2 0 1 1

2011年3月

doi:10.3799/dqkx.2011.041

# 构造应力场三维数值模拟的有限单元法

田官平1,刘雄1,李星2,魏 民3

- 1. 中国地质大学计算机学院,湖北武汉 430074
- 2. 中国地质大学数理学院,湖北武汉 430074
- 3. 中国地质大学资源学院,湖北武汉 430074

摘要:目前构造应力场的研究主要是基于平面的二维分析,随着油气成藏过程三维模拟的发展,应力场的三维数值模拟显得越来越重要.从三维空间角度出发,分析了应力场的有限元模拟与求解的整个过程.基于不规则六面体单元的角点网格数据模型,对有限元求解法进行了分析与研究并提出计算方法.基于不规则角点网格数据模型的三维构造应力场有限元计算方法是本文的创新点.最后用上述方法对东营凹陷的牛庄一王家岗区域三维应力场进行了实际模拟计算,计算结果相比于其他数据模型更符合实际情况.

关键词:构造应力场;三维数值模拟;有限元;数学模型.

中图分类号: P628 文章编号: 1000-2383(2011)02-0375-06

收稿日期: 2010-09-29

### Finite Element Method of 3-D Numerical Simulation on Tectonic Stress Field

TIAN Yi-ping1, LIU Xiong1, LI Xing2, WEI Min3

- 1. School of Computer, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
- 2. School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China
- 3. Faculty of Earth Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

Abstract: Analysis of the tectonic stress field plays an important role in petroleum accumulation dynamics simulation. The current study on stress field is mainly focused on two-dimensional analysis of plane. With development of the three-dimensional simulation of petroleum forming process, three-dimensional numerical simulation of stress field becomes increasingly important. In this paper, the finite element simulation of stress field and solution of the whole process, based on three-dimensional space, are discussed. After analysis and study of finite element method, the calculation method, based on irregular hexahedral element described by the corner-point grid data model, is put forward in the paper. The three-dimensional finite element method of tectonic stress field, based on irregular corner-point grid data model, is the innovation of this paper. Finally, the above method is used in actual three-dimensional stress field simulation calculation in Dongying depression-Niuzhuang Wangjiagang region. The results, compared to other data models, are more realistic.

Key words: tectonic stress field; three-dimensional numerical simulation; finite element; mathematical models.

地应力是由于地壳内部的垂直运动和水平运动的力及其他因素的力而引起的介质内部单位面积上的作用力. 地壳岩石中处处时时都存在地应力. 地壳中不同地区、不同深度地层中地应力的大小和方向随空间和时间的变化而变化,构成地应力场. 地应力在油气勘探开发中具有十分重要的作用,如:地质构造形成与演化是构造应力作用及变化的结果;储层

中油气运移和聚集与地应力有关,油气总是由强应力区向弱应力区运移等(万天丰,1988;李志明和张金珠,1997).

应力场与油气成藏过程有着十分密切的关系. 岩石在地应力的作用下,发生挤压、拉张或剪切变形,导致岩石孔隙的体积发生变化,造成流体孔隙压力增加或减小,继而产生压力梯度.岩石内流体在这

基金项目:国家科技重大专项"大型油气田及煤层气开发"(No. 2008ZX05051).

作者简介:田宜平(1973一),男,副教授,主要从事盆地模拟和三维可视化图形软件研究与开发. E-mail: yptian@cug. edu. cn

一势差推动下发生流动.油气流体在流动过程中,遇到合适的圈闭,就会聚集成油气田.同时,岩石的变形也导致其孔隙度和渗透率发生改变,从而影响渗流的速度和方向(王红才等,2002).

目前,国内外很多学者对应力场进行了数值模拟的研究,但大都是基于平面的二维分析.有限元方法虽早已应用于构造应力场的研究,但对应力场的三维有限元数值模拟还处于早期阶段,较多的是以一系列的平面和剖面的二维分析代替三维分析(李泽光等,2002;雷景生,2004;谢润成等,2008;Islam et al.,2009;Barba et al.,2010).因此,应力场的三维有限元数值模拟还存在很多需要研究和解决的问题.

