

Corso di Laurea in Matematica
Analisi Matematica 1 -Esercizi -Foglio 1

1. Trovare i numeri x che soddisfano alle seguenti disequazioni:

(a) $\frac{1}{2x} + |2x - 1| < 2$;

(b) $2(\ln x)^2 + 3 \ln x - 2 > 0$;

(c) $|\cos x| < \frac{1}{\sqrt{2}}$;

(d) $x + 1 \geq \sqrt{x^2 - 2x}$.

2. (Tema d'esame del 22/04/2010) Determinare le soluzioni della disequazione:

$$\sqrt{|x-1|} + |x| < 3.$$

3. Tracciare un grafico di $f(x) = \sqrt[7]{(x-1)^4}$, di $g(x) = -|f(-x) - 1|$ e di $h(x) = f(|x|)$.

4. Consideriamo le funzioni $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ e $g(x) = |x|^{\sqrt{3}} + 1$. Rappresentare graficamente le funzioni $F(x) = f(g(x))$ e $G(x) = g(f(x))$.

5. Trovare i numeri x che soddisfano alle seguenti disequazioni:

(a) $2^{x-\sqrt{1-x^2}} \leq 1$;

(b) $|3^x - 1| \leq 2$;

(c) $\log(3+2x) - 2 \log x > 0$;

(d) $\frac{|x|-3}{\sqrt{x-2}} > \sqrt{x}$.

6. Determinare al variare dei parametri reali positivi m e b le soluzioni della disequazione:

$$\sqrt{x^2 - 2mx} \leq x - b.$$

7. A partire dai grafici delle funzioni elementari disegnare (qualitativamente) i grafici delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = (x-1)^{5/3}$, $g(x) = f(|x|)$, $h(x) = |g(x)|$;

(b) $f(x) = 1 - 2^{x+1}$, $g(x) = -|f(x)|$;

(c) $f(x) = \left(\frac{\sqrt[7]{6}}{\sqrt[6]{7}}\right)^{x-1}$, $g(x) = |f(-x)|$.

Determinare per ciascuna g l'immagine dell'intervallo $(0, 3)$.

8. (Compitino 2013-2014) Risolvere la seguente disequazione:

$$\log_{1/2} \frac{\sqrt{|1-x|-1}}{2-x} < 0.$$

9. Mostrare che $\log_3(7)$ non è razionale.