι αυτό.

1. Αγορά ενός καλύτερου encoder με μεγαλύτερη ακρίβεια από τον ήδη υπάρχοντα, και με εμφάνιση λιγότερων έως καθόλου λαθών στις μετρήσεις του.
2. Αγορά άλλων δύο κινητήρων και encoders για την κατασκευή του μηχανισμού τριών βαθμών ελευθερίας που αναλύσαμε και προσομοιώσαμε.

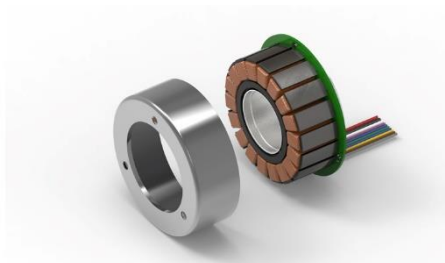
Για την υλοποίηση του μηχανισμού 3 Β.Ε. μπορούμε ενδεικτικά να χρησιμοποιήσουμε:

- Για κινητήρες στις αρθρώσεις 1 και 2 : Crouzet 89850007, βλέπε Σχ. 6.3. Μπορεί να προσφέρει την κατάλληλη ροπή που υπολογίστηκε ότι χρειάζονται, [33].



Σχήμα 6.3 : Ο κινητήρας Crouzet 89850007.

- Για κινητήρα στην άρθρωση 3 : maxon, βλέπε Σχ. 6.4, (EC κινητήρας), πολύ δυνατός κινητήρας, καθώς χρησιμοποιεί μόνιμους μαγνήτες. Οι κινητήρες maxon όπως αναφέραμε και πιο πάνω χρησιμοποιούνται και από την NASA, [34].



Σχήμα 6.4 : Ο κινητήρας maxon EC.

- Ένας κατάλληλος encoder, προσφέρει ανάλυση 500 παλμούς στον κύκλο (cpt), βλέπε Σχ. 6.5, με κατάλληλο προγραμματισμό αυτή η ανάλυση μπορεί να αυξηθεί ακόμα περισσότερο, [35].



Σχήμα 6.5 : Encoder της maxon με ακρίβεια 500 cpt.

Κεφάλαιο 7. Βιβλιογραφία

- [1] <https://el.wikipedia.org/wiki/Ρομπότ>
- [2] https://el.wikipedia.org/wiki/Βιομηχανικά_ρομπότ
- [3] Low-cost haptic mouse: <https://www.google.com/patents/US6717573>
- [4] Haptic Pen (for Touch Screens): <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1029682>
- [5] Education of haptic media: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2331745>
- [6] Force Feedback Joystick as a low cost haptic interface for an atomic force microscopy nanomanipulator:
<http://www.revistadyna.com/search/low-cost-control-for-haptic-devices>
- [7] Low Cost (Open Source) Haptic Wearables (Ζώνη που μεταφέρει ασύρματα πληροφορία με δονήσεις): <http://projects.csail.mit.edu/bocelli/wha.html>
- [8] Wearable haptic game controller (γάντι): <https://arxiv.org/pdf/1604.05479.pdf>
- [9] Compass haptic device (Δόνηση όταν κοιτάς Βορά, Νότο...):
<https://journal.missiondata.com/making-a-stand-alone-haptic-device-8fe84080e44c#.8m2pftn5p>
- [10] Low cost οπτικοποίηση πρωτεϊνικής δομής:
<http://psb.stanford.edu/psb-online/proceedings/psb00/hansen.pdf>
- [11] Low Cost Force-Feedback Interaction with Haptic Digital Audio Effects:
<https://repository.cardiffmet.ac.uk/bitstream/handle/10369/3928/LowCostHapticDAFX.pdf?sequence=1>
- [12] Low cost haptic Knob (εκπαίδευση):
<http://waset.org/publications/13008/development-of-a-low-cost-haptic-knob>
- [13] Ενίσχυση Low-cost απτικής συσκευής με χρήση κινητήρων δόνησης :
<http://www.idmil.org/projects/tactileomni>
- [14] The Pantomgraph: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=260039>
- [15] Haptic handwriting (εκπαίδευση):
<http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1571556/>
- [16] Reducing error rates (VR training applications) στρατιωτική χρήση ή για προσωπικό έκτακτης ανάγκης:

- <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1406964/>
- [17] <https://www.disneyresearch.com/project/aireal/>
- [18] <http://www.geomagic.com/en/products-landing-pages/haptic>
- [19] https://sspd.gsfc.nasa.gov/workshop_2010/day2/Don_McMonagle/100325_Sat_Serv_Workshop_Raytheon_w-markings-B.pdf
- [20] <http://www.hitl.washington.edu/people/tfurness/courses/inde543/READINGS-03/BERKLEY/White%20Paper%20-%20Haptic%20Devices.pdf>
- [21] <http://charm.stanford.edu/Main/Research>
- [22] <https://infoscience.epfl.ch/record/29978/files/EUROHAPTICS01-SG.pdf>
- [23] <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.368.6007&rep=rep1&type=pdf>
- [24] <https://cs.stanford.edu/people/conti/omega.html>
- [25] <http://hapkit.stanford.edu/index.html>
- [26] <https://ccrma.stanford.edu/~verplank/ThePlank.pdf>
- [27] Εισαγωγή στη Ρομποτική Μηχανική και αυτόματος έλεγχος, 3^η έκδοση 2009, John J. Craig, Εκδόσεις Τζιόλα.
- [28] http://icosym-nt.cvut.cz/odl/partners/fuh/course_main/node9.html
- [29] Mechanics, 3rd edition 1971, Keith R. Symon, pp Addison-Wesley.
- [30] Κλασική Μηχανική, 5^η έκδοση 2014, Tom W.B. KIBBLE – FRANK H. BERKSHIRE, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
- [31] http://icosym-nt.cvut.cz/odl/partners/fuh/course_main/node29.html
- [32] <https://www.seeedstudio.com>
- [33] <https://www.digikey.com/product-detail/en/crouzet/89850007/966-1692-ND/6137262>
- [34] <https://www.maxonmotor.com/maxon/view/product/motor/ecmotor/ecflat/ecflat90/542099>
- [35] <https://www.maxonmotor.com/maxon/view/product/sensor/encoder/Encoder-AEDL-5810/ENC30HEDS554001>