本文将基于不规则六面体网格数据模型分析构造应力场的有限元求解方法和具体流程.本文中涉及的变量和相关方程都是根据弹性力学的基础进行分析所得.

## 1 三维应力场分析

实际的研究对象都是三维结构的,当结构受力后,如构造作用力,其内部各点将沿空间的 x,y,z 三个坐标轴方向发生位移.这一过程中,就涉及到了一系列的应力、应变及位移的相互关系及对应方程. 在此,将各点沿 3 个方向的位移以 u,v,w 表示,它们均是关于点的坐标的函数,可定义如下:

$$\begin{cases} u = u(x, y, z), \\ v = v(x, y, z), \\ w = w(x, y, z). \end{cases}$$

一般定义结构在变形时的 3 个线应变分量和 3 个剪应变分量为: $\epsilon_x$ , $\epsilon_y$ , $\epsilon_z$ , $\gamma_{xy}$ , $\gamma_{yz}$ , $\gamma_{yz}$ ,同时定义任意一点处的 3 个正应力分量和剪应力分量为: $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\sigma_z$ , $\tau_{xy}$ , $\tau_{yz}$ , $\tau_{zxz}$ .根据弹性力学基础,上述应变和位移之间存在一定关系,几何方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x}, \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z}, \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \end{cases}$$
(1)

应力和应变可以用物理方程表示为:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)], \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \end{cases}$$

上式中 E 为弹性模量, 也称为杨氏模量, 弹性模量的值随材料而不同,  $\mu$  为泊松比. 常数 E, G 和  $\mu$  之间存在关系:  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ . 因此可将上式经过变换得出其矩阵式为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix}^{\epsilon_x}$$

可将其简写为如下形式:

$$\sigma = D\varepsilon$$
 (2)

### 2 有限元求解

#### 2.1 有限元概述

有限单元法是一种用于连续场分析的数值模拟技术,它不仅可以对机械、建筑、岩石地层结构的位移场和应力场进行分析,还可以对电磁学中的电磁场、传热学中的温度场、流体力学中的流体场进行分析.它可以解决工程实践中用解析法难以或者无法解决的各种复杂问题,如复杂边界条件、复杂物体形状、非线性等,并且可以得到满意的结果(任学平和高耀东,2007).

有限单元法的基本思想是将问题的求解域离散化,得到有限个单元,单元彼此之间仅靠节点相连.在单元内假设近似解得模式,通过适当的方法,建立单元内部点的待求量与单元节点量之间的关系.由于单元形状简单,易于由能量关系或平衡关系建立节点量之间的方程式,然后,将各个单元方程集合成总体线性方程组,引入边界条件后求解该线性方程组,即可得到所有的节点量,进一步计算导出量后问题就得到了解决(任学平和高耀东,2007).

目前在应力场数值模拟方面,有限元是最常用

的方法.根据上述内容可知,有限元法具有其特有的 优点,特别是在分析地质构造中的复杂地质结构时, 其优点体现得尤为明显.

#### 2.2 有限元求解过程

本文按照有限元方法的基本求解步骤,对应力场进行空间上的有限元求解.文中采用的数据模型为不规则六面体网格,也可称之为角点网格模型.具体按如下几个步骤实现.

(1)结构剖分. 在结构剖分即划分单元时,就整体而言,单元的大小(即网格的疏密)要根据精度的需要和计算机的速度来确定. 根据误差分析,应力的误差与单元的尺寸成正比,位移的误差与单元尺寸的平方成正比,可见,单元分得越小,计算结果就越精确. 但是,单元尺寸越小,单元的数目就越多,计算的时间就越长,要求的计算机容量也就越大. 因此,划分单元时应综合考虑单元尺寸对精度和计算工作量的影响(任学平和高耀东,2007; Mohsenimanesh et al., 2009).

可将指定研究区域按图 1 所示方式进行结构剖分,得出不规则六面体网格数据模型. 此处采用角点网格数据模型的原因在于它有独特的优势. 该数据模型的特点在于,各个不规则六面体在一定程度上是单独存在的,即相邻单元之间能出现断开与滑动,每个节点的 z 坐标都会存储 8 次,这 8 个值能体现出相邻单元之间是否整齐地连接在一起. 这一特点导致了它能更符合实际地质条件地体现出研究区域的地质构造情况,包括了断层与裂缝等. 这使得应力场的三维数值模拟能更符合实际情况,模拟结果也更为精确,能为整个油气成藏动力学模拟过程提供正确的指导方向. 其缺点在于增加了计算的工作量,对计算机提出了更高的要求.

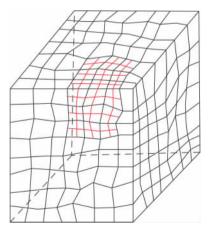


图 1 不规则六面体网格数据模型

Fig. 1 Data model with irregular hexahedron grid

为了解决精度和计算工作量之间的矛盾,此处可以采用网格多尺度剖分的方法,即在剖分结构时,要根据实际的需求和研究目标进行处理.可以在同一结构的不同位置采用不同的网格密度,即在适当的位置进行网格的细化,而其他地方可以尽量粗化一点.例如,在结构边界比较曲折的部位,单元应该小一些;边界比较平滑的部位,单元应该大一些.对于应力、应变需要了解比较详细的重要部位(如储层等),单元应该小一些(如图1中红色区域的网格划分更细);对于次要部位,单元应该大一些.当结构受到有集度突变的分布载荷或集中载荷作用时,在载荷突变点和集中载荷作用点处附近,单元应该小一些,等等.

(2)单元分析. 此处取图 1 中某一个小单元进行分析,如图 2 所示,取其中一个不规则六面体单元进行应力与应变的分析. 首先对单元的各个顶点进行编号(1,2,…,8),各个顶点称为节点. 每个单元的 8 个节点都存在 x,y,z 三个方向的位移,以第一个节点为例,它们分别是  $u_1,v_1,w_1$ ,如图 2 所示.

然后对节点的位移函数进行分析,对其求解,得出其关于坐标的线性函数.若为了计算方便,可将单个六面体单元再进行细分,分成6个四面体单元,分别对6个四面体单元求解,然后将6个四面体单元求解所得的刚度矩阵进行叠加,以获取该六面体的刚度矩阵.最后根据所得的位移函数解出对应的应力与应变.

定义位移函数为关于节点坐标的线性函数,具体可定义为:

$$\begin{cases} u(x,y,z) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z, \ v(x,y,z) = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 z, \ w(x,y,z) = a_9 + a_{10} x + a_{11} y + a_{12} z. \end{cases}$$

为了计算简便,可在上式基础上定义对应的基函数,可使问题简化. 在此,定义基函数形式为  $N_i = N_i$  (x,y,z), $i=1,2,\cdots,8$ ;其同样为关于坐标的函数. 这些基函数满足一定的条件,即  $N_1(x_1,y_1,z_1)=1$ ,  $N_1(x_2,y_2,z_2)=0$ , $N_1(x_3,y_3,z_3)=0$ , $\cdots$ , $N_1(x_8,y_8,z_8)=0$ . 由此性质可知,单元任一点的位移函数可用单元节点的坐标表示,即:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \cdots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \cdots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \cdots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_8 \\ v_8 \\ w_8 \end{bmatrix}, (3)$$

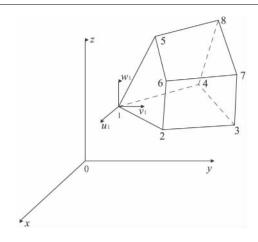


图 2 单个不规则六面体单元分析

Fig. 2 Analysis of single irregular hexahedron unit

根据基函数的性质,将单元的节点坐标代入其中,可 解出基函数的具体表达式,其为与节点坐标相关的 线性函数.

在上述已有基础上,根据前述的式(1)即可得出 应变与节点位移矩阵之间的关系,可用简化的矩阵 形式表述为:

$$\varepsilon = B\delta.$$
 (4)

式中 $\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & \cdots & u_8 & v_8 & w_8 \end{bmatrix}^T$ ,为节点位移矩阵; $\boldsymbol{B}$  为几何矩阵,为与基函数系数有关的矩阵.

最后在上述基础上,根据虚位移理论,可得出单元的刚度矩阵与方程,具体可表述为如下形式:

$$\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}.$$
 (5)

式中, K 为一个单元的刚度矩阵, F 为外力载荷矩阵, 分别为作用在单元节点上的载荷分量. 具体为:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{1x} & F_{1y} & F_{1z} & \cdots & F_{8x} & F_{8y} & F_{8z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$
 $\mathbf{K}_{lm} = V \cdot \mathbf{B}_{l}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B}_{m} \qquad (1, m = 1, 2, \cdots, 8); (6)$ 
式(6)中  $V$  为单元体积,  $\mathbf{B}_{s}$   $\mathbf{D}_{s}$  为前面已求出的矩阵.

(3)总体分析. 根据前述内容,已得出单元的刚度矩阵和方程,现在就需要得出总体的刚度方程,然后即可计算出整体的应力场和应变场. 要得出总体的刚度矩阵,则需进行单元刚度矩阵的叠加操作,即将各个单元的刚度矩阵叠加在一起. 叠加时有多种方法,如按单元形成总体刚度矩阵和按节点形成结构总体刚度矩阵.

至此,即可根据已知载荷情况求出相应的单元 节点位移值,然后根据式(3)即可得单元位移函数, 进而可以根据式(2)和式(4)计算得出应力场和应变 场.具体在求解时,可以根据刚度矩阵的一些性质和 添加一些边界约束条件来简化矩阵,实现降阶的目 的,这样能使计算过程简化,提高效率.

## 3 应用实例

以上述理论知识为基础,采用 IDL 语言作为开发工具,编程实现基于有限元法的三维构造应力场数值模拟.实现的内容包括:外力的输入与可视化编辑、边界约束设置、应力场的模拟计算及计算结果的合理性检验(根据应力统计约束值).

此处以东营凹陷的牛庄一王家岗区域为模拟对象,先将该区域进行建模处理,得出对应的角点网格数据模型(包含了网格剖分过程);然后将该区域的断层信息、地质力学参数(弹性模量与泊松比等)及角点网格数据模型作为输入数据进行应力场模拟与分析.以该区域的现今应力场模拟为例,可根据编码实现的功能模拟得出如下应力场结果.

将模拟区域剖分为 75×70×87 的不规则六面体 网格,施加的边界外力为东西向的挤压力,大小为 70 MPa. 根据单元岩性的不同,泥岩弹性模量与泊松比分别取为 1500 MPa、0.36,砂岩分别为2400 MPa、0.31.

研究区域的角点网格数据模型的网格显示如图 3 所示,所有六面体单元的最大主应力大小三维图形如图 4 和图 5 所示. 从模拟结果数据可知,最大主应力大小的变化范围为 0.67~118.33 MPa.

从图 4 中可以看出,在断层附近应力场有明显的突变,即断层对应力场的形成有很大的影响,同时这些断层也是前期的应力场作用的结果. 因此它们之间是相互影响的.

从图 5 中可以看出,应力值大小随地层深度增

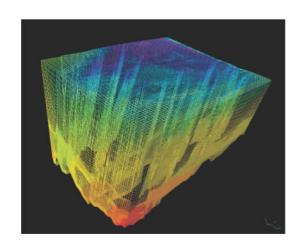


图 3 研究区域角点网格模型 Fig. 3 Irregular hexahedron grid of research area

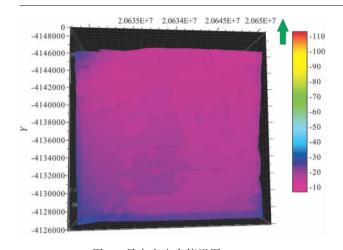


图 4 最大主应力俯视图(顶面) Fig. 4 Overlook with major principal stress

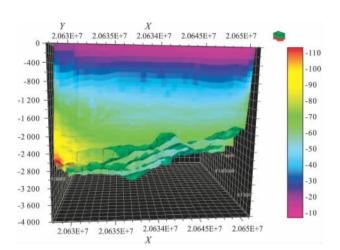


图 5 最大主应力侧视图

Fig. 5 Side-looking with major principal stress

加逐渐变大,这是由于地层单元自重和上覆岩层压力作用的结果.将模拟数据与实际模拟区域的实测应力场数据比较,两者之间虽然存在一点偏差,但是根据地应力可知,上述模拟结果基本上符合实际地质情况,即该模拟得出的结果是合理的.

## 4 结论

根据上述整个求解流程,在给定区域相关地质参数(包括泊松比、弹性模量等)完整无误的基础上,可通过有限元法完整地计算出该区域的三维应力场,包括了应力与应变的值. 若给定数据模型包含了通过构造模拟得到的各个地质时期的模型数据,则可相应地计算出各时期的古应力场情况. 本文所实现的三维应力场模拟是基于不规则六面体网格数据模型的,在该数据模型基础来进行处理是一个难点

与突破点,其计算结果相比于其他数据模型更能体现实际三维地质情况.该计算过程的实现对于整个盆地数值模拟过程具有十分重要的意义,能为构造模拟和后期的油气运聚模拟提供所需的应力场信息.

在实际求解过程中存在一些问题需要解决,比如,边界条件的处理是否合理;外力载荷的分配该如何处理才能更符合实际的地质条件;力学模型的选择是否恰当,即当前的研究是基于弹性力学基础的,但在实际地质体中必定会存在塑性变形,因此也需要进行塑性力学基础的模拟(陈志德等,2002;张胜利等,2007;孙晓庆,2008).这些问题的解决需要很好地了解整个研究区域的地质背景.其中构造应力场问题的边界条件、加载方式是地应力场分析的难题,由于构造运动未知和地质构造的复杂性,无法直接进行求解,采取边界力反演是一个不错的重要手段(付玉华等,2009).从总体上看,这些问题对求解应力场都具有十分重要的作用,需要进行深入的研究.

#### References

Barba, S., Carafa, M. M. C., Mariucci, M. T., et al., 2010.

Present-day stress-field modelling of southern Italy constrained by stress and GPS data. *Tectonophysics*, 482 (1-4):193-204. doi:10.1016/j.tecto.2009.10.017

Chen, Z. D., Meng, Q. A., Wan, T. F., et al., 2002. Numerical simulation of tectonic stress field in Gulong depression in Songliao basin using elastic-plastic increment method. *Earth Science Frontiers*, 9(2):483-492 (in Chinese with English abstract).

Fu, Y. H., Wang, X. M., Yuan, H. P., 2009. Finite element inverse analysis of boundary load for tectonic stress field. *Rock and Soil Mechanics*, 30(6):1850-1855 (in Chinese with English abstract).

Islam, M. R., Hayashi, D., Kamruzzaman, A. B. M., 2009.
Finite element modeling of stress distributions and problems for multi-slice longwall mining in Bangladesh, with special reference to the Barapukuria coal mine. *International Journal of Coal Geology*, 78(2):91-109. doi:10.1016/j.coal.2008.10.006

Lei, J. S., 2004. The study of numerical value simulation for oil store tectonic stress field. *Natural Science Journal of Hainan University*, 22(1):28-32 (in Chinese with English abstract).

Li, Z. G., Hu, S. R., Zhang, X. C., et al., 2002. 3-D numerical simulation of current tectonic stress field in Lyjiatuo

- coal mine in Kailuan. *Hydrogeology and Engineering Geology*, (2): 18 21 (in Chinese with English abstract).
- Li, Z. M., Zhang, J. Z., 1997. In-situ stress and petroleum exploration & development. Petroleum Industry Press, Beijing (in Chinese).
- Mohsenimanesh, A., Ward, S. M., Gilchrist, M. D., 2009. Stress analysis of a multi-laminated tractor tyre using non-linear 3D finite element analysis. *Materials & Design*, 30(4):1124-1132. doi:10.1016/j. matdes. 2008. 06.040
- Ren, X. P., Gao, Y. D., 2007. The basis of flexible mechanism and finite element method. Huazhong University of Science and Technology Press, Wuhan (in Chinese).
- Sun, X. Q., 2008. Present situation and prospect of application for finite element numerical simulation of palaeotectonic stress fields. *Fault-Block Oil & Gas Field*, 15 (3);31—33 (in Chinese with English abstract).
- Wan, T. F., 1988. Paleo-tectonic stress field. Geological Publishing House, Beijing (in Chinese).
- Wang, H. C., Wang, W., Wang, L. J., et al., 2002. Three dimensional tectonic stress field and migration of oil and gas in Tanhai. *Acta Geosicientia Sinica*, 23(2):175—178 (in Chinese with English abstract).
- Xie, R. C., Zhou, W., Tao, Y., et al., 2008. Application of finite element analysis in the simulation of the in-situ stress field. *Petroleum Drilling Techniques*, 36(2):60—63 (in Chinese with English abstract).
- Zhang, S. L., Xia, B., Hu, Z. H., et al., 2007. Numerical simulation of Cenozoic tectonic stress field and hydro-

carbon migration and accumulation in Lishui-Jiaojiang sag. *Geotectonica & Metallogenia*, 31(2):180—185 (in Chinese with English abstract).

#### 附中文参考文献

- 陈志德,蒙启安,万天丰,等,2002. 松辽盆地古龙凹陷构造应 力场弹一塑性增量法数值模拟. 地学前缘,9(2):483-492.
- 付玉华,王兴明,袁海平,2009. 构造应力场边界载荷反演的有限元逆逼近法. 岩土力学,30(6):1850-1855.
- 雷景生,2004.油藏构造应力场的数值模拟技术研究.海南大学学报(自然科学版),22(1);28-32.
- 李泽光,胡社荣,张喜臣,等,2002. 开滦矿区吕家坨矿现今构造应力场的三维有限元数值模拟. 水文地质工程地质,(2):18-21.
- 李志明,张金珠,1997. 地应力与油气勘探开发. 北京:石油工业出版社.
- 任学平,高耀东,2007. 弹性力学基础及有限单元法. 武汉:华中科技大学出版社.
- 孙晓庆,2008. 古构造应力场有限元数值模拟的应用及展望. 断块油气田,15(3):31-33.
- 万天丰,1988. 古构造应力场. 北京:地质出版社.
- 王红才,王薇,王连捷,等,2002.油田三维构造应力场数值模拟与油气运移.地球学报,23(2):175-178.
- 谢润成,周文,陶莹,等,2008.有限元分析方法在现今地应力 场模拟中的应用.石油钻探技术,36(2):60-63.
- 张胜利,夏斌,胡振华,等,2007.丽水-椒江凹陷新生代构造 应力场数值模拟与油气运聚关系探讨.大地构造与成 矿学,31(2):180-185